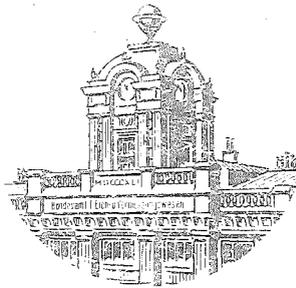


Sonderheft 29  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Problematik von Toleranzen bei  
Ingenieur- sowie Besitzgrenzvermessungen

von

Kornelius Peters, Wien



Herausgeber:

Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie  
gemeinsam mit dem

Institut für Landesvermessung der Technischen Hochschule Wien

Eigentümer und Verleger:

Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie

1080 Wien VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

Wien 1974

# Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

## Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948. Preis S 18,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 2: Lego (Herausgeber), *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 3: Ledersteger, *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 4: Zaar, *Zweimediaphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18,—.
- Sonderheft 5: Rinner, *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimediaphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18,—.
- Sonderheft 6: Hauer, *Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten. 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: Ledersteger, *Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59+22 Seiten, 1949. Preis S 25,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22,—.
- Sonderheft 11: Mader, *Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25,—.
- Sonderheft 12: Ledersteger, *Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen.* 140 Seiten, 1951. Preis S 35,—.
- Sonderheft 13: Hubeny, *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoides.* 208 Seiten, 1953. (vergriffen)
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120,—.
- Sonderheft 15: Mader, *Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivelllements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28,—.
- Sonderheft 16: *Theodor Scheimpflug — Festschrift. Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich.* 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln. Preis S 60,—.
- Sonderheft 17: Ulbrich, *Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken.* 72 Seiten mit 30 Abbildungen und einer Luftkarten-Beilage. Preis S 48,—.
- Sonderheft 18: Brandstätter, *Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung.* 94 Seiten mit 49 Abb. und Karten und 2 Kartenbeilagen, 1957. Preis S 80,— (DM 14,—).
- Sonderheft 19: *Vorträge aus Anlaß der 150-Jahr-Feier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich, 4. bis 9. Juni 1956.*
- Teil 1: *Über das staatliche Vermessungswesen,* 24 Seiten, 1957. Preis S 28,—.
- Teil 2: *Über Höhere Geodäsie,* 28 Seiten, 1957. Preis S 34,—.
- Teil 3: *Vermessungsarbeiten anderer Behörden,* 22 Seiten, 1957. Preis S 28,—.
- Teil 4: *Der Sachverständige — Das k. u. k. Militärgeographische Institut.* 18 Seiten, 1958. Preis S 20,—.
- Teil 5: *Über besondere photogrammetrische Arbeiten.* 38 Seiten, 1958. Preis S 40,—.
- Teil 6: *Markscheidewesen und Probleme der Angewandten Geodäsie.* 42 Seiten, 1958. Preis S 42,—.

**Sonderheft 29**  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen und Photogrammetrie

**Problematik von Toleranzen bei  
Ingenieur- sowie Besitzgrenzvermessungen**

von

**Kornelius Peters, Wien**

**Herausgeber:**

**Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie  
gemeinsam mit dem  
Institut für Landesvermessung der Technischen Hochschule Wien**

**Eigentümer und Verleger:**

**Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie  
1080 Wien VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3**

—  
**Wien 1974**

## INHALTSVERZEICHNIS

<u>1.</u>	<u>Einleitung</u>	1
1.0	Begriffe	1
1.1	Die Möglichkeiten, Toleranzen zu definieren und zu placieren	2
1.2	Die drei orthogonalen Komponenten Bedarf, Mög- lichkeit, Kontrolle	4
1.3	Beispiele sinnvoller und sinnloser Genauigkeits- forderungen und ihrer Auswirkung auf die Produktion	6
<u>2.</u>	<u>Geschichte und aktueller Stand des Toleranzwesens</u>	8
2.1	Kurzer Überblick über die Meßtechnik	8
2.1.0	Geschichte	8
2.1.1	Größen	9
2.1.2	Methodik, Begriffe	10
2.1.2.1	Sichere und statistische Tolerierung	10
2.1.2.2	Goldene Regel der Fertigungsmeßtechnik	12
2.1.2.3	Vertrauensbereiche	14
2.1.3	Beispiele für elektrische Meßgeräte	14
2.2	Toleranzen im Vermessungswesen	15
2.2.1	Ingenieurgeodäsie	15
2.2.1.1	Geschichte	15
2.2.1.2	Derzeitiger Stand	17
2.2.2	Katastermessungen	23
2.2.2.1	Geschichte	23
2.2.2.2	Aktueller Stand in einigen Staaten	27
2.2.3	Landesvermessung	34
2.2.4	Kartographisch-topographische Arbeiten, Pla- nungsgrundlagen	36
<u>3.</u>	<u>Bedarf an Genauigkeit</u>	37
3.0	Möglichkeiten der Bedarfserhebung bzw. -festsetzung	37
3.0.1	Rechtliche Voraussetzungen	37
3.0.1.1	Ingenieurgeodäsie	37
3.0.1.2	Katastermessungen	39

3.o.2	Wirtschaftliche Voraussetzungen	42
3.o.2.1	Genauigkeitstrend im Rahmen des allgemeinen Wirtschaftstrends	45
3.o.2.2	Genauigkeit und Zuverlässigkeit im Rahmen der vermessungstechnischen Produktion	47
3.o.2.2.1	Genauigkeit und Produktion	49
3.o.2.2.2	Zuverlässigkeit und Produktion	54
3.o.2.3	Qualität hinsichtlich Anforderung von außen	59
3.o.3	Problematik demoskopischer Festsetzung	65
3.o.4	Betrachtung über mögliche Wechselwirkungen mit der Struktur unseres Vermessungswesens	66
3.o.4.1	Engere Toleranzen und gegenwärtige Struktur	66
3.o.4.2	Diskussion einer möglichen Internationalisierung des österreichischen Vermessungswesens	68
3.1	Genauigkeitsbedarf in der Ingenieurgeodäsie	68
3.1.1	Messungen 1.Art (Projektsgrundlagen, Absteckungen)	69
3.1.2	Messungen 2.Art (Überwachungs- und Änderungs- messungen)	79
3.1.3	Zusammenfassung	82
3.2	Vermessungen für den Grenzkataster	85
3.3	Festpunkte. Landesnetz	88
3.3.1	Festpunktfeld und Ingenieurgeodäsie	88
3.3.2	Festpunktfeld und Grenzkataster	88
3.3.2.1	Festpunktproduktion, Festpunktdichte	88
3.3.2.2	Lagegenauigkeit	91
3.4	Weiterer Genauigkeitsbedarf in der Vermessungs- technik	95
<u>4.</u>	<u>Theoretische Grundlagen für die Formulierung von Toleranzen</u>	<u>96</u>
4.1	Elementare Überlegungen aus Wahrscheinlichkeits- rechnung und mathemat.Statistik	96
4.1.1	Die Normalverteilung	96
4.1.1.1	Normalverteilte Vektoren. Momente einer Ver- teilung	96
4.1.1.2	Lineare Funktionen normalverteilter Vektoren	97
4.1.1.3	Korrelationsellipsoide. Fehlerwahrscheinlich- keiten	97

4.1.2	Stichprobenfunktion im Zusammenhang mit der Normalverteilung	100
4.1.2.1	Student'sche Verteilung	100
4.1.2.2	Chiquadrat-Verteilung	101
4.1.2.3	Fisher-Verteilung	102
4.1.2.4	Zusammenfassung	103
4.1.3	Aufsuchen und Verwerfen "grober" Fehler	103
4.1.4	Kombiniertes Annahme-Ablehnungsrisiko	106
4.1.5	Das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz. Relative Fehlerellipse	109
4.1.6	Konzept der Deformationsmessungen	111
4.1.7	Auto- und Kreuzkorrelation	112
4.1.8	Unschädlichmachen systematischer Fehler	113
4.1.9	Zufällige Fehler auf Kurven und Flächen	115
4.2	Approximation der Meßunsicherheit durch ein Polynom	116
4.2.1 - 4.2.3	Spezialfälle	119
4.2.4	Ziffernmäßige Formulierung der Fehlergesetze	
	4.2	120
4.2.4.1	Formulierung a priori	121
4.2.4.2	Formulierung a posteriori	122
4.3	Universalformeln	124
4.4	Zuverlässigkeitskriterien	128
4.4.1	Zuverlässigkeitstests für normalverteilte Fehlervektoren	128
4.4.2	Auftreten diskret verteilter grober Fehler in einer Stichprobe	132
4.5	Informationstheoretische Überlegungen	133
4.5.1	Informationsströme	134
4.5.2	Nachrichtenketten	135
<u>5.</u>	<u>Methoden des Einsatzes von Toleranzen</u>	139
5.0	Relation Bedarf-Möglichkeit-Kontrolle	139
5.1	Formulierung der Toleranzprobleme als Hypothesen für statistische Tests	143
5.1.1	Test auf Mittelwert	143
5.1.2	Planung der Meßgenauigkeit	148
5.1.3	Test auf Streuung	152

<u>6.</u>	<u>Versuch eines bedarfsorientierten Toleranz- und Fehlergrenzsystems</u>	154
6.0	Eichmessungen	154
6.0.1	Die Messung ist toleriert	155
6.0.2	Die Korrekturgröße ist toleriert	158
6.1	Grenzkataster einschließlich Landesvermessung	159
6.1.1	Planung der Meßgenauigkeit	159
6.1.1.1	Bedarfsorientierte Planung	159
6.1.1.2	Möglichkeitsorientierte Planung	164
6.1.1.3	Kostenorientierte Planung	165
6.1.2	Toleranzen und Fehlergrenzen	174
6.1.2.1	Allgemeines	174
6.1.2.2	Festpunkte, Toleranzen	175
6.1.2.3	Grenzpunkte, Toleranzen	176
6.1.2.4	Polygonzüge, Toleranzen	177
6.1.2.5	Vermarkung, Toleranzen	181
6.1.2.6	Fehlergrenzen	182
6.1.3	Dreidimensionaler Kataster	182
6.2	Ingenieurgeodäsie (Beispiele)	183
6.2.1	Deformationsmessungen	183
6.2.1.1	Planung der Meßgenauigkeit	183
6.2.1.2	Netzanlage	186
6.2.1.3	Anforderungen an die Nullmessung	187
6.2.1.4	Überprüfung der Resultate	189
6.2.2	Projektsgrundlagen	190
6.2.3	Absteckungen	194
<u>7.</u>	<u>Gründe für bzw. Vorgehen bei Toleranzüber- schreitung</u>	197
7.1	Gründe für Überschreitung	197
7.1.0	Zufällige Fehler	197
7.1.1	Systemfehler im engeren Sinne	197
7.1.2	Systemfehler im weiteren Sinne	197
7.1.2.1	Inhomogene Unterlagen	197
7.1.2.2	Tektonische Gründe	198
7.1.2.3	Echter Identitätsverlust	198
7.1.3	Grobe Fehler	198

7.2	Art des Auftretens von Überschreitungen der Toleranzen und Fehlergrenzen	199
7.2.1	A priori	199
7.2.2	Aus der Messungsdifferenz zu einem gewissen Zeitpunkt	199
7.2.2.1	Überschreiten von Zwangsbedingungen	199
7.2.2.2	Gestörte Identität	200
7.2.3	Messungsdifferenzen einer Größe zwischen zwei verschiedenen Zeitpunkten	200
7.2.3.1	Überschreiten von Zwangsbedingungen	200
7.2.3.2	Gestörte Identität	200
<u>8.</u>	<u>Zusammenfassung</u>	201
<u>9.</u>	<u>Formelsymbole</u>	205
<u>10.</u>	<u>Literatur</u>	217
10.1	Normen, Dienstvorschriften	217
10.2	Technische Berichte, wissenschaftliche Arbeiten, Lehrbücher	218

## V O R W O R T

Das Problem der Genauigkeitsforderungen bestimmt das Ansehen und die Entwicklung der Leistungsfähigkeit der Vermessungsingenieure in großem Maße.

Ich habe daher bewußt den Vorwurf riskiert, hier eine journalistische und keine nur wissenschaftliche Arbeit vorzulegen, und mich um redundante Darstellung bemüht, um das Thema auch dem Praktiker nahezubringen.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, hiemit meinen Dank zu sagen:

Spec.o.Prof.Dr.H.SCHMID, Vorstand des Institutes für Landesvermessung, für sein großes Interesse an der Fertigstellung und Veröffentlichung dieser Arbeit;

meiner Frau für die mühevollere Reinschrift und Herrn Horst BERGER für die Abbildungen;

dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen für die Hilfe bei der Drucklegung;

und Ihnen, sehr geehrter Leser, für Ihr Mitdenken.

## 1. EINLEITUNG

### 1.0 Begriffe

Während in der Philosophie nur die taxative Einschätzung der Toleranz umstritten ist, kann in der Meßtechnik schon der Begriff nicht genau umrissen werden.

Laut "Duden-Lexikon" ist die Toleranz "durch Kleinst- und Größtmaß begrenzter Bereich, in dem das Ist-Maß eines Werkstückes liegen muß". Das DIN-Taschenbuch Nr.22 "Einheiten und Formelgrößen" faßt sich noch kürzer: "Die Toleranzen ... auf dem Gebiet der Fertigungstechnik entsprechen sinngemäß den Garantiefehlergrenzen" ( 13 S.69). Weiter: "Die Fehlergrenzen sind die ... zugelassenen äußersten Abweichungen nach oben oder nach unten von der Sollanzeige, vom Nennwert oder von einem sonst vorgeschriebenen Wert der Meßgröße. Fehlergrenzen ... dürfen nicht überschritten werden, unabhängig von der Meßunsicherheit, mit der der Meßwert oder das Meßergebnis bestimmt werden kann .... Garantiert der Hersteller eines Meßgerätes, daß die Fehler der mit dem Meßgerät unter festgelegten Bedingungen ermittelten Meßwerte innerhalb vorgeschriebener Grenzen liegen, so heißen diese garantierten Grenzen die Garantiefehlergrenzen des Meßgerätes". ( 13 S.65).

Während also die Meßtechnik im weiteren Sinn die Toleranzen als materielle Schranke eines Werkstücks oder garantierte Maximalabweichungen eines Meßgerätes definieren kann, scheint die Festlegung von Fehlergrenzen in ihrem fehlertheoretisch am gründlichsten durchdachten Zweig, der Vermessungstechnik, nicht sehr zufriedenstellend:

"Seit Einführung der numerischen Meßverfahren sind Bestrebungen im Gange, Fehlergrenzen festzulegen, aus denen die Brauchbarkeit von Messungen in Hinblick auf die Aufgabe des Katasters beurteilt werden kann" ( 5 S.3). "Für die zulässigen Unterschiede gleichwertiger Messungen bzw. für die zulässige Abweichung einer Messung vom gegebenen Wert wurde ... der dreifache Wert des mittleren

Fehlers als oberste Schranke (Fehlergrenze) festgelegt. ... Liegt ein Fehler zwischen (!) dem zweifachen und dreifachen mittleren Fehler, so ist zu prüfen, ob nicht ein grober Meßfehler vorliegt, ... überschreitet ein Fehler die Fehlergrenze, so ist die Messung zu wiederholen" ( 5 S.6).

Während oben 13 natürlich auch systematische Fehler inbegriffen sind, fehlen sie in 5 bzw. werden als eliminiert angesehen. Fehlergrenzen für ingenieurgeodätische Arbeiten sind vom Gesetzgeber in Österreich nicht vorgesehen; in Ländern, wo sie vorliegen, differieren sie trotz begrifflicher Annäherung an Fertigungstoleranzen im ziffernmäßigen Ansatz stark.

### 1.1 Die Möglichkeiten, Toleranzen zu definieren und zu placieren.

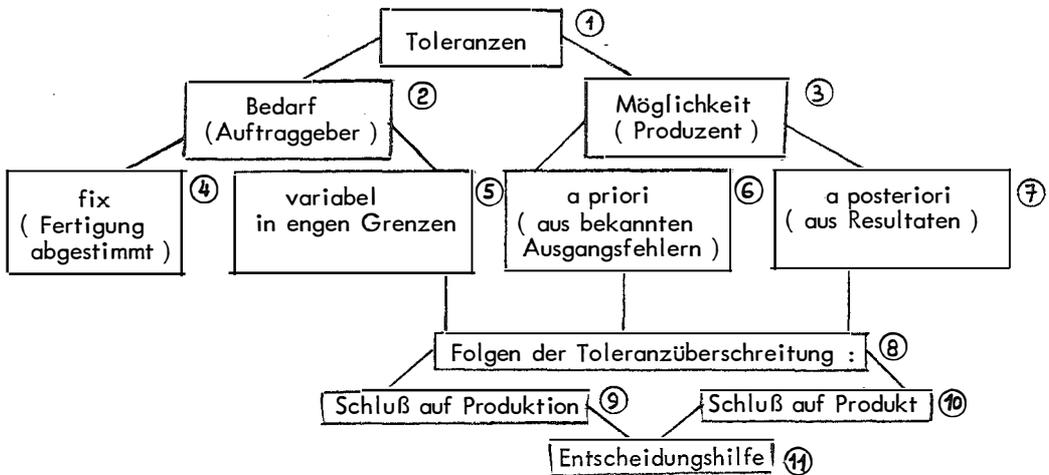


Abb. 1

Vorerst mögen zu dem in Abb.1 gegebenen Strukturbild einige aus der Anschauung bekannte Beispiele gegeben werden; die Gliederung ist vereinfacht und wird im Laufe dieser Untersuchung nicht streng eingehalten.

Betrachten wir zuerst bedarfsorientierte und -dimensionierte Toleranzen. Diese treten vor allem im Bereich der Ingenieurgeodäsie auf: Setzungs- und Verschiebungsmessungen, die sonst vom Statiker, Geophysiker und Geologen nicht oder unrichtig gedeutet werden,

Brücken- und Bauwerksabsteckungen, die vom Material diktiert sind, Projektgrundlagen und Bestandspläne, gegebenenfalls digitale Geländemodelle usw. Sinngemäß gelten die Toleranzen in der Feinwerktechnik, Maschinenbau (Austauschbau), Elektrotechnik. Diese Toleranzen (2) sind nun nach der Weiterverwendung des Produktes auszulegen: entweder liegt bei Überschreiten Ausschuß vor, die Fertigung ist auf fixe Dimensionen abgestimmt (4) oder bei Toleranzüberschreitung kann durch branchenfremde, eventuell kostspielige Verfahren in gewissen engen Grenzen dennoch das Produkt weiterverwendet werden (5); vergleichbar Elastizitäts- und Fließgrenze in der Festigkeitslehre liegt noch eine weitere Genauigkeitsgrenze vor, die aber nicht in Anspruch genommen werden soll.

Typische Beispiele für Fall (4): bei einer gewissen Fehldimensionierung infolge Toleranzüberschreitung (Finmessung oder Fertigung) von Fertigteilen im Montage- oder Austauschbau sind die Teile nicht zu verwenden, wegen der Massenproduktion kann an eine Nachbearbeitung nicht gedacht werden; bekannt ist auch die Qualitätsprüfung durch Zerstörungstest, z.B. brennen dann schlecht dimensionierte Glühlampen durch. Eine grob falsche Projektgrundlage wird zu falschen Maßnahmen im Projekt führen.

Fall (5) im Beispiel Projektgrundlage führt zu Nachmessen, Ergänzen bzw. Umdimensionieren in der Natur (Trassenführung, Erdarbeiten). Auch bei Toleranzüberschreitung von Stollendurchschlägen führt Abschrämen zum Erfolg bzw. können Trassen und Tübbingausteilungen neu eingerechnet werden; dies ist allerdings mit zusätzlichen Kosten verbunden; bei Brückenlängsfehlern kann eine günstige Temperatur abgewartet werden.

Nach den Möglichkeiten des Produzenten (3) sind z.B. größtenteils die Katasterfehlergrenzen ausgelegt, wobei man allerdings annimmt, daß die nach Geländeklassen gestaffelten Genauigkeitsstufen nicht nach dem Bodenwert, sondern der Schwierigkeit der Vermessung orientiert waren. Hier kann man auch Eisenbahnfahrpläne (abhängig von Streckencharakteristik, Leistungsdaten der Triebfahrzeuge) und zugelassene Höchstgeschwindigkeiten auf gegebenen Straßen (teilweise auch Ausbaugeschwindigkeiten in Abhängigkeit von Relief und Finanzierung) zuordnen. In den schon genannten Katasterfehlergrenzen kommen beide Arten der möglichkeitsorientierten Toleranzen

zum Ausdruck: die über den Begriff der "Hilfszüge" einigermaßen delikate eingeführten photogrammetrischen EP bestimmen über ihre a priori bekannte Lagenunsicherheit den Polygonabschluß (6); die konventionellen Katasterfehlergrenzen wurden mit einem als zutreffend akzeptierten mathematischen Modellansatz aus vielen tatsächlichen Abschlußfehlern errechnet (7).

Leider bleibt dem Benutzer von Toleranznormen oder Fehlergrenzvorschriften oft der wichtigere Teil der Entscheidungsfindung selbst überlassen: In der Fertigungstechnik gibt es nur die Alternative: "Brauchbar - wegwerfen", doch das entsprechende "nachmessen" in der Vermessungstechnik führt dann nicht zum Ziel, wenn es sich nicht um einen Messungsfehler, sondern, bei meist kontrollierter Messung, um einen Modellfehler handelt (8).

Zuerst sollte immer auf das Produkt (bei uns die Messung) geschlossen werden (10), nur wenn dieses bereits durchgreifend kontrolliert vorliegt (unabhängige Zweitmessung bzw. jüngst vorangegangene Eichung der Fertigungsanlage), kann auf die Produktion geschlossen werden (9). Fall (10): "Es liegt ein Messungsfehler vor, die Messung ist zu wiederholen". Fall (9): "Es handelt sich um Bewegung der Fixpunkte" bzw. (10): "Absteckung zu wiederholen", (9) "Neueinrechnung der Schildtrasse".

## 1.2 Die drei orthogonalen Komponenten: Bedarf, Möglichkeit, Kontrolle.

Bei unreflektierter Anwendung von Dienstvorschriften oder erlerntem Schulwissen scheint die Komponente "Möglichkeit" als rein technisch bedingt am sympathischsten, der "Bedarf" dringt hie und da ins Bewußtsein; daß jedoch die Kontrolle bzw. der Nachweis der Toleranzerfüllung völlig unabhängig von den Möglichkeiten der Produktion sein sollte, um Systemfehler auszuschalten, wird häufig verdrängt.

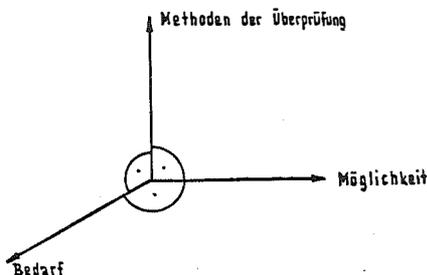


Abb. 2

Betrachtet man das Modell der Toleranzerstellung voraussetzungslos, ergeben sich jedoch drei linear unabhängige Hauptachsenrichtungen, gewissermaßen die "Eigenvektoren" des Toleranzproblems. Setzt man den Absolutbetrag der Vektoren jeweils gleich der Meßunsicherheit in der entsprechenden Richtung, so wird die Überprüfungs-komponente am kürzesten (genauesten) sein müssen, die Möglichkeiten sollen einen mittleren Wert annehmen und der Bedarf des Auftraggebers muß relativ weitherzig bemessen sein, soll die Produktion ziel-führend und die Kontrolle effizient sein. Darauf soll unter 5.0 dieser Arbeit nochmals eingegangen werden. Betrachtet man ein konkretes Problem, gibt es hiefür jeweils eine Menge des Bedarfes, der Ausführungs- und der Kontrollmöglichkeiten. Der Durchschnitt dieser Mengen soll definiert und möglichst nahe der Vereinigung liegen (Abb.3).

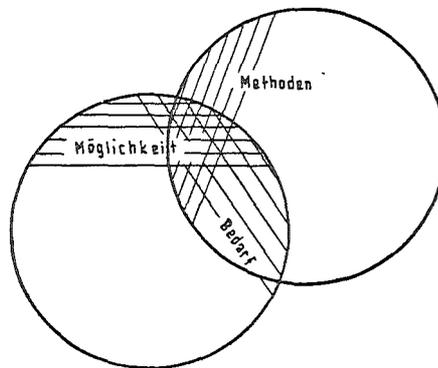


Abb. 3

In der Praxis sind Bedarf und Möglichkeit korreliert; ihr Durchschnitt läßt sich vergrößern, indem Möglichkeiten auf Grund aufgetretenen Bedarfes z.B. durch Entwicklung neuer Methoden geschaffen werden, während umgekehrt auch Möglichkeiten Bedarf nach sich ziehen. Letztgenanntes Phänomen ist etwa bei Schaffung von Absatzmärkten, die Wechselwirkung beider Komponenten an Hand der Entwicklung der Raumfahrt zu beobachten (vgl. 119 S.99; "Bedarfs-Induktion" bzw. "Autonome Induktion").

Beispiele: 1) Durchschnittsmenge der drei Teilmengen relativ groß zur Vereinigungsmenge: Hauptpunkte eines Brückennetzes.

Bedarf: 1 cm relative Lagegenauigkeit in Längs- und Querrichtung des Brückenschlages.

Möglichkeit: Stabilisierung der Hauptpunkte mit Pfeilern, Messung mit entsprechenden Geräten (Basisentwicklung konv. oder mit Präzisionsdistanzern).

Methode der Überprüfung: strenger Ausgleich mit vielen Überbestimmungen (auch für Maßstab); enge Konfidenzintervalle.

2) Durchschnitt relativ klein: Katastermessungen in Gebieten mit jüngst stark gestiegenem Bodenwert (Skilifttrasse, Umwidmung, ...).

Bedarf: aus Wertrelation,  $m^2$ -Preis, hoch (gefordert werden oft 1-3 cm).

Möglichkeit: gering, da keine oder schlecht definierte Vermarkung bzw. unzureichende Vorauspläne.

Methode der Überprüfung: unzureichendes Landes-Festpunktnetz (höchstens phot.EP), weitherzige Fehlergrenzen, schlechte Reproduzierbarkeit auch bei guter innerer Genauigkeit (große absolute Konfidenzintervalle).

### 1.3 Beispiele sinnvoller und sinnloser Genauigkeitsforderungen und ihrer Auswirkung auf die Produktion.

Auf Grund seiner beklagenswerten standespolitischen Situation sieht sich der Vermessungsingenieur häufig nicht nur unzumutbaren Arbeitsbedingungen (das jetzt schon seltener), sondern auch Genauigkeitsforderungen gegenüber, durch welche der Auftraggeber selbst kritisches Denken zu vermeiden hofft, der Vermessungsingenieur aus Termingründen und natürlich auch mangelnder Spezialausbildung diese aber nicht mehr mildern kann. Wie wichtig diese kritische Auseinandersetzung mit dem Problem ist, möge ein Zitat MARZAHN's 100 belegen.

"Der Vermessungsingenieur ist es gewohnt, für seine Vermessungsprobleme die notwendige Meßgenauigkeit selbst abzuschätzen und dementsprechend die Vermessung unter Einhaltung gewisser Fehlergrenzen auszuführen. Handelt es sich um Ingenieurvermessungen, so wird dem Vermessungsingenieur in der Regel die Einhaltung gewisser Toleranzen vorgeschrieben. Ob diese Forderungen sinnvoll sind, kann er meistens nach einiger Einarbeitung in die Problemstellung beurteilen .... Auf Grund der Erfahrungen ... läßt sich feststellen, daß es sinnvoll ist, die Voruntersuchungen bzgl. der Toleranzen sehr detailliert durchzuführen. Der Lohn für diese

Mehrarbeit ist u.U. ein einfacheres, schnelleres und billigeres Vermessungssystem".

- 1.3.1 Diese Worte gelten übrigens nicht nur für die großen absoluten Genauigkeiten, die z.B. in 100 beim Bau von Teilchenbeschleunigern auftreten und welche MARZAHN durch Anregung einer komplizierten a priori-Fehleruntersuchung durch Physiker mittels Groß-EDV-Anlagen um eine Dimension von 0,1 mm auf 1 mm senken konnte, sondern allgemein.
- 1.3.2 Reflexion der notwendigen Absteckgenauigkeit umfaßt nicht nur, wie man vorerst glauben könnte, Vergleich mit der tatsächlichen Ausführungsunsicherheit; dafür sei 137 als Beispiel genannt. Der unbefangene Leser sieht sich dort aufs Neue mit Zehntelmillimeter- bis Millimetertoleranzen konfrontiert, allerdings bei einem gewöhnlichen (?) Fertigteilbau im Rahmen der TU Karlsruhe. Die Ausführung des Baues war nur um das Zwei- bis Sechsfache unsicherer als die (höchst anspruchsvolle) Absteckung; das ist ein Verhältnis, das immer wiederkehren wird und etwa die Absteckung als "notwendig, hinreichend und sicher" (dreifache Standabweichung) gegenüber der Ausführung einstuft. Offen bleibt die Frage, ob eine solche Baugenauigkeit nötig war; schließlich ist die Fertigung der Einzelteile dadurch ebenfalls mit großen Kosten belastet. Eine genaue Durchleuchtung notwendiger Genauigkeiten umfaßt so viele Parameter, daß es im vorliegenden Fall wahrscheinlich noch wirtschaftlicher war, eine anspruchsvolle Vermessung abzuziehen, als zeitraubende Risiken einzugehen (oft sprechen sehr enge Toleranzen das Berufsethos und den Ehrgeiz des Ausführenden an).
- 1.3.3 Überaus plausibel werden die Genauigkeitsansprüche beim Bau des Münchener Olympia-Zeltdaches begründet. Unter üblichen Vorspannungen und Seilquerschnitten verlängert sich ein 50 m langes Seil um 7 cm, wenn man es von Null auf die gewünschte Vorspannung bringt. Ein Längenfehler von 1 cm bedeutet 15 % Fehler der Vorspannung, und dies ist eine plausible Toleranz ( 95 S.414). Daher war 1 cm Lagegenauigkeit bei der Absteckung gefordert. Die tatsächliche Genauigkeit lag bei ca. 5 mm, die Genauigkeit der Kontrollmessung bei 7 mm, die Bauunsicherheit bei 3 cm (128), somit wieder beim Dreifachen der geplanten Absteckgenauigkeit, hier aber durch plausible technische Überlegungen gesichert.

## 2. GESCHICHTE UND AKTUELLER STAND DES TOLERANZWESENS

### 2.1 Kurzer Überblick über die Meßtechnik.

2.1.o Geschichte: Der Beginn des technischen Meßwesens setzt erst mit dem Aufkommen des Austauschbaus ein, bei dem verlangt wird, daß beliebig herausgegriffene Einzelteile zueinander passen, wobei diese Forderung ursprünglich nur auf die in demselben Betrieb gefertigten erstreckt wurde ( 38 , S.32-36). Über mehr als 100 Jahre hinweg war die Waffenindustrie allein Träger der Entwicklung der Austauschfabrikation: 1715 erste Erwähnung in Frankreich, nächste erst 70 Jahre später wieder in Frankreich; ab Beginn des 19.Jahrhunderts serienmäßige Einführung in den Waffenfabriken von WHITNEY in den USA, welche dann länger als 60 Jahre das Monopol darin hatten; zögernd setzte sich der Austauschbau dort auch ab 1808 im Uhren- und Maschinenbau durch, wurde in Deutschland erst ab 1872 (ebenfalls in der Waffenproduktion), aber dann in stürmischem Aufschwung, eingesetzt. Dieser Zeitpunkt hängt sowohl mit der politischen Entwicklung, wie auch der Meterkonvention und der Erfindung der "Grenzlehre" zusammen. Diese Geräte versinnbildlichen das Größt- und das Kleinstmaß eines Toleranzbereiches, Über- und Untergrößen können sofort als Ausschuß erkannt werden; sie wurden gegen Ende des 19.Jahrhunderts entwickelt.

Die Vereinheitlichung der früher von Betrieb zu Betrieb verschiedenen und außerdem theoretisch nicht fundierten Toleranzen geschah ab 1917 durch den Deutschen Normenausschuß, auch hier war der Bedarf durch den Krieg gegeben.

Die entsprechenden Parallelbegriffe in der Vermessungstechnik traten übrigens fast auf das Jahrzehnt genau jeweils gleichzeitig auf den Plan: dem Begriff des Austauschbaues gleichzeitig ist ein universelles Koordinatensystem, welches eine unabhängige Rekonstruktion von Punkten gestattet - die konforme Gauß-Projektion wurde 1822 entdeckt, zwischen 1870 und 1880 setzten sich in Mitteleuropa die numerischen Aufnahmeverfahren durch, welche als reproduzierbar und "tolerierbar" (mit Fehlergrenzen zu versehen) gelten können.

2.1.1 Größen: Wie unter 1.1.(2) und (3) angedeutet, kennt man in der Meßtechnik funktions- und fertigungsbedingte Toleranzen ( 142 S.3). Im Gegensatz zu manchen Bereichen der Vermessungstechnik werden vor allem funktionsbedingte Toleranzen angestrebt. Leider ist der Begriff der "fertigungsbedingten Toleranz" in der Literatur nicht eindeutig festgelegt. Außer dem umgangssprachlichen Sinn (z.B. 142 S.3,4), welcher 1.1.(3) entspricht, wird darunter die funktionsbedingte Toleranz, vermindert um die Meßunsicherheit bei der Fertigungsprüfung, verstanden (z.B. 45 S.15).

Charakteristisch für das Toleranzwesen in der Meßtechnik ist die Einteilung in verschiedene "Güteklassen" oder "Qualitäten", innerhalb welcher die "Toleranzfelder" für die entsprechende Meßgröße (bestimmte Abmessung des Werkstücks usw.) angegeben werden.

#### Beispiele für Toleranzen in der Meßtechnik:

Die Beispiele können nur einen ganz kleinen Ausschnitt zeigen. Allein die Toleranzen der "Längenmeßtechnik", die uns am ehesten verwandt scheint, gliedern sich gemäß 8 in:

Formtoleranzen: Gerad-, Eben-, Rundheit, Zylinder-, Linien-, Flächenform;

Lagetoleranzen: Richtung: Parallelität, Rechtwinkeligkeit, Neigung;

Ortstoleranzen: Position, Konzentrität, Symmetrie;

Lauftoleranzen: Lauf, Rundlauf, Paarlauf.

2.1.1.1 Endmaße (genaueste Maßverkörperungen der Längenmeßtechnik, Einhaltung überprüft durch Interferenzkomparatoren):

$$f_m \text{ (Mittenmaßfehler)} = \frac{\pm}{4} (a + b \cdot L) \mu\text{m}; L \text{ Länge des Endmaßes (1)}$$

Genauigkeitsstufe *)	a	b
0	0,1	$2 \cdot 10^{-6}$
I	0,2	$5 \cdot 10^{-6}$
II	0,5	$10^{-5}$
III	1,0	$2 \cdot 10^{-5}$

\*) In 38 S.154 nur Stufen I und II erwähnt.  
Komplette Werte aus 58 S.25

Das sind Genauigkeiten, welche den größten in der Geodäsie erreichten ebenbürtig sind.

### 2.1.1.2 Passungen:

Bei Passungen eines Werkstückes in eine entsprechende Führung, von Wellen in Bohrungen usw. wird der Nutzen normierter Toleranzen besonders augenscheinlich.

Die Toleranzfelder der ISA Grundtoleranzen werden nach DIN 7151 7 angegeben ( 142 S.105 ff, 93 S.103) und wie folgt berechnet:

$$i = 0,45 \sqrt[3]{D} + 0,001 \cdot D \quad (1)$$

D ist das geometrische Mittel aus den beiden Grenzzahlen des jeweiligen Nennmaßbereiches (in mm); i ergibt sich in  $\mu\text{m}$ .

Man kann also (1) auch schreiben:  $i_{\mu\text{m}} = 0,45 D_{\mu\text{m}}^{1/3} + 10^{-6} \cdot D_{\mu\text{m}}$  (2)

Das erste Glied berücksichtigt die Fertigungsschwierigkeit, das zweite die Meßunsicherheit der Fertigungsprüfung. Die Werte i (2) werden nach den 18 Qualitätsstufen mit einem Vervielfachungsfaktor versehen, der z.B. bei Qualität "1" etwa 1, bei "6" 10, "11" 100 und "16" 1000 beträgt ("1" bis "4" für "Lehren", also Meßwerkzeuge; "5" bis "11" von "Edelpassung" bis "Grobpassung", "12" bis "18" gröbere Fertigungsverfahren). Interessant, daß bei Erstellung "funktionsorientierter" Toleranzen die Ansätze der Berechnung "fertigungsorientiert" vorliegen. Die 1964 neu hinzugekommenen Feinstqualitäten O1 und O2 gehorchen demselben Modell wie die für Endmaße und liegen etwa bei den Endmaßstufen I und II.

### 2.1.2 Methodik, Begriffe:

Aus Funktionsgründen liegt das Toleranzfeld oft nicht symmetrisch zum Nennmaß, wie wir es aus der Vermessungstechnik gewohnt sind. Es wird nach zwei Möglichkeiten bemessen (z.B. 45).

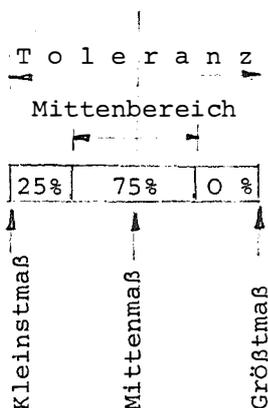
- 2.1.2.1 1) Nach der "sicheren Tolerierung" (Maximum-Minimum-Methode). Hier wird nur mit den maximalen Abweichungen gerechnet.
- 2) Nach der "statistischen Tolerierung", in welcher die Toleranzfelder als Konfidenzintervalle angenommen werden.

Die "sichere Tolerierung" ist wesentlich weiter verbreitet, erst in dem letzten Jahrzehnt konnte sich die zweitgenannte Methode einigermaßen durchsetzen.

Gemäß <sup>9</sup> ist die statistische Toleranz eine solche mit zusätzlichen Angaben zur Istmaßverteilung im Toleranzfeld.  
 Beispiel: Die Angabe  $17,6 \pm 0,06 \pm 0,03$  P 86 % bedeutet, daß das Kleinstmaß 17,54, das Größtmaß 17,66 lautet, aber 86 % der Werkstücke innerhalb des "Mittensbereiches" 17,57 bis 17,63 messen müssen.

Die Restanteile zwischen Kleinst- und Größtmaß und dem Mittensbereich müssen nicht symmetrisch verteilt sein; wie oben angedeutet, kann sogar eine extrem unsymmetrische Verteilung, wie in Abb.4 angegeben, toleriert sein:

Abb.4



Über die wahrscheinlichkeitstheoretische Definition des Mittensbereiches, die zugehörigen Vertrauenswahrscheinlichkeiten, sowie über das Verhältnis zwischen Meßunsicherheit der Fertigungskontrolle und Toleranz werden keine Angaben geliefert.

Ein wesentlicher Begriff der Meßtechnik ist die "Maßkette" (auch Maßreihe genannt). Darunter versteht man die lückenlose Aneinanderreihung der Anschlußmaße in einer Baugruppe, wobei das Endglied zum Ausgangspunkt zurückführt. Sie setzt sich zusammen aus mehreren Einzelmaßen und einem "freien" Schlußmaß. Dessen Toleranz ist aus denen der Einzelmaße zu berechnen; wäre es von Haus aus toleriert, läge eine Überbestimmung vor.

Bei der "sicheren" Toleranz ist auch bei ungünstigster Kombination von Teilen mit maximal zulässigen Nennmaßabweichungen noch eine sichere Funktion der Baugruppe gewährleistet. Bei der "statistischen" Tolerierung ist jedoch bei gleichbleibenden Einzel-

toleranzen mit einer geringeren Schlußmaßtoleranz zu rechnen; bei gleichbleibender Toleranz des Schlußmaßes sind die Toleranzen der Einzelmaße zu vergrößern. Diese Vorteile der "statistischen" Tolerierung ergeben sich aus der quadratischen (geometrischen, pythagoräischen) gegenüber linearen Addition der Einzeltoleranzen.

- 2.1.2.2 Aus der Ära der "sicheren" Tolerierung stammt noch die "goldene Regel der Fertigungsmeßtechnik" von BERNDT: "Die Meßunsicherheit der Fertigungskontrolle soll höchstens ein Fünftel der Funktionstoleranz betragen". (1)

Unter dem Gesichtspunkt der "sicheren Toleranz" ist dieses Verhältnis verständlich, da die "Fertigungstoleranz" sich dann noch um 40 % von der Funktionstoleranz unterscheiden würde; im realistischen Fall der statistischen Tolerierung beträgt dieser Unterschied aber nur mehr 4 %, eine so krasse Meßgenauigkeit scheint wirtschaftlich nicht vertretbar.

Wie die interessante Untersuchung <sup>44</sup> zeigt, ist die statistische Tolerierung praktisch nur durch die Vorteile bei der Behandlung von Maßketten (wirtschaftlichere Toleranzfelder) gerechtfertigt. Die Abweichungen von Prüflingen vom Nennmaß, in Probedurchgängen gemessen, sind auch unter den weitherzigsten Gesichtspunkten nicht normalverteilt. Das Toleranzfeld wird dort mit  $\pm 3\sigma$  angenommen, in der Durchrechnung und Abschätzung von Wirktoleranzen allerdings zum 99 % Vertrauensniveau übergegangen.

- 2.1.2.3 Vertrauenswahrscheinlichkeiten werden nur in den Normen über Textilien und Mineralöle angegeben ( 10 , 12 ), in beiden Fällen handelt es sich um 95 %. Laut 13 S.66 würde 12 eher auf die Probleme der Vermessungstechnik passen, "da die Schwankungen der einzelnen Meßwerte merklich größer sind, als Meßgerät und Meßverfahren allein bewirken". Dieser Hinweis auf Unbestimmtheit der Meßgröße würde mit unseren Vermarktungsproblemen und genauen Meßgeräten recht gut übereinstimmen; doch handelt es sich dort um sehr zahlreiche Stichproben zur Feststellung einer Eigenschaft, also ganz andere Voraussetzungen als bei uns. Unerwartet gut passen sich die Methoden 10 unseren Gegebenheiten an, da konsequent auf "Messungspaare" (Differenz

der Ergebnisse von Proben) hingewiesen wird. Dies entspricht bei uns Hin- und Rückmessung, Erstabsteckung und Wiederaufsuchen, Polygonzug und Abschlußfehler (mit entsprechender Adaptierung der Begriffe) usw.

Wesentlich sind die beiden folgenden Fehlergrößen bzw. quantitativen Ausdrücke für Größe der zufälligen Prüffehler (vgl. auch 13 S.64).

"Wiederholbarkeit  $r$ ": nur in 5 % aller Fälle überschreitet die Differenz zweier unter Wiederholbedingungen (ein Beobachter, ein Meßgerät, gleiche Arbeitsbedingungen, ein Laboratorium) ermittelten Ergebnisse diese Größe  $\rightarrow$  entspricht etwa der "inneren Genauigkeit a priori".

"Vergleichbarkeit  $R$ ": nur in 5 % aller Fälle überschreitet die Differenz zweier unter Vergleichbedingungen (verschiedene Beobachter, verschiedene Laboratorien, verschiedene Meßgeräte der gleichen Bauart) ermittelten Ergebnisse diese Größe  $\rightarrow$  entspricht der "äußeren Genauigkeit a priori". Bis 1966 war übrigens an dieser Stelle mit der  $3\sigma$  Grenze operiert worden.

$r$  wird auf konventionelle Art aus Doppelmessungen mit mindestens 35 Freiheitsgraden,  $R$  aus mindestens ebenso überbestimmten Probenpaaren  $x_{ij1}, x_{ij2}$  aus  $i = (1 \dots L)$  Laboratorien und  $j = (1 \dots S)$  Proben nach einer strengen Formel unter Einschluß der Kovarianz  $M_{LS}$  berechnet. Ausreißer bei der Bestimmung von  $r$  sind nach COCHRAN, von  $R$  nach DIXON allerdings mit 1 % Fehlerwahrscheinlichkeit auszutesten (die engere Schranke soll wohl den a priori Wert sicherer machen! Ausdrücklich wird hierbei auf eine manchmal zulässige oder sogar wegen Versagens der Testmethode nötige freie Entscheidung hingewiesen!).

Liegen  $r$  und  $R$  vor, sind beliebige Einzelmessungen leicht zu überprüfen: liegt die Differenz des konkreten Messungspaares unter  $r$  bzw.  $R$ , werden beide Werte angenommen; wenn nicht, sind noch drei Messungen auszuführen, wobei der am weitesten von allen fünf Werten abweichende nun mit dem arithmetischen Mittel der restlichen vier verglichen wird; bei Abweichung wird er verworfen und der extremste der restlichen vier gegen das Mittel der restlichen drei verbleibenden getestet. Sind aber unter

10 Stichproben mehr als ein Ausreißer, muß die Messung von Grund auf neu aufgebaut werden.

Sodann werden noch Lieferanten- und Abnehmerrisiko bei Vorliegen symmetrischer Toleranzen (Lieferbedingungen) sowie gesonderter Kleinst- und Größtwerte angegeben.

2.1.3 Elektrische Meßgeräte sind gemäß ihren Normen 20 in Güteklassen eingeteilt, deren Ziffernwert bereits den maximalen Anzeige- oder Schreibfehler bzw. die "Einflußgrenze" in Prozenten des Meßbereich-Endwertes bedeutet. Die Werte werden bei einer Stückprüfung unter wechselnden Meßbedingungen ermittelt, um die Einflußgrenzen der Lage, Temperatur, Leistung usw. zu finden. Über statistische Sicherheiten oder überhaupt eine theoretische Definition der "Maximalfehler" oder "Fehlergrenze" liegen keine Angaben vor. Die Klasseneinteilung beträgt allgemein 0.1 | 0.2 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2.5 | 5 | , ausgenommen Präzisionswiderstände und -brücken: 0.001 | 0.002 | 0.005 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | .

## 2.2 Toleranzen im Vermessungswesen.

Der Entwicklungsstand unserer Toleranzen ist durch mangelnde Kommunikation und Kooperation Produzent/Konsument gekennzeichnet, wobei aber in letzter Zeit besonders von unserer Seite diese Zusammenarbeit angestrebt wird. Diese Entwicklung brachte in den bisher wichtigsten "tolerierbaren" Anwendungszweigen Ingenieurgeodäsie und Grundkataster gegensätzliche Ergebnisse:

Bauseits sind Fehlereinflüsse und -grenzen geläufig, doch sind sowohl die Baunormen sehr inhomogen als auch die entsprechenden Meßtoleranzen teils nicht formuliert, teils nicht verbindlich, teils nicht zufriedenstellend auf sie abgestimmt.

Im rechtlich orientierten Grundkataster fehlt der Begriff der Meßunsicherheit von Seiten der Juristen her völlig, dafür liegt ein fertigungsorientiertes "Garantiefehlergrenzsystem" durch den Produzenten vor.

Verantwortlichkeit, Haftung bzw. Maßnahmen bei Überschreitungen sind in beiden Fällen nicht sehr zwingend festgelegt.

### 2.2.1 Ingenieurgeodäsie.

2.2.1.1 Geschichte: Hier muß unterschieden werden zwischen der Geschichte der vorgefundenen Meßgenauigkeiten und der einer allgemeinen Normung; letztere, unser Problem im engeren Sinne, ist praktisch geschichtslos. Erst im letzten Jahrzehnt ging man hier zögernd auf verbindliche Toleranzen im Sinne der Meßtechnik über.

Die Entwicklung des Genauigkeitsdenkens in der Ingenieurgeodäsie läßt sich wie folgt zeigen:

Tabelle 1:

	So genau wie		reflektiert	Primäre Genauigkeitsbestimmung		verbindlich
	möglich	nötig		im Nachhinein	im Vorhinein	
Auf das einzelne spezielle Problem zugeschnitten	(1)	-	-	-	-	-
	(2)	-	(2)	(2)	-	-
	-	(3)	(3)	-	(3)	-
Einen abgegrenzten, definierten Problemkomplex betreffend	-	(4)	(4)	-	(4)	-
	-	(5)	(5)	-	(5)	(5)

Beispiele: (1) Bereits kurz nach Beginn der Überlieferung werden überaus hohe Genauigkeiten an historischen Ingenieurbauten festgestellt. Die Cheopspyramide zeigt bei quadratischem Grundriß von etwa 234 m Seitenlänge nur 18 cm maximale Abweichung von der Seitengleichheit (besser als  $10^{-3}$ ); von der genauen Ausrichtung in die Himmelsrichtungen wurden absolute Abweichungen von 2'-6' (ebenfalls bei  $10^{-3}$ !) festgestellt (136 S.35). In der römischen Kaiserzeit wurde in Württemberg der Limeswall auf 80 km Länge (!) in kupiertem und bedecktem Gelände genauer

als auf 10 m Querabweichung in eine Gerade eingerichtet, das Amphitheater von Pula hält seine Ellipsenform mit  $2a = 130$  m,  $a:b = 9:7$  (ein damals überaus beliebtes Verhältnis) noch jetzt  $\pm 15$  cm <sup>64</sup>. Der erste bekannte zweiseitig vorgetriebene Tunnel wurde bei 534 m Länge besser als 50 cm in Querrichtung und etwa 30 cm in Höhe durchgeschlagen; der Bau wurde wahrscheinlich von Phöniziern geleitet <sup>39</sup>. Von der 1870 erfolgten Durchörterung des Mont-Cenis-Tunnels sind keine Durchschlagsdaten bekannt, deshalb kann man sie getrost noch der Urphase (1) zuordnen (<sup>75</sup> S.799).

(2), (3): Die klassischen Alpentunnels können hier angeführt werden. Während man vom Gotthard (1880) den Längs-, Quer- und Höhendurchschlag mit 7,6 (!), 0,49 und 0,05 m kennt, wurden für den Simplon I (1905) bereits Genauigkeitsvorschriften erstellt: 5 mm/km, mit den Umstellungen 10 cm Durchschlags-Querfehler aus der Unsicherheit der Richtungsübertragung. Zusammen mit den Netzfehlern ergab sich ein tatsächlicher Querfehler von 20 cm (Höhe 9 cm, Länge 79 cm) (<sup>75</sup> S.800, 801). Die Durchschlagstoleranzen der Jetztzeit sind jeweils vom vorliegenden Problem abhängig (Tübbingausteilung, Trassenlage); bezeichnenderweise fehlt im Standardwerk von SZECHY 1969 jede Angabe über Vortriebs- und Durchschlagstoleranzen!

(4) Ein frühes Beispiel für den Versuch, eher empirische Meßanordnungen zu vereinheitlichen, ist die Schweizer Arbeit über Staumauerbeobachtungen <sup>91</sup>. Die Genauigkeitsvoranschläge sind ganz grob, die Auswertemethoden häufig graphisch, trotzdem haben die dort geschilderten Methoden Schule gemacht.

Je weiter die Ingenieurgeodäsie als nicht nur wirtschaftlich interessantester Zweig unserer Richtung ausuferte, desto schwieriger wurde es, ihre Teilgebiete und Anforderungen zu klassifizieren und evident zu halten <sup>92</sup>. Wegen der rasch wechselnden Anforderungen und wohl auch Geheimhaltungsbestrebungen bei besonders vorteilhaft scheinenden Methoden ist in unserem Gebiet auch nie ein einschlägiges Lehrbuch erschienen.

(5) Seit durch die Montagebauweise auch im Bauwesen die Verfahren des Austauschbaues und damit Fertigungs- und Montagetoleranzen in Erscheinung traten, wurde auch die Ingenieurgeodäsie teilweise zu einer normierten Sparte.

Die logische Verknüpfung zwischen Gesamtstruktur des nationalen Vermessungswesens und Normierung ist interessant: je einheitlicher das Vermessungswesen zentralisiert, desto stärker der Einfluß verbindlicher Normen (man hätte auch annehmen können, daß gerade dezentralisierte Vermessungsstellen eher durch ein straffes Toleranzsystem geeinigt werden sollten).

Staatliche Vorschriften über Absteckgenauigkeit im Bauwesen liegen in der CSSR, DDR <sup>\*)</sup>, UdSSR, Bulgarien und Polen vor; solche von Behörden oder Berufsvertretungen etwa in Dänemark, Holland, Schweden, Schweiz und Großbritannien ( 36 , 73 ). Die erstgenannten sind alle nach 1965 entstanden.

2.2.1.2 Derzeitiger Stand: Wegen des überaus breiten fachlichen als auch nationalen Streuungsbereiches kann hier keine vollständige Übersicht gegeben werden. Eine solche liegt derzeit nicht einmal in den entsprechenden Fachkommissionen der FIG bzw. ISO (International Organisation for Standardisation) und CIB (International Council for Building Research Studies and Documentation) vor ( 36 ).

Bisher ist nur eine gemeinsame Publikation der CIB und der FIG erschienen, eine leicht verständliche und sehr lehrreiche Anleitung zu Vermessungsarbeiten auf einer Hochbaustelle 19 , welche direkt aus dem Schwedischen übernommen wird.

In Tabelle 2 folgt eine Übersicht über die Strukturdaten der Toleranzen in der Ingenieurgeodäsie.

---

\*) Ausführliche Sammlung amtlicher Vorschriften und von eigenen Gedanken, in Rezeptform: DRAKE; Taschenbuch für Vermessungsingenieure. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1973.

Tabelle 2

Sparte der Ing.Geodäsie  (Einteilung, wenn nicht angegeben, laut 92 )		Staat	Geltung						Literatur- anmerkung
			Einzelproblem generell	Verm.Ing. Auftraggeber Kooperation	Toleranz ge- stellt durch	Abhängigkeit von Funktions- toleranz	verhindlich angestrebt	Fehlergesetz formuliert	
1. Planunterlagen, Entwurf			/	/	/	1)	/	3)	
2. Absteckungen			/	/	/		/		
2.3.1 Staumauern			/	/	/	3)	/	/	17
2.3.2 Brücken	D		/	/	/		/		150
2.3.3 Synchrotrone	(D) (GB)		4)	/	/		/	5)	100 95% 68
2.5 Lange ausgezogene Obj. allgemein			/	6)	/	6)	/	/	95% 90
3. Aufmessungen			7)	/	/		/	/	48
4.1 Deformationsmessungen			8)	/	/	9) 10)	/	10) 5)	
4.1.4 Setzungsmessungen	D		/	/	/		/	4) 5)	6 6
Hochbau	DDR		/	/	/		/	5)	99% 62 11)
	H		/	/	/		/	3)	73,62
	CS		/	/	/		/	12)	36 66
	S		/	/	/		/	3)	57
Straßenbau	CH		/	/	/		/	36	17
Gleisbau	D		/	/	/		/		3
Stahlbau	13)		/	/	/		/	2)	95% 13)

- 1) Genauigkeit der Einrechnung
- 2) Nicht ausdrücklich angegeben (auch nicht via Maßstab)
- 3) Abbinden des Ortsbetons
- 4) Kooperation auf Betreiben des Vermessungsingenieurs
- 5) Auch abs.Genauigkeit groß, doch Nachbargenauigkeit dominiert
- 6) Bautoleranz nicht genau formuliert
- 7) Beispiel: unterirdische Leitungen
- 8) Bei gleichen Voraussetzungen
- 9) Bei Maschinengroßteilen; ist aber größer als Normen des Masch.baues
- 10) Aussage je nach Meßgenauigkeit sicher
- 11) Unkorrelierte Fehlerfortpflanzung
- 12) Verschiedene Arten je nach vorwiegender Dimension des Objektes  
(3,2,1)
- 13) Europäische Stahlbaukonvention, Arbeitspapier.

Noch einige quantitative Angaben, die natürlich nur bei generellem Gültigkeitsbereich sinnvoll sind:

"Messungen an Brücken" 150, erstellt von einem Arbeitsausschuß des DVW, gibt Fehlergrenzen an, welche allerdings ohne statistische Überlegungen am Stand der Montage - und dann auch der baulichen Ausgleichsmöglichkeiten orientiert sind.

Längen:  $F = \pm (0,03 + L \cdot 10^{-4})$  m für Stahlbau, Stahlbetonfertigteile; für Stahlbeton-Überbauten das Doppelte dieser Toleranz.

Höhen:  $F = \pm 5$  mm (benachbarte Festpunkte)

Schnittwinkel (aus dem Kataster übernommen!):  $F = \pm 2 \cdot \frac{c}{n}$   
(n Polygonpunkte)

Querabweichungen:  $F = \pm 1$  cm

Aufmessungen von unterirdischen Leitungen 48: derzeit wird teilweise die graphische Genauigkeit einer großmaßstäblichen Darstellung ( $0,2$  mm  $\times 250 = 5$  cm!), teilweise Ziffernwerte von  $\pm 3$  bis  $\pm 15$  cm in Lage,  $\pm 2$  bis  $\pm 5$  cm in Höhe angegeben, welche Daten besonders an der unteren Grenze aber utopisch anmuten.

Bautoleranzen:

DDR: (entsprechend TGL-Normensystem): 10 bis 12 Genauigkeitsklassen, wobei die Klasse 1 zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-5}$ , Klasse 10 zwischen  $10^{-1}$  (bis 10 cm) und  $5 \times 10^{-4}$  (bei 100 m) schwankt. Für die Aufmessung der Toleranzen gelten aber jeweils 5 Stufen weniger, also muß derzeit die Kontrollmessung mit 10-20 % der Bauunsicherheit erfolgen. In einem neuen Entwurf soll dieser Wert auf generell 40 % steigen; dies würde trotzdem bedeuten, daß bereits Fundamente (Klasse 6) von 50 m Länge (Abmaß  $\pm 8$  mm) mit ca.  $\pm 3$  mm Maximalunsicherheit eingemessen werden müssen!

Ungarn: Hauptpunkte am Bau mit  $F = \pm (0,002 + L \cdot 2 \cdot 10^{-4})$  m; Detailpunkte in den drei Güteklassen  $\pm 5$  mm, 10 mm, 10 cm jeweils in Lage,  $\pm 2$  bis  $\pm 10$  mm in Höhe. Keine Angabe über statistische Definition (vgl. 62 Tab.11).

ČSSR: Drei Arten von Fehlergrenzen, je nachdem der Bau räumlich (Serien von Fertigteilwohnblöcken, Industrieanlagen, teilweise aber auch Tunnels), flächenhafte oder linienhafte Haupterstreckung zeigt. Hier herrscht streng das Prinzip der Nachbargenauigkeit;

die Größe der Abmaße ist nicht von der Länge des Maßes am Objekt selbst, sondern vom Abstand des betrachteten Punktes vom Nachbarobjekt abhängig. Es werden Abmaße in Richtung der Flucht dieses Objektes, senkrecht dazu und in der Höhe angegeben. Bei Wohngebäuden gibt es nur eine Güteklasse ( $2 \cdot 10^{-3}$  bis  $5 \cdot 10^{-4}$  je nach Erstreckung), bei Industriegebäuden deren drei (je nach dem Grad der Transportverflechtung). Die Abmaße liegen zwischen  $5 \cdot 10^{-4}$  und  $10^{-3}$ , jedenfalls bei maximal 3,5 bis 10 cm (über 100 m Abstand). Diese Maße gelten für die Abstecktoleranzen der Hauptachsen; die "Detailabsteckung" ist nach Fundamentaushub, Fundamentverschalung und sonstiger Verschalung bei Ortsbeton sowie gesondert für Fertigteilbau gegliedert, wie aus Tab.3 (aus 62 S.8) hervorgeht.

Tabelle 3

Zul. Abmaße für die Absteckung der Gebäude aus Ortsbeton (CSSR)

Achsen- entfernung d (m)	zul. Abmaße in x- und y-Richt. Verschalung			zul. Abmaße in Höhe Verschalung		
	Fundament aushub (mm)	Fundament (mm)	der übrigen Konstruktionen (mm)	Fundament- aushub (mm)	Fundament (mm)	der übrigen Konstruktionen (mm)
< 6,5	±25	±10	± 5	±25	± 5	±4
6,5— 12,5	±25	±10	± 8	±25	± 5	±4
12,5— 40	±25	±15	±10	±25	± 5	±4
40 —100	±50	±L/2000	±L/4000	±25	± 8	±6
> 100	±50	±L/2000	±L/4000	±25	±10	±8

zul. Abmaße für die Absteckung der Gebäude aus Fertigteilen (CSSR)

Entfernung x y	zul. Abmaße für Parallelität			Länge des kürzesten Schenkels (m)	zul. Abmaße für rechten Winkel	Höhe Geschosse	zul. Abmaße für Fluchten in der Vertikalen	
	25 m	25—100 m	100 m				relativ	absolut
< 12,5 m	±130 <sup>cc</sup>	±50 <sup>cc</sup>	—	< 40	±150 <sup>cc</sup>	10	±h/2500	± 5 mm
12,5—40 m	±200	±70	±30 <sup>cc</sup>	40—100	± 70	10	±h/5000	±10 mm
> 40 m	±200	±70	±30	> 100	± 40			

Sehr gegensätzlich zu diesen strikten Hochbaunormen sind, so überhaupt vorhanden, jene des Straßenbaues angelegt. Die "Vermessungsnormalien" der DBR (von R.FÖRSTNER) beschränken sich darauf, aufgezählte und beschriebene "zeitgemäße" Verfahren (1971) zu empfehlen. Das entsprechende Schweizer Gegenstück gibt zusätzlich Genauigkeitsschranken an, aber nicht normativ. Diese sind allerdings äußerst eng gehalten: Abstand benachbarter Fixpunkte  $\pm 1,5$  cm (mittlerer Fehler 0,5 cm!), bei Doppelpolarabsteckung von Achspunkten maximale Lagedifferenz  $\pm 3$  cm (m.F. eines Detailpunktes  $\pm 1$  cm in beliebigen Richtungen). Bei Bauwerken ist der Abstand bei gekrümmten Linien so zu wählen, daß die Pfeilhöhe zwischen Nachbarpunkten unter 1 cm liegt.

Eine Zwischenstellung nehmen die in vieler Hinsicht vorbildlichen schwedischen Hochbaunormen <sup>2</sup> sowie die britischen Bautoleranzen <sup>141</sup> ein. Beide enthalten sich jeglicher statistischer oder bauseitiger Bezüge (sprechen also nicht das Verständnis des Ausübenden an!) und wirken trotzdem sinnvoll und glaubhaft.

Die schwedischen Vorschriften beginnen mit einer Begriffsbestimmung, gehen zu den Toleranzen des Vermessungssystems über und beschreiben dann die eigentlichen Abstecktoleranzen. Das einheitliche Fehlergesetz lautet in Längs- und Querrichtung, für Strecken- und Winkelmessungen  $b\sqrt{L}$ . Wohl sind Winkeltoleranzen in Neugrad in der Form  $(b \cdot L^{-1/2})^\circ$  angegeben, doch in Perpendikel umgerechnet ergibt sich die entsprechende Längentoleranz. (Damit ist auch die Forderung nach kreisförmigen Fehlerellipsen aller Punkte impliziert!). Beim Polygonnetz und beim direkten Abstecknetz beträgt  $b=0,002$ , Minimalfehler 6 mm; die 50 m-Strecke also auf 14 mm genau (Koordinatentoleranz 1 cm!). Interessanterweise werden für Messungen zwischen verschiedenen aufgebauten, inhomogenen Abstecknetzen für ein und dasselbe Projekt einheitlich 6 cm Maximalfehler zugelassen. Beispiellos eng sind die Toleranzen für das Primär-System zwischen Erstmessung und den Werten aus dem Ausgleich:  $b = 0,00075$ ! Für den Bau selbst werden drei Güteklassen angegeben, mit  $b = 0,002, 0,005, 0,010$ .

Unter 4 m Entfernung gelten die Werte für 4 m. Für Erdmassenbewegungen abgesteckte Punkte von 50 m Distanz müssen also noch 7 cm genau gegeneinander liegen! Die Anweisungen über Vermarktungsstabilität, Maßbandkorrekturen usw. fügen sich in dieses anspruchsvolle Schema.

Die britischen Normen lehnen sich stark an jene der Meßtechnik an. Zuerst werden alle einzusetzenden Vermessungsgeräte einschließlich ihrer "Garantiefehlergrenzen" beschrieben, sodann angegeben, bei welchen Vorhaben welche Geräte wie verwendet werden sollen, wobei aber nur mehr für die Grundlagenvermessungen Genauigkeitsvorschriften in angelsächsischer Manier vorliegen ("relative linear closure accuracy"); zusätzlich wird noch eine "probable absolute accuracy" vorgeschrieben; ersteres als Wert linearer Abschluß/Zugslänge, zweites als relative Genauigkeit der Einzelmessung (15 bzw. 5 mm auf 30 m).

Im Gleisbau von Vollbahnen mögen die auch in Österreich gültigen Toleranzen der DB <sup>3</sup> eng erscheinen, doch liegen die  $\pm 2$  mm in Höhe auf 5 m,  $\pm 2$  mm auf 4 m Abstand der Richtung in der Geraden,  $\pm 2$  mm Abweichung vom Soll-Schienenabstand bzw.  $\pm 6$  mm bis  $\pm 2$  mm Pfeilhöhenabweichung von auf 4 m benachbarten Pfeilhöhen zweier 16 m-Sehnen (abhängig von der Ausbaugeschwindigkeit!) durchwegs im Relativbereich von  $10^{-3}$ , höchstens  $5 \cdot 10^{-4}$ .

Zusammenfassend kann man folgende Organisationsformen der Abstecktoleranzen abgrenzen:

- (1) Toleranz jeweils einzeln vom Auftraggeber vorgelegt, Problem vom Vermessungsingenieur nicht zu überblicken, die Angaben sind zu übernehmen: bei speziellen Funktionsüberlegungen, wie bei Synchrotronen, komplizierten statischen Berechnungen usw.
- (2) Toleranzen generell vom Auftraggeber vorgelegt, wegen dieser Verbindlichkeit vom Vermessungsingenieur zu übernehmen, da als generelle Fertigungs- bzw. Funktionstoleranz bereits normiert. Das Verhältnis dieser vorgegebenen Abmaße zu den endgültigen wird teilweise durch festgesetzten Anteil der Absteck- an der gesamten Unsicherheit bestimmt. Beispiel: Analogie zur "Goldenen Regel der Meßtechnik" im Bauwesen ( 66 ).
- (3) Vom Auftraggeber keine Genauigkeit vorgegeben, Vermessungsingenieur bestimmt sie für ganzen Problemkreis auf Grund seiner Kenntnisse der Fehlerrechnung. Angabe von außen möglich, aber nicht einfach. Beispiel: Deformationsmessungen ( 1 mm in Lage und Höhe absolut, noch weniger in Nachbarschaft wird uns allgemein auch auf Grund von Literaturzitate zugebraut).
- (4) Das Problem tritt zwar nicht vereinzelt auf, wird aber jeweils im speziellen Fall behandelt. Die Funktionstoleranz liegt teilweise nur empirisch vor und muß in Zusammenarbeit mit dem Vermessungsingenieur und für ihn abgegrenzt werden. Beispiel: Schildvortrieb.
- (5) Der Vermessungsingenieur erstellt für einen gewissen Problemkreis auf Grund seines Einblickes selbst Richtlinien. Beispiel: "Messungen an Brücken" 150 , in gewissem Maß auch Genauigkeit von Bestandsplänen.
- (6) Die Normen für den Problemkreis stammen vom Auftraggeber, wohl auch aus halbherzigem Gedenken an Ausführung im eigenen Wirkungskreis, was deshalb auch Formulierung vermessungstechnisch trivialer Verfahren erfordert 17 .

## 2.2.2 Katastermessungen

### 2.2.2.1 Geschichte

Obwohl Katastermessungen sowohl bei den alten Ägyptern als auch im römischen Imperium hoch entwickelt waren, ist von den tatsächlich erreichten oder angestrebten Genauigkeiten nichts auf uns gekommen. Der Wert guter Grenzvermarkung war bei den alten Römern durch gesunde Einschätzung des Besitzes an Grund und Boden so hoch angesetzt, daß die Grenzsteine gesalbt und geweiht versetzt wurden.

Bei den frühen neuzeitlichen Katastermessungen gab es noch keine Genauigkeitsvorschriften. Die ersten österreichischen wurden beim Stablen Kataster erstellt ( 15 § 322) und schreiben den Inspektoren des Operates stichweise Nachmessungen vor, welche im "bebauten" (= kultivierten) Gebiet besser als  $1/200$ , im unbebauten besser als  $1/100$  der Länge der gemessenen Strecke mit der graphisch entnommenen übereinstimmen sollen. (Das allgemeine Reglement für Feldmesser im preussischen Staate 1813 verlangt sogar eine Längenfehlergrenze von 3 ‰). In der Vermessungsinstruktion 1865, § 296 gilt nur mehr die einheitliche "lineare Fehlergrenze" von  $1/200$ , welche dann auch noch auf den Teilungsplänen bis über die Jahrhundertwende hinaus vermarktet ist und erst durch die Werte der "Polygonalinstruktion" abgelöst wurden. Diese erschien 1887 zum ersten Mal, doch erst die 5. Auflage 16 war die endgültige und verbindliche Fassung. Noch 1907 wurde mit der "Meßtischinstruktion" für geringwertige Gebiete mit fortschrittlichen Fehlergesetzen jene Methode legalisiert, welche den Toleranzformeln 1817 bis 1904 zugrunde lag. Im Deutschen Reich hatte einerseits der bis heute nicht überwundene Partikularismus auf diesem Gebiet, andererseits die im Zusammenhang mit numerischen Aufnahmemethoden gewonnenen Erkenntnisse von JORDAN 74 zur Einberufung einer "Kommission für geometrische Genauigkeitsbestimmungen" geführt, welcher auch JORDAN selbst angehörte. Ihr wichtigstes Resultat nebst anderen Empfehlungen war die Forderung, den 3-fachen a priori - mittleren Fehler als "Grenzfehler" einzuführen ( 14 ). In der ersten streng formulierten Kataster-

vorschrift 1 scheint noch die Originalfassung des Fehlergesetzes für zufällige und systematische Streckenfehler laut 74 in den gleichartigen Beziehungen für den linearen Abschlußfehler bei Polygonzügen und Doppelmessung von Polygonseiten auf:

$$f_{s_{\max}}^2 = a^2 [s]^2 + b^2 [s] \quad \text{bzw.} \quad f_{l_{\max}}^2 = a^2 l^2 + b^2 l, \quad (1)$$

wobei  $b^2 = (4,6,8) * 10^{-4}$ ,  $a^2 = (50,75,100) * 10^{-8}$  je nach Messungsbedingungen. Der Maximalfehler für den Winkelabschluß hieß  $f_{\beta_{\max}} = 1,5 \sqrt{n}$ .

In der oben zitierten Polygonalinstruktion 16 wurden aber bereits 6 Jahre später durch BROCH zwei wesentliche Neuerungen eingeführt: das Absolutglied in der Fehlergrenzformel als Ausdruck für die Fehler der Ausgangspunkte bzw. skalaren Verfahrensfehler; die Vereinfachung des Wurzelausdruckes in (1) für  $f$  durch das getrennte, wenn auch nur genähert richtige Radizieren der quadratischen Fehlerkomponenten zu Ausdrücken wie  $f = a[s] + b\sqrt{[s]} + c$ . (2)

Die Fehlergrenzen der Polygonalinstruktion waren streng fertigungsbedingt, umfaßten zwei Stufen der Meßbedingungen, aber nicht den durch die "Meßtischinstruktion" gesondert ausgewiesenen Bodenwert.

1931 wurde vom nunmehrigen Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen die erste Auflage der "Dienstvorschrift 14" über Fehlergrenzen bei Neuvermessungen herausgebracht, welche 1952 in der 4. Auflage geringfügig hinsichtlich Einteilung der Polygonzüge sowie auch Klassen des Bodenwertes geändert wurde und 1950 nochmals in dieser Form erschien. Diese Vorschrift war durch die neuen Gegebenheiten bei der Messung (Doppelbilddistanzer) und des Bedarfes (Burgenlandneuvermessung) nötig geworden. Es galten weiterhin die Fehlergesetze (2), wobei wieder die numerischen Werte, wie auch im Ausland üblich (111 S.21), durch Kartieren einer großen Zahl von Abschlußfehlern vorliegender Operate gewonnen wurden. Durch empirisches Einsetzen in (2) sollte eine Anpassung an eine grob genäherte Normalverteilung (2/3 der Werte innerhalb 1/3 der Fehlergrenze) erreicht werden.

Zusätzlich wurden in der Verordnung ... vom 21. Juli 1932, BGB1. Nr. 204, betreffend Verfassung der Teilungspläne, weitere Fehlergrenzen für Polygonzüge angegeben, die aber anders als die zu einer homogenen Neuvermessung bestimmten der DV 14 gestaltet waren. Z.B. war der "Querfehler" noch wie bei der Polygonalinstruktion im Winkelmaß angegeben.

Schon vordergründig lag nunmehr bei der Erstellung des österreichischen Vermessungsgesetzes und der zugehörigen Vermessungsverordnung 1968 ein wahrlich undurchdringliches Gestrüpp von Katasterfehlergrenzen vor, welches eine Zuordnung zum Problem fast unmöglich machte, wie auch aus Tabelle 4 ersichtlich ist.

Leider gelang es den Schöpfern der 6. Auflage der DV 14 nicht, wirkliche Klarheit in die Fehlergrenzen zu bringen. Mit der unglückseligen Wiederbelebung des Begriffs "Hilfszug" für Züge unterhalb 500 m Zuglänge sollten die photogrammetrisch erstellten Einschaltpunkte salonfähig gemacht werden, anachronistische Bestimmungen, wie z.B. Doppelmessungen von Polygonseiten und sonstigen Streckenmessungen oder trigonometrische Höhenzüge wurden beibehalten. Die Fehlergrenzen für Streckenmessungen widersprechen den neuzeitlichen Meßmethoden und sind begrifflich nicht abgegrenzt; die trigonometrische Höhenmessung ist fehlbesetzt, da nicht auf die Reduktion schräger Seiten ausgerichtet. Die Abschaffung der Bodenwertstufen ist rechtlich klar, in der Praxis jedoch häufig angefochten, obwohl gerade dadurch die Abhängigkeit vom aktuellen Bodenwert über spezielle Abmarkung und individuelle Präzisionsflächenbestimmung gegeben ist.

Abb. 5: Geschichte der Toleranzen im österreichischen Kataster am Beispiel einer 50 m langen Strecke.

( aus technischen Gründen S. 32 )

Tabelle 4: Übersicht über die Entwicklung einiger österreichischer Kataster-Fehlergrenzen

Quelle	Art der Fehlergrenze	Jahr der l. Gültigkeit	Bodenwertstufen	Stufen für Messungsbedingungen	Fehlergesetz 7)			Anmerkung	Postzahl
					[s] <sup>1</sup> a	[s] <sup>1/2</sup> b	[s] <sup>0</sup> c		
Stabiler Kataster	"Lineare Fehlergrenze"	1817	2	1	0,005	-	-		1
	" - " - "	1865	1	1	0,005	-	-		2
Polygonal-instruktion	"Längenmessungen"	1887	1 <sup>1)</sup>	3	0,00011	0,004	0,011	Differenz bei Polygonseiten-Doppelmessung, $f_{\beta_{max}} = 75'' \sqrt{n}$ ; Querfehler $(2([\text{s}]+100)/L)$ Längs-u. Querfehler ohne Fehlergesetz	3
	Polygonzug-Längsfehler	1887	1 <sup>1)</sup>	1	-	0,012	0,06		4
Meßtischinstr.	Polygonseiten-Doppelmessung	1907	1 <sup>2)</sup>	2	0,0003	0,010	0,03		5
DV 14-1	Hauptzug, Längsfehler	1931 <sup>3)</sup>	3	3	0,00011	0,0034	0,028		$f_{\beta_{max}} = 25'' \sqrt{n + 25''}$ 7)
	Nebenzug, - " -	1931 <sup>3)</sup>	3	1	0,00015	0,0045	0,04	$f_{\beta_{max}} = 33'' \sqrt{n + 33''}$ 7)	7
	Blockzug, lin. Abschluß	1931 <sup>3)</sup>	3	1	0,0002	0,006	0,05	$f_{\beta_{max}} = 33'' \sqrt{n + 100''}$ 7)	8
	Doppelpolaraufnahme	1931	2	1	-	0,0045	0,045	$(\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2})_{max}$	9
	Doppelschnittmethode	1931	2	1	-	-	0,12		10
	Vergleich graph. Darstellg.-Natur	1931	1	1	-	-	M/7000	Identitäts- und Kartierungskontrolle	11
VO Nr. 204	Polygonzug, Längsfehler	1932	1	2	0,0005	0,016	-	$f_{\beta_{max}} = 60'' \sqrt{n}$ , 7), für Teilungspläne	12
DV 14-4	Hilfszug, Längsfehler	1952 <sup>3)</sup>	3	1	0,00018	0,0054	0,05	ersetzt Postzahl 8; $f_{\beta_{max}} = 33'' \sqrt{n + 110''}$	13
DV 14-6 6)	Polygonseiten-Doppelmessung	1969	1	1	0,0002	0,006	0,02	vgl. Postzahl 3! Sonstige Strecken 5/3 fach	14
	Hauptzug, Längsfehler	1969	1	1	0,00025	0,0075	0,06	$f_{\beta_{max}} = 55'' \sqrt{n + 55''}$	15
	Hilfszug, linearer Abschluß	1969	1	1	0,0003	0,009	0,08	$f_{\beta_{max}} = 55'' \sqrt{n + 180''}$	16
	Sperrmaß Natur/Koord.	1969	1	1	-	0,019	0,06	4)	17
	Koord. Widerspruch Grenzpunkt	1969	1	1	-	-	0,20	$(\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2})_{max}$ ; 5)	18

Fehlergrenzen für graphische Flächenbestimmung:

Polygonalinstr.:  $F = 0,001 F + 0,0002 M \sqrt{F}$   
 DV 14-6  $F = 0,0002 M \sqrt{F}$  graph/graph  
 - " -  $F = 0,0004 M \sqrt{F}$  graph/koord.

- 1) für numerische Neuvermessung; vgl. "Meßtischinstruktion 1907"
- 2) "Meßtischinstruktion" für geringwertiges Gebiet
- 3) Polygonseiten weiterhin wie Postzahl 3
- 4) nicht ersichtlich, ob Sperrmaß Messungskontrolle für Koordinaten benachbarter Punkte oder Identitätskontrolle
- 5) nicht ersichtlich, ob Doppelaufnahme Messungskontrolle oder Identitätskontrolle aus verschiedenen Operaten
- 6) ersetzt die vorhergehenden Postzahlen 6 bis 13
- 7) alle numerischen Werte sind zu Vergleichszwecken für die jeweils höchste Bodenwertstufe bei den besten Messungsbedingungen angegeben

Anders als in den vorhergegangenen Dienstvorschriften wurden die numerischen Koeffizienten der Fehlergrenzformeln nicht empirisch aus bestehenden Operaten, sondern überhaupt nur durch willkürliches Einsetzen gewonnen, wobei bei den gängigsten Distanzen die häufigst vorkommenden Grenzbeträge der alten DV 14 (durchschnittliche Meßbedingungen, zwischen Bodenwert-Fehlergrenzstufe I und II) angestrebt wurden. Dies hat z.B. den aus Tabelle 4, Postzahlen 4, 6 und 15 ersichtlichen kuriosen Umstand zur Folge, daß das "systematische" Glied  $a$  entgegen der technischen Entwicklung immer stärker bewertet wurde. In der Praxis mögen immerhin bei längeren Zügen im Lauf der Zeit immer inhomogenere An- und Abschlüsse und damit größere Messungswidersprüche aufgetreten sein.

Bei den Rechenprogrammen des Bundesamtes für Polygon- und Detailpunktberechnung ist keine Fehlersuchautomatik bei Überschreitung der Toleranzen eingebaut, wohl aber werden bei Doppelaufnahme Koordinatenwidersprüche, bei Sperrmaßberechnung Streckenwidersprüche von bereits 10 cm und dann über 20 cm jeweils gesondert im Ausdruck gekennzeichnet.

#### 2.2.2.2 Aktueller Stand in einigen Staaten

Für die folgenden Angaben (Tabelle 5) wurden teilweise die Dissertation OBERHOLZER's III, teilweise freundlicherweise vom OICRF (Office International du Cadastre et du Régime Foncier, Den Haag) beigestellte Unterlagen verwendet. Sie sollen aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben. Der Zweck von Toleranzen bei Katastermessungen ist zweifach:

- (1) Überprüfung der Güte eines Operates im Sinne der statistischen Qualitätskontrolle. Hierzu werden viele Überbestimmungen und ein homogener Aufbau der Grundlagen benötigt, wie sie etwa bei einem kompletten Neuvermessungswerk in einem abgeschlossenen Gebiet vorliegen. In extremer Art trifft dies auf die französischen Unterlagen zu; doch weist auch die häufig angeführte Interpretation "2/3 der Werte innerhalb 1/3 der Toleranz" in diese Richtung.

(2) Ausscheiden einzelner, unbrauchbarer Messungen auf Grund eines Überschreitungskriteriums im Sinne einer Prüfung mit Grenzlehren usw. So werden die Fehlergrenzen weitaus am häufigsten benützt, aber immer mit schlechtem Gewissen, da die statistische Unzulänglichkeit dieses Vorgehens bekannt ist. Außerdem kann die Überschreitung nicht von vornherein auf fehlerhafte Messung bzw. Ausgangsdaten zurückgeführt werden, sofern es sich nicht um triviale Doppelmessungswidersprüche handelt. Diese Art der Anwendung ist dafür in der Praxis von der Struktur des Operates unabhängig.

Tabelle 5 plus Anmerkungen folgt umseitig

Die Angaben von Tabelle 5 sind schwer zu durchschauen. In der folgenden Tabelle 6 sollen daher am Beispiel der jeweils engsten Toleranz für eine 50 m lange Strecke einige sozioökonomische Daten zugeordnet werden. Die Toleranzen sind einheitlich auf "36" umgerechnet.

Tabelle 6

Staat	Rechtswirkungssamt des Grenz-katasters	BNP/Einwohner in 1000 \$ (1969)	Anteil städtischer Bevölkerung % (1960)	Engste Toleranz für 50 m - Strecke (cm)	Weiteste Toleranz für 50 m-Strecke	Postzahl v. Tabelle 4
Spalte Nr.	1	2	3	4	5	
A	3	1,1	57	20	1,0	1
CH	3	2,1	36	7	7,1	3
D	2	1,5	72	11	2,3	6
DDR	1	1,1	71	12	1,3	8
F	2	1,5	56	8	2,0	9
NL	2	1,3	55	3	2,0	11
P	1	0,5	31	37	1,0	12
S	2	2,5	48	9	4,4	13
US	0	3,1	70	3	~5,0	15

TABELLE 5: Übersicht über einige Kataster-Fehlergrenzen

Staat	Art der Fehlergrenze	Jahr	Stufen für		Hauptzweck	Vertrauensniveau	Beispiel: Längsfehler <sup>16)</sup> in Polygonzug für größte Bodenwertstufe			Arten von Polygonzügen	Flächenfehlergrenzen	"Längsfehlergrenzen" für Detailpunkte als Identitätskontrolle und Maß der Nachbar- genauigkeit			Anmerkungen	Postzahl		
			Bodenwert (Funktion)	Messungsbedingungen (Fertigung)			Güte des Operates	Elimination großer Fehler	[s] <sup>1</sup>			[s] <sup>1/2</sup>	[s] <sup>0</sup>	a			b	c
A	DV 14, 6.Auflage	1969	1	1	X	3f	0,00025	0,0075	0,06	2	X	-	0,019	0,06	1)	1		
												-	-	0,20	2)	2		
CH	Schweizerische Grundbuchsvermessung; Tabelle der Fehlergrenzen	1965	3	1-2	X	n.a.	-	0,005	0,05	2	X	-	0,007	0,02	3)	3		
												-	-	0,07	4)	4		
														0,50				
D	Nordrhein-Westfalen u.a.	1960	1	1-3	X	n.a.	0,0002	0,0013	0,033	3	X	0,00045	0,012	0,075	5)6)7)	5		
	Bayern	1956	1	1	X	n.a.					X	0,0004	0,008	0,03		6		
	Baden-Württemberg	1957	1	1	X	n.a.					X	0,0002	0,004	0,10		7		
														0,20 <sup>+</sup>	8)			
DDR	Neumessungsanleitung	1953	3	1	X		0,0003	0,002	0,05	2	X	0,0003	0,008	0,05	5)7)	8		
F	Tables des tolérances applicables aus levés à grande échelle	1951	1	4	X	~99% (4r)	0,00042	0,004 $\sqrt{L+4050}$	$\leftarrow(0,25)$	2	X	0,00084	0,0045	-	9)10)	9		
I		1938	1	3			0,0008	0,015	0,1 $\sqrt{n-1}$	1						10		
NL	Holl.Katasteranweisung	1956	3	1	X	G	0,0005	0,015	-	1	X	-	0,001 $\sqrt{L+50}$	-	11)12)	11		
P	Instituto Geografico ...	1956	1	1	X	n.a.	0,00005	0,00025 $\sqrt{s}$	0,15	2	-	-	0,01	0,30	17)	12		
S	Proposal for a new Swedish Surveying Ordinance	1956	4	1	X	n.a.						0,0006	-	0,06	13)	13		
SF	Verordnung über Plan- bzw. Flurmessg.	1960	2	2	X	n.a.	-	0,006	-							14		
US	Manual of Surveying Instructions	1947	5	1	X	G	0,0002	-	-	14)	-	-	-	-	14)	15		
	Minimum Standard Detail																	
	Requirements for Land Title Surveys,ATA	1962	3		X	n.a.	0,0002	-	-	-	-	-	-	0,006	15)	16		
B	Bestuur van het kadaster	1950	3	2	X	n.a.	0,0001	0,0014	0,075	2	X	-	0,007	0,02		17		

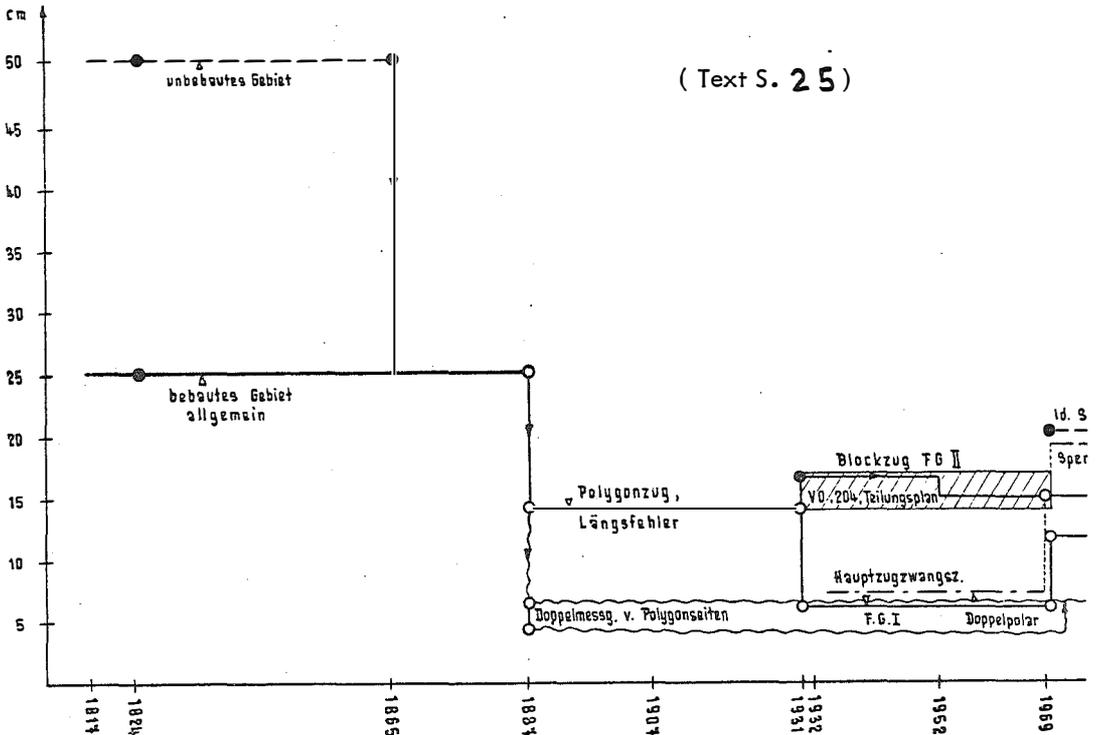
Anmerkungen zu Tabelle 5

- 1) Vgl. Tabelle 3, Postzahl 17
- 2) Vgl. Tabelle 3, Postzahl 18
- 3) Für Instruktionsgebiet I, Doppel-Orthogonal Aufnahme (!)
- 4) Instruktionsgebiet II und III; kein Fehlergesetz angegeben, nur Absolutwerte abhängig von den Längen der Polarstrahlen. Grundwerte von 7 bis 21 cm, wegen Stabilisierungsgüte um 5 bis 7 cm, wegen Inhomogenität der Netze für die Aufnahme noch um 8 bzw. 15 cm additiv zu vergrößern.  
Z.B. ein Punkt, welcher von 2 PP eines Zuges mit je 50 m Visurstrahl aufgenommen wurde, darf bei guter Vermarkung ein  $f_{L_{max}} = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$  von 11 cm (Instr.Geb.II) haben.  
Stammen die PP aus verschiedenen Operaten und ist der Punkt schlecht stabilisiert, wird  $f_{L_{max}}^{\text{II}} = 26$  cm.
- 5) Bei günstigen Verhältnissen
- 6) Ausdrücklich zur "Grenzuntersuchung" bestimmt durch 50 % Zuschlag zu "Beirat"-Werten .
- 7) 1921 wurde der "Beirat für Vermessungswesen" in Deutschland unter anderem zur Vereinheitlichung der Fehlergrenzen geschaffen. Die meisten Länder haben seine Werte ( 34 , 111 , 140 ) übernommen, so auch die DDR, wobei dort die Geländeklassen in Bodenwertklassen überführt wurden. Der "Beirat" konnte seine Ergebnisse nur empfehlen, nicht verbindlich erklären.
- 8) Einige deutsche Länder haben für photogrammetrische Messungen besondere Fehlergrenzen für Detailpunktabstände geschaffen, teils durch ein additives Glied (+15 cm, Bayern), teils durch einen allgemeinen Proportionalitätsfaktor (\*1.5, Niedersachsen), teils durch eine Mindestschranke von absolut 20 cm, oberhalb welcher eventuell die konventionellen Formeln gelten.
- 9) Die französischen Toleranzen sind nicht auf dem "mittleren", sondern dem "wahrscheinlichen" Fehler aufgebaut. Schranke ist dessen 4-faches, demnach etwa das 2,7-fache von  $\sigma$ . Die strenge Ausschußwahrscheinlichkeit beträgt also nicht 1 %, sondern nur 7 %.

- 10) Auf Grund der Verteilung der Abweichungen, so über 100 bestimmt wurden, werden 4 Gütestufen des Operats berechnet.
- 11) In Holland gibt es keine Fehlergrenzen in unserem Sinne. Die angegebene Formel für linearen Abschluß der Polygonzüge wird als "anfechtbare Toleranzformel" ( 31 S.323) aus einem Lehrbuch der Niederen Geodäsie 1905 zitiert, mangels eigener Werte.
- 12) In der niederländischen Katasteranweisung 31 werden für alle Größen mathematisch fundierte, teilweise kompliziert formulierte, a priori-Standardabweichungen angegeben. Die Vermessungspraktiker haben einerseits danach ihre Meßmittel einzurichten, andererseits nach Möglichkeit durch einen Fisher-Test (95 %) die Resultate zu überprüfen. Die angegebene Distanzformel als "Radius der kreisförmigen relativen Fehlerellipse" scheint in der Form  $\Delta l_{cm} = 3 \sqrt{l_{km} + 0,05}$  sehr häufig auf.
- 13) Die schwedischen Vorschriften, in Hinblick auf einen ausgesprochenen Mehrzweckkataster, wurden auf Grund von Wirtschaftlichkeitsüberlegungen und Benützerumfragen erstellt.
- 14) In den USA gibt es keinen Grundkataster in unserem Sinne. Jede Liegenschaft wird als "Inselkataster" durch das Umfangspolygon beschrieben und nach Möglichkeit auch aufgemessen. Postzahl 15 umfaßt die Instruktion für "öffentlichen Landbesitz".  
Die Toleranzen sind als "error of closure" (Längs- oder Querfehler gebrochen durch Umfang) bzw. "limit of closure" (linearer Abschlußfehler gebrochen durch Umfang) angegeben. Der erstgenannte Wert soll in 2/3 aller Fälle unterboten, der zweitgenannte darf in 1/3 aller Fälle überschritten werden, wobei ihr Quotient nicht in allen Fällen  $1/\sqrt{2}$  beträgt.
- 15) Jeder Private in den USA kann seinen Besitz auf seinen Umfang versichern lassen. Als Zertifikat erhält er eine Urkunde unter der Ägide der "American Title Association" mit Bestätigung der Einhaltung von deren Toleranzen, welche schon als Konsumreiz äußerst eng sind: lokale Lagetoleranz (!) eines Grenzpunktes in Gebieten "mit höchstem Bodenwert, wo bis an die Grenze gebaut werden kann", z.B. 0,02 ft!

- 16) Die Längsfehlergrenze von Polygonzügen ist ebensowenig ein einheitliches Maß für absolute numerische Vergleiche, wie etwa die für Detailpunkte. Bei diesen sind teilweise die Zielsetzungen von Land zu Land verschieden, bei jenen wird manchmal (z.B. in der Schweiz) nicht in Längs- und Querfehler unterschieden, sondern nur der lineare Abschlußfehler ausgewiesen, welcher in Tabelle 5 unreduziert übernommen wurde. Die Formeln für die Querfehler sind bei weitem nicht so übersichtlich wie die für Längsfehler und werden hier nicht angegeben. Das Verhältnis der maximalen Querfehler zu den Längsfehlern bei 10 Polygonpunkten, 1000 m Zugslänge beträgt etwa in Österreich 60 %, in Frankreich 50 % (wobei dort der maximale Querfehler weder von der Anzahl der Standpunkte abhängt noch die 4 Messungsbedingungenstufen mitmacht).
- 17)  $s_m$  ... mittlere Polygonseite (hier nicht Gesamtlänge)

Abb. 5



Korrelationskoeffizienten aus Tabelle 6

$\xi$	Wert	Zufallshöchstwert (95%)  $\xi_{\max} = 0,60$
1/2	-0,21	
1/4	-0,04	
2/4	-0,69	
3/4	-0,49	
2/5	+0,79	
3/5	-0,21	

Die Spalte Nr.1 wurde lt. 50 zusammengestellt. Obwohl Schweden über keinen Grenzkataster in unserer Strenge verfügt, ergibt sich die hohe Bewertung aus der Multifunktionalität.

Nur zwei signifikante Zusammenhänge sind ersichtlich:

2/4: je größer das Brutto-Nationalprodukt je Einwohner, desto kleiner die Fehlergrenze;

2/5: je größer das BNP/Einwohner, desto breiter aufgefächert die Toleranzstufen (Güteklassen).

Weder die Rechtswirksamkeit des Katasters noch die Urbanität wirken sich überzufällig aus. Darauf soll in Abschnitt 3 (3.01, 3.02, 3.2) noch zurückgekommen werden.

Obwohl kein Kataster den Flächeninhalt verbindlich angibt, liegen in den meisten Staaten (Tabelle 5) noch anachronistische Flächentoleranzen auf. Diese werden zweifach verstanden:

- bei der noch immer sehr häufig benötigten graphischen Flächenbestimmung als Richtlinie für den planimetrierenden Techniker, hauptsächlich um grobe Fehler zu vermeiden;
- um aus einer angenommenen Flächengenauigkeit auf die erlaubte Methode der Koordinatenbestimmung oder Kartierung zu schließen, wie z.B. bei photogrammetrisch erstellten Operaten notwendig schien, um diese Methode Außenstehenden wenn schon nicht schmackhaft, so doch genießbar zu machen.

Auch diese Aspekte werden unter 3.2 behandelt.

### 2.2.3 Landesvermessung

Die im folgenden angegebenen Beispiele für Genauigkeitsvorschriften in der Landesvermessung haben nur stichprobenartigen Charakter.

Die Arbeiten der Landesvermessung galten schon immer als elitär und wurden stets durch gut konditionierte Überbestimmungen abgesichert. Die Fehlergesetze sind bei weitem nicht so leicht zu durchschauen, wie jene der Detailvermessung; der unmittelbare Genauigkeitsanspruch wurde vorsichtshalber möglichst hoch angesetzt.

In den frühesten Dienstanweisungen scheinen zwar ausführliche methodische, aber keine die Genauigkeit festsetzenden Angaben auf. Die vor der Jahrhundertwende entwickelten Algorithmen (SCHREIBER) behielten ihre Gültigkeit bis jetzt.

Für den mittleren Fehler eines ausgeglichenen Winkels I.Ordnung forderte man eine Toleranz von  $0''40$ , für den Horizontalabschluß  $1''$  (ROHRER <sup>4</sup>). Die für die Grundlinienmessung nötigen Toleranzen der Ablesung am Basisapparat selbst und für die Reduktionsgrößen liegen wohl in wissenschaftlichen Arbeiten, nicht aber in amtlichen Vorschriften auf. Als Grundgenauigkeit fordert man  $1$  bis  $2 * 10^{-6}$  der Länge.

Für Triangulationen niederer Ordnung galt als maximaler mittlerer Fehler eines ausgeglichenen Winkels  $3''$  bis  $6''$ , entsprechend Dreiecksschlüssen von  $10''$  bzw.  $20''$ . In Preußen wurde bereits 1881 gefordert, daß die Richtungsverbesserungen eines ausgeglichenen Neupunktes  $15''$  nicht überschreiten durften (1).

Zahlreiche Toleranzen der Landesvermessung, dimensionsmäßig in dem uns gewohnten Rahmen, gibt <sup>57</sup> an - die konventionellen Methoden wurden von den USA übernommen und erweitert um gewisse Mindest-"Figuren-Stärken" (strength of figure), womit ein logarithmischer Ausdruck für die Konditionierung von Übertragungsfiguren gemeint ist.

Durch Ausgleichung im Zusammenhang ohne Zuverlässigkeitskriterien erhält man derzeit relativ gut gesicherte Qualitätsaussagen, jedoch unter Gefahr des Verwaschens grober Fehler.



Für die neuen Aufgaben der Landesvermessung ist man zum Brauch des 19. Jahrhunderts zurückgekehrt. Für Krusten- und Erdzeitenmessungen ist das Genaueste jeweils gerade gut genug; für die Bezugsmessungen der Vergangenheit wird natürlich nicht die damalige Toleranz, sondern die Genauigkeit aus der Ausgleichung verwendet. Handelt es sich aber um konventionelle Aufgaben, sind die Vorschriften oft recht eingehend. In Frankreich (z.B. 18) sind für die niederen Ordnungen auch Satzanzahl, Satzschluß (als das  $\sqrt{2}$  fache der Richtungstoleranz) mit 56<sup>“</sup>, Dreiecksschlüsse, maximale Winkelverbesserungen, Seitengleichungswidersprüche und vieles andere toleriert, was bei uns nur in amtlicher und schulischer Tradition weitergereicht wird.

#### 2.2.4 Kartographisch-topographische Arbeiten, Planungsgrundlagen.

##### 2.2.4.1 Topographische Karten

Obwohl vorerst für wohldefinierte (militärische) Zwecke erstellt, entbehrten die topographischen Karten jedweder Genauigkeitsforderungen. In Österreich wurde der Grundriß bereits bei der 2. Landesaufnahme (1806 - 1869) von der Katasteraufnahme übernommen, das Relief wurde erst bei der 3. Landesaufnahme (1869 - 1887) durch Höhenmessungen erarbeitet (und nicht wie vorher geschätzt). Die Reliefgenauigkeit sollte durch die Punktdichte gesteuert werden. Vorerst waren 120 Punkte je Aufnahmeblatt (d.s. ca 2 je km<sup>2</sup>) gefordert; in der 4. Landesaufnahme ab 1896 jedoch je nach Reliefenergie von 300 im Flachland bis 1500 im Berg- und Hügelland (5 bis 22 je km<sup>2</sup>), hievon ein Viertel kontrolliert (in Württemberg waren zur selben Zeit 200 Punkte je km<sup>2</sup> verlangt). Mit Einführung der Photogrammetrie orientierte man sich an der graphischen Genauigkeit sowie der noch wirtschaftlichen Durchführung. Derzeit nimmt man in Österreich für die Lage stillschweigend eine Genauigkeit von 0,2 mm mal Maßstabzahl an, die Höhengenaugigkeit wird dem Verständnis des Benützers überlassen; dies umso eher, als die Generalisierung des Grundrisses und die morphologische Bearbeitung des Schichtenbildes derzeit noch recht umstritten sind (25, 46).

Als mittlere Höhenfehler in Metern nimmt man gemäß der KOPPE'schen Formel  $m_h = \pm (a + b \lg a)$  an. Für die Deutsche Grundkarte 1:5000 gilt  $a=0,4$ ,  $b=5$ ; für die Deutsche Top.Karte 1:25000 wird  $a=0,8$ ,  $b=12$ .

Laut 51 S.318 und 319 reicht die Lagegenauigkeit photographischer Auswertungen für die Situationsdarstellung in topographischen Karten stets aus; die Höhengenaugigkeit erreicht besonders bei kleinen Maßstäben die genannten Normen nur mit Mühe. Auf die differentielle Unsicherheit der Höhenlinien kann hier nicht eingegangen werden.

#### 2.2.4.2 Großmaßstäbliche Planungsgrundlagen.

Für Planungsgrundlagen im Bereich Raumplanung - Raumordnung liegen keine irgendwie gearteten Genauigkeitsvorschriften vor. Die Ansprüche des Benutzers sind, wenn überhaupt, in Richtung Maßstab artikuliert, aber auch eher hinsichtlich des Planinhaltes ( 78 ).

### 3. BEDARF AN GENAUIGKEIT.

#### 3.o Möglichkeiten der Bedarfserhebung bzw. -festsetzung.

##### 3.o.1 Rechtliche Voraussetzungen.

Normen und Toleranzen haben in Österreich ausschließlich empfehlenden Charakter, sofern nicht in speziellen Gesetzeswerken oder Verordnungen ausdrücklich auf sie hingewiesen wird. Deshalb wird die Haftung bei Toleranzüberschreitung auch nirgends konkret angeführt.

3.o.1.1 Bautechnische Normen werden im gegebenen Fall teils durch Bauordnungen vorgeschrieben, teils in Verträgen festgelegt. Liegt keine ÖNORM vor, wird die entsprechende DIN als deutschsprachig herangezogen. Die Stellung des Vermessungsingenieurs wird wie folgt berührt 135 : § 1299 des ABGB

(Allgemeinen Bürgerlichen Gesetzbuches) über die Verbindlichkeit des Sachverständigen zum Schadenersatz. Darin wird festgehalten, daß jeder, der sich zu seiner Berufsausübung öffentlich bekennt, und wer ohne Not freiwillig ein Geschäft übernimmt, zu welchem nicht gewöhnliche Fertigkeiten gehören, den entsprechenden Mangel zu vertreten habe (1).

Der Auftraggeber ist mitschuldig, falls er hätte erkennen müssen, daß der Auftragnehmer über die angeblichen Fähigkeiten nicht verfüge (2).

(Der Begriff "Sachverständiger" ist natürlich viel weitreichender als der des "gerichtlich befugten und beeideten ..."). Laut derzeitiger Rechtsmeinung (BYDLINSKI, Jur.Blätter 1965, S.320) ist der Sachverständige nur dem Besteller, nicht Dritten verantwortlich (3).

Im Ziviltechnikergesetz ist nichts positiv Einschlägiges zu finden; wohl aber wird in § 6 (2)b etwa die Bauüberwachung als alleiniges Fachgebiet der Befugnis eines IK für Bauwesen (nur gegen Rechte der Gewerbetreibenden nicht abgegrenzt) ausgewiesen, dafür in § 6 (2)c die Verfassung von Fluchtlinienplänen solcher von IK für Vermessungswesen! (4).

Das Organhaftpflichtgesetz entzieht die haftbaren öffentlichen Organe der Ersatzpflicht, wenn der Schaden durch Rechtsmittel oder eine andere gesetzlich begründete Maßnahme hätte abgewendet werden können, oder die Fehlleistung "entschuldbar" oder auf Weisung des Vorgesetzten erfolgt ist (5).

§1298 ABGB: "Wer vorgibt, daß er an der Erfüllung seiner ... Verbindlichkeit ohne sein Verschulden verhindert worden sei, dem liegt der Beweis ob". (6).

Folgerungen: Jeder in einigermaßen prominenter Position agierende Vermessungsfachmann kann für Schäden aus Toleranzüberschreitung haftbar gemacht werden, sofern deren Kenntnis vorausgesetzt werden konnte (1). "Pfuscher" haben weniger Verantwortung (2). Die Befugnis eines IK für Vermessungswesen ist (lt.4) kein Nachweis für oder gegen (1)(2). Niemals auf Fremdpläne bzw. Fremdkoordinaten zu sehr verlassen (3), falls das Problem heikel scheint. Beamte sind grundsätzlich nie schuld (5). Schaden aus eigener Fehlleistung beruhend auf falschen Unterlagen will erst bewiesen sein (6).

Bei jeder Präzisionsmessung ist die Toleranz nicht nur nach Dimension, sondern auch nach Begriff und Bestimmung tunlichst im Vertrag festzulegen. Die Zuständigkeit und Brauchbarkeit der Unterlagen, Gültigkeit von Plän Nr. ... ist einvernehmlich festzulegen.

Die Bauordnungen selbst sind nicht Gegenstand dieser Arbeit. Es sei nur eine interessante Rechtsmeinung zitiert ( 89 S.296 f): "Über die Rechtsnatur der Aussteckung der Baulinien finden sich keine Bestimmungen.... Sie erwächst nicht in Rechtskraft, daher gibt es dagegen auch kein Rechtsmittel". Eine Anfechtung könnte nur unter dem Titel der Verletzung des Eigentums erfolgen, wenn der Grundeigentümer behauptet, daß ihm durch die Absteckung mehr Grund entzogen wird, als es das Gesetz (Flächenwidmungs- und Bebauungsplan, Fluchtlinienplan) vorsah. Damit sind wir auch schon beim Kataster.

3.o.1.2 Über das Wesen des österreichischen Katasters soll hier nicht referiert werden (vgl. die interessante Würdigung aus der BRD mit ausführlicher Literatur <sup>52</sup> sowie die Berichte auf der 3.Fachtagung des BAfEuV 1968).

Das Österreichische Vermessungsgesetz wird von seinen Schöpfern und Kritikern (s.o.) vor allem auch deshalb als besonders fortschrittlich gelobt, weil es als erstes Gesetz überhaupt dem stochastischen (nicht deterministischen) Charakter der Vermessungsergebnisse durch organischen Einbau von Fehlergrenzen Rechnung trage. Vgl. <sup>49</sup> .

Das Wort "Fehlergrenzen" kommt ausschließlich in § 36 (3), und hier völlig zusammenhanglos mit dem Gegenstand des Paragraphen vor (nur Hinweis, wer sie erläßt und aktualisiert). Sinnvoll erscheint es nur in den Erläuternden Bemerkungen ("B", aus den stenographischen Parlamentsprotokollen) zu § 40 (Wiederherstellung von streitigen Grenzen): "Die Naturgrenze wird daher nur dann maßgebend sein, wenn sie innerhalb der Fehlergrenze gelegen ist". Die entsprechenden Bezugsstellen in der Vermessungsverordnung § 3(4) sind allerdings so schlecht formuliert, daß man aus ihnen nicht ersehen kann, ob sie Messungs- oder Identitätskontrollen bedeuten sollen (vgl.auch Tab.4 dieser Arbeit).

Außerdem wird in § 36 (1) VG der Anschluß aller Vermessungen an das "Festpunktfeld" (EP, KT) gefordert, so es sich um eine "Grenzkatastergemeinde" handelt. Eine Wiederherstellung gemäß § 40 kann nur in Grenzkatastergemeinden erfolgen, somit kann von § 3 (4) Verm.V. nur Pkt.c) (Doppelpolarbestimmung) gelten.

Die einzige juristisch konsequente Anwendung der Kataster-Fehlergrenzen gemäß Vermessungsverordnung und DV 14 kann also nur sein:

Der Vermessungsbefugte stellt aus den Koordinaten eines Grenzpunktes diesen von einem "Festpunkt" (EP, KT) wieder her (bzw. von 2, vgl. § 2 (1) Verm.V.). Liegt der neue Punkt weniger als 20 cm entfernt von einer alten Grenzmarke, kann diese als richtig gelten.

Alle weiteren Fehlergrenzen haben keine juristische bzw. eigentumsichernde Wirkung, sondern stützen nur die "Qualität" jener Koordinaten, welche zur Wiederherstellung strittiger Grenzen dienen.

Für diejenigen Grundstücke, welche nicht im Grenzkataster intabuliert sind (mögen sie auch in "Grenzkatastergemeinden" liegen), gilt der bisherige Usus bei strittiger Grenze: Außerstreitverfahren, richterliche Entscheidung über Grenzverlauf (Verm.Ing. eventuell als Sachverständiger, geltende Fehlergrenzen eventuell als Indiz) bei beidseitiger Unsicherheit; Besitzstörungsklage bei Überbau, richterliche Entscheidung wie oben; Eigentumsklage bei Scheitern des Außerstreitverfahrens. Bei all diesen Verfahren gibt es keine untere Wertgrenze, also keine Relation zwischen dem Wert des umstrittenen Trennstückes und den Verfahrenskosten.

Meiner persönlichen Meinung nach ist das Bestehen des VG auf Intabulierung in den Grenzkataster richtig. Es wären aber in Zusammenhang mit dieser Frage zu klären:

- (1) Praxisnähere, einfachere Fehlergrenzen. Die bestehenden ergeben in ihrem Zusammenwirken (Erstmessung, Punktdefinition, Veränderung, Zweitmessung) sehr bald viel höhere Werte als die einprägsame, plausible 20 cm-Identitätsschranke.

- (3) Jeder Grenzstreit ist letztlich ein Streit um das Eigentum am Grenzstreifen (VG § 40 Anm.2). Eine Wertschranke wäre zu überprüfen, welche mit den geltenden Fehlergrenzen in Relation steht: ist der umstrittene Streifen nicht mit Sicherheit breiter als die aus den Unterlagen ersichtliche Toleranz, ist das Verfahren einzustellen. Die Verfahrenskosten sind vor dem Verfahren einzuziehen. (Das heißt nicht, daß erst ab 20 cm Breite verhandelt wird!).
- (2) Ähnlich der Sonderstellung des Grenzkatasters innerhalb des Grundsteuerkatasters ist innerhalb der gemäß § 36 bzw. § 40 VG behandelten Grenzkataster-Liegenschaften eine Sonderstufe für Gebiete mit noch eingehenderer Grenzfestlegung und speziell garantierten Toleranzen (ähnlich den amerikanischen, vgl. Tab.5) auf Grund eigener Urkunden (vgl. Grundbuch) vorzusehen. Die Kosten dieser Urkunden sind vom Antragsteller zu tragen.
- (4) Ein Abgehen von der Anbindepflicht an "Festpunkte" in Grenzkatastergemeinden ist zu erwägen. Allerdings wäre der Gewinn an Wirtschaftlichkeit durch aufwendigeren Nachweis der Unveränderlichkeit der Anschlußpunkte kompensiert.

Insgesamt gibt es in Österreich (Ende 1972) 7847 Katastralgemeinden, hievon sind (20.6.73) 966 (d.s. 12%) bereits gemäß §§ 16-20 VG "Grenzkatastergemeinden" (vorbereitet zur teilweisen Neuanlegung); in 5 KG wurde die allgemeine Neuanlegung gemäß §§ 21-32 VG bereits abgeschlossen, in 8 KG ist sie derzeit im Gange.

In den 7847 KG liegen insgesamt 12,000.000 Grundstücke, von welchen jährlich etwa 5% verändert werden. Von diesen  $1,2 \times 10^7$  Grundstücken werden derzeit 52.000 im Zuge der allgemeinen Neuanlegung (4000 je KG) durch allgemeine Neuanlegung dem Grenzkataster einverleibt; dafür wurden insgesamt 220 (!) durch Einverleibung gemäß §§ 16-20 Grenzkatastergrundstücke, d.s. etwa eines auf 5 "Grenzkatastergemeinden".

Dieser überaus dürftige praktische Erfolg eines an sich guten Konzeptes wird weniger auf die Einverleibungsgebühren zurückgeführt, welche zwischen 1% und 10% des Planes liegen, als auf die sehr schwierig beizubringenden Zustimmungserklärungen gemäß § 18 VG. Nach einem Vorschlag einer Arbeitsgruppe unter Leitung von HR. KLOIBER im BAFuV soll das Umwandlungsverfahren so vereinfacht werden, daß §§ 17, 18 VG vom positiven Weg (Antrag mit Zustimmungen bzw. bei Fehlen schriftliche Anfrage durch das VA) in einen "negativen Weg" geändert werden: Sämtliche Pläne, welche vom Grundbuch beschlossen werden (im Durchschnitt derzeit ca. 34000 pro Jahr) wollen von Amts wegen gemäß § 18 VG behandelt werden, d.h. die Anrainer und Eigentümer auf Einwendungen hin angeschrieben werden. Ungeklärt ist noch die verbindliche Erhebung der hiezu nötigen Anschriften.

( vgl. Abb. 6 auf S. 43 , Abb.7 auf S. 44 )

### 3.o.2 Wirtschaftliche Voraussetzungen.

Meiner persönlichen Meinung nach sind dies die wichtigsten Gesichtspunkte des Toleranzproblems, da die technischen Möglichkeiten zur Erreichung beliebig gewünschter Detailgenauigkeiten (abgesehen von Aufgaben der Erdmessung) bestehen.

Die Probleme sollen vorrangig nur rein anschaulich behandelt werden. Einerseits berühren sie noch weitgehend ungeklärte Zusammenhänge, andererseits steht das Vermessungstechnische so am Rande wirtschaftlicher Erwägungen, daß diese wieder nur qualitativ bzw. dimensionsmäßig angeführt werden können.

Folgende Gesichtspunkte können unterschieden werden:

- Genauigkeitstrend im Rahmen des allgemeinen Wirtschaftstrends;
- Genauigkeit und Zuverlässigkeit im Rahmen der vermessungstechnischen Produktion;
- Vermessungstechnische Genauigkeit im Rahmen der Ansprüche von außen.

Abb.6: Einverleibung in den Grenzkataster

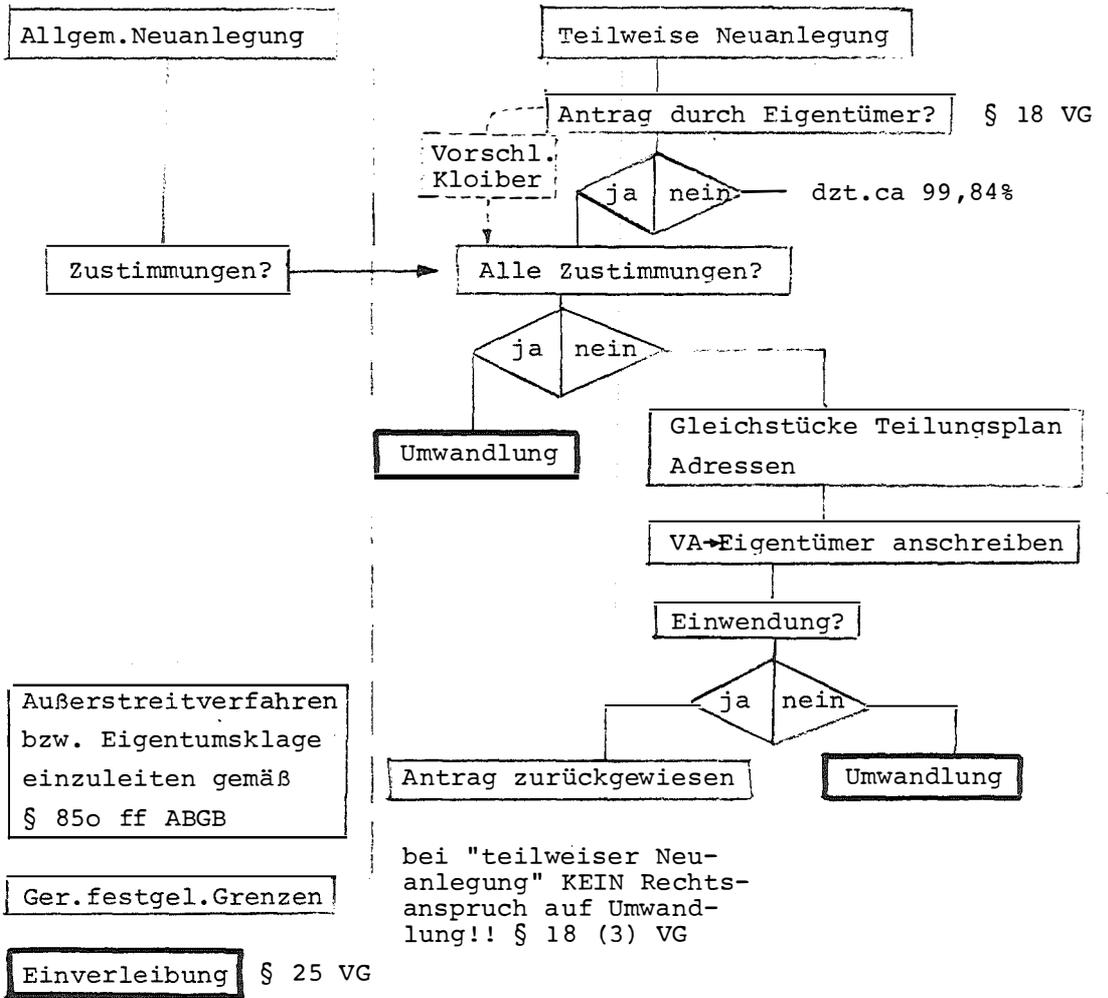
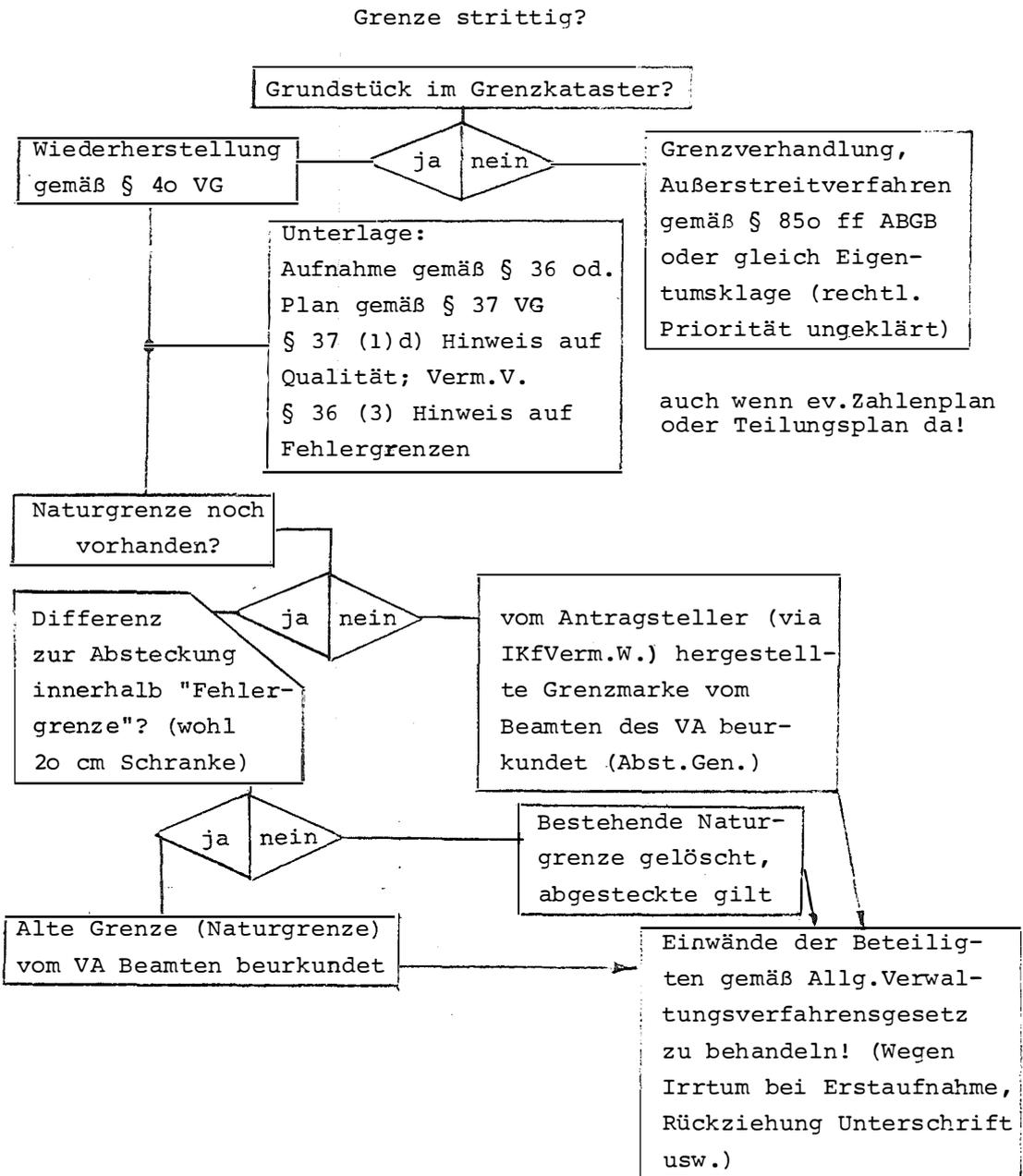


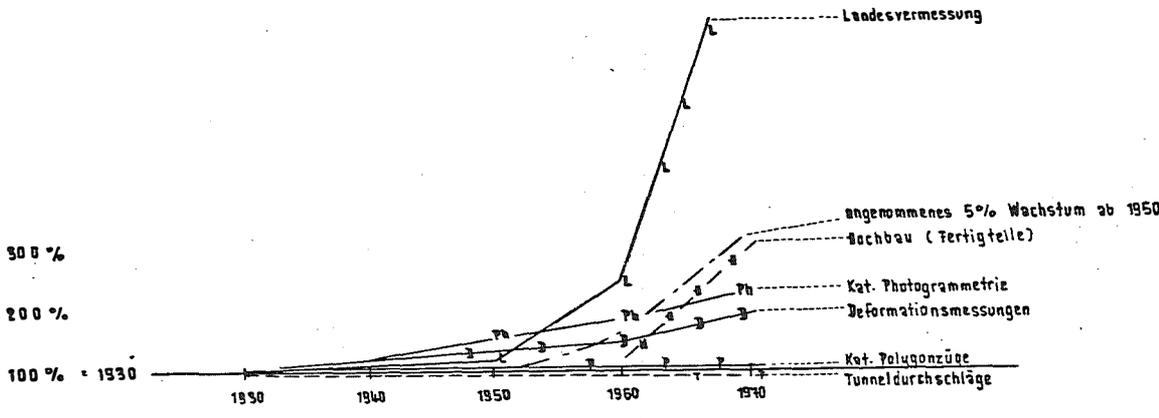
Abb.7: Einschaltung von Fehlergrenzen in den Rechtsweg



3.o.2.1 Genauigkeitstrend im Rahmen des allgemeinen Wirtschaftstrends.

Es soll untersucht werden, ob die geodätische Meßgenauigkeit nicht mit dem allgemeinen Wirtschaftswachstum so eng korreliert ist, daß daraus allein schon mit stetig engeren Toleranzen zu rechnen ist.

Abb.8: Schematische Darstellung der Genauigkeitssteigerungen in den letzten 40 Jahren.



Man sieht deutlich, daß alle Zweige unserer Sparte gemäß exponentiellen Gesetzen wachsen, wobei aber nur die Landesvermessung einen stärkeren Gewinn als die allgemeine Wirtschaft ziehen konnte. Auf Grund der mit einer gewissen Phasenverzögerung zu erwartenden, wesentlich besseren Unterlagen aus der Landesvermessung ist auch mit besseren Polygonzugswerten zu rechnen.

Die stationäre Tendenz der Polygonzüge ist etwa 77 S.52 zu entnehmen; die Werte passen sich den mehr als 30 Jahre alten Fehlergrenzen sehr gut an; nach empirischen Erkenntnissen der jüngsten Zeit hat sich keine signifikante Änderung ergeben. Im Durchschnitt kann man in der Ingenieurgeodäsie mit einer jährlichen "Zuwachsrate" von 3%, im Kataster von 2% rechnen.

Die Landesvermessung wächst bedingt durch die instrumentellen und theoretischen Fortschritte bei den Langstreckendistanzen seit 1950 ca. jährlich 10%, dies dürfte aber bald in ein logistisches Zurücklegen der Kurve münden.

Logistische Kurve:  $P = P_0 / (1 + A^{-kt})$ ; P untersuchte wachsende Größe; k, A Parameter; t Zeit seit Zeitpunkt von  $P_0$  ( 28 S. 101, 126).

Mögliche Einwände gegen Abb.8 und die Folgerungen:

- Der Zeitausschnitt ist ungünstig hinsichtlich der wirtschaftlichen Homogenität (beginnt mit Weltwirtschaftskrise, dann Weltkrieg, so daß das seither einsetzende Wachstum nicht echt sein kann): Kat.Photogrammetrie, Deformationsmessungen, teilweise auch Kat.Polygonzüge datieren in der jetzt gültigen Technologie seit etwa 1930; vorher gab es die Begriffe nur in anderer Form. Ebenso war zu jener Zeit etwa der Jäderin'sche Basismesßapparat in die Landesvermessung eingeführt worden.
- Keine logarithmische Skala im Gegensatz zu sonstigen Wachstumsdarstellungen: die Heterogenität der Daten ist so besser ersichtlich (Kurven divergieren offensichtlich).
- Das extreme Verhalten der Landesvermessung könnte auch als Aufholen eines längst nötigen Bedarfes gedeutet werden, demgegenüber die Kat.Polygonzüge und Tunneldurchschläge auf dem wirtschaftlich nötigen Standard verharren (Tunnelbauweisen benötigen keine größere Genauigkeit in der Querrichtung als schon bei den Kehrtunnels der Gotthardbahn erreicht war).
- Laut 28 ist vor allem eine Koppelung der Wachstumsindustrien mit dem allgemeinen Wirtschaftswachstum zu rechnen.

Wir sind via Distanzmessung und EDV-Auswertung derzeit in den wesentlichsten Zweigen an die ergiebigsten Wachstumsindustrien (Elektronik - Raumfahrt) angeschlossen von den Möglichkeiten her;

der Bedarf ist teilweise in der Landesvermessung mit der oben genannten, auf breiter Basis aber mit der ebenfalls hochaktiven Bauindustrie gekoppelt. Es ist nur die Frage, ob die "Genauigkeit", d.h. der in Abb.8 verwendete Reziprokwert des Mittleren Verfahrensfehlers als gültiger Indikator verwendet werden kann.

Wie bekannt, verwenden KÖHR und andere Autoren als Kennzeichnung der "Wirtschaftlichkeit" eine Größe  $W = \sigma_0^{-1} \cdot K^{-1/2}$  (1)

in Worten "Genauigkeit durch Wurzel aus Kosten" ( 80 ; 117 S.73 Beispiel). Der Begriff "Kosten" ist aber dort nicht sehr umfassend verwendet: es wird nur auf die laufenden Personalkosten eingegangen.

In der Reihenfolge gesetzmäßiger Zusammenhänge ( 28 S.49) würde ich die Hypothese "Genauigkeit mit der allgemeinen Wirtschaft" zwischen Analogie und Quasimodell, also etwa mit  $\xi = 30\%$  einstufen. Eine langfristige Trendextrapolation ist schon wegen der z.T. starken Verknüpfung mit außertechnischen Zielvorstellungen (Eigentumsbegriff im Kataster u.a.) nicht möglich. Ebenso wird auf Einführen von Problemen, wie Arbeits- und Kapitalanteil, Produktionsfunktionen usw., verzichtet.

### 3.o.2.2 Genauigkeit und Zuverlässigkeit im Rahmen der vermessungstechnischen Produktion.

Das Schwergewicht vermessungstechnischer Produktion liegt nicht auf Quantität, sondern auf Qualität, wiewohl auch hier (Topographische Kartographie, flächige Absteckungen, Katasterwerke) Massenarbeit geliefert werden muß. Das oft schon irrational scheinende Genauigkeitsstreben vieler Fachkollegen (vgl.Zitate in III !) scheint außer etwas abseitiger Sucht nach Selbstverwirklichung doch einen realen Hintergrund zu zeigen, ist doch die Präzision irgendwie das Gütesiegel und Spezifikum unseres Standes nach außen hin und gilt sowohl in der Ingenieur-geodäsie als auch im Kataster als Abgrenzung zum Laien. Hier soll nochmals nachdrücklich auf Trennung der zwei nur sehr lose korrelierten Begriffe "Genauigkeit" und "Zuverlässigkeit" hingewiesen werden!

Ein sehr genau gemessener Wert kann trotzdem unzuverlässig, da unkontrolliert sein; eine zuverlässig bestimmte Größe ist auf Grund ihrer Bestimmung im Rahmen der angegebenen (möglicherweise geringen) Genauigkeit sicher (vgl. 117 S.151-153). Im Zuge der Zuverlässigkeitskontrolle ist tunlichst die Genauigkeitskontrolle einzubauen, siehe später. So wie in der industriellen Fertigung ist bei uns meiner persönlichen Meinung nach die Zuverlässigkeit primär. So wie bei einem Kfz-Bestandteil Abweichen von der Passung sofort bei der Montage bemerkt wird, aber ein Materialfehler erst später, aber viel nachteiliger auffällt, ähnlich wirkt bei uns ein falscher Grenzpunkt oder ein falscher Zwangspunkt.

Der logische Zusammenhang zwischen Genauigkeit und Zuverlässigkeit liegt, abgesehen von den eben erwähnten Kontrollen, in der ziffernmäßigen Ausschußwahrscheinlichkeit. Z.B. sind elektronische vollregistrierende Tachymeter (Zeiß Reg Elta 14) mit einer Ausschußwahrscheinlichkeit von 2% zuverlässig ( 125 ), d.h. 2% aller Messungen sind mit groben Fehlern von der Registrierung und Vercodung her behaftet. Damit ist über die Genauigkeit noch gar nichts ausgesagt; würde man nur zufällige Fehler annehmen, würde eine Ausschußwahrscheinlichkeit von 2% eine Schranke von  $\pm 2,3 \sigma$  bedeuten.

Sowohl die Genauigkeit wie auch die Zuverlässigkeit stehen zu einem gewissen technologischen Stand miteinander in positiver und zur Quantität der Produktion in negativer Korrelation. Wohl aber bewirkt der technologische Fortschritt auf die Dauer eine Verbesserung mindest einer der beiden Komponenten, ohne die andere zu verschlechtern, wenn ein Verfahren einmal eingeführt ist. Bei gleicher Grundgenauigkeit des Verfahrens kann die Zuverlässigkeit z.B. durch Doppelmessungen gesteigert werden. Die Genauigkeit nach der Zuverlässigkeitssteigerung ist dann nicht erhöht, wenn dabei nur grobe Fehler eliminiert und z.B. nicht beide Werte gemittelt werden. Durch Genauigkeitssteigerung wird die Zuverlässigkeit nur dann erhöht, wenn die Genauigkeit durch ein zugleich zuverlässigeres Verfahren erhöht wurde.

Beispiel: Übergang von RDH- auf Reg Elta-Messungen. Die Genauigkeit wurde gesteigert, die Zuverlässigkeit gesenkt, wenn man nur Einzelmessungen betrachtet. Unter der Annahme, daß auch die früheren Messungen kontrolliert werden mußten (wenn auch bei geringerer Ausschußrate), liegt doch ein Vorteil in der Umstellung.

Vorerst soll nun die Wechselwirkung zwischen Qualität und Quantität der Produktion ohne äußere Ansprüche oder Hilfsquellen rein innerhalb der Vermessungstechnik zum aktuellen Stand der Technologie betrachtet werden.

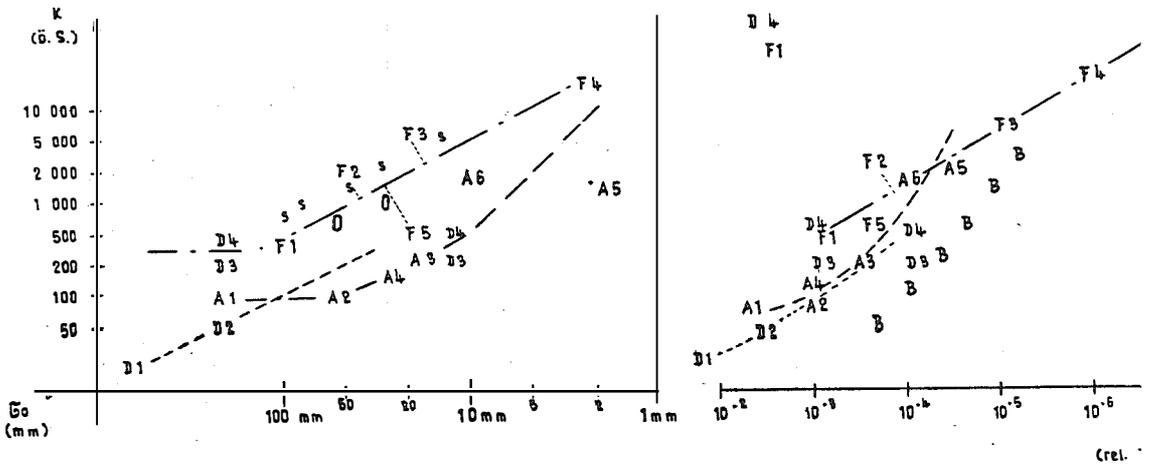
### 3.o.2.2.1 Genauigkeit und Produktion.

Die Kosten unserer Produktion sind bei uns nicht nur die Grundlage interner Rationalitätsüberwachung, sondern auch für die Verrechnung unserer Leistungen nach außen, da unsere Produkte nicht nach preisbildenden Gesetzen von Angebot und Nachfrage und auch nur sehr entfernt unter politischer Preisgestaltung "verkauft" werden.

Als Unterlage zu den folgenden Überlegungen, welche nur dimensionsmäßig gesichert sind, dienten freundliche Auskünfte von Herrn Hofrat KLOIBER (BAfEuV, Leiter der Abteilung für Administration), das Statistische Jahrbuch für Österreich 1972 und eigene Erfahrungen als Ingenieurkonsulent für Vermessungswesen. Alle Kalkulationen wurden, wenn möglich, auf den Stand 1973-07 projiziert. In diesem Zusammenhang darf erwähnt werden, daß der interne Leistungssatz des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, nach welchem dessen Arbeiten kalkuliert werden, nur wenige Prozent von dem Stundensatz der Ingenieurkammer für Gemeinden abweicht (zwischen Gemeinde- und vollem Tarif). Offizielle Tarife von Auftraggebern (z.B. für Straßenaufnahmen in NÖ) wurden nicht verwendet.

Abb.9 zeigt die geschätzten Kosten einiger vermessungstechnischer Produkte, natürlich nicht in "Einzelfertigung", sondern im Verband gemessen und berechnet, inclusive dem üblichen Material- und Instrumentenaufwand.

Abb. 9



- F (Fixpunkte)
- 1 Tachymetrischer PP
  - 2 EP (off.Kosten der Wiederherstellung);  
S: EP Kosten aus 138 S.137; O: EP Kosten [f. 112 S.74 für Operat 7x7 km, Blockausgleich bzw. Polygonalmethode
  - 3 KT (off.Kosten der Wiederherstellung)
  - 4 FP fundierter Festpunkt mit Beobachtungspfeiler
  - 5 PP (klassischer Polygonpunkt, Eisenrohr oder Gabelpunkt)
- A (Absteckungen)
- 1 Holzlatte, Situation graph. entnommen
  - 2 Holzpflöck ohne Nagel
  - 3 Holzpflöck mit Nagel
  - 4 Autobahnstein
  - 5 Präz.Marke mit Körner
  - 6 Achsfixpunkte bei Autobahn mit Versicherung
- D (Detailpunkt)
- 1 Naturpunkt graphisch aus Luftbildauswertung (z.B. Stadtkarte) 133 S.147
  - 2 Naturpunkt, tach.aufgenommen
  - 3 vermarkter Grenzpunkt, nicht verhandelt (excl. Identitätsschwankung)
  - 4 vermarkter Grenzpunkt, verhandelt (excl. Identitätsschwankung)
- B: "Herstellungskosten und Genauigkeit" aus 38 S.155, Tendenz in industrieller Fertigung.

Der Anteil an Vermarktung und Erkundung beträgt bei:

F2 ... 15-35%; F3 ... 25%; F4 ... 30%; A4 ... 25%; D4 ... 50%;  
sonst unter 10%.

Etwas überraschend werden die in Abb.9 gezeigten Gesamtkostenkurven in erster Näherung zu Geraden; weder die häufig in der Wirtschaftskunde erwähnte logarithmische noch eine exponentielle Form treffen zu. Höchstens bei den Absteckkosten in Relation zur Relativgenauigkeit könnte dies zutreffen.<sup>\*)</sup> Dämpfend scheinen sich die auch bei ungenauen Vermessungen relativ hohen Personalkosten und bei den genauen Vermessungen noch immer kostensenkende Messung und Berechnung im Verband auszuwirken.

Besonders rationell (mit dem größten "Richtungswinkel" = kleinsten Polarwinkel von der Inputachse her, nicht zu verwechseln mit der Tangente) liegen die klassischen Polygonpunkte sowie die grob ( $\pm$  5cm) abgesteckten Punkte; dann die gut definierten, aber nicht verhandelten Grenz- oder Zwangspunkte; ein deutliches Optimum ergibt sich mangels Kurvenkrümmung nicht (die in der doppellogarithmischen Abb.9 erscheinenden Geraden sind auch in entlogarithmierter Darstellung Geraden).

Die Festpunktkosten liegen über den Detailpunkten, diese wieder über jenen der abgesteckten Punkte (umfangreicheres Schriftoperat).

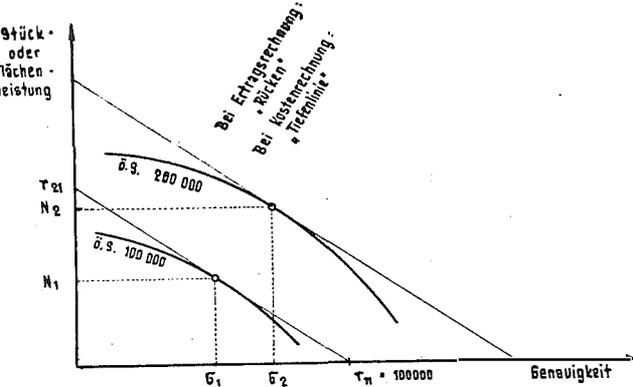
Extreme Genauigkeitsbereiche wurden nicht erfaßt.

Da die Funktionen kein ausgeprägtes Optimum besitzen, ist das sogenannte "Ertragsgebirge" in unserem Bereich eine geneigte Ebene (106 S.185). Um einen gewissen Betrag ist die Produktion immer gleichwertig, man sollte derzeit nicht nach Kosten, sondern nur nach tatsächlichem Bedarf produzieren. Wenn also z.B. an EP oder KT eine Sättigung eintritt, ist es formal gleich rationell, denselben Apparat auf andere Agenden umzudirigieren.

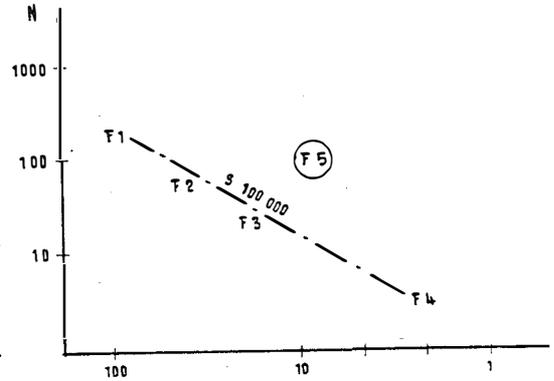
---

\*) Die doppellogarithmische Abb. 9 bedeutet für scheinbare Gerade in der Abbildung ein rein exponentielles Gesetz  $K = G_0 \cdot x^*$ . Bei den in der Abb. steilsten "Geraden" liegt x bei 1,4.

Abb.10 : Schematische Darstellung von Kostenisokonten



a) Fiktives Beispiel



b) Kalkulation gemäß Abb.9, Festpunkte, unter Berücksichtigung der Stückzahl.

In Abb.10 a) wäre es eindeutig am rationellsten,  $N_1$  Punkte mit der Grundgenauigkeit  $G_1$  herzustellen, wenn nur ö.S. 100.000,- zur Verfügung stehen würden, da sonst die Kostenisokante  $r_{11} \rightarrow r_{21}$  überall außerhalb der Indifferenzkurve von 100.000,- liegen würde (außerhalb dieser Minimalkostenkombination erhält man z.B. weniger Stücke bei gleicher Qualität oder schlechtere Qualität bei gleicher Stückzahl). In Abb.10 b) ist der "wahre" Verlauf eingezeichnet. Wohl scheint es am günstigsten, nur zu polygonisieren, doch hat dieser Umstand auch technische Hintergründe, da die logische Abhängigkeit von einem hierzu bereits nötigen Festpunktnetz hervorgeht.

Außer ~~138~~ standen noch folgende vermessungstechnische Genauigkeits-/Kosten-Abschätzungen zur Verfügung:

Die amerikanische Arbeit 26 zeigt in erster Näherung für großmaßstäbliche topographische Photogrammetrie Proportionalität zwischen Kartenmaßstab und Kosten je Flächeneinheit, bestätigt also Abb.9.

Beim Vergleich photogrammetrisch und klassisch erstellter Katasteroperate zeigt sich im Fluggebiet Graz Südost 1960/61 halber Aufwand, ca. 50%iger Genauigkeitsabfall von Seiten der Photogrammetrie 76; bei großräumigen Katasteroperaten und Ausschöpfen der jeweiligen Möglichkeiten ergibt sich weder für Elektronische Tachymetrie noch Photogrammetrie ein

entscheidender wirtschaftlicher Vorteil <sup>85</sup>; Ähnliches wird von ROSE über einen Rationalitätsvergleich Elektronische Tachymetrie / konventionelle Polaraufnahme berichtet. Stets wird davor gewarnt, von einzelnen auf generelle Gegebenheiten zu extrapolieren. Der wirtschaftliche Einsatz ist an die Größe und Gliederung des Einsatzgebietes, die vorhandenen persönlichen und instrumentellen Gegebenheiten enger gekoppelt als an die Methode selbst. \*)

Aus 81 und <sup>136</sup> zusammen kann man schließen, daß Steigerung der EP-Genauigkeit durch Kombination Hochflug/Tiefflug, beide in Doppeldeckung, von  $m_p = \sigma_o = \pm 7$  cm auf  $\sigma_o = \pm 4,5$  cm (um 35%) Mehrkosten von nur 15% bewirkt. (1)

Bei einer Verlustrate von  $v$  % jährlich liegen nach  $n$  Jahren, wenn jährlich  $i$  Punkte neu erstellt, aber die verlorenen nicht ersetzt werden, anstelle von  $n * i$  nur  $n * i (1 - \frac{n-1}{2} * v \%)$  vor. (2)

Bei einer jährlichen Verlustrate von  $v = \text{ca. } 2\%$  (d.s. ca. 7% je "Revisionsabschnitt", wie derzeit die etwas optimistischen Ergebnisse des BA lauten, vgl. 112, S.79) wären nach  $n = 50$  Jahren bei  $i = 10.000$  Neupunkten 255.000 EP gestellt; ab dann gäbe es keinen Neuzuwachs mehr! Daher wäre auf jeden Fall, auch wenn man durch den technologischen Fortschritt bedingte Kapazitätserhöhung berücksichtigte, eine zusätzliche Wiederherstellungsabteilung zur Evidenthaltung und Erneuerung der Fixpunkte nötig.

Der Gesamtbedarf in Österreich an EP nach der derzeitigen Technologie, welche  $10 \text{ EP:km}^2$  vorsieht (wird sich durch die seither durchgesetzten Distanzer nicht mehr als halbieren!) beträgt lt. 138 zwischen 300.-400.000; davon haben wir bis jetzt ca. 80.000.

Eine langfristige Bedarfsabschätzung ist nicht möglich, da auf mehr als 20 Jahre weder technische noch sozioökonomische Extrapolationen zielvoll scheinen. Vom BAfEuV wurden bis 1970 zusammen ca. 300.000 Polygonpunkte bestimmt, davon 1962 noch 12.000, 1970 noch 4000.

---

\*) In der DDR bringt gemäß 47 Genauigkeitsabfall von 60% bei großm. Photogrammetrie nur 15% Kostenverringerung; klassische Aufnahme ist im Mittel 20% teurer (Extreme 15% billiger, 200% teurer).

Das Budget des Bundesamtes für 1972 betrug 220 Mill.ö.S. (davon nur 20% für Sachaufwand!), 1973 256 Mill.ö.S.

Derzeit üben in Österreich ca. 200 Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen ihre Befugnis aus. Bei einem geschätzten Umsatz von 1,5 Mill./Jahr ist diese Kapazität ebenso groß wie jene des Bundesamtes. Auf Grund von Erfahrungswerten kann man das Potential der öffentlichen Dienststellen (Länder, Gemeinden) auch mit mindest 200 Mill./Jahr ansetzen. Die Struktur der drei Sparten ist aber nicht so ausgewogen. Während für Festpunktschaffung dem BA nur 11 Di 10 und 2 Geodimeter 6 zur Verfügung stehen, sind die Konsulenten, aber auch die öffentlichen Dienststellen mit Instrumenten und auch Rechenanlagen wesentlich reichlicher dotiert. Doch gerade aus knapper Dotierung resultiert rationeller Einsatz. Allgemein kann man dem österreichischen Vermessungswesen bescheinigen, rationelle Innovationen äußerst zielstrebig anzunehmen (vgl. die rasche Marktfüllung mit Kleinrechnern, deren Programmen, Kreiseln, Distanzern u.dgl. und die Durchdringungszeiten von 28 Abb.18).

Diese Durchdringung spricht auch dafür, technologisch veraltete Produktionsmethoden unbedenklich durch neue zu ersetzen, ohne auf wirtschaftliche Voraussetzungen zu achten. Wie der Neuerungswille durch Wirtschaftlichkeitsüberlegungen gestützt werden kann, zeigt etwa 112 .

### 3.o.2.2.2 Zuverlässigkeit und Produktion.

Als Zuverlässigkeitskontrolle genügt im umgänglichen Sprachgebrauch eine einmalige Überbestimmung, bei zwei koordinativ bestimmten Punkten im günstigsten Fall also sogar ein einziges Sperrmaß.

Aus der (trivialen) Abb.11 sieht man die Notwendigkeit nicht nur einer echten Zuverlässigkeitsmessungskontrolle, sondern tunlichst sogar einer doppelten Überbestimmung, da sonst aufwendige, meist nicht automatisierbare Fehlersuchprozeduren einsetzen müssen oder der Punkt (aufwendiger als bei der Erstaufnahme) neu bestimmt werden muß, soll er nicht überhaupt verworfen werden.

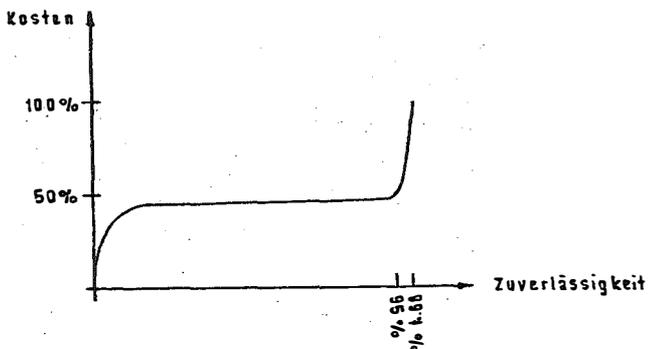


Bei rein manuellen Auswertungen rechnet man mit einer Ausfallsquote von ca. 5% bis 10%, welche sich aber nicht akkumulieren, sondern durch den nachfolgenden Prozeß großteils wieder bereinigt werden, wenn er nicht gedankenlos erfolgt und in jedem Gang zumindest logische Zuverlässigkeitskontrollen eingebaut sind. Je eher der Aufnahme- und Auswertungsgang automatisiert sind, muß für Zuverlässigkeitskontrollen und Fehlersuchprozeduren gesorgt werden. Ein klassisches Beispiel für solche Zuverlässigkeitssteigerung ist das Programm für Katasterphotogrammetrie nach KRAUS ( 85 u.a.) mit Doppelbefliegung und Sperrmaßkontrolle; unter den Besonderheiten des Metiers' wird die Zuverlässigkeit allein durch Doppelbefliegung verzehnfacht (von ca. 5% auf 50%). Bei der Polaraufnahme würde dies Doppelaufnahme plus Sperrmaßkontrolle bedeuten; im allgemeinen begnügt man sich mit einer der beiden Varianten, was aber besonders bei der Sperrmaßkontrolle besondere Gewissenhaftigkeit wegen der Streckenkonfiguration erfordert (natürlich müssen auch Geländekonfiguration und Definition mitspielen; vgl. 124 ).

Auch bei nichtautomatisierter Polaraufnahme kann man, wenn auch aus anderen Ursachen wie bei den elektronischen Tachymetern, ohne Kontrollwirkung mit 2% Gesamtausfall rechnen (vgl. oben).

Die Ausfallsquote bei anderen Vorgängen liegt noch höher. Nicht ohne Grund werden sämtliche Ablocharbeiten doppelt vorgenommen, obwohl dies der kostenintensivste Teil der Umstellung eines Operates auf EDV ist. Die automatische Adressierung amerikanischer Versandhäuser brachte eine Ausfallsquote von 5%, diese Erfahrungen wurden von ZIMMERMANN zur Zuverlässigkeitseinschätzung von Digitalisierungen verwendet (Abb.12).

Abb.12 "Was kostet die Perfektion?"



Die Kosten verdoppeln sich in diesem Fall, da die gesamte Arbeit zweimal durchgeführt und außerdem noch geprüft wird; geringe Standkosten sind abzuziehen. Interessant sind die Ausschußwahrscheinlichkeiten, welche an die Normalverteilung mit  $2\sigma$  bzw.  $3\sigma$ -Toleranzen gemahnen. Dies ist aber nur ein Zufall, da bei Doppelmessung nach dem Multiplikationssatz für Wahrscheinlichkeiten die Zuverlässigkeit des geprüften Wertes hier gleich ist

$$\begin{aligned} P_{\text{kontr.}} &= 1 - (0,05)^2 = 1 - (1 - P_{\text{kontr.}})^2 \\ &= 1 - 0,0025 = 99,75\%. \end{aligned} \quad (1)$$

Die Ausschußquote sinkt auf das  $(1 - P_{\text{unkontr.}})$ fache ihres Betrages, hier auf  $1/20$  ihres Wertes. Im vorliegenden Fall wäre eine analoge Genauigkeitserhöhung (mit der Verfahrensgenauigkeit der Erstbestimmung! Als Zuverlässigkeitsprüfung nicht unbedingt nötig) das  $\sqrt{2}$  fache, d.h.

$$2\sigma_0 = 3\sqrt{\frac{\sigma_0^2 + \sigma_0^2}{4}} = 3\sigma_{\text{Mittel}},$$

die oben erwähnte Zifferngleichheit

ist aber nur auf den Ziffernwert von  $P_{\text{unkontr.}} = 95\%$  zurückzuführen. (2)

Das eben gebrachte Beispiel zeigt aber auch, wie anfechtbar solche Überlegungen sein können und wie klar definiert die Aussagen sein müssen. Zwar wurden die Adressen zweimal geschrieben, die Briefe zweimal versandt; doch wurden die Anschriften sicher nur einmal erhoben.

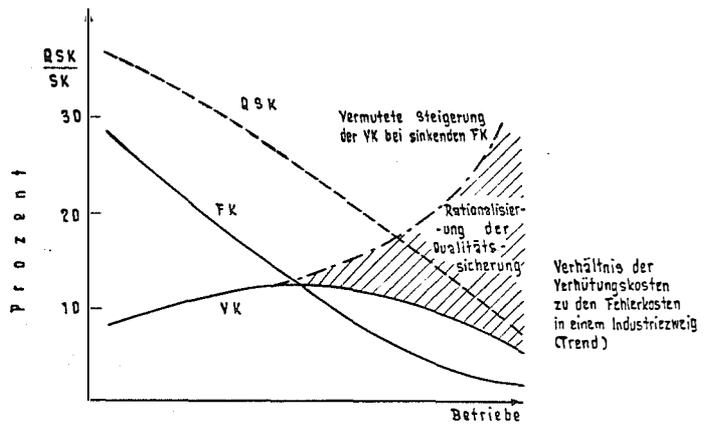
Laut III S.97 wurden in zwei Testgebieten Tagesleistungen von 60 Polarpunkten bei unkontrollierter Aufnahme, von 40-45 solchen Punkten bei kontrollierter Aufnahme erzielt. Die Kontrolle erfolgte durch versetzte Richtungs- und Streckenablesung, war also weniger wirkungsvoll als echte Doppelaufnahme. Genähert könnte man nun von einem Zuverlässigkeitskostenzuwachs von etwa 40% sprechen. Der Mehraufwand bei der Rechnung ist aber sicher nur etwa 10%, da die Versetzung gleichförmig angeordnet wurde; die weiteren Verfahrenskosten sind überhaupt nicht angeführt. Der Gesamtkostenzuwachs liegt etwa bei 20%.

In Tabelle 8 sind im folgenden diese Überlegungen zusammengefaßt.

Das Problem der Qualitätskosten ist noch nicht einmal in der DDR genau erforscht, vor allem hinsichtlich des Zusammenspiels mit den zeitlichen Strukturverbesserungen (vgl. Abb.13, aus 65 S.107). Man unterscheidet

In der Industrie	Entsprech.Begriff im Vermessungswesen
Vorbeugungskosten Prüfkosten	} + Mehrkosten für Zuverlässigkeitsmessungen Kosten für Überwachung der Kontrollen, ev. Nachmessungen
Verhütungskosten Fehlerkosten	
Sicherungskosten	=

Abb. 13



RSK - Qualitätssicherungskosten = FK + VK  
 VK - Verhütungskosten  
 FK - Fehlerkosten  
 SK - Selbstkosten (Gesamt)

Zusätzlich zu den Qualitätssicherungskosten sind noch die "Qualitäts-Weiterentwicklungskosten" ein Bestandteil der Gesamt-Qualitätskosten.

Tabelle 8 zeigt (unter Verwendung von Tab. 2/10 aus 65 und Rohkalkulationen aus unserem Bereich) den Niveauvergleich der Qualitätskosten Postz. 1-6, jeweils in % von Postz. 7; Postz. 8 in % der Gesamtkosten.  $1+2=3$ ;  $3+4=5$ ;  $5+6=7$ .

Die DDR-Industrie scheint sehr qualitätsbewußt (hoher Anteil der Qualitätskosten), doch ist dies hauptsächlich Folge des hohen Fehlerkostenanteils. Aus Sp. 6/7 zeigt sich deutlich die positive Wirkung gesteigerter Verhütungskosten, wie sie für die Vermessungstechnik charakteristisch sind. Allerdings nimmt man in der Industrie Fehlerkosten eher auf sich als bei uns; dort sind sie auch etwas weitherziger aufzufassen.

Nachmessen bei fehlerhafter Aufnahme liegt im Grenzbereich von Verhütungs- und Fehlerkosten; andererseits zieht man in der Industrie oft Fehlerkosten durch Nachbearbeitung als kalkuliertes Risiko einer a priori teureren Konstruktion vor (z.B. Abdichten von Schildtübungen, Abschrämmen im Stollen usw.) - kann man diese Fehlerkosten nicht auch z.T. den Verhütungskosten zuschreiben?

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Sp. 1-7 und 8-11 besteht auch darin, daß unter "Fehlerkosten" ein kalkulierter Ausschußprozentsatz der Industrie läuft, den wir uns auf Grund rechtlicher Voraussetzungen nicht leisten können. Analog dazu könnten wir ev. Plandurchsicht von Teilungsplänen oder Absteckkontrollen unterlassen und warten, daß uns Baubehörde, Vermessungsamt oder Polier auf grobe Fehler hinweisen, die wir auf eigene Kosten ausbessern.

### 3.o.2.3 Qualität hinsichtlich Anforderung von außen.

Obwohl unser Vermessungswesen relativ straff gegliedert ist und vor allem auch die privaten Arbeiten noch nicht in technische Allround-Supermärkte abgeglitten sind, bestätigt ein Blick in das Statistische Jahrbuch der Republik Österreich diejenigen, die uns ausschließlich als Erfüllungsgehilfen einschätzen: Das Wort "Vermessung" kommt weder in einer sprachlichen noch einer sinngemäßen Verbindung vor! Daher muß man unsere Sparten irgendwie anderen Begriffen zuordnen (Tab.9).

Tabelle 8

	Industrielle Fertigung								Vermessungstechnik (eig.Schätzung)				
	VVB (DDR-Gesamtind.)	3 ausgewählte DDR - Betriebe			Clifford  USA	Strauch BRD; Durchführung eines 3-5 j. Qualitäts- programmes		Landesvermessung	Ing. Geodäsie	Grenzkataster	Topographie	Postzahl	
		A	B	C		davor	danach						
Vorbeugungskosten Prüfkosten	15 20	12 10	8 72	1 1	2...10 10...40	7 23	20 40	40...70 10	40...70 30...40	50...80 20...30	20...40 60...70	1 2	
Verhütungskosten Fehlerkosten	35 64	22 77	80 20	5 91	12...50 50...80	30 70	66 34	50...80 <10	90...95 <10	90...95 ≤ 5	85...90 < 5	3 4	
Sicherungskosten Weiterentwicklungsk.	99 1	99 1	100 -	96 4	100 -	100 -	100 -	50...90 10	95...100 < 5	95...100 < 5	90...95 5...10	5 6	
Qualitätskosten	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	7	
Anteil an Gesamt- Selbstkosten	29	38	5	21	7...10	8	4	30...50	10...50	20...30	5...15	8	
Spalte Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

Tabelle 9: Abschätzung der Kommunikation Vermessungstechnik/Wirtschaft

Sparte	Bezieht Material von	Produziert für
Erd-u.Landesvermessung	Feinmech.-opt.Industrie 60→40 % Elektronik-Industrie 40→60 % Kfz-Ind.,Reproduktionst. < 5 %	Geowissenschaften ≤ 40% (*) Folgevermessg. ≥ 55% (Hoheitsaufgaben) Bauwesen (direkte Einbindung) ≤ 5 %
Ingenieurgeodäsie	Feinmech.-opt.Industrie 70→50 % Elektronik-Industrie 20→40 % Kfz-Industrie ≤ 5 % Büroart., Verm.Material ≤ 5 %	Bauwesen ≥ 90 % (incl.Verkehrswesen) Energietechnik ≤ 5 % sonstige ≤ 5 %
Grenzkataster	Feinmech.-opt.Industrie 60→50 % Elektronik-Industrie 35→45 % Kfz-Ind., Büroartikel ≤ 10 %	Bauwesen (Teilungen!) ≥ 50% → 40% Planung (Mehrzweckkataster) ~10%→30% Rechts-und Finanzwesen ~ 40% → 30%
Topographie	Feinmech.-opt.Industrie 60→50 % Elektronik-Industrie 5→30 % Pepprodukt., graph.Ind. 35→20 % (Flugzeuge nicht inbegriffen!)	Planung ≥ 25 % Militär, div.priv.Abnehmer ~ 60 % Geologie, Geophysik ≤ 5 % Bauwesen (incl.Verkehr) ~ 10 %

\*) Auf die große Bedeutung der Geodäsie als selbständige Geowissenschaft oder sogar als Auftraggeber von Geo- und Astrowissenschaften kann hier nicht ziffernmäßig hingewiesen werden. Diese Arbeiten sind sowohl sehr kosten- und forschungintensiv, wie auch ev. mit militärischen Zielen oder Grundlagen des Wirtschaftswachstums verknüpft.

Von diesen Abnehmern liegen folgende Genauigkeitsforderungen vor:

Geowiss.Forschungen: "möglichst genau" (außer Sonderaufgaben bei Satelliten-Navigation usw.)

Planung: "graphische Genauigkeit" von 1:2000 Maßstab aufwärts (Meter und schlechter)

Rechts- und Finanzwesen: nicht definiert.

Somit bleiben, abgesehen vom Bauwesen, nur noch die Ingenieuraufgaben in der Energietechnik über, welche teils in die Geowissenschaften, teils in das Bauwesen reichen.

Unter "Bauwesen" wird hier auch Verkehrstechnik und -anlagenbau verstanden. Unsere Gesamtproduktion ist, was den Umsatz betrifft, stark, was die Toleranzen betrifft, fast ausschließlich am Bauwesen orientiert.

Die Agenden des Bundesamtes f.E.u.V. sind im Vermessungsgesetz festgelegt, also gesellschaftspolitisch durch einen (vorbildlich artikulierten und delegierten) Bedarf. Falls z.B. die Planung gesellschaftspolitisch so bedeutungsvoll wird, daß ihre Forderung nach weiteren Unterlagen zu einem großmaßstäblichen Kartenwerk führt, ist dessen Finanzierung via Dotierung einer entsprechenden Stelle zu ermöglichen. Dessen Toleranzen sind dann zu bestimmen (werden aber wohl nicht jene der Orthophotos überschreiten). Übrigens ist auch das BAfEuV dem BM für Bauten und Technik zugeteilt.

Die Ziviltechniker und auch öffentliche Dienststellen sind dzt. mit etwa 80-90 % Unterlagen für das Bauwesen im weitesten Sinne, 10 % Planungsunterlagen und 10 % rechtl.Vermessungen beschäftigt.

In Österreich gab es Ende 1968 ca. 1,500.000 Grundstücke mit Widmung "Baufläche" (ca. 12% aller Gste). 18.000 Häuser werden derzeit jährlich gebaut; 1968 betrug die Summe aller "Bauflächen" bereits 535 km<sup>2</sup> (7 % des Bundesgebietes!) bei einem jährlichen Zuwachs von 1 %.

1972 wurden in Österreichs Bauwirtschaft  $43 \cdot 10^9$  ö.S. umgesetzt, das im Kapitel 3.o.2.2.1 abgeschätzte Vermessungsbudget beträgt ca. 2 % hiervon.

Der Kostenanteil der Vermessung an Bauwerken variiert zwischen "dreidimensionalen Objekten" im Promillebereich (Frankfurter Großwohnsiedlung 1 ‰ 132, Donauturm als vermessungstechnisch extrem schwierig ca. 2 ‰) und "zweidimensionalen Objekten" (Straßen von 0,5 ‰ bis 3 ‰ incl. Detailabsteckung, Fernheizleitung 2 ‰) im Prozentbereich.

Der Anteil des Baugewerbes allein am BNP betrug in Österreich 1961 ca. 8%, 1971 ca. 10%. Nun zu den Liegenschaftsvermessungen: 1971 wurden 600.000 Grundbuchssachen bearbeitet.

1968 wurden der Vermögenssteuer  $26 \cdot 10^9$  ö.S. Liegenschaftswerte unterworfen; auf 1971 reduziert kann man das getrost mit 10 % des BNP ansetzen. Die österreichischen AG setzten 1970 5 % ihres Gesamtkapitals nur in Liegenschaften um.

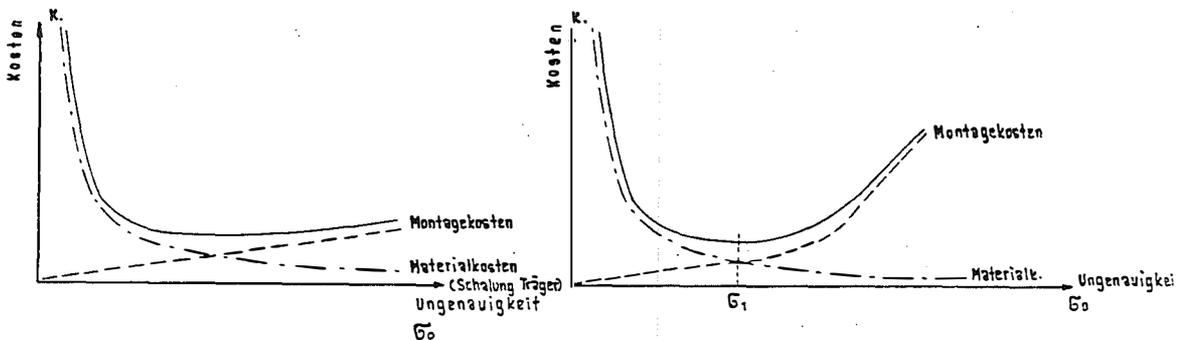
Aus diesen Ziffern wird die große Verantwortung der Vermessungstechnik hinsichtlich Genauigkeit und Zuverlässigkeit offensichtlich. Von Seiten der Auftraggeber bestehen nur sehr unscharfe Vorstellungen über nötige und mögliche Genauigkeiten (trotz teilweise einschlägiger Hochschulausbildung), vgl. Abschn. 1.3. Auf Grund des geringen Anteiles der Vermessung an den Gesamtkosten wäre folgender Vorgang wirtschaftlich zweckmäßig:

Der Auftraggeber formuliert seine Forderungen, der Vermessungstechniker kalkuliert die hierfür nötigen Kosten, der Auftraggeber erteilt den Auftrag oder reduziert seine Forderungen in Zusammenarbeit mit dem Vermessungstechniker.

Falls die Forderungen des Auftraggebers bereits in reflektierten Toleranzen festliegen, hat der Vermessungstechniker seine eigenen internen Genauigkeitsüberlegungen darauf abzustimmen; dies wird sich aber zu Standardmethoden und ev. dem Auftraggeber bekannten Standardtarifen rationalisieren lassen (z.B. Setzungsmessungen, periodische Deformationsmessungen). (2)

Nach freundlicher Auskunft des Institutes für Bauwirtschaft an der TH Wien (Leitung: Prof. JURECKA) sind in Österreich keine Arbeiten über Baugenauigkeitskosten greifbar. Das damit zusammenhängende Problem der Bautoleranzen wird dzt. am Österr. Normeninstitut empirisch (aus Umfragen u.a.) bearbeitet. Ziffernmäßige Werte liegen noch nicht vor (1973 07). Damit bleibt die Festlegung der Genauigkeiten dem oben (1) beschriebenen individuellen Kontakt überlassen, was bei verschiedenen Fertigteilfirmen z.B. zu Schwankungen von 500 % führt. Oft muß erst die Notwendigkeit einer fachkundigen Vermessung ins Bewußtsein gerufen werden.

Abb.14 (aus 143 ) zeigt schematisch die Genauigkeitskostenrelation bei Ortsbeton- und Fertigteilbau:



a) Ortsbeton  
flache Kurve

b) Fertigteil  
bei  $G_1$  ausgeprägtes  
Kostenoptimum

Der starke Kostenanstieg der Montage ungenau gefertigter vorfabrizierter Bauteile erzeugt das deutliche Optimum bei Abb.14 b), welches bauseits eine Genauigkeit  $G_1$  angemessen erscheinen läßt. Die zugehörigen Zahlenwerte sind wohl eher dem Bauführer als dem Vermessungstechniker zugänglich.

Abgesehen von den bereits teilweise diskutierten juristischen Anforderungen an die Genauigkeit einer Grenzvermessung (3.o.1.2) wird unter den wirtschaftlichen Anforderungen vor allem jene an die Flächengenauigkeit verstanden und hiefür die sogenannte "STICKLER-Formel" (zitiert etwa in 144 S.1332):

$$W = FP, \quad dW = PdF + FdP$$

(3)

Die Preisunsicherheit wird darin so groß, daß sie jede Flächen-  
genauigkeit dominiert. Man kann (3) auch schreiben:

$$\frac{dW}{W} = \frac{dF}{F} + \frac{dP}{P} \quad (4)$$

Nun sind alle Glieder als relative Unsicherheiten angeführt.  
Nachdem  $\frac{dP}{P}$  meist größer als 10 % ist, kann die Flächenunsicher-  
heit  $\frac{dF}{F}$  bei 5 % liegen, ohne die Wertunsicherheit  $\frac{dW}{W}$  signifi-  
kant zu beeinflussen.

Dieser Standpunkt scheint aber etwas vordergründig, obwohl die  
aus der Vermessung resultierende Fläche keinen Urkundenwert  
besitzt (auch wenn aus im Grenzkataster einverleibten Koordi-  
naten gerechnet). Es sollen die Kosten für Teilungspläne in  
Zukunft mit einer sehr markanten Wertkonstanten berechnet wer-  
den, wobei diese sicher nur zu einem geringen Teil durch die  
im dicht verbauten (wertvollen) Gebiet größere Schwierigkeiten  
gerechtfertigt ist.

Rein wirtschaftlich wäre es sicher auch dem Auftraggeber  
gegenüber attraktiv, daß die Flächenunsicherheit z.B. nicht  
kleiner sein dürfte als die Hälfte des Koeffizienten:

$$\frac{\text{Honorar für die Teilung}}{\text{Wert des Grundstückes nach der Teilung}} \cdot$$

Beispiel: Teilungshonorar S 20.000,  $P = S. 1000/m^2$ ,  $F = 1000 m^2$ ,

$$\frac{dF}{F} \leq \frac{20.000}{2 \times 1.000.000} = 1 \%, \text{ eine Forderung, die allerdings}$$

erfüllbar scheint. (N.B. In der Schweiz betrug bereits 1939  
die Kosten der Vermessung 0,8%, der Vermarkung 0,6% des Boden-  
wertes 99 ). (5)

In der Praxis werden bei Grundkäufen (wenn nicht überhaupt  
en bloc kalkuliert wird) die Katasterflächen unreflektiert  
auf  $m^2$  genau in Formel (3) eingesetzt.

Da alle Arbeiten um den Grenzkataster ausdrücklich durch Be-  
fugnisse geregelt sind, entfällt hier größtenteils ein gewisser  
Werbe- und Marketingeffekt der dem Auftraggeber gebotenen  
Genauigkeit.

### 3.o.3 Problematik demoskopischer Festsetzung.

Die Schwierigkeit, Toleranzen rein rechnerisch aus wirtschaftlichen oder technischen Voraussetzungen abzuleiten, äußert sich in Meinungen von Fachleuten ein und derselben Sparte (Ing. Geodäsie: Verhältnis Bau/Abstecktoleranz variiert um mehr als eine Dimension in den verschiedenen Ländern; bei ein und denselben Verfahren schwanken Forderungen um 500%; Grenzkataster: Fachleute schwanken zwischen Toleranz von 3 und 50 cm für Grenzpunktkoordinaten unter ein und denselben Voraussetzungen), wie z.B. in 61, 62 bzw. III S.89-92 beschrieben. Sie führt auch darüber hinaus zumindest Wißbegierige in Versuchung, die offensichtliche gesellschaftliche Relevanz dieser Genauigkeitsforderungen durch Meinungsumfragen zu erhärten und geeignete sogar quantitativ sichere Resultate zu messen.

Prinzipiell scheinen sogar Sammlungen von Literaturzitataten, sofern sie nur emotionell genügend aufgeladen sind, den Wert von Meinungsumfragen zu erreichen (III wie oben, 61 u.a.). Sehr bekannt wurde OBERHOLZER's Versuch, durch Umfrage Fehlergrenzen für landwirtschaftlich genutzte Grundstücke festzulegen. Darin zeigen sich schon interessante logische Widersprüche: straffe Korrelation zwischen Größe des Besitzes und geforderter Genauigkeit, andererseits die Erfahrung, daß gerade "kleine" Besitzer es besonders genau nehmen. Sekundäre Maxima im Meterbereich verzerren die Resultate empfindlich. In grober Näherung wird einerseits eine Streckengenauigkeit von 2 % (20 cm/100 m), andererseits eine Flächengenauigkeit von 0,5 bis 2 % gefordert.

Interessant ist auch die Divergenz der Angaben hinsichtlich notwendiger Fehlergrenzstufen. Sowohl eine einzige (Österreich; VEIT u.a.), wie auch sehr knapp gestaffelte (max/min = 1,4) (OBERHOLZER u.a.) als auch weit auseinanderliegende (max/min  $\geq$  5) (Schweiz, USA, teils Frankreich) finden argumentierende Verfechter.

Nun zu demoskopischen Genauigkeitskriterien.

Für wirtschaftliche Voraussagen wird eine Toleranz von 10-15% des eigenen Wertes gefordert 65, aber wohl selten erreicht.

In der Empirischen Sozialforschung unterscheidet man 5 Komponenten der Genauigkeit von Umfragen ( 110 S.255, 256), von denen "Verlässlichkeit" unserer "inneren Genauigkeit" und "Gültigkeit" unserer "Äußerer Genauigkeit" nahekommen .

Die "Verlässlichkeit" einer Person wurde durch Doppelbefragungen zu 75%-90% ermittelt (Konsistenz der Antwort). Wenn alle Personen immer dasselbe sagen würden (indiv. Verlässlichkeit 100%), ließe sich eine Gruppenverlässlichkeit für Alternativfragen z.B. einfach nach der Binominalverteilung zu  $\sigma = \sqrt{\frac{p * q}{n}}$  berechnen. Bei 100 befragten Personen wäre eine 50 : 50 Alternative auf dem 95 % Niveau ( $2\sigma$ ) noch auf 10 % unsicher! ( 110 S.109). Laut 79 ist die Nettogültigkeit einer Aussage mit 24%-100% auf Grund des Vergleichs der Antworten mit Statistiken und amtlichen Werken, mit 45%-88% aus Doppelbefragungen berechnet worden.

Diese Resultate werden durch die Mittelung bei der Auswertung noch teilweise verbessert, auch relativ sehr verzerrte Querschnitte bringen brauchbare Resultate ( 110 S.159). Dafür ist bei unserem Thema eine starke subjektive Komponente wirksam, die weiters jeder Rückversicherung in Verantwortung entbehrt. Was würde wohl herauskommen, wenn jeder Befragte unter Kostenbeteiligung an der gesteigerten Genauigkeit antworten müßte? Es ist offensichtlich auch auf diese Art wenig echt Verwendbares zu erfahren. Man kann allenfalls erwarten, daß jemand, der seine Grenzmarken auf 1 cm genau haben will, diese eher beachtet als jemand, der sie von vornherein nicht so nötig einschätzt.

3.o.4 Betrachtung über mögliche Wechselwirkungen mit der Struktur unseres Vermessungswesens.

3.o.4.1 Intensivere Toleranzen und gegenwärtige Struktur.

3.o.4.1.1 Eine Verengung der Fehlergrenzen des Grenzkatasters über den Rahmen der allgemeinen technologischen Entwicklung hinaus würde bedingen:

Weitere Unpopularität der Umwandlung in landwirtschaftlichen, steigende Popularität in bebauten und hochwertigen Regionen; steigende Kosten der Einbindung ins Festpunktnetz für die Privaten, steigende Kosten für Nachkoordinierung der Festpunkte im Bundesamt;

extremere Entwicklung der Vermarktung der Grenzpunkte (teurere nehmen zu, billige verschwinden); Konzentration der Grenzvermessungen auf wirtschaftlich (und somit instrumentell) potente Kanzleien; ev. Rückwirkung auf (Neben-)Beschäftigung öffentlicher Dienststellen. Konvergenz Grenz → Ingenieurvermessungen.

3.o.4.1.2 Schaffung einheitlicher Bautoleranzen, Berechnung eines seriösen Umrechnungsfaktors Bau/Abstecktoleranz: diese Entwicklung ist schwer abzuschätzen und kann in folgende zwei Richtungen tendieren:

3.o.4.1.2.1 Baukrise: Die freien Kapazitäten und die fehlende Notwendigkeit verantwortungsvoller Fehlerabschätzung führen zumindest zum Versuch, Bauabsteckungen und -überwachungen wieder bauseits durchzuführen; vor allem dann, wenn die Toleranzen weit gehalten sind.

Generell könnte eine Rezession genauigkeitsfördernd wirken, da Kapazitäten aus der Produktion frei werden, und -hemmend, da weder Kapital noch Investitionen in dieser Richtung erwachsen.

3.o.4.1.2.2 Bauboom: Die Bauwirtschaft wird auf ein sinnvolles Genauigkeitswesen aufmerksam gemacht, das Vermessungsbewußtsein wächst (auch durch fortschrittliche Ausbildung), die notwendigen neuzeitlichen Geräte und Rechenprogramme sowie das Fachpersonal werden bei der Vermessungstechnik vermutet und die Arbeiten delegiert.

Auswirkung: Wachstum von Großbetrieben und auch serviceintensiven Mittelbetrieben; Abfall qualitäts- oder kapazitäts-schwacher Betriebe.

### 3.o.4.2 Diskussion einer möglichen Internationalisierung des österreichischen Vermessungswesens (EWG-Integration usw.).

In den 18 Jahren seit den Verträgen von Rom (1956) ist in den uns naheliegenden Bereichen (außer der Mehrwertsteuer) reichlich wenig integriert worden; auch die intimsten EWG-Partner haben auch heute völlig verschiedene Strukturen des Vermessungs- und Toleranzwesens aufzuweisen. Ähnliches ist vom Comecon-Block bekannt, wie etwa die Differenzen in den dortigen Bautoleranzen zeigen.<sup>\*)</sup> Mit einer bindenden Anpassung unseres Systems an die EWG scheint in den nächsten 10 Jahren nicht zu rechnen zu sein. Wie schon erwähnt, sind Landes- und Grenzvermessung durch Befugnisse und Gesetz gebunden. Derzeit kann man höchstens damit rechnen, daß im Zuge einer Globalplanung und -ausführung durch ausländische Firmen deren Genauigkeitsnormen am gegenständlichen Projekt begrenzt verwendet werden.

Die häufig geäußerten und z.B. in 122 S.76 artikulierten Befürchtungen, "im Zuge einer europäischen Integration würden allen geodätischen Managern Europas Tür und Tor geöffnet und damit chaotische Zustände auf dem Gebiete der Ingenieurvermessung anbrechen", haben sich bisher nicht erfüllt. Es scheint sogar, daß es tüchtigen geodätischen Managements (aber im wahren Sinne des Wortes) sehr wohl bedürfe, um unseren Berufsstand im Baugeschehen im Bewußtsein und auch nach Befugnissen zu verankern. Dies kann durch bundeseinheitliche nationale Qualitätsvorschriften wohl am besten geschehen, nachdem unsere neue Gewerbeordnung leider inverse Tendenzen zeigt.

### 3.1 Genauigkeitsbedarf in der Ingenieurgeodäsie.

Die Aufgaben der Ingenieurgeodäsie unterscheiden sich grundsätzlich von jenen der Landes- und Katastervermessung:

- sie sind nicht durch Auftrag des Gesetzgebers festgelegt, (1)
- nicht an Befugnisse gebunden, (2)
- örtlich begrenzt, (3)
- zeitlich begrenzt, (4)
- funktionsorientiert. (5)

(1) und (2) erschwert die Gewährleistung sowie die Grundlagen;

---

<sup>\*)</sup> Laut jüngsten Informationen aus der VT 1974 liegt ein einheitliches Toleranzkonzept der sozialistischen Staaten vor.

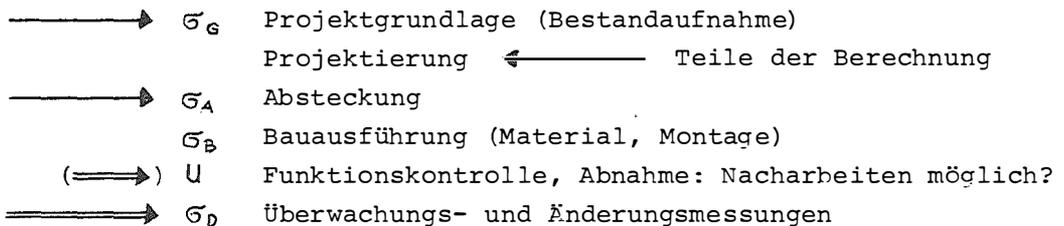
(3) bis (5) erleichtern die Planung der Arbeit sowie der Meßgenauigkeit. (5) sollte uns der Verantwortung für die Toleranzen entheben, welche der entsprechende Auftraggeber (Fachmann) trägt.

(3) und (4) überlassen uns die technisch-wirtschaftliche Entscheidung über die Planung des Festpunktnetzes in jedem konkreten Fall. Im Falle von Deformationsmessungen an Bauwerken, welche aus Sicherheitsgründen langfristig vorgesehen werden müssen und nicht im Sinne der Bauüberwachung befristet werden können, zeigt sich infolge Entfalls von (4) und (5) eine teilweise Konvergenz zur Landes- und Katastervermessung. (6)

Eine solche Konvergenz zeigt sich manchmal auch bei großräumigen Planungsgrundlagen, welche z.B. von den Raumplanern als Hoheitsaufgabe gesehen werden; darauf soll hier aber nicht eingegangen werden. (7)

Schematisch kann man Ingenieurvermessung folgenden Abschnitten des Baugeschehens zuordnen (Abb.15).

#### Abbildung 15



Die einfachen Pfeile symbolisieren die üblichen ingenieurgeodätischen Messungen, welche zwar auf die Maßgenauigkeit des Bauwerks entscheidend einwirken, aber nur im Verein mit bauseitigen Fehlerkomponenten (Messungen 1.Art).

Der doppelte Pfeil symbolisiert jene Messungen, aus welchen unmittelbar auf nötige Maßnahmen am Bau geschlossen wird (Messungen 2.Art).

3.1.1 Die Messungen 1.Art zählen zu den Routinearbeiten, welche aber daher auch eher mit Toleranzen zu versehen wären. Dies ist aber wegen des Zusammenwirkens mit den genannten Baufehlern überaus schwierig.

Die Entscheidung über diese Fehler fällt vor allem beim Auftreten der endgültigen Bauungenauigkeit  $u$ . Läßt sich das Produkt ohne große Kosten nachbearbeiten (Abschrämmen, Tübbingausteilung ändern, Fugen am Bau manipulieren, Brückenschluß, Hebevorrichtung in Widerlager, Rollen ...), kann  $u$  relativ groß sein. Aus  $u$  lassen sich  $\sigma_G$  und  $\sigma_A$  in Relation zu  $u$  und festlegen. (1)

Eine Festlegung von  $u$  aus wirtschaftlichen Überlegungen ist generell sehr schwer, im Einzelfall relativ einfach möglich. Daran hängt aber das gesamte Problem der Bautoleranzen.

Sehr wesentlich ist auch die Kenntnis des Systems, nach welchem projiziert wird, daraus läßt sich das "Gewicht" bzw. der "Kofaktor" von  $\sigma_G$  einführen. Eine zentrale Größe ist  $\sigma_B$ . Es gibt Literatur, in welcher  $\sigma_B$  normal verteilt, und solche, in welcher  $\sigma_B$  extrem verzerrt verteilt und stark systematisch beeinflußt beschrieben wird (Beispiele in 62 S.2 angeführt). Eigene Nachmessungen sprechen eher für die zweite, theoretisch ungünstigere Variante, welche ein einfaches Konzept der Bautoleranzen unmöglich macht. (2)

Die Abmaße im Stahlbau sind allerdings überwiegend normal verteilt, vgl. 70.

Sei  $u = f^T u$  (3)

worin  $u \dots$  Bauungenauigkeit,  $f$  Spaltenvektor der funktionalen Verbindungen zwischen den einzelnen Ungenauigkeiten,

$$u = \begin{array}{l} | u_G | \text{ Projekt} \\ | u_A | \text{ Absteckung} \\ | u_B | \text{ Bauausführung,} \end{array}$$

dann wird der mittlere Fehler der Bauausführung  $\sigma_u = \sigma_0 \sqrt{f^T Q_u f}$  (4) worin  $Q_{uu}$  die Kovarianzmatrix von  $u$ .

Es gibt nun zwei völlig verschiedene Methoden,  $Q_{uu}$  zu bestimmen. Die erste wird in der Deutschen Bundesrepublik zumindest versucht (62 S.3):

Die Bautoleranz  $\sigma_u$  max wird unter Berücksichtigung der vom Vermessungstechniker selbst anzugebenden Vermessungsgenauigkeit errechnet; der Anteil von  $\sigma_G$  und  $\sigma_A$  an  $\sigma_u$  und die Relation

zu  $\sigma_B$  sind also freie Parameter,  $\sigma_u$  ist abhängig von unseren Angaben, aber wir sind unabhängig von  $\sigma_B$ . (5)

Die zweite, meist behandelte Möglichkeit betrachtet das Problem in etwa nach der "Goldenen Regel der Fertigungsmeßtechnik" (2.1.2.2) und fordert, die geodätischen Arbeiten sollen die Baugenauigkeit "nicht wesentlich verschlechtern". (6)

Einerseits wird die Vermessungsarbeit dadurch als nicht gleichberechtigt mit der eigentlichen Bauproduktion aufgefaßt, andererseits wird unserem Berufsstand als Lieferant des Bauteile "Genauigkeit" (bzw. "Maßhaltigkeit" usw.) Rechnung getragen. Die Auslegung von "nicht wesentlich verschlechtern" wird vereinfacht in Verhältniszahlen  $\sigma_A/\sigma_u$  bzw.  $\sigma_A/u$  oder  $u_A/u$  geliefert (62, 66 u.a.).

HERDA kommt in 66 auf die Werte

$$0,03-0,07-0,125-0,15-0,175-0,20-0,25-0,35-0,38$$

für die Größe  $\sigma_A/u_{\max}$ , aus verschiedenen nationalen Normen bzw. Überlegungen. (7)

Der kleinste Wert (DDR Standard 1960) ergibt sich aus

$$u_{\max} = 3 \sigma_u, \sigma_A/\sigma_u = 0,1; \sigma_A \doteq 0,03 u. \quad (8)$$

Der mittlere Wert (ČS Normen) ergibt sich aus

$$u_{\max} = 3 \sigma_u, \sqrt{u_A^2 + u_B^2} - u_B = 0,1 \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

oder  $u - u_B = 0,1 u$ ; daraus  $u_B = 0,9 u$ ,  $u_A = \sqrt{u^2 - 0,81 u^2} \doteq 0,45 u$ ;  $u_A = 3 \sigma_A$ ;  $\sigma_A \doteq 0,15 u$ . (9)

Der größte Wert (für uns am günstigsten, für den Bau am anspruchsvollsten) ist der Grenzfall zur Forderung gemäß:

$$u_A = u_B; u = \sqrt{u_A^2 + u_A^2}; u_A \doteq 0,7 u; u_{A\max} \doteq 2 \sigma_A, \quad (10)$$

also nach der 95% Schranke und nicht nach der 3  $\sigma$  Schranke.

Durch die Umrechnungsfaktoren (7) ist gleichzeitig eine Beziehung zwischen stochastischem Messungsfehler und deterministischer Toleranz geschlagen. Größen kleiner als 0,1 sind sicher nicht wirtschaftlich tragbar, vor allem im Sinn statistischer Tolerierung, da hiedurch nur ein verschwindender Beitrag zur Gesamtgenauigkeit geliefert wird. Sinnvoll erscheint die tschechische Formulierung (9), eventuell ist der Anteil der Vermessungsgenauigkeit mit 1/10 etwas eng angesetzt.

Für  $\sqrt{u_A^2 + u_B^2} - u_B = 1/5 \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$  erhält man  $u_A = \sqrt{u^2 - \frac{16}{25}u^2} \doteq 0,6 u$ ;  $\sigma_A \doteq 0,2 u$ ,

womit ziffernmäßig die zitierte "Goldene Regel" erfüllt wäre. (11)

Eine noch weitherzigere Auslegung (z.B. wie bei (10)) wirkt vorerst unrationell, da unser Aufwand gegen den Gesamtaufwand sehr klein ist (vgl. 3.o.2) und daher höhere Verhütungskosten für genauere Vermessungsarbeit gegenüber größeren bauseitigen Fehlerkosten von Vorteil sind.

In der Beziehung (11) wären die Matrizen (3), (4) wie folgt besetzt:

$$f = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad Q_{uu} = \begin{vmatrix} Q_{GG} & 0 & 0 \\ 0 & 0,36 & 0 \\ 0 & 0 & 0,64 \end{vmatrix} \quad (12)$$

Wie aus (1) und (2) hervorgeht, können die vereinfachte Annahme (12) bzw. die Überlegungen (7) bis (11) bestenfalls zur Dimensionsfestlegung von  $\sigma_A$  dienen. Auf  $\sigma_G$ , Güte der Projektgrundlagen, ist noch gar nicht eingegangen worden.

Die Gesamt-Bautoleranz  $u$  ist meist ohne die Möglichkeiten des Nacharbeitens, also ohne jede Fehlerkosten, erstellt. Unter Berücksichtigung von (11), (12) dürfte z.B. der Gesamt-Vermessungsfehler  $\sigma_A$  bei einem 250 m langen Bauwerk mit der relativ plausiblen Toleranz  $u = \pm 5$  cm nur  $\sigma_A = \pm 1$  cm erreichen, d.i. ca.  $4 \cdot 10^{-5}$  und somit schon in einem Bereich relativ ungünstiger Kostenstruktur gemäß Abb.9 (dort wären A4 bis A3 kostenoptimal, die Tangente mit dem größten Richtungswinkel berührt in ihrer Gegend). Es müßte daher in Rückkopplung mit dem Bauherrn geklärt werden, ob nicht eine Erweiterung von  $u$  (bzw. eine Senkung der Elemente von  $f$  unter den Betrag von 1) durch Einbeziehung relativ einfacher Nacharbeit- bzw. Umprojektierungs-Fehlerkosten in die Festsetzung von  $u$  rationell wäre. Auch die Behinderung des Baugeschehens durch die hierfür nötigen Festpunktvermarkungen bzw. die Wechselwirkung Baustellen-  $\leftrightarrow$  Vermessungseinrichtung muß mitkalkuliert werden. (13)

Weitere Möglichkeiten:  $Q_{uu}$  ist keine Diagonalmatrix. Bei  $Q_{GA} \neq 0$  wirkt z.B. die Aufnahmegenaugigkeit durch Übernahme des Festpunktfeldes für die Absteckung mit,  $Q_{GB} \neq 0$  bewirkt z.B.

die fehlerhafte Dimensionierung von Bauteilen auf Grund mangelhafter Unterlagen,  $Q_{AB} \neq 0$  kann systematische Fehleranteile der Bauteile und -ausführung enthalten, sich aber auch günstig auswirken, wenn man darin Absteckfehler durch sogleich vorgenommene Baukorrekturen bzw. Nachdimensionierung auffangen kann. (14)

Die  $Q_{Gi}$  werden in (4) nur wirksam, wenn  $f_G \neq 0$ . Der Betrag von  $f_G$  ist unabhängig von  $Q_{GG}$ .

Es kann z.B. eine sehr dichte und genaue Aufnahme vorliegen, in welche das Projekt nur graphisch ohne Benützung der Koordinaten hineingearbeitet wurde.  $f_G$  ist dann nahe  $\emptyset$ ,  $Q_{GG}$  sehr klein. Der andere Extremfall: aus einer Tachymeteraufnahme greift der Projektant (ev. über Digitiser) Koordinaten ab und verwendet diese als echte Zwangspunkte, d.h. die Abstände von ihnen werden mit  $\sigma_0$  oder mindest  $\sigma_u$  genau aufgenommen. Hier ist  $f_G = 1$ ,  $Q_{GG}$  sehr groß. Resultat: bei Übertragung des Projektes in die Natur werden die Zwangsbedingungen nicht eingehalten,  $\sigma_u$  wird sehr groß, obwohl möglicherweise in sich gewissenhaft abgesteckt und gefertigt. Im ersteren Fall war entweder die Aufnahme unrationell oder das Projekt fahrlässig, im zweiten Fall entweder die Aufnahme fahrlässig oder das Projekt unrationell.

Bei der Festlegung von  $Q_{GG}$  ist also bereits die Information über die Art der Zwangsbedingungen notwendig. Der quadratische Fehleranteil  $f_G^2 Q_{GG}$  soll jedenfalls in einer vernünftigen Relation zu  $f_A^2 Q_{AA}$  stehen. (15)

Bei vielen Überlegungen ist auch eine Zerlegung von in Untermatrizen

$$\left| \begin{array}{c|cc} Q_{GG} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{AA} & Q_{AB} \\ 0 & Q_{BA} & Q_{BB} \end{array} \right| \quad (\text{Untermatrix: Bau})$$

oder

$$\left| \begin{array}{cc|c} Q_{GG} & Q_{GA} & 0 \\ Q_{AG} & Q_{AA} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{BB} \end{array} \right| \quad (\text{Untermatrix: Vermessung})$$

zweckmäßig bzw. sinngemäß üblich. (16)

Auf welche Art  $\sigma_u$  in unserem üblichen Sprachgebrauch zu verstehen ist, muß jeweils abgeklärt werden. Manchmal versteht

der Auftraggeber darunter wie wir den mittleren Punktlagefehler oder Koordinatenfehler, oft aber auch nach der Aufgabenstellung Formfehler oder relative Fehler (Streckenfehler, Richtungsfehler, vor allem benachbarter Punkte), Forderungen, wie sie z.B. bei Soll-Längen, Soll-Richtungen, zügiger Linienführung (auch in ästhetischer Hinsicht), Maximal- und Minimalquersmaßen usw. auftreten.

Wie groß die Verständigungsschwierigkeiten zwischen Bau- und Vermessungstechnikern noch immer sind, zeigt die Podiumsdiskussion 70 zwischen je einem prominenten Architekten, Stahlbau-fachmann und Ingenieurgeodäten.

Bauseits wurde hiebei angenommen, daß der Geodät jede beliebige Genauigkeitsforderung erfüllen kann, seine Kosten sicher verschwindend gegen die Gesamtkosten des Baues liegen und sein Zeitaufwand bei guter (geodätischer) Organisation niemals den kritischen Weg des Baufortschrittes beeinflussen. Ob dies eine zu große oder zu geringe Wertschätzung unserer Arbeit bedeutet, sei dem Leser überlassen; sie ist aber sicher extrem und trifft bei den vom teilnehmenden Architekten bei der Stahlskelettbauweise angeführten Bautoleranzen ( $\pm 4$  mm am Bauwerk,  $\pm 1,5$  mm für Einzelteile!) sicher nicht zu. (Dieses Toleranzfeld beträgt übrigens ungefähr nur ein Fünftel von jenem der genaueren Stufe der geplanten Europäischen Stahlbaukonvention). Jedenfalls wurde offenbar, daß bauseits weder Klarheit über Genauigkeits-Kostenrelationen des Baues selbst, noch über das Ineinandergreifen und Auswirkungen der Toleranzen der Einzelteile auf jene des Gesamtbauwerkes (weder absolut noch unter Berücksichtigung des "Spiels") herrscht. Die Bedenken im Auditorium hinsichtlich Bauwerksverformungen durch Temperatur, Strahlungseinflüsse, Winddruck während der Montage, welche die Toleranzen weit überschreiten würden, konnten nicht zertretet werden. Die utopischen Genauigkeitsforderungen (s.o.) wurden vom Geodäten ähnlich 1.3 dieser Arbeit erklärt. (Es dürfte auch mangelnde Kommunikation oder zu wörtliche Auslegung publizierter oder vorgetragener geodätischer Renommiergenauigkeiten beteiligt sein).

Weiters wurde erst vom Geodäten darauf hingewiesen, daß in der Bautoleranz die Absteckgenauigkeit nur eine Komponente darstellt

(aus dem Auditorium mit 1/3 Material, 1/3 Montage, 1/3 Absteckung interpretiert), vgl. (6) - (11). Aus dem Auditorium wurde die Glaubwürdigkeit jener, welche utopische Forderungen stellen, dadurch erschüttert, daß selbst überaus eng tolerierte Bauten, konventionell abgesteckt und überwacht, im Endzustand durchaus nicht überall innerhalb der Toleranzen maßhaltig, ohne weiteres funktionstüchtig sind.

Bauseits interessante Feststellungen aus 70 :

- Kosten-Nutzen-Rechnung der Gesamthautoleranz unter Einbeziehung der Vermessungskosten wurden angeregt;
- der Geodät hat jedenfalls eine wichtige Kontrollfunktion auf Seite des Bauherrn, also des Auftraggebers;
- die spezifischen Bautoleranzen sind dem Geodäten bei Baubeginn verbindlich bekanntzugeben;
- der Vermessungsablaufplan ist einvernehmlich mit dem Baunetzplan abzustimmen, bzw. bei Änderungen rückzukoppeln;
- die Kontrolle von Auftraggeberseite soll sich auf maßgebliche Bauteile beschränken;
- der Bauherr hat für stabile und exakt definierte Vermarkungen zu sorgen.

Die auch zufolge der Ausbildung aller Beteiligten logische technisch-wirtschaftliche Verantwortung der Bauträger gliedert sich wie folgt:

- Der Auftraggeber erstellt die Funktionstoleranz  $u_{\max}$ ; (17)
- Auftraggeber und Ingenieurgeodät stellen aus dem Baunetzplan heraus ein Modell für Verhältnis Funktionstoleranz (Vermessungstoleranz ähnlich (7) aus den Überlegungen (5), (6), (4)) nach technisch-wirtschaftlichen Gesichtspunkten zusammen; (18)
- Der Ingenieurgeodät plant seine Messungen auf Grund der Vermessungstoleranz  $u_A$  (via  $\sigma_A$ ) bzw.  $u_G$  (via  $\sigma_G$ ); (19)
- Rückkopplung und Korrektur zwischen (17), (18), (19) ist möglich und erwünscht. (20)

Von uns kann jedenfalls niemand verlangen, technisch-wirtschaftlich exakte Funktionstoleranzen von Ingenieurbauten anzusetzen, da deren Erstellung zu den heikelsten und teilweise noch nicht gelösten Aufgaben der entsprechenden Spezialdisziplinen zählt.

Einige Beispiele für Funktionstoleranzen in der Ingenieurvermessung:

Fertigteil-Hochbauten:

Einzelelemente sind sehr eng toleriert, wegen Einpassung, Anschluß der Installationen nach außen und untereinander, Funktionstoleranz im Millimeterbereich. Diese kann von den Firmen eingehalten werden, bei der Montage ergeben sich Schwierigkeiten, wenn die Toleranz in den Fugen aufgebraucht ist. (22)

Das Gesamtbauwerk ist im allgemeinen mit 3-5 cm Abmaß toleriert, was noch keine Schwierigkeiten zu bieten scheint. Soll der Bau aber in eine Baulücke eingepaßt werden, ist besonderes Gewicht auf die Projektgrundlagen zu legen, da  $f_G$  hier praktisch Eins erreicht (vgl. (3), (4), (15)) und bei unzureichender Erfassung der Anschluß-Feuermauern die Toleranz leicht (und folgeschwer!) überschritten werden kann. Hier müssen also besondere Verfahren, z.B. terrestrische Photogrammetrie oder Theodolitaufnahme aus der Tangentialebene mit parallaktischen Winkeln und Zenitdistanzen, eventuell mit Laserstrahlmarkierung der Zielpunkte, vorgehalten werden. (23)

Untertägige Bauten:

Bei einseitigem Vortrieb meist sehr weite Toleranzen, z.B. bei Rohrdurchpressungen; das Verfahren steht hier in Wechselwirkung mit der geforderten Vortriebsgenauigkeit.

Manchmal kann aber aus technischen Gründen nur einseitig vorgerieben werden, z.B. bei Schildvortriebsmaschinen. Hier läßt sich einerseits durch entsprechende Schildfahrt eine festgestellte Abweichung im Bereich von mehreren Dezimetern noch korrigieren, weiters steht in der "Brille" des Schildes eine ebenso große Toleranz zur Verfügung; diese kann aber nicht ausgenützt werden, wenn der Durchstoßpunkt bereits in gegebene Richtungs- und Höhenverhältnisse einmündet, z.B. eine Station; dann stehen nur mehr etwa  $\pm 5$  cm zur Verfügung. Die bauseits hier angegebenen Toleranzen waren meist gefühlsmäßig dimensioniert und sicherheits halber sehr eng bemessen, auch was die Differenz zwischen Soll- und Istlage der Schildachse während der Fahrt betraf. Erst STOLITZKA blieb es vorbehalten, hier auf das Lichtraumprofil

und seine zulässigen Abstände von der Tübbinginnenkante als echte Funktionstoleranz zurückgreifen und hier technisch begründete Genauigkeitsmaße anzugeben. (24)

Bei Gegenortsvortrieb sind bei engen Toleranzen (vor allem der Querrichtung) meist nur ästhetische oder Prestige Gründe maßgebend, vor allem bei Teilausbau durch Vorstollen, teils auch bei nachträglicher Auskleidung des Vollausbau durch Spritzbeton. Bei Vollausbau mit vorgefertigten Auskleidungen, vor allem bei Raum für Versorgungsleitungen, sind Toleranzen von etwa 5-10 cm gerechtfertigt. (25)

Ist der Stollen für die Versorgungsleitung selbst gedacht, müssen die Mehrkosten für Nachfertigung von Krümmern bei Fernheizleitungen, Unterschreiten des Mindestgefälles bei Kanälen usw. berücksichtigt werden. Bei schwach geneigten Kanälen also Höhentoleranz  $< 1$  cm, bei Fernheizleitungen Richtungs- und Höhentoleranz  $\leq 5$  cm. (26)

#### Bohrpfähle:

Hier ist auf den Zweck zu achten. Bilden die Pfähle einen Rost für Fundamentierungen, ist die Lagetoleranz bei 5-10 cm, da dann die Statik noch nicht beeinflusst wird. (27)

Pfahlwände als Baugrubenumschließungen oder im Zuge des Schlitzwandverfahrens werden einerseits nicht an ihrem Aufpunkt, wo sie abgesteckt wurden, wirksam, sondern dort, wo auch der Fehler der Abteufung zur Geltung kommt. Andererseits soll deswegen bereits ober Tag der entsprechende Sicherheitsabstand vorgesehen werden; diese Ausweitung des Baugeschehens ist wieder kostenträchtig. (28)

#### Projektgrundlagen für Verkehrswege:

Die Genauigkeitsforderungen hinsichtlich Exaktheit der Massenermittlung sind gering. Bei einem mittleren Höhenfehler von  $\pm 5$  cm liegt die Genauigkeit der ermittelten Kubatur zwischen 1 und 2 Promille, einem solchen von  $\pm 25$  cm zwischen 5 und 10 Promille, und somit weit unter der erreichbaren Systemgenauigkeit von etwa 2 bis 6 Prozent (vgl. 126). (29)

Erfolgt der Anschluß des Projektes an den Bestand (Projektenden, bestehende Kunstbauten usw.) rechnerisch, so ist dort die größte

Genauigkeit erforderlich und jener der Absteckung zu vergleichen (siehe dort). Vor allem ist auf entsprechende Korrelation Aufnahme/Absteckungsnetz zu achten. (30)

Zwischendurch kann die nötige Genauigkeit nur rekursiv ermittelt werden, da auch sogenannte "Zwangspunkte" nicht immer absolut starre Abstände von den Trassenelementen aufweisen - von Hausecken z.B. werden zu den Minimalabständen Pufferzonen zugegeben, die nach der Art des Verkehrsweges oder seines Ausbaues dimensioniert werden. Hier werden sich asymmetrische Toleranzfelder ergeben. Dies gilt auch für unterirdische Gegebenheiten, wie schwere Einbauten oder unscharf definierte Zwangspunkte, wie Bäume. (31)

Im allgemeinen wird aber wesentlich genauer aufgenommen als projektiert, auch wenn die Projekte in sich völlig in Koordinaten vorliegen.

Hier sei auf eine Anwendung des LINKWITZ-SCHWEBEL'schen Trassierungsverfahrens hingewiesen 97. Die Freihandlinie des Vorprojektes wird dadurch gebildet, daß die Mindestabstände der beidseitigen Zwangspunkte kartiert und verbunden werden; überschlagene Figuren bedeuten Ablehnung der Trassenführung oder der Notwendigkeit, die entsprechenden Zwangspunkte aufzulassen. Teilweise ähnlich funktioniert auch die Trassenoptimierung durch STOLITZKA. (32)

#### Absteckung von Verkehrswegen:

Absteckfehler führen zu Unstetigkeiten in der Gradienten bzw. im Linienzug, entweder beim Übergang in den Bestand bzw. zur Einhaltung der Zwangsmaße oder aber im Linienzug selbst.

Bei Straßen bedeutet dies Fahrbahnverengungen, Knicke, Versetzungen im Grundriß bzw. Stufen im Aufriß. Letztere können meist durch mehr oder weniger kostspielige Rampen saniert werden, wenn nicht die Fahrbahnentwässerung dadurch unmöglich gemacht wird (von extrem groben Fehlern wird hier abgesehen). (33)

Die ersteren bedeuten vor allem ästhetische Nachteile sowie eventuell eine Beunruhigung des Fahrers. Wie die interessante Arbeit 98. nachweist, weicht die tatsächlich gefahrene Spur

je nach Fahrzeugkonzept (Über-bzw. Untersteuerer), Geschwindigkeit, Haftwert und Ausbauelement bis zu einem Meter von der projektieren ab. Die üblichen Absteckungsgenauigkeiten könnten daher, sogar wenn sie voll auf den Ausbau umgelegt werden, keine Auswirkungen auf das Fahrgeschehen zeitigen. (34)

Die gängigen Abstecktoleranzen einer Nachbargenauigkeit von wenigen Zentimetern sind zwar leicht einzuhalten, aber wirtschaftlich vor allem durch den hiedurch reibungslosen Bauablauf zu rechtfertigen. (35)

Nur bei Fehlern im Bereich von mehreren Dezimetern werden hier Geschwindigkeits- oder Lichtraumbeschränkungen die eventuelle Folge sein.

Bei Gleisbauarbeiten sind wegen Weichen, Fahrleitungsauslenkungen, Lichtraumtoleranzen usw. die funktionellen Anforderungen größer als im Straßenbau, die wirtschaftlichen Folgen auch kleinerer Ungenauigkeiten durch Betriebsbeschränkungen und häufige Gleisabnutzung größer. Immerhin sind hier nur bei den Mindestradien keine Reserven mehr vorhanden. (36)

#### Absteckung von Kraftwerksteilen:

Diese richtet sich nach der Statik der Anlage sowie den Funktionstoleranzen der Maschinengroßteile (aus dem Maschinenbau) und variiert von System zu System bis zu mehreren Einheiten. (37)

Bis jetzt war nur von qualitativen Forderungen die Rede. Qualitativ-quantitative bzw. rein quantitative Forderungen der Ingenieurgeodäsie, z.B. erforderliche Punktdichte und dreidimensionale Genauigkeit für Massenberechnung bzw. Trassenoptimierung, werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

3.1.2 Überwachungs- und Änderungsmessungen werden unmittelbar ohne Zusammenwirken mit bauseitigen Fehlerkomponenten weiterverwendet.

Deformationsmessungen werden ausgeführt zur Überwachung von befristeten Maßnahmen am Bau, (1)

oder zur langfristigen Sicherung der Umgebung vor Bauschäden an ständig bedrohten Bauwerken. (2)

Beispiele für (1):

Hebungsmessungen bei Baugrundinjektionen, Messungen an Silos, Tanks usw. bei Umlaufbetrieb, Messungen an Staumauern bei Stauraumfüllung und Entleerung, Schildschwallmessungen, Tunnelprofilaufnahmen, Setzungsmessungen an Fundamenten bei fortschreitender Baulast, Brückenbelastungsproben, Auslenkungen von Pfahlwänden bei Entnahme der Baugrube usw.

Beispiele für (2):

Periodische Messungen an Staumauern, Pipelines, Rutschhängen, tektonischen Spannungszonen.

In der Aufgabenstellung und zeitlichen Erstreckung zwischen (1) und (2) einzuordnen sind z.B. Bewegungsmessungen wegen Wind- und Strahlungseinflüssen an exponierten Bauten; Bergschadensmessungen u.a.m.

Die hypothetische Bewegung kann sein:

relativ im engeren Sinne, (3)

relativ im weiteren Sinne, (4)

absolut. (5)

Beispiele für (3):

Bewegung zwischen Teilen des Bauwerkes, z.B. Punkten eines Fundamentes, Rand und Mitte bzw. Krone und Fuß einer Staumauer.

Beispiele für (4):

Bewegung zwischen dem Bauwerk und seiner unmittelbaren Umgebung bzw. zwei benachbarten Bauwerken, z.B. Verankerungsfels und Widerlager eines Stauwerkes, dem stärker belasteten Hochteil und dem Flachteil eines Hochbaukomplexes beiderseits einer Trennfuge, Häusern im Nahbereich eines Tiefbauprojektes und etwas entfernteren.

Beispiele für (5):

Ermittlung der tektonisch bzw. bodenmechanisch stabilen Bereiche einer Großbaustelle; Erdkrustenbewegungsmessungen.

Obwohl (4) und (3) wesentlich anschaulicher wirken und auch im Sinne des "Engineering" bedeutender sind (vgl. 3.1.2), beschäftigen sich die meisten einschlägigen geodätischen Publikationen der jüngeren Zeit mit der Herausfilterung von echt "unveränderten"

Punkten aus einem mehrfach beobachteten Netz ( 32 ; 96 , 108 , 113 sowie LAZZARINI, GHITAU, COSTACHEL u.a.). Dies scheint einerseits darin begründet, daß die Stabilisierung des Festpunktnetzes überprüft werden soll, dann aus geologischen Gründen möglicherweise keine echt stabilen Positionen für geometrisch geeignete Festpunkte angegeben werden konnten, vor allem aber der durch die Fortschritte der EDV forcierte Ausgleich großer Netze anschauliche Relationen wie (3) und (4) auf den ersten Blick erschwert (obwohl solche aber gerade durch die erleichterte Auswertung des Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes vermehrt geknüpft werden können!) (6)

In den Fällen (3) und (4) müssen vom Auftraggeber Funktionstoleranzen angegeben werden können, d.h. jene relativen Bewegungen, welche aus statischen oder materialtechnischen Überlegungen am Bau Maßnahmen erfordern; im Fall (5) ist schon aus Wirtschaftlichkeitsgründen das Festpunktnetz aus geologischen und bodenmechanischen Gesichtspunkten festzulegen, um die aufwendigen Überprüfungen (6) zurückzudrängen. (7)

Der Nachweis der "Unveränderlichkeit" gemäß (6) erfordert aber auch eine Schranke für die "Minimalbewegung", da gemäß 5.1.2(4), (5) die Nullhypothese nicht nachgewiesen werden kann: bei (5) und (6) wird dann eine Funktion der a priori-Meßgenauigkeit hierzu herangezogen.

Die Genauigkeitsforderungen des Auftraggebers sind manchmal in Bruchteilen des Gesamtbetrags der zu erwartenden Änderung (z.B. "10% der vorausberechneten Gesamtsetzung"), manchmal absolut (beliebteste Forderung "1 mm", oft aber auch völlig utopisch) und oft überhaupt nicht ("so genau wie möglich") artikuliert. Wie schwer sich die in (7) geforderten Funktionstoleranzen zu einheitlichen Richtlinien (z.B. 50 ) zusammenziehen lassen, zeigt 101 - bei einem Wärmekraftwerk führten Bewegungsunterschiede von 2 bis 5 mm zu schweren Betriebsstörungen, bei einem anderen solche von 1,50 m (!) zu keinen Störungen, dort genügten Nachstellungen an den Turbinen. (Weitere Beispiele in S.132-161).

Die Funktionstoleranzen bei Setzungsmessungen ergeben sich aus der Statik des Bauwerkes oder der Funktionstoleranz von Maschinen

und zeigen große individuelle Unterschiede. Bei konventionellen Bauten werden relative Änderungen von 2-3 cm zwischen den extremsten Fundamentpunkten gerade noch unbedenklich empfunden; es gibt aber auch Bauten, bei welchen bereits wenige mm zu großen Umlagerungen führen können (was wieder eine entsprechende Statik zum Schutz gegen Auswirkungen dieser Umlagerungen erfordert).

Die Setzungstoleranz ist also jeweils von Statiker bzw. Bodenmechaniker vorauszuberechnen. (Vgl. 35 1726 ff).

Oft dient auch die Setzungsmessung als Beweis für die Richtigkeit der Annahmen über Statik und Untergrund, manchmal als Hilfsmittel zur Prognose entsprechender Verhältnisse. Bei manchen Maschinenteilen sind die Funktionstoleranzen sehr eng, z.B. bei automatischen Weichen bei 2 mm Setzung. Sind Setzungen eines Bauwerkes zu erwarten, sind entsprechende Justiervorrichtungen vorzusehen. Die Absolutbeträge erfaßter Setzungen reichen von 0,05 mm/2 Jahre bei Magneten von Teilchenbeschleunigern über 0,5 mm/Tag bei der Klagenfurter Autobahnbrücke bis zu 7 m/40 Jahren in Bergschadensgebieten im Ruhrbezirk.

3.1.3 Zusammenfassung: Allgemeingültige bauseitige Genauigkeitsanforderungen liegen in Österreich nicht vor. Sie wären für den Fall einheitlicher Technologien (Fertigteilbauweise, Projektgrundlagen) in einem genau definierten Problembereich zweckmäßig. Die jeweils individuell vorgegebenen Bautoleranzen werden meist ohne Berücksichtigung irgendwelcher Fehlerkosten und mit absolutem Sicherheitsrisiko deterministisch vorgegeben. Bei dem Zusammenwirken von Vermessungs- und anderweitigen Fehlern zur Gesamtbautoleranz ist bei der gegenseitigen Gewichtung die wirtschaftliche und technische Möglichkeit bauseitiger Korrekturen zu erheben, um nicht utopisch enge Vermessungstoleranzen einhalten zu müssen.

Es besteht jedenfalls kein universeller, juristisch oder sozioökonomisch begründeter Anspruch auf festgelegte Toleranzen; für das einzelne Projekt und besonders für gleichartige Projektgruppen (Prinzip des Austauschbaues) und technische Vorhaben sind solche für den Vermessungstechniker und den Bauträger äußerst wertvoll.

Abb.16: Entscheidungsbaum bei der Anwendung von Toleranzen in der Ingenieurvermessung

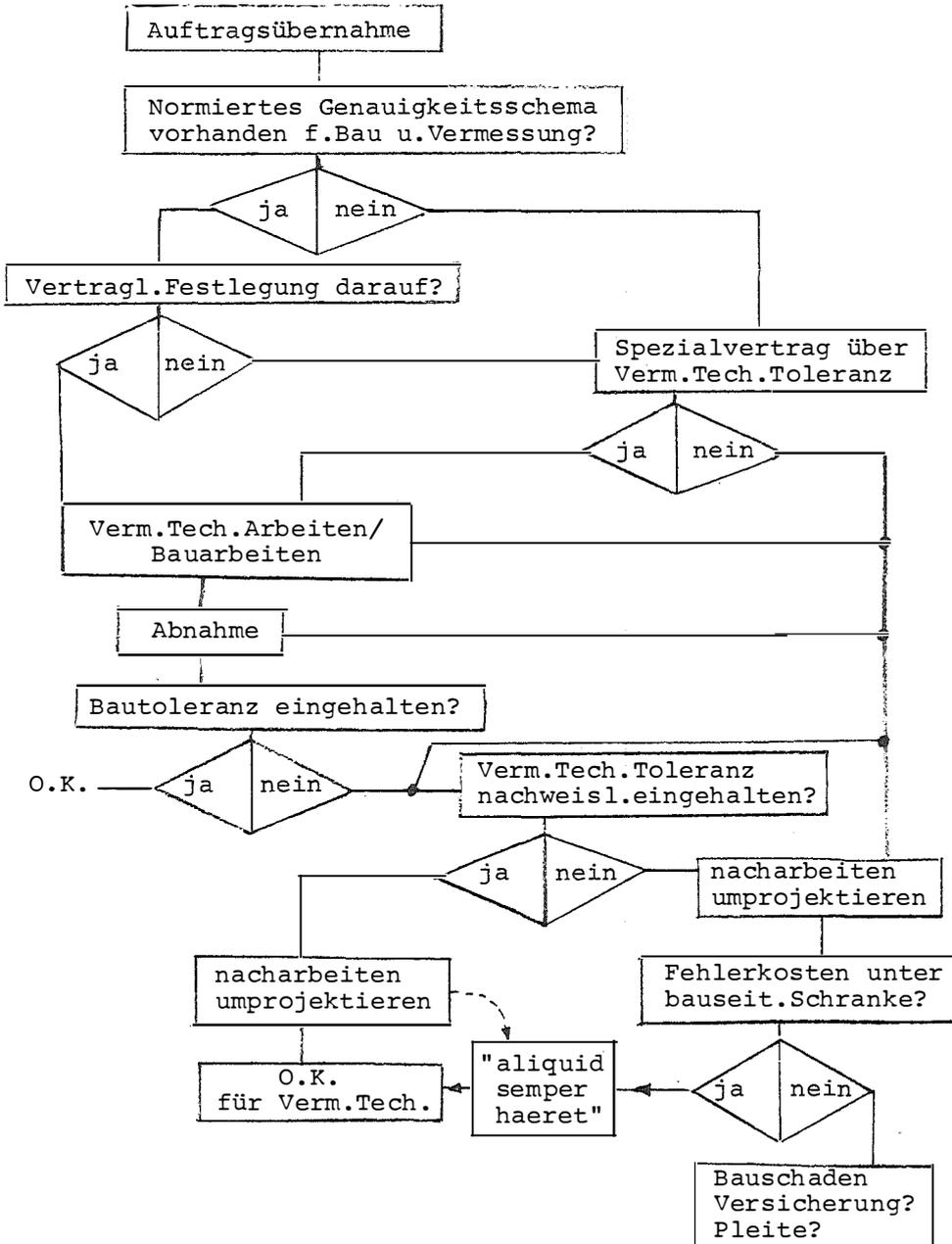


Tabelle 10: Gängige Genauigkeitsforderungen in der Ingenieurgeodäsie (Beispiele)

abs. ... absolut (cm) rel. ... relativ in %	Projekt/Bau - Toleranz			Vermessungstoleranz			
	Lage		Höhe	Lage		Höhe	
Art der Arbeit	abs.	rel.	(abs.)	abs.	rel.	(abs.)	
Planungsgrundlagen	-	-	-	$\geq 200$	-	$\geq 20$	
Projektsgrundlagen	1 - 60	-	1 - 20	1 - 20	-	1 - 10	133
Hochbau (Ortsbeton)	2 - 10	1 - 0,2	1 - 5	0,5 - 5	1 - 0,2	1 - 3	
Fertigteilbau	0,3 - 5	1 - 0,05	0,5 - 5	0,1 - 5	0,5 - 0,05	0,1 - 2	
Tiefbau (Aushub)	5 - 30	-	2 - 10	1 - 20	-	2 - 5	
Tiefbau (Kanal)	2 - 30	-	0,5 - 5	1 - 10	-	0,3 - 1	
Tunnel	5 - 10	1 - 0,01	0,5 - 5	2 - 5	0,5 - 0,01	0,1 - 1	27
Sportbauten	3 - 5	-	-	0,3 - 3	0,5 - 0,05	1	129
Brücken	1 - 10	-	0,5 - 2	0,2 - 2	0,1 - 0,02	0,1 - 1	
Deformationsmessungen	-	-	-	0,05 - 0,1	0,1 - 0,005	0,05 - 0,2	
Industriefeinmessungen	-	-	-	0,01 - 0,1	0,5 - 0,005	0,01 - 0,2	

Anmerkung: Erfahrungswerte, nicht aus Formeln berechnet.

### 3.2 Vermessungen für den Grenzkataster.

Im Gegensatz zu den Arbeiten der Ingenieurgeodäsie tragen jene des Grenzkatasters öffentlich-rechtlichen Charakter. Dort ist der Vermessungstechniker nur dem Auftraggeber, keinem Dritten verantwortlich; hier genießen seine Produkte öffentlichen Glauben. Daher muß auch der Vertrauensbereich seiner Arbeiten einfach durchschaubar vorliegen.

Der Bedarf an Genauigkeit läßt sich hier schwer formulieren, da polare Bestrebungen gegensätzliche Forderungen zeitigen:

- Vollständigkeit, rasche Evidenthaltung kontra Genauigkeit; (1)
- Verfall des Eigentumsbegriffes (auch an Grund und Boden) kontra steigenden Bedarf an Grund und Boden. (2)

Gemäß (1) ist mit dem technologischen Fortschritt der Widerspruch zwischen Vollständigkeit und Genauigkeit im Schwinden begriffen.

Gemäß (2) müssen Grund und Boden als Rohstoff betrachtet werden, der sich nicht mehr vermehren läßt. Umwidmung von Grünland in Bauland entspricht der Aufdeckung neuer Fundstätten, mit allen Konsequenzen des Raubbaus. Einer immer genaueren Katalogisierung der Rohstoffvorräte entspricht ein immer genauerer Grundkataster. Gleichzeitig wird die Frage immer aktueller, wie weit die Öffentlichkeit das Privateigentum durch Beistellung genauer Katasterunterlagen schützen soll.

Gleichzeitig zeigt sich eine Konvergenz zwischen Grenzkataster und Ingenieurgeodäsie. Die Unterlagen aus dem Grenzkataster werden sinnvoll nicht nur (jetzt sekundär) zur gerechten Verteilung der Grundsteuer und (jetzt primär) zum Schutz des Eigentums an Grund und Boden, sondern für alle Arten von Planungen genutzt: für Fluchtliniengerippe, Widmungs/Nutzungsbilanzen, Einsparung von Digitalisierungen für Städtebau und Verkehrstechnik usw. In der geschlossenen Bauweise konvergiert die Lagetoleranz im Grenzkataster zur Bautoleranz (nicht nur Vermessungstoleranz im Hochbau, sondern enger!). Der Grenzkataster wird also vom Grundsteuerkataster über den eigentlichen Grenzkataster zum Planungskataster ausgeweitet.

Daraus resultiert oftmals das Bedürfnis nach gesteigerter Nachbargenauigkeit; Nachbargenauigkeit erfordert aber Sicherheit der Anbindepunkte hinsichtlich Identität. Auch bei der Neuanlage von Katasteroperaten treten all die genannten Probleme auf. Gefordert wird ein dreistufiger streng bedarfsorientierter Grenzkataster <sup>107</sup>. Das Konzept des österreichischen Grenzkatasters ist aber in hohem Maße bedarfsorientiert. Die Öffentlichkeit liefert "nur" die Festpunkte, die Grenzen selbst der "bedürftige" = interessierte Private via Ingenieurkonsulent für Vermessungswesen. Die Öffentlichkeit hilft wieder via Beurkundung.

Tabelle 11: Gängige Genauigkeitsforderungen im Grenzkataster  
(Beispiele)

Gesichtspunkt	absolut (cm)	relativ (%)	Anmerkung
Grundsteuerkataster	-	50	via Schätzungs- genauigkeit von 10%
Bodenwert	-	5	via Vermessungs- kosten (3.023 (5))
- " -	-	10	via Oberholzer- Umfrage
Aussage: Stickler	-	1	
- " - : Veit, Pinkwart	3	-	
- " - : Kurandt	50	-	ähnlich unvermarktete Gste; $\sigma_s = 50-60$ cm <sup>111</sup>
Verm. Gesetz	20	-	
Definition der Grenzmarken	5 - 20	-	<sup>116</sup> , Österreich; analog Umfrage Oberholzer
Konvergenz gegen Ing. Geodäsie	1 - 5	-	
Konvergenz gegen Planung	1 - 200	-	

Tabelle 12

unabhängige Variable		Produktion	Stab. Verm.	Stab. Koord.	Mp	Dichte	Schwund	Abschlußfehler
abhängige Variable								
1	Höhe der Jahresproduktion		-0,3		+0,5	+0,1		
2	Stabilität der Vermarkung				-0,5	-0,1	+0,3	
3	Stabilität des Ziffernwertes der Koordinaten	-0,2	+0,7		-0,1	0,0	-0,5	-0,5
4	Mittlerer Punkt-lagefehler eines Punktes	-0,1	-0,1	-0,1		-0,1		
5	Dichte (Punkte pro km <sup>2</sup> )	+0,9	+0,3	0,0	+0,1		-0,3	
6	Schwund (% der vorh. Punkte/Jahr)		-0,6					
7	Mittl. Abschlußfehler einer abgeleiteten Vermessung		-0,3	-0,3	+0,5	-0,5	+0,4	
		1	2	3	4	5	6	7

### 3.3 Festpunkte

Das Festpunktefeld der österreichischen Landesvermessung wurde für wissenschaftliche Zwecke (Erdmessung) und als Grundlage für den Grenzkataster angelegt (§1 Verm.Ges.), doch primär nicht für Zwecke der Ingenieurgeodäsie.

3.3.1 Für deren Aufgaben kann die Vermarkung zu instabil, die Situierung topographisch oder tektonisch ungeeignet und die Genauigkeit zumindest hinsichtlich von gewissen Funktionen der Koordinatenfehler ungenügend sein; dies liegt aber in der sozioökonomischen Zielsetzung dieses Festpunktfeldes. Die Anlage eines speziellen Netzes, gegebenenfalls mit Übernahme der Punktstabilisierung, des Maßstabes, eines Punktes, der Orientierung u.dgl. ist am Problem selbst nach örtlicher Begehung und Einsicht in das Operat zu klären.

3.3.2 Wesentlicher sind die Betrachtungen für Brauchbarkeit im Grenzkataster. Hier soll das Netz vorhanden, stabil hinsichtlich Vermarkung und Ziffernwert der Koordinaten und genau sein.

3.3.2.1 Damit es überhaupt geschaffen werden kann, sind die Jahresproduktion und die Endsumme und somit die nötige Dichte abzuschätzen. In Tabelle 12 sind die geschätzten Korrelationen einiger wichtiger Größen angeführt. Logisch nicht begründete Zusammenhänge fehlen.

Tab.12. auf **87**

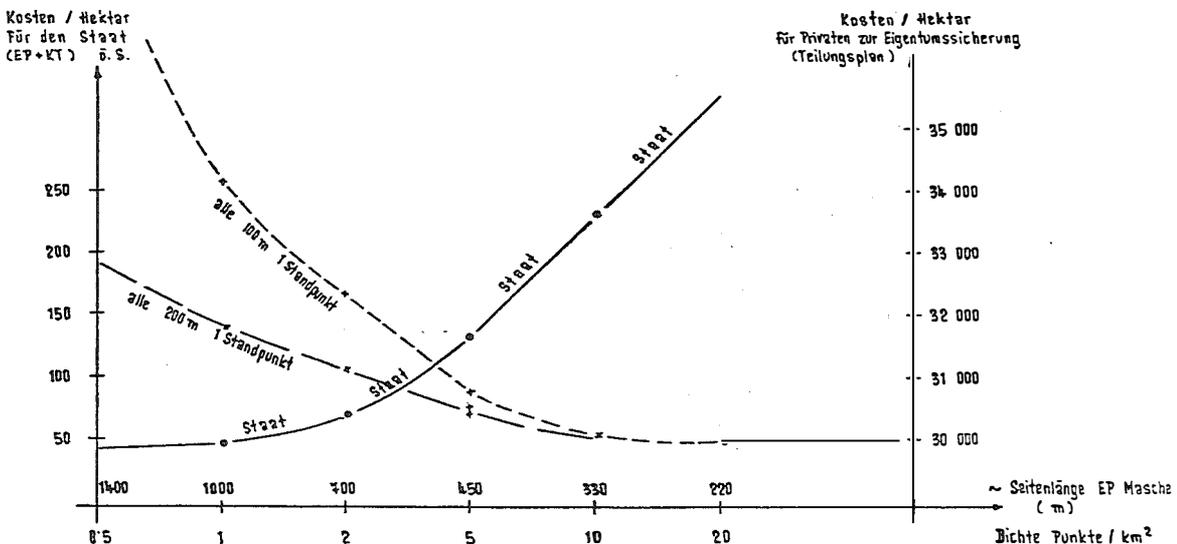
Die grob schematischen Werte von Tabelle 12 durch ausgedehntes Zahlenmaterial zu untermauern, wäre eine interessante, aber sehr schwierige Aufgabe. Ebenso würde es zu weit führen, alle Korrelationskoeffizienten zu kommentieren. Beispiel: je stabiler die Ziffernwerte der Koordinaten in einem Gebiet sind, also je seltener sie von Amtswegen auf Grund neuer Operate geändert werden, desto geringer werden im allgemeinen z.B. Polygonzugabschlußfehler sein, da dies auf homogene Koordinaten deutet. Liegen aber tatsächlich Netzspannungen vor und

wurden diese nicht in die Festpunktkoordinaten eingearbeitet, diese bleiben also formal stabil, tritt der zu  $\xi_{7/3} = -0,3$  entgegengesetzte Effekt ein!  $\xi_{7/7} = -0,5$  bedeutet, daß häufig auftretende große Abschlußfehler zu Koordinatenänderungen der Festpunkte führen (steigender Fehler/sinkende Stabilität),  $\xi_{7/3} = -0,3$  bedeutet den zuvor geschilderten Fall große Stabilität/kleiner Abschlußfehler.

Um die Werte "7" klein zu halten, bedarf es vor allem kleiner Festpunktfehler und großer Dichte des Netzes. Gegenwärtig ist der Einfluß der Festpunktfehler ( $\xi_{7/4}$ ) etwa so groß wie jener der Messung selbst, bei gegebener Netzdichte ( $\xi_{7/5}$ ).

Die Kosten für ein dichtes Festpunktfeld fallen der Öffentlichkeit zur Last, jene für die genaue Einbindung in ein lockeres dem Interessenten, also dem Privaten, dessen Eigentum geschützt werden soll. In Abb.17 wird unter sehr vereinfachten Annahmen eine Abschätzung des Kostenverhältnisses gegeben; vorausgesetzt wird ein Preis von S 500,-/je Standpunkt, S 30.000/Hektar Teilungsplan, S 5000/KT; S 2000/EP; gleichseitiges Dreiecksnetz der Festpunkte. Gemäß § 2(1) Verm.VO darf der Grenzpunkt nicht weiter als 150 m vom Festpunkt entfernt sein, wenn nur 1 Standpunkt verwendet wird. Im  $s_1 = 300$  m/EP Netz sind  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  Anteile der Gesamtfläche von einem Punkt zu erreichen, in größeren nur  $\frac{s_1^2}{(150)^2} \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  Anteile.

Abb. 17



Für den Staat optimal wären zwei Festpunkte pro  $\text{km}^2$ , wie es auch z.B. in der BRD vorgesehen ist. Auch für den Privaten läge hier ein relatives Optimum, wenn man 200 m Polygonseiten voraussetzt, und bei ca. 7 EP/ $\text{km}^2$ , wenn man 100 m Seiten voraussetzt.

In Wirklichkeit sind die Vereinfachungen durch linearen Kostenverlauf für die Festpunkte, Beziehung auf 1 Grenzverm. Plan je Hektar und die Erreichbarkeit innerhalb der Masche wahrscheinlich zu grob.

Tabelle 13 zeigt gemäß Formel 3.o.2.2.1 (2) und ~~133~~ S.139 verschiedene Relationen zwischen angenommenen Produktions- und Schwundraten und den in 30 Jahren nach Beginn der Produktion erreichten Stand (längere Zeiträume sind wegen der technologischen Innovation sinnlos).

Tabelle 13

Jahres- produktion Festpunkte	Punkt- dichte $\text{km}^{-2}$	Plansoll insges.	jährl. Schwund in % des Bestand.	nach Beginn d. Produkt. erreicht			Erfül- lungs- zeit Jahre
				10 J.	20 J.	30 J.	
8.000	2	150.000	2	72.800	129.600	170.400	25
			4	65.600	99.200	100.800	33
	5	300.000	2				33
	10	400.000	2				33
12.000	2	150.000	2	109.200	194.400	255.600	15
			4	98.400	148.800	151.200	21
	5	300.000	2				45
			4				33
	10	400.000					33
24.000	5	300.000	2	218.400	388.800		14
			4	196.800	297.600	302.400	21
	10	400.000	2				21
			4				33

Mit dem derzeitigen (auch kapazitätsmäßig bedingten) Konzept ist überhaupt nur ein Programm mit 700 m Punktabstand durchführbar, bei Verdreifachung der Produktion ist das Programm mit 300 m Punktabstand nur unter der Annahme der günstigsten Schwundrate durchzubringen.

Ein Nachziehen der jetzt erstellten Punkte mit späteren genaueren Messungen ist ebenfalls nach der derzeitigen Konzeption unmöglich, da immer die volle Kapazität zur Neuschaffung verwendet werden muß. Laut ~~136~~ S.136 schlägt die Paßpunkt-messung bei dem derzeitigen Einzelmodellkonzept mit max. 20% der Gesamtkosten zu Buche. Daher kann mit einer Entspannung durch Monsterblockausgleiche nicht gerechnet werden. Ebenso ist der Versuch einer Produktionssteigerung durch Genauigkeits-senkung nicht effektiv (3.o.2.2.1 (1); große Genauigkeit des jedenfalls verwendeten Meßmittels; Zuverlässigkeit muß auf jeden Fall gewahrt bleiben).

Folgerung: vor allem in wirtschaftlich weniger wertvollen Gebieten, wo auch kein politischer Druck nach Grenzkataster wirkt, ist auf lange Sicht noch mit geringer Festpunktdichte und Inselkoordinatensystemen zu rechnen.

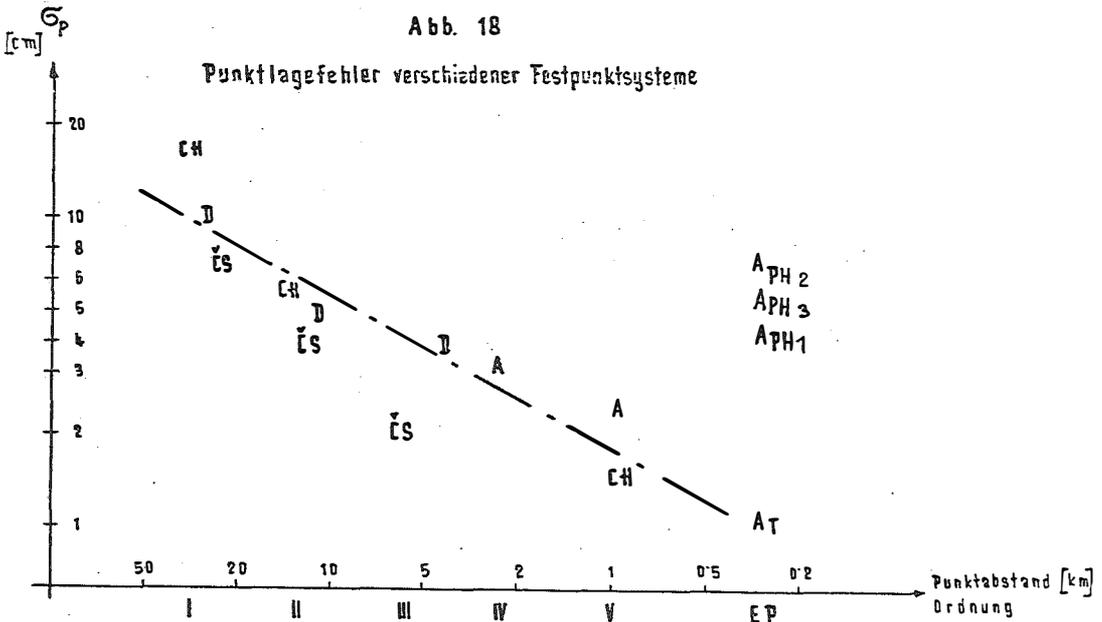
Negiert man das derzeitige Festpunkt-Dichte-Konzept, so negiert man auch einen wesentlichen Gesichtspunkt des Vermessungsgesetzes; wie schon erwähnt, müßte die Identität dann von anderen (möglicherweise ebenfalls nicht "identen") Grenzpunkten abgeleitet werden. Eine entsprechende Möglichkeit wird in 6.1.2 dieser Arbeit angedeutet.

- 3.3.2.2 Spezielle Anforderungen an das Festpunktfeld, vor allem hinsichtlich Genauigkeit, wurden bisher noch nicht formuliert. Da der Festpunkt zum Nachweis der Unveränderlichkeit der Grenzpunkte dienen soll, muß vor allem seine Identität außer Zweifel stehen. Seine Vermarkung muß schon vom Material her den Gedanken an Versetzen oder Verschieben ausschließen. Der Nachweis der Identität eines Festpunktes ist sehr aufwendig. Die im Bundesamt teils geübte Praxis der Wiederherstellung aus Topographiemaßen ist sicher abzulehnen.

Für den Festpunkt letzter Ordnung fordert man Nachbargenauigkeit zum nächstgelegenen. Dies ist aber bei großer Punktdichte nicht so wichtig wie Nachbargenauigkeit in größerem Bereich, also gute Quasiabsolutgenauigkeit. Im Nahbereich wird die Lagegenauigkeit sekundär vom Fehler der Einmessung bestimmt, bei Entfall eines Punktes muß der nunmehr nächste noch immer homogen mit dem System sein und so genau liegen, daß der gesteigerte Messungsaufwand sich nicht signifikant auswirkt. Hinsichtlich der Fehlerbegriffe herrscht große Verwirrung: viele Festpunktgenerationen wurden durch Einzelpunktausgleich geschaffen, erst die letzten durch Netzausgleich. Die hiebei angegebenen Punktfehler kann man nur sehr bedingt vergleichen.

Die Ableitung des mittleren Abstandsfehlers aus dem Punktfehler ist wegen Nichtberücksichtigung von Korrelationen ebenfalls unkorrekt; am ehesten läßt sie sich in photogrammetrisch erstellten Festpunktfeldern durch  $\sigma_s = \sigma_p$  approximieren.

Trotz dieser Einwände sei in Abbildung 18 ein Überblick über einige empirisch ermittelte Festpunktgenauigkeiten vermittelt (unter Verwendung von 69 S.44, 45).



Die Ordnungen I - V betreffen "klassische" Triangulierungen. Für die österr. EP wurden die Erfahrungen von Präzisionspolygonzügen ( $A_T$ , 72 ) sowie photogrammetrischer Konzepte ( $A_{PH1}$  81 ,  $A_{PH2}$  138 ,  $A_{PH3}$  112 , S.52  $\bar{e}2$ ) verwendet.

Man sieht die stete Genauigkeitssteigerung vom Großen ins Kleine, Folge des Fehlergesetzes der Triangulierung und der Ausgleichung. Trilaterationsnetze oder gemischte Netze mit vorwiegend Strecken könnten nach anderen Konzepten wirkungsvoller aufgebaut werden 53 , doch in unserer Praxis läßt sich ein solches Konzept wegen der hiezu nötigen aufwendigen Vermarkung bzw. der großflächigen Koordinatenänderungen von Festpunkten nicht verwirklichen.

Laut Literatur wurden verschiedene Fehlergesetze für Abhängigkeit der Lagefehler von den Streckenlängen in Triangulierungsnetzen angesetzt ( 69 S.44; ev. 123 ):

$$\sigma_s \doteq \sigma_p = b s_M^d \quad (1)$$

$$\text{wobei } d = 1/2, 2/3, 1. \quad (2)$$

b variiert von Ordnung zu Ordnung, außer in der ČSSR.

Korrekt könnte der Genauigkeitsanspruch an Festpunktfelder nach dem Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz formuliert werden, wie es in vereinfachter Form an anderem Beispiel unter 3.1.1 dieser Arbeit vorgeführt wurde.

Aus der bekannten Verwendung der niedrigsten n-ten Ordnung

$$F_{n+1} \quad (3)$$

und des hiebei aufscheinenden Genauigkeitsanspruches

$$\sigma_0 \sqrt{Q_{FF_{n+1}}} \quad (4)$$

$$\text{könnte aus } Q_{FF_{n+1}} = F_{n+1} Q_{FF_n} F_{n+1}^T \quad (5)$$

auf  $Q_{FF_n}$  (Kovarianzmatrix der niedrigsten Ordnung) und sodann rekursiv aus den bekannten Messungs- und Ausgleichsalgorithmen  $F_i$  (i = 1 bis n) auf die  $Q_{FF_i}$  geschlossen werden. (6)

In der umgekehrten Reihenfolge wurde dies unter starker Vereinfachung in 37 durchgerechnet; die Resultate dieser Arbeit sind allerdings nicht korrekt, da sie ohne Berücksichtigung des Ausgleichsalgorithmus bestimmt wurden. In Österreich wurde die Genauigkeit der photogrammetrischen EP auf die Forderungen der Vermessungsverordnung empirisch abgestimmt.

Wie einfache Rechnungen zeigen ( 52 S.31-39) ist hiebei das Konzept  $A_{PH2}$  nicht ausreichend; die neue nur wenig kostspieligere Methode  $A_{PH1}$  (KOVARIK) genügt den derzeitigen Anforderungen. (7)

Die Inhomogenität beim Genauigkeitszuwachs bei den EP (Abb.18 rechts) ist z.T. bedarfsorientiert, sollen doch die in städtischen Gebieten durch gemischte Netze bzw. Feinpolygonzüge eingeschalteten Punkte zweckmäßigerweise auch für Aufgaben der Ingenieurgeodäsie herangezogen werden; hier ist das Vermarkungsproblem durch Gabelpunkte gelöst. Die Punkte der niederen Triangulierungsordnung werden selbst oder mittelbar als Paßpunkt für die Bestimmung der phot. EP bestimmt; auch hier scheint im Nachhinein die Genauigkeitsrelation voll gerechtfertigt. (8)

Nachdem Detailpunkte im Allgemeinen (noch) keinen Ausgleichsalgorithmen unterworfen sind, weiters die Festpunktfehler noch bei keinem Auswertungs- oder Anlagekonzept berücksichtigt werden, könnte man analog zu 3.1.1 und den Bräuchen in Fertigungsmeßtechnik und Baunormen fordern, der Einfluß der Festpunktfehler auf das Ergebnis der Detailvermessung möge vernachlässigbar sein (z.B. 1/5, 1/10 usw.) und daraus auf EP-Genauigkeiten schließen. (9)

Für  $u = 0,20$  m;  $\sigma_P = 0,2$  u (analog 3.1.1.(10)) erhält man  $\sigma_P \hat{=} 0,04$  m (vergleichbar  $A_{PH1}$ !) (10)

Wir setzen  $\sigma_F$  für mittl. Festpunktfehler der niedersten Ordnung  $\sigma_P = \sigma_0 \sqrt{Q_{FFn}}$ ; u die absolute Toleranz gemäß Verm.Verordnung (Identitätsschranke) mit  $u = 3\sigma_V = 3\sigma_0 \sqrt{Q_{FFnn}}$ ; wobei

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{\text{Aufnahme}}^2 + \sigma_{\text{Absteckung}}^2} \quad (11)$$

Kommt man auf den Ansatz (10) zurück, wird  $\sigma_v = \sigma_p * \frac{0,8}{0,6}$  (12)  
 (vgl. 3.1.1.(12));  $\sigma_v \hat{=} 0,055 \text{ m}$ ; (13)

$\sigma_{\text{Aufnahme}} = \sigma_{\text{Absteckung}} \hat{=} 0,04 \text{ m}$ , noch ohne Berücksichtigung  
 der Definition der Punktstabilisierung! (14)

Die Annahmen (10) und (14) scheinen sich mit der derzeitigen  
 Realität zu decken.

### 3.4 Weiterer Genauigkeitsbedarf in der Vermessungstechnik.

Besonders in Randgebieten der Ingenieurgeodäsie zu anderen  
 Sparten liegen artikulierte oder erahnte Genauigkeitsforde-  
 rungen vor, z.B. bei Lageaufnahmen für geophysikalische Erkun-  
 dungen in qualitativer und quantitativer Hinsicht, für Pla-  
 nungsgrundlagen, Massenabrechnungen vorwiegend quantitati-ver  
 Hinsicht. Auf sie soll aber nicht eingegangen werden.

Generell kann aber festgestellt werden, daß mit fortschreiten-  
 dem technologischem Fortschritt bald auch in bisher nicht von  
 uns erfaßten Gebieten qualitativer Genauigkeitsbedarf auf-  
 treten wird. Digitizer- und Plottergenauigkeiten bis 0,01 mm  
 bzw.  $10^{-5}$  bzw. Ausweitung von Speicherkapazitäten der Daten-  
 banken lassen Allzweck-Koordinatenverzeichnisse mit cm-Genauig-  
 keit und größtmöglicher Zuverlässigkeit und Universal-Adressie-  
 rung erwarten. Dies wird m.E. auch an rein graphische Karten-  
 werke größere Ansprüche stellen, da sie als Digitalisierungs-  
 grundlagen dienen sollen. Zu einem noch späteren Zeitpunkt  
 wird die Bedeutung der graphischen Unterlagen zu der von  
 Abbildungen degenerieren, da die Daten dann direkt aus dem  
 Aufnahmevorgang zufließen.

4. Theoretische Grundlagen für die Formulierung von Toleranzen.

4.1 Elementare Überlegungen aus Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik.

4.1.1 Die Normalverteilung.

Vorerst wollen nur zufällige Fehler betrachtet werden (unter Bezug auf 94 S.28-52). Eine Erweiterung auf die "gesamten Fehler" folgt unter 4.2.

4.1.1.1 Normalverteilte Vektoren. Momente einer Verteilung.

Wir betrachten den zufälligen Vektor der Beobachtungen  $L$ . Er sei normalverteilt, d.h. alle seine Komponenten  $l_i$  ( $i=1\dots n$ ) seien normalverteilt.

Der Erwartungswert "E" von  $L$  sei:  $E(L) = \bar{L}$  (1)

Die Kovarianzmatrix  $Q_{LL}$  sei gegeben; für sie gilt

$$Q_{LL} = E((L - \bar{L})(L - \bar{L})^T). \quad (2)$$

Die Normalverteilung besagt nun: Die Verteilungsdichte

$$f(l_1, \dots, l_n) = [\text{Det}(Q_{LL}^{-1})]^{1/2} \cdot (2\pi)^{-n/2} \cdot e^{-\frac{1}{2}(L - \bar{L})^T Q_{LL}^{-1} (L - \bar{L})} \quad (3)$$

$$\text{Wegen } \text{Det}(Q^{-1}) = (\text{Det } Q)^{-1} \quad (4)$$

und der Konvention  $e^x = \exp x$  läßt sich (3) auch anschreiben:

$$f(l_1, \dots, l_n) = \text{Det}(Q_{LL})^{-1/2} \cdot (2\pi)^{-n/2} \cdot \exp(-\frac{1}{2}(L - \bar{L})^T Q_{LL}^{-1} (L - \bar{L})). \quad (5)$$

Das "erste Moment" oder der "Erwartungswert" kann als Dichtefunktion definiert werden durch:

$$E(l_i) = \int \dots \int_{R_n} l_i f(l_1, \dots, l_n) dl_1 \dots dl_n \quad (6)$$

die "zweiten Momente" werden wie folgt definiert:

$$Q_{rs} = \int \dots \int_{R_n} (l_r - \bar{l}_r)(l_s - \bar{l}_s) f(l_1, \dots, l_n) dl_1 \dots dl_n \quad (7)$$

Für  $n=1$  ergeben sich die bekannten Beziehungen für eine normalverteilte Größe

$$E(l) = \bar{l}, \quad Q_{11} = \sigma^2 \quad (\text{Dispersion, Varianz})$$

$$f(l) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(l - \bar{l})^2} \cdot \frac{1}{\sigma^2} \quad (8)$$

## 4.1.1.2 Lineare Funktionen normalverteilter Vektoren.

Meist interessieren nicht die Beobachtungen  $L$  selbst, sondern gewisse Funktionen  $X = FL$ , als Ergebnis der vermessungstechnischen Arbeit.

Beispiele: mehrfaches Vorwärtseinschneiden, ausgeglichen nach

Methode der kleinsten Quadrate:  $X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$  (1)

worin  $P$  Diagonalmatrix,  $p_i = Q_{ii}^{-1}$ ,  $F = (A^T P A)^{-1} A^T P$

Polaraufnahme,  $l_{2i} = \begin{Bmatrix} y_{pp} \\ x_{pp} \\ \gamma_{ppi} \\ s_{ppi} \end{Bmatrix}$ ,  $f_i = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & \frac{s}{\rho} \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & 1 & -\frac{s}{\rho} \sin \gamma & \cos \gamma \end{Bmatrix}$  (2)

Nun gilt, unter Voraussetzung, daß  $L$  normalverteilt und  $F$

linear sei:  $E(X) = F \bar{L}$  (3)

$$Q_{xx} = F Q_{LL} F^T \quad (4)$$

(4) wird auch als "Allgemeines Fehlerfortpflanzungsgesetz" bezeichnet (vgl. 4.1.5); diese Beziehung entartet für  $Q_{LL} =$  Diagonalmatrix,  $Q_{ii} = \sigma_i^2$  zum gängigen Fehlerfortpflanzungsgesetz; mit zusätzlich  $F = E$  (Einheitsmatrix) zur bekannten quadratischen Fehleraddition.

Wegen der Beziehungen (3) und (4) kann man nun mit  $X$  arbeiten wie unter 4.1.1.1((3)-(8)) angegeben, da auch  $X$  ein normalverteilter Vektor ist. (5)

## 4.1.1.3 Korrelationsellipse. Fehlerwahrscheinlichkeiten.

Als Korrelationsellipse eines normalverteilten Vektors  $n$ -dimensionalen  $X$  mit den Erwartungswerten  $\bar{X}$  bezeichnet man die Fläche mit der Gleichung  $(x - \bar{x})^T Q_{xx}^{-1} (x - \bar{x}) = 1$  (1)

Spezialfälle: Dimension des Vektors  $n = 1$ :

$$(x - \bar{x})^2 \sigma^{-2} = 1, \quad x = \bar{x} \pm \sigma \quad (2)$$

$n = 2$ :

$$\frac{(x - \bar{x})^2}{Q_{xx}} - 2 \frac{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{Q_{xy}} + \frac{(y - \bar{y})^2}{Q_{yy}} = 1 \quad (3)$$

Nun üben wir auf  $\mathbf{X}$  eine orthogonale Transformation  $\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{X}$  mit der Orthogonalitätsbedingung  $\mathbf{F}\mathbf{F}^T = \mathbf{E}$  aus (4)

und zwar dergestalt, daß  $\mathbf{Q}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = \mathbf{D}$  (Diagonalmatrix) (5)

Die einzelnen Elemente von  $\mathbf{D}$  sind nun die Quadrate der Achsenlängen des Korrelationsellipsoides; die Komponenten des Vektors sind statistisch unabhängig wegen (5). (6)

$$\begin{aligned} \text{Wegen } \mathbf{F}\mathbf{Q}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{F}^T &= \mathbf{D} \\ \mathbf{F}\mathbf{F}^T &= \mathbf{E} \quad \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^T \\ \mathbf{Q}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{F}^T &= \mathbf{D}\mathbf{F}^T \text{ oder } (\mathbf{Q}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} - \mathbf{D}\mathbf{E})\mathbf{F}^T = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (7)$$

kann man auch sagen: die Hauptdiagonalglieder von  $\mathbf{D}$  sind die Eigenwerte von  $\mathbf{Q}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ ; (vgl. Literatur über Matrizen, z.B. ZURMÜHL oder 145 S.527); (8)

ihre Richtungen gegen das System  $\mathbf{X}$  sind durch die orthogonale Matrix  $\mathbf{F}$  bestimmt. (9)

Beispiel: für  $n = 2$  wird (1) bzw. (3) durch (4) zu

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\eta^2}{B^2} = 1 \quad (\text{konventionelle Gleichung der Fehlerellipse, nunmehr durch die Halbachsen ausgedrückt}) \quad (10)$$

$$(5) \text{ wird zu } \begin{vmatrix} A^2 & 0 \\ 0 & B^2 \end{vmatrix} \quad (11)$$

Setzt man in (1)  $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{0}$  und führt noch eine Transformation  $\mathbf{Z} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{Y}$  ein, erhält man  $E(\mathbf{Z}) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{Q}_{\mathbf{Z}\mathbf{Z}} = \mathbf{E}$  (12)

Dies nennt man "Transformation des Vektors  $\mathbf{X}$  auf kanonisch normalverteilte Gestalt".

Beispiel: für  $n = 1$  erhält man die "Normierte Normalverteilung"  $N(0,1)$  mit  $E(x) = 0$ ,  $\sigma_x = 1$  ( $\mathbf{X} \in N(0,1)$ ). (13)

Gemäß (1) eingesetzt in 4.1.1.1 (5) ist die Wahrscheinlichkeitsdichte auf der Fläche des Korrelationsellipsoides konstant. (14)

Will man nun die Wahrscheinlichkeiten dafür berechnen, daß ein Wert innerhalb des Korrelationsellipsoides zu liegen kommt, muß man setzen (mit 4.1.1.1(5))

$$P(x_{i_{uG}} < x_i < x_{i_{oG}}) = \int_{x_{1uG}}^{x_{1oG}} \dots \int_{x_{nuG}}^{x_{noG}} f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (15)$$

wobei der Integrationsbereich  $x_{i_{uG}}$  bis  $x_{i_{oG}}$  der Gleichung des Ellipsoides (1) zu entnehmen ist. Diese Rechnungen sind überaus mühsam und wurden in der Praxis bis  $n=3$  durchgeführt unter Zuhilfenahme anschaulicher planimetrisch-stereometrischer Vorstellungen ( 145 S.493-498) oder elegant mit Hilfe der  $\chi^2$ -Verteilung (vgl. Abschnitt 4.1.2) durch GOTTHARDT ( 55 S.216).

Für  $n=1$  wird (15) zu  $P = \int_{-G}^{+G} \frac{1}{G\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(l-\bar{l})\frac{1}{G^2}} d(l-\bar{l}) = 0,683.$

Die Wahrscheinlichkeiten für  $n=1\dots 3$  sind in 145 angegeben:

Tabelle 14

n	$P_1$ (Korr.Ell.)	$P_2^*$
1	0,683	0,954
2	0,393	0,865
3	0,199	.

\*)  $P_2$ ... Wahrscheinlichkeit für das Auftreten innerhalb eines Ellipsoides mit doppelten Achsenlängen des Korrelationsellipsoides.

So wie man zu gegebenen Korrelationsellipsoiden die Wahrscheinlichkeit für das Fallen eines Wertes innerhalb seines Bereiches berechnen kann, lassen sich aus (15) auch für vorgegebene Wahrscheinlichkeiten Konfidenzellipsoide als Hyperellipsoide des Korrelationsellipsoides angeben.

Beispiel: für  $n=1$  die Konfidenzbereiche etwa für 95% zu  $1,96\sigma$ ,  
für 99% zu  $2,58\sigma$ ;

für  $n=2$ : Achsenvervielfältigung der Fehlerellipse

für 95% auf das 2,45 fache, bei 99% auf das

3,03 fache ( 55 S.268)

(16)

Laut 4.1.1.1 (5) ist die Wahrscheinlichkeitsdichte in der Nähe des Vektors der Erwartungswerte (und damit die "Genauigkeit" der Messungen) umso größer, je kleiner die Determinante der Kovarianzmatrix ist. (17)

Diese Determinante wird von GRAFÄREND als "Verallgemeinerte Varianz" bezeichnet (vgl. 4.1.1.1 (5) mit 4.1.1.1 (8)); sie ist wegen (1), (5), (7), (8) gleich dem Produkt der Halbachsen des Korrelationsellipsoids und somit proportional dessen Volumen (vgl. [14] S.353, 354). (18)

Außer der Determinante der Kovarianzmatrix wird auch ihre Spur als Genauigkeitsmaß genommen, d.i. die Summe der Hauptdiagonalglieder. Wegen (4) ist diese Spur gleich der Quadratsumme der Halbachsen oder dem  $n$ -dimensionalen mittleren quadratischen Punktfehler (nach MEISSL bzw. WOLF). (19)

#### 4.1.2 Stichprobenfunktionen im Zusammenhang mit der Normalverteilung.

Die in 4.1.1.1 (6) und (7) genannten "ersten und zweiten Momente" Erwartungswert und Streuung nennt man auch Parameter einer Verteilung.

Sie sind oft nicht bekannt, sondern müssen aus Stichproben nach gewissen Verfahren geschätzt werden. Deshalb gelten die unter 4.1.1 genannten Zusammenhänge nur mit Einschränkungen; mit den folgenden Funktionen wird den Näherungen Rechnung getragen. Für unendlich großen Stichprobenumfang konvergieren ihre Verteilungen gegen die Normalverteilung. Tafeln für die einzelnen Verteilungen liegen in allen Lehrbüchern der Ausgleichsrechnung bzw. mathematischen Statistik vor.

##### 4.1.2.1 Student'sche Verteilung (t-Verteilung).

Hier ist  $\sigma$  unbekannt und wird durch eine Schätzung  $s$  aus  $k$  überschüssigen Meßwerten ersetzt; trotzdem erlaubt die t-Verteilung zuverlässige Angaben über die Wahrscheinlichkeit von Fehlern auch bei unsicherem  $\sigma$ .

Die Stichprobenfunktion  $t = \frac{x - \bar{x}}{\sqrt{\frac{1}{k} \sum (x - \bar{x})^2}}$  (1)

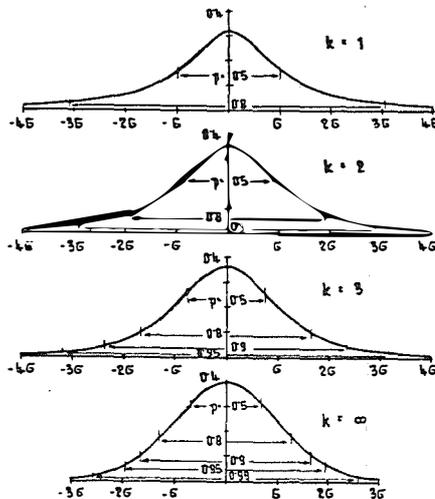
besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right) \sqrt{\pi \cdot k}} \left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}} \quad (2)$$

$$\text{mit } \Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx \quad (3)$$

Abb.19 (aus 55, S.219) zeigt, wie notwendig viele überschüssige Messungen (Freiheitsgrade) für ein enges Konfidenzintervall sind: bei  $k = 2$  liegt das 90% Intervall bei ca.  $3\sigma$ , bei  $k = \infty$  (Normalverteilung) bei  $1,65\sigma$ .

Abbildung 19: Wahrscheinlichkeitsdichte der Student'schen Funktion für  $k = 1, 2, 3, \infty$



#### 4.1.2.2 $\chi^2$ -Verteilung

Als "Chi-Quadrat" bezeichnet man die Zufallsgröße

$$\chi_k^2 = \chi_1^2 + \dots + \chi_k^2 \quad (\chi_i \in N(0,1)) \quad (1)$$

mit der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(\chi_k^2) = f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \cdot 2^{-\frac{k}{2}} \cdot x^{\frac{k}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad (2)$$

Diese Verteilung ist vor allem bei der Behandlung von Fehlerquadraten wesentlich; so ist z.B. der n-dimensionale Punktfehler nicht normalverteilt, sondern  $\chi^2$  verteilt mit n Freiheitsgraden (GOTTHARDT, HRISTOW).

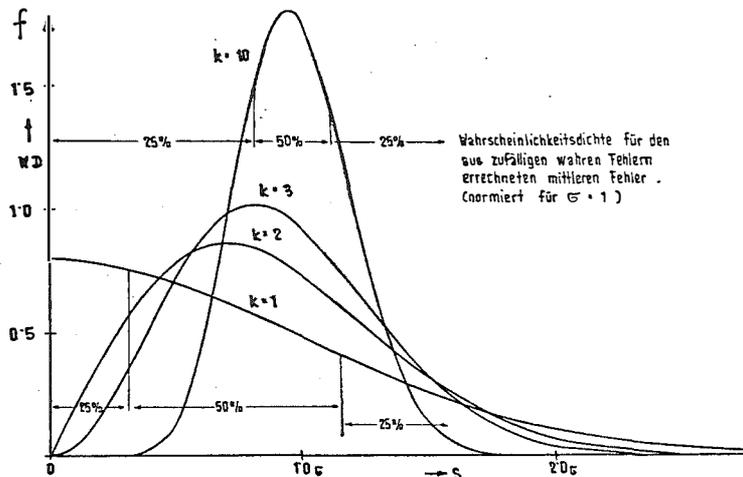
Handelt es sich bei (1) nicht um eine normierte Normalverteilung, sondern um Größen  $\sigma_i^2 = \sigma_0^2 Q_{ii}$ , so ist

$$\chi^2 = \sum_1^n Q_{ii} \quad \text{oder} \quad \sigma_0^2 \chi^2_{(n)} = \sum_1^n \sigma_i^2 \quad (3)$$

Auch die Stichprobenfunktion  $s^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{k}$

(verzerrte Schätzung der Varianz, empirische Varianz) ist  $\chi^2$  verteilt. Aus der Wahrscheinlichkeitsdichte hierfür (Abb.20, aus 55 S.215) sieht man, daß bei geringer Anzahl von Beobachtungen die wahre Streuung der Grundgesamtheit unterschätzt wird.

Abbildung 20



Auf die Prüfung eines Stichprobenkollektivs auf Normalverteilung durch Einteilen in Klassen und  $\chi^2$  Anpassungstest soll hier nicht eingegangen werden.

#### 4.1.2.3 Fisher - (F-) Verteilung

Wir betrachten den dimensionslosen Quotienten  $F = \frac{S_x^2}{S_y^2}$  (1)

Dieser läßt sich auch ausdrücken durch  $F = \frac{\chi_m^2}{\chi_n^2} \cdot \frac{n}{m}$  (2)

Mit der Prüfgröße (1) lassen sich Wahrscheinlichkeiten errechnen, nach welchen empirische Varianzen von Beobachtungsreihen sich auf dieselbe Grundgesamtheit zurückführen lassen.

Die Verteilungsdichte von  $\frac{\chi_n^2}{\chi_n^2}$  lautet

$$f_{m,n}(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{m}{2}-1} (x+1)^{-\frac{m+n}{2}} \quad (3)$$

#### 4.1.2.4 Zusammenfassung

Auf die Anwendung statistischer Tests kann hier nicht eingegangen werden, vielmehr soll auf die einschlägigen Lehrbücher (z.B. 120) hingewiesen werden. Vorwiegend werden verwendet:

Student-Verteilung:	Vertrauensbereich für Meßgrößen bei empirischer Varianz.
Chiquadrat-Verteilung:	Vertrauensbereich für empirische Varianz.
Fisher-Verteilung:	Prüfung auf gleiche Grundgesamtheit, systematische Fehler, Modellverbesserung bei zumindest teilweisem Vorliegen empirischer Varianzen.
Normierte Normalverteilung:	Vertrauensbereich für Meßgröße bei bekannter Varianz.

#### 4.1.3 Aufsuchen und Verwerfen "grober" Fehler

Als (grob) falsch im weiteren Sinn kann ein Meßwert bezeichnet werden, wenn er nicht der Grundgesamtheit entstammt, welche das mathematisch-statistische Modell der Messungsanordnung beschreibt. Eigentlich ist nach dieser Definition auch ein "zu genauer" Wert falsch. Daher nimmt man an, daß die Grundgesamtheit des groben Fehlers eine größere Varianz als jene der Messung aufweist. (1)

Folgende Eigenschaften werden (unter anderem) einem groben Fehler zugeschrieben: Wahrscheinlichkeit seines Auftretens liegt unter einer gewissen Schranke, (2)

hochsignifikante Auswirkung auf das Gesamtergebn der Messung, (3)

Abweichen vom Mittelwert der Messung oder dem Sollwert über einen Grenzwert. (4)

Die Erscheinungen (2) bis (4) sind Symptome, welche weder notwendig noch hinreichend für das Auftreten eines groben Fehlers sind, in ihrer Gesamtheit aber doch zu seiner Aufdeckung führen können.

Nach der Normalverteilung ist jeder Meßwert in jedem Kollektiv möglich, nur oft äußerst unwahrscheinlich. Wann und wo der gemäß (2) geortete "grobe Fehler" auftritt, ist nicht definiert; vor allem nicht, da dort gerade die seltenen und absolut großen Fehlerbeträge schlecht beschrieben sind. (3) und (4) lassen sich ähnlich kritisieren.

Nach BÖHM 40 kann man folgende vier Fälle unterscheiden, in welchen bei routinemäßigen Messungen grobe Fehler ausgeschieden werden können:

2. Moment		bekannt	gesucht
		a	b
1. Moment	bekannt	1 a	1 b
	gesucht	2 a	2 b

(5)

Beispiele:

- 1) Aus einfacher Funktion der Messungen läßt sich Bedingung für Fehler ableiten: Dreiecksschluß, Doppelmessung; ev. Polygon- oder Schleifenschluß. "Kollektiv wahrer Fehler".
- 2) Die Meßreihe soll unbekanntem Wert liefern, wobei das Abweichen vom gleitenden arithmetischen Mittel (oder von vorgegebenem Funktionswert) auf Fehler hinweist. "Kollektiv wiederholter Messungen".
  - a)  $\sigma_0$  ist a priori bekannt (aus Meßreihen, Firmenangaben, Erfahrungswerten, Ausgleichsresultaten ...).
  - b)  $s$  wird aus der "empirischen Varianz" aus einem kleinen Kollektiv geschätzt.

In der Geodäsie war bisher allein schon die Notwendigkeit bzw. Zulässigkeit des Eliminierens von Ausreißern umstritten (145 S.508). Die Theorien des 19. Jahrhunderts verwechselten den Begriff der Erscheinung eines möglichen mit der des zulässigen Fehlers, so daß bei geringem Umfang der Meßreihen schon Werte gestrichen wurden, welche um den einfachen Betrag des mittleren Fehlers von den vorhergehenden abwichen (145 S.508, 40 S.80). (6)

Die derzeit geläufigen Testverfahren wird man auf die Fälle (5) wie folgt anwenden (vgl. 120, Anhang, Zusammenfassung).

- |      |                    |   |
|------|--------------------|---|
| 1 a) | Konfidenzintervall | aus der normierten Normalverteilung   |
| 1 b) | - " -              | aus der Studentverteilung   |
| 2 a) | - " -              | aus der F-Verteilung  |
| 2 b) | - " -              | aus der $\Delta$ -Verteilung (modifizierte Studentverteilung) für einen Ausreißer;  |
|      |                    | aus der G-Verteilung (Cochran-Test) für einen mit ausreißender innerer Genauigkeit. |
- (7)

Nach praktischen Erfahrungen sind nicht nur die heute absurd anmutenden Verfahren (6), sondern auch statistisch begründete Auslesealgorithmen sehr begrenzt anwendbar.\*) GOTTHARDT hat in theoretisch und empirisch nachgewiesen, daß das Ausscheiden von Stichproben aus einer normalverteilten Grundgesamtheit dessen Momente (Erwartungswert, Streuung) völlig unverändert läßt. Wohl sinkt die empirische Varianz sehr stark (um 20% nach Ausscheiden der extremsten 10% Merkmale), doch steht die Mehrarbeit durch Prüfen und Nachmessen in keiner Relation zum scheinbaren Genauigkeitserfolg. Der Absolutbetrag von Widersprüchen aus ein und derselben Population ist völlig unabhängig vom "wahren Fehler" des Mittels der betrachteten Doppelmessungen; Ähnliches wurde auch bei Dreiecksschlüssen ermittelt.

Dies alles weist darauf hin, Messungen mit ausreichender Verfahrensgenauigkeit ( $\sigma_0$ , Gewichtseinheitsfehler) und Zuverlässigkeitskontrollen (gegen grobe Fehler im engeren Sinn) anzulegen, aber dann jeden regulär erzielten Meßwert zu akzeptieren.

---

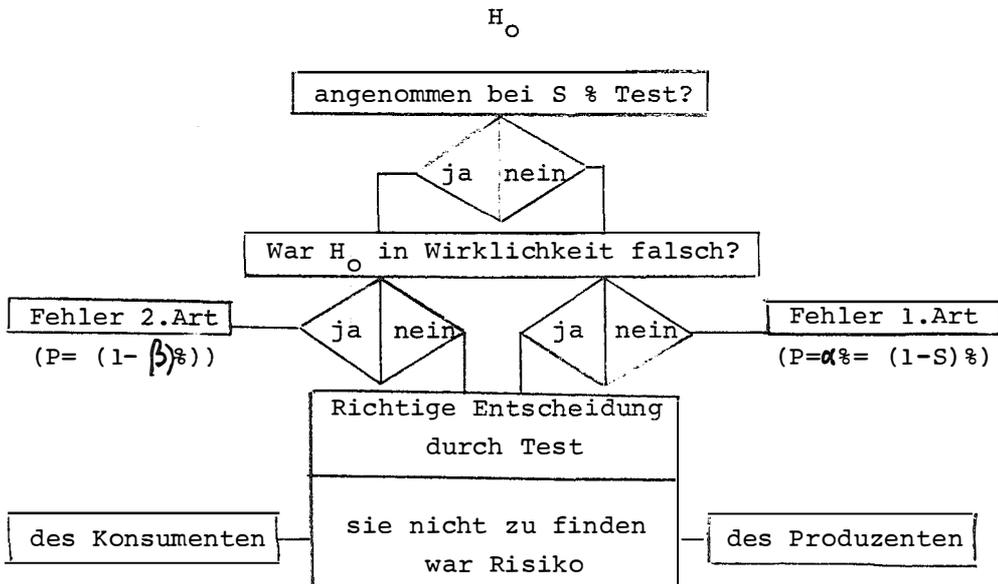
\*.) Auf die von LIEBERASCH in der VT 1974, S. 183 - 185 beschriebene "Spannweitenstatistik" soll hier hingewiesen werden. Für eine Spannweite von  $n=2$  Messungen stimmen die Konfidenzintervalle ziffermäßig mit 6.1.1.2 und 6.2.1.2(4) zu  $t_{\Delta 2} = t_{\alpha} \cdot \sqrt{2}$  überein.

4.1.4 Kombiniertes Annahme-Ablehnungsrisiko

Das Prinzip eines statistischen Tests ist es, eine "Nullhypothese" aufzustellen, d.h. eine Stichprobenfunktion des zu untersuchenden Parameters mit dem Mittelwert einer bekannten Verteilung gleichgesetzt. Liegt ihr Wert außerhalb des Konfidenzintervalls ( $S\%$ ), wird die Hypothese mit einer Wahrscheinlichkeit  $S = 1 - \alpha$  ( $\alpha \dots$  Signifikanz) abgelehnt, d.h. man begeht nur in  $\alpha\%$  aller Fälle einen Fehler, wenn man die Nullhypothese  $H_0$  ablehnt. (Es ist im Fall der Annahme nicht korrekt zu sagen,  $H_0$  sei zu  $S\%$  wahrscheinlich). Die durch Ablehnen einer richtigen Hypothese entstehenden Fehler heißen Fehler erster Art, das Signifikanzniveau  $\alpha\%$  (die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Hypothese zu verwerfen) heißt Produzentenrisiko.

Erweist sich ein Unterschied als nicht signifikant, ist die Hypothese noch nicht als richtig erwiesen, sondern sie steht mit dem Ergebnis der Stichprobe nicht im Widerspruch. Die Fehler, die durch Annahme einer falschen Hypothese entstehen, heißen Fehler zweiter Art; die Wahrscheinlichkeit  $\beta\%$ ; einen solchen Fehler zu vermeiden, heißt Macht des Tests, das Risiko eines solchen Fehlers  $(1 - \beta)\%$  heißt Konsumentenrisiko (60 S.368-372, 88 S.207-213).

Abbildung 21: Entscheidungsbaum der genannten Begriffe



Die Macht des Tests ist abhängig von  $\alpha$  (je größer  $\alpha$ , desto kleiner  $1 - \beta$ ) und vom Betrag der tatsächlichen Abweichung.

Man kann nun versuchen, die beiden Risiken gleich groß zu machen oder auch aus technischen oder wirtschaftlichen Gründen das eine von beiden a priori festzusetzen.

1.Beispiel: ( 60 ): Bei Deformationsmessungen bedeutet kleines  $\alpha$  ein großes Konfidenzintervall; die Wahrscheinlichkeit, eine Deformation festzustellen, obwohl in Wirklichkeit keine stattgefunden hat, ist gering. (Nullhypothese: "keine Verschiebung"). Das Risiko des Produzenten, Maßnahmen am Bau oder zumindest Nachmessungen anzustellen ist gering.

Dafür ist aber  $1 - \beta$  relativ groß und somit die Möglichkeit, eine tatsächlich erfolgte Deformation nicht bemerkt zu haben. Das Risiko des Konsumenten, schwerste Bauschäden tragen zu müssen, ist somit groß.

Folge: man wird  $\alpha$  relativ groß machen (mindest 5 %) und  $\beta$  zusätzlich dem Betrag einer wirklich gefährlichen Deformation anpassen.

2.Beispiel: Identitätsgrenze bei Katastermessungen. Hier läßt sich ein stark vereinfachtes Modell aufstellen mit  $H_0: \Delta = 0$  (Punkte sind ident);  $\sigma_0$  ... Fehler der Erst- und Zweitvermessung a priori;  $S_\alpha$  Grenze des Konfidenzintervalls für  $H_0$ ;  $B_\Delta$  tatsächliche Abweichung (Identitätsüberschreitung);  $\phi$  Verteilungsfunktion der normierten Normalverteilung. (1)

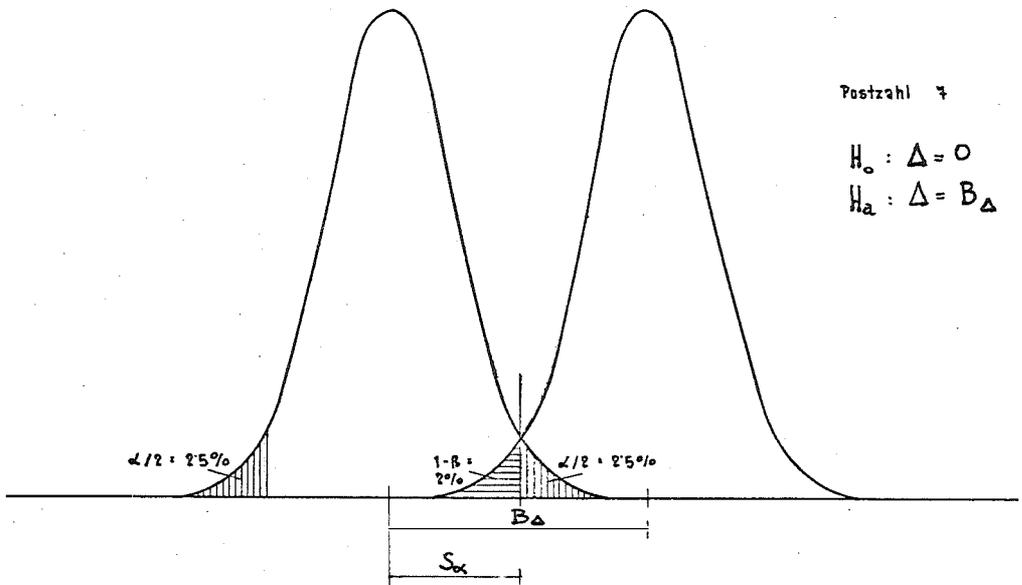
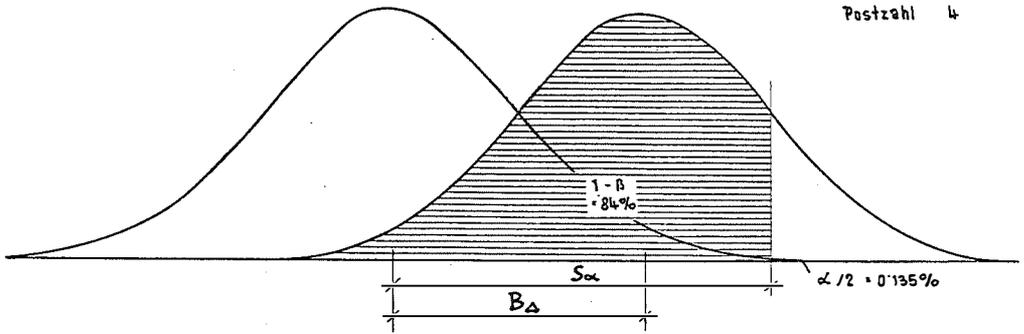
$$\phi\left(\frac{S_\alpha}{\sigma_0}\right) - \phi\left(-\frac{S_\alpha}{\sigma_0}\right) = 1 - \alpha \quad (2)$$

$$1 + \phi\left(\frac{-S_\alpha - B_\Delta}{\sigma_0}\right) - \phi\left(\frac{S_\alpha - B_\Delta}{\sigma_0}\right) = \beta \quad (3)$$

Tabelle 15: Ziffernbeispiele

Postzahl	unabhängige Variable	abhängige Variable
1	$\sigma_0 = 0,07, \alpha = 0,27\%, B_\Delta = 0,20$	$S_\alpha = 0,21, 1 - \beta = 55\%$
2	$\alpha = 5\%$	$S_\alpha = 0,14, 1 - \beta = 20\%$
3	$\alpha = 10\%$	$S_\alpha = 0,11, 1 - \beta = 11\%$
4	$\sigma_0 = 0,10, \alpha = 0,27\%, B_\Delta = 0,20$	$S_\alpha = 0,30, 1 - \beta = 84\%$
5	$\alpha = 5\%$	$S_\alpha = 0,20, 1 - \beta = 50\%$
6	$\sigma_0 = 0,05, \alpha = 0,27\%, B_\Delta = 0,20$	$S_\alpha = 0,15, 1 - \beta = 16\%$
7	$\alpha = 5\%$	$S_\alpha = 0,10, 1 - \beta = 2\%$

In Abbildung 22 werden die extremsten Werte dargestellt:



In Abbildung 22/4 ist der Verfahrensfehler zu hoch angesetzt, es liegt ja offensichtlich sogar der Mittelwert der vermuteten Verschiebung innerhalb des Konfidenzintervalls.

In Abbildung 22/7 scheinen gleichmäßigere und kleine Risiken durch geringen Verfahrensfehler und vernünftigen Konfidenzbereich gewährleistet; der wirtschaftliche Aufwand für den geringen Verfahrensfehler scheint aber sehr hoch.

Postzahl 3 steht im Einklang mit den gängigen Werten für den Verfahrensfehler und Riskengleichheit; doch wird das Konfidenzintervall so eng, daß bei einer scheinbaren Identitätsüberschreitung von 11,5 cm bereits Nachmessungen angestellt werden mußten, um eine echte von 20 cm risikogleich nachzuweisen.

#### 4.1.5 Das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz. Relative Fehlerellipse.

Wie schon bei 3.3.2.2 demonstriert, kann man zwischen mittelbaren und unmittelbaren Genauigkeitsansprüchen unterscheiden. Leider sind gerade bei ersteren die erreichten und erreichbaren Genauigkeiten leichter zu durchschauen; man kann die Konfidenzbereiche von Festpunkten eher angeben als jene von Detailmessungen oder von Funktionen der Detailmessungen, da diese eigentlich eine fortgesetzte Anwendung des Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes verlangen würden (4.1.1.2 (4)).

Wie in 117 S.80-82 näher angeführt, ist die Kovarianzmatrix  $Q_{uu}$  von Folgemessungen (1+1)

$$Q_{u+1} = Q_u + B Q_{xx} B^T \quad (1)$$

worin  $Q_u$  Kovarianzmatrix der Messungsfehler, meist Diagonalmatrix;  $B$  Matrix der Einschaltung in das Festpunktnetz;  $Q_{xx}$  Kovarianzmatrix der Festpunkte.

Sollten die Messungen (1+1) wieder in einen Ausgleich einbezogen werden, müßte  $P = Q^{-1}$  statt einer Diagonalmatrix verwendet werden. Meist hilft man sich mit der Vereinfachung, den rechten Summanden in (1) auch als Diagonalmatrix anzunehmen, da die Einschaltungen als gut konditioniert vorausgesetzt werden.

Als Ergebnis der Vermessung erhält man meist Koordinaten. Deren Genauigkeit wird durch mittlere Koordinatenfehler, Konfidenzintervalle, Fehlerellipsen beschrieben (4.1.1.3). Oft behilft man sich auch mit dem "mittleren Punktfehler", den man durch  $\sigma_p = \sigma_x \sqrt{2} = \sigma_y \sqrt{2} = \sigma_s$  approximiert. (2)

Diese Näherung ermöglicht die Anwendung der Normalverteilung statt wie korrekt der  $\chi^2_{(2)}$  Verteilung.

In der Natur mißt man aber Funktionen von Koordinatendifferenzen. Wenn man die Koordinate als Maß der Genauigkeitsbeurteilung festsetzt, muß nun das Allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz zweimal angewendet werden:

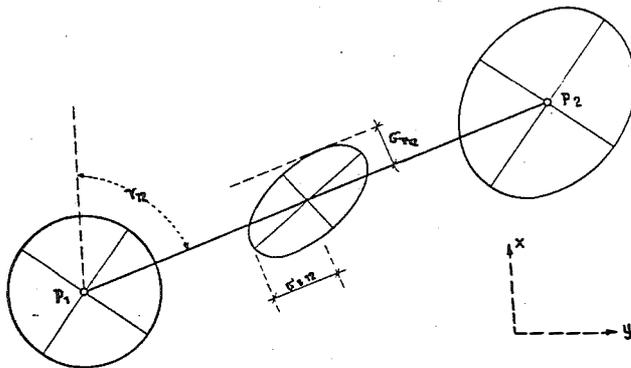
Für  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} y_1 \\ x_1 \\ y_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 \end{pmatrix}$  wird

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{F}_1 \mathbf{x} = \begin{pmatrix} y_2 - y_1 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Die Korrelationsellipse im Sinn von 4.1.1.3 (1) des zweidimensionalen normalverteilten Vektors  $\Delta \mathbf{x}$  bezeichnet man als "Relative Fehlerellipse"; dieser Begriff wurde von BAARDA 1952 geprägt.

Abbildung 23 (aus [2] S.109) zeigt eine solche Fehlerellipse. Wegen der positiven Korrelationen  $Q_{x_1, x_2}$ ,  $Q_{y_1, y_2}$  im vorliegenden Beispiel ist die relative Fehlerellipse kleiner als jene absoluten der Endpunkte, ein angenehmer Aspekt der in der Praxis oft vorliegenden Nachbargenauigkeit.

Abbildung 23



Übt man um auf  $\Delta \mathbf{x}$  die orthogonale Transformation

$$\mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{12} & \cos \gamma_{12} \\ \cos \gamma_{12} & -\sin \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (4)$$

aus, indem man um den Richtungswinkel  $\gamma_{12}$  in die Verbindung von  $P_1 P_2$  hineindreht, erhält man für

$$\mathbf{Q}_{SS} = \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_1 \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{F}_1^T \mathbf{F}_2^T = \mathbf{F}_2 \mathbf{Q}_{\Delta x \Delta x} \mathbf{F}_2^T \quad (5)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}_2 \Delta \mathbf{x} \quad (6)$$

Die Diagonalelemente von  $Q_{SS}$  sind die Quadrate des Streckenfehlers  $\sigma_{S_{12}}$  bzw. Querfehlers  $\sigma_{\gamma_{12}}$  (Perpendikel des Richtungsfehlers  $\frac{\rho^{cc}}{S_{12}} \times \sigma_{\gamma_{12}} = \sigma_{S_{12}}$ ), vgl. Abb.23. (7)

Die Fehlerellipse von  $S$  ist wegen  $F_2 F_2^T = E$  ident mit der Relativen Fehlerellipse.

Vor ca. 10 Jahren faßte BAARDA frühere Gedanken zusammen durch Einführung komplexer Zahler zur Erleichterung der Definition von Begriffen der Nachbargenauigkeit (29 S.61-74); er kam bei späteren Arbeiten wieder ab davon, doch wird (nach mündlicher Auskunft) dieses Prinzip von HALMOS u.a. wieder aufgegriffen.

Der Punkt  $P_i (X_i, y_i)$  heißt nun  $z_i = X_i + iy_i$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) (8)

Der Vektor  $\begin{vmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \end{vmatrix} = \Delta x$  (vgl. (3)) heißt  $z_{ij} = x_{ij} + iy_{ij}$  (9)

Mit  $v_{jik} = S_{ik} / S_{ij}$  (Verhältnis zweier Strecken) (10)

und  $\alpha_{jik} = \gamma_{ik} - \gamma_{ij}$  (Brechungswinkel dieser Strecken) (11)

kommt er zur komplexen Größe  $\Pi_{jik} = \ln v_{jik} + i\alpha_{jik}$  (12)

Für eine Basis aus 2 Festpunkten  $i = 1, j = 2$  kann man durch  $\Pi_{21k}$  beliebige Punkte  $k$  "polar" bestimmen.

$$d\Pi_{jik} = \frac{1}{z_{ik}} dz_{ik} - \frac{1}{z_{ij}} dz_{ij} = d \ln v_{jik} + i d\alpha_{jik} \quad (13)$$

Die Kovarianzmatrizen der  $\Pi$  geben nun Auskunft über die Genauigkeit des gesamten Systems relativ zur gewählten "Basis"; sie kann aus (13) über (3) und (5) gerechnet werden (EDV-Programm von KRIJGER).

4.1.6 Konzept der Deformationsmessungen.

Die Nullhypothese zur Einhaltung einer Toleranz kann formuliert werden als: "Das Resultat der Kontrollmessung ist ident mit jenem der Erstmessung". (1)

Das Vertrauensintervall ergibt sich aus den Genauigkeitsangaben des Auftragsgebers, erweitert ev. um Zu- und Abmaße. (2)

(1) ist aber nichts anderes als die Formulierung einer Nullhypothese für Deformationsmessungen. PELZER hat sie für Punkthaufen gemäß dem Prinzip der verallgemeinerten Varianz formuliert (113; vgl. 4.1.1.3(1)(17)(18)(19); 4.1.4).

Für uns ist dieses Prinzip aber zu allgemein, da wir jeden einzelnen Punkt diskret und im Rahmen des globalen Systems testen müssen. Aus demselben Grund wäre es hier nicht zielführend, etwaige Anwendungsmöglichkeiten der Theorie der zufälligen Prozesse oder der Kollokation zu untersuchen, wenn schon auf Veränderungen im Laufe der Zeit eingegangen werden soll.

#### 4.1.7 Auto- und Kreuzkorrelationen.

Der Korrelationskoeffizient  $\rho_{ij}$  zwischen zwei zufälligen Vektoren  $x_i, x_j$  sei definiert durch

$$\rho_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sqrt{Q_{ii} * Q_{jj}}} \quad \text{oder} \quad \frac{[(\bar{x}_i - x_i)(\bar{x}_j - x_j)]}{\sqrt{[(\bar{x}_i - x_i)^2][(\bar{x}_j - x_j)^2]}} \quad (1)$$

mit  $\bar{x} = \frac{[x]}{n}$  ( $i = 1 \dots n$ ), also den Schwerpunktskoordinaten.

Seien  $n$  Punkte  $m$ -mal (zu  $m$  Zeitpunkten) beobachtet, (2)

so sei die Funktion  $\rho(k) = \rho_{ik}$  mit  $k = j \dots m$  als "Autokorrelationsfunktion" (3)

und die Funktion  $\rho(l) = \rho_{ij}$  mit  $l = 1 \dots n$  als "Kreuzkorrelationsfunktion" (4)

bezeichnet.

(3) bezeichnet die zeitlichen Abhängigkeiten eines bestimmten Punktes  $k$  (oft auch eines Punkthaufens); (4) die räumliche Abhängigkeit verschiedener Punktpaare (oft eines Punkthaufens) zu einem gewissen Zeitpunkt  $l$ ; (5)

vgl. auch 86 S.149, 150; 134 S.371.

## 4.1.8 Unschädlichmachen systematischer Fehler.

Die konventionellen Überlegungen zu Genauigkeitsvoranschlägen (4.1.5) und zur Zuverlässigkeit eines Netzes (4.4) beruhen auf der Hypothese, daß nur zufällige bzw. grobe Fehler in einem Vermessungssystem auftreten könnten. Von systematischen Fehlern setzt man voraus, daß sie durch Eichungen (6.0) bzw. geeignete physikalische Modelle (meteorologische Messungen usw.) eliminiert seien, bzw. ihre Maximalgröße in Genauigkeitsvoranschlägen eingesetzt werde (5.1.2(1)).

Tritt außer zufälligen Fehlern  $\sigma_{z_i}$  auch eine systematische Komponente  $\sigma_{s_i}$  bei einem Kollektiv von Beobachtungen auf, so wird  $\sigma_1 = \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_s^2}$  und die Kovarianz  $\sigma_{lij}^2 = \sigma_s^2$ . (1)

Diese Kovarianz kann entweder räumlich durch Verwenden desselben Meßmittels oder Unterlassen der erforderlichen Reduktionen zu einem gewissen Zeitpunkt zu einer Kreuzkorrelation führen oder zeitlich durch Beobachten unter immer denselben Bedingungen eine Autokorrelation bewirken. (2)

In beiden Fällen ergibt sich eine Verfälschung des Resultates, wenn unkorrelierte Beobachtungen in die Rechnung eingeführt werden, da nun die Gewichtsmatrix der Beobachtungen  $P_1$  keine Diagonalmatrix mehr ist, sondern vollbesetzt mit

$$P_i = Q_u^{-1}, \quad (3)$$

$$Q_u = \sigma_o^{-2} \sigma_{ij}^2. \quad (4)$$

Wie weit sich dies auswirken kann, zeigt etwa 130, wo zeitliche Korrelationsänderungen signifikante Punktverschiebungen besonders bei gut konditionierten Netzen vorspiegeln.

Liegt eine exakte Schätzung des Gewichtseinheitsfehlers  $\sigma_o$  vor, läßt sich gemäß 103 nachweisen, daß der Einfluß einer Vernachlässigung der Korrelationen auf das Ergebnis der Ausgleichung sicher unterhalb des Endfehlers  $\sigma_x$  liegt. (5)

Liegt kein Wert für  $\sigma_o$  vor, sondern muß dieser erst aus der Ausgleichung geschätzt werden, liegt die Gefahr einer Fehlausegung wie 130 umso eher vor, je größer und einheitlicher die Kreuzkorrelationen der Meßwerte sind und je näher  $\sigma_{ij}^2$  an dem  $\sigma_{ii}^2$  liegt.\* (6)

\*) JOCHMANN hat in der VT 1974 (185-188) für das allgemeine arithmetische Mittel abgeleitet, daß Beobachtungen mit  $\xi_{ij} \geq 0,7$  das Ergebnis einer solchen Ausgleichung nicht mehr signifikant verbessern.

Behauptung: Je näher der Schwerpunkt der Neupunkte am Schwerpunkt der Festpunkte liegt, desto eher wird der systematische Einfluß eliminiert. (7)

Auf einen strengen Beweis von (7) soll hier verzichtet werden.

Man kann wie folgt argumentieren:

Das Ergebnis des Ausgleichs sei durch  $x = N^{-1}A^T w$  vorgelegt. Nun seien aber in den Messungen systematische Fehler aufgetreten, welche den Widerspruchsvektor  $w$  um den Vektor  $dw = k l$  verfälschen. (Die  $l$  seien die gemessenen Größen, und zwar Strecken oder Höhenunterschiede - dies sind die einzigen Messungen, deren systematische Verfälschung in der Praxis relevant wird und sich außerdem durch ein Proportionalgesetz beschreiben läßt). (8)

Nun wird  $dx = k N^{-1}A^T l$ . Da das System als ausreichend konditioniert betrachtet wird, werden die Komponenten von  $dx_1$ , also die systematischen Verfälschungen der Unbekannten, abhängig von den Vektorprodukten  $A_j^T l = [a_j], [b_j], \dots$  (9)

Die Produktsummen (9) sind aber unter der Voraussetzung (8) für den Schwerpunkt des Festpunktsystems per definitionem gleich Null (entweder handelt es sich um Summen von Koordinatendifferenzen oder von Höhenunterschieden); in der Umgebung des Schwerpunktes oder auch bei Fortfall einiger Messungen werden die auftretenden Fehler noch immer klein sein.

Beispiel: Höhengschleife bei Setzungsmessungen. Führt die Schleife von einem Punkt zum Ausgangspunkt zurück oder zu Abschlußpunkten derselben Höhe wie des Ausgangspunktes, wird ein Lattenfehler nicht aufgedeckt. Dieser kann bei der Nullmessung eine andere Größe als bei nachfolgenden Messungen besitzen und somit bei tieferliegenden Meßpunkten eine nicht vorhandene Bewegung simulieren.

Plausibilitätsbetrachtung: Das gegen systematische Fehler bestgesicherte Netz ist jenes mit minimaler Varianz des Maßstabfaktors der untersuchten Größe.

Bei Höhennetzen ist dies der Maßstabfaktor der Höhe, bei Lagennetzen der konventionelle Maßstabfaktor. (7) erhellt mit (8) z.B. am Beispiel der überbestimmten Ähnlichkeitstransformation oder der Ausgleichsgeraden (6.o.1(14), (15)).

Die von MEISSEL und RINNER behandelten Probleme der Maßstabbestimmung von geodätischen Netzen im Raum stellen die zur hier vorliegenden inverse Aufgabe - dort entsprechen die Nachmessungen den Zwangsbedingungen, die Festpunkte enthalten den unbekannt systematischen Fehler.

#### 4.1.9 Zufällige Fehler von Kurven und Flächen.

Wir wollen hier nur die zwei einfachsten Fälle betrachten:

- Berechnung ohne Überbestimmungen, Kovarianzmatrix der Parameter ist gegeben; daraus können Fehlerdaten einzelner Punkte gewonnen werden. (1)
- Berechnung mit Überbestimmungen, Kovarianzmatrix der Parameter wird aus dem Ausgleich der Überbestimmungen geschätzt. (2)

Beispiel für (1): Gerade in der Ebene, Kovarianzmatrix der Endpunkte  $P_1, P_2$  ist gegeben. Der Punkt  $P_0$  auf der Geraden wird eingeschaltet durch

$$\begin{aligned} x_0 &= x_1 + \frac{s_{01}}{s_{12}} (x_2 - x_1) = x_1 \left( \frac{s_{02}}{s_{12}} \right) + x_2 \left( \frac{s_{01}}{s_{12}} \right) \\ y_0 &= y_1 + \frac{s_{01}}{s_{12}} (y_2 - y_1) = y_1 \left( \frac{s_{02}}{s_{12}} \right) + y_2 \left( \frac{s_{01}}{s_{12}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$Q_{00}$  wird aus  $Q_{1,2}$  gemäß der Tienstra'schen Symbolik berechnet.

Beispiel für (2): Gerade in der Ebene, gegeben durch  $n$  Punkte  $(x_i, y_i)$ , Berechnung der Ausgleichsgeraden  $x = c + ky$  und von  $Q_{ck}$ . (4)

Die Resultate gemäß (3) und (4) werden für einen konkreten Punkt  $P_0$  nur dann übereinstimmen, wenn die Kovarianzmatrix  $1,2$  aus einem unendlich großen Messungskollektiv geschätzt wurde, zu deren Grundgesamtheit auch ein Punkthaufen  $(x_i, y_i)$  mit  $n = \infty$  gehört. Zur Geraden (4) siehe auch 6.0.1(11).

Eine Ebene im Raum kann analog zu (1) und (3) durch drei Punkte, zwei Punkte = 1 Gerade und eine unabhängige Richtung oder einen Punkt und zwei Richtungen definiert sein. Durch zweimalige Anwendung von (3) oder ähnlicher Formeln kann die Kovarianzmatrix beliebiger Punkte, die in die Ebene eingerechnet werden, geschätzt werden aus der Kovarianzmatrix der Punkte  $(x_1, y_1, z_1)$  usw. (5)

Systematische Fehler, die über "Oberflächenrauigkeit" hinausgehen, z.B. Aufwölbungen und Undulationen, können durch die genannten Formeln natürlich nicht beschrieben werden. Es müssen dann vielmehr zusätzliche Korrelationsfunktionen oder Fehlergesetze wie beim Polygonzug oder Streifenausgleich angegeben werden. (6)

Auf Interpolation nach der Methode der kleinsten Quadrate (Prädiktion) soll hier nicht eingegangen werden, da Feuermauern, Tübbingverformungen usw. schwerlich in der Praxis als dreidimensionales Geländemodell behandelt werden.

Was das Auftreten eines Fehlers von einer bestimmten Größe betrifft, müssen Tabelle 14 bzw. 4.1.1.3(15,16) beachtet werden. (7)

#### 4.2 Meßunsicherheit durch ein Polynom approximiert ("Gesamte Fehler").

Die vielfältigen Möglichkeiten von Form- und Lagetoleranzen (vgl. 2.1.1) lassen sich am bequemsten durch Funktionen von Streckenlängen darstellen; jede "unsichere" oder tolerierbare Größe muß bzw. kann auf eine als unveränderlich angenommene, in einer gewissen Entfernung gelegene bezogen werden. Diese Funktion einer Streckenlänge kann man durch ein Polynom annähern:

$$f(s) = \sum_{i=0}^n (a_i s^i) \quad (1)$$

nach der Tienstra'schen Symbolik wird

$$Q_{ff} = \left( \sum_{i=0}^n (Q_{a_i} s^i) \right)^2 \quad (2)$$

$$\text{oder } \sigma_{ff}^2 = \sum_{j=0}^{2n} (c_j^2 s^j) \quad (3)$$

$$\text{mit } c_j^2 = \sigma_0^2 \sum_{i=0}^j \sum_{k=0}^j Q_{a_i} a_k \quad (4)$$

(3) und (4) enthalten Vereinfachungen gegenüber strengen Ansätzen und sind Elemente sehr primitiver, aber bewährter Fehlergesetze (Staffelmessung, Streckenmessung durch Latten, Basisdrähte, Liniennivellement, Polygonzug ...); derselbe Effekt ergibt sich aber auch aus MEISSL's strengen Untersuchungen regelmäßiger Ketten 104 ; die Spur der Kovarianzmatrix der Einzelemente enthält (im übertragenen Sinn) geradzahlige Exponenten, der quadratische Einzelfehler somit ungeradzahlige. (Auf das noch wesentlich günstigere Fehler-

verhalten flächenhafter Netze mit Varianzen proportional  $\ln s$  soll hier nicht eingegangen werden (105). Je größer  $n$  in (3) werden kann, desto ungünstiger konditioniert ist die Messung.

In der Praxis läßt man es bei  $n = 1$  bewenden, dafür erhält man die Vorbilder der gängigen Streckenfehlerformeln (vgl. 2.1.1.1 (1); 2.2.2.1(1) und (2)). (5)

Der Querfehler von Polygonzügen oder Ketten erreicht  $n = 3/2$ , bei 104 zeigen sich noch ungünstigere Gestalten von regelmäßigen Ketten, die man deshalb in der Praxis nicht anwenden wird. (6)

Bei der parallaktischen Winkelmessung wird  $n = 2$  für die aus der einfachen Figur abgeleitete Strecke; für die einzelne Maßbandmessung wird der Einfluß des Durchhanges (auf Grund eines Spannungsfehlers) zu  $n = 3$ . (7)

Die Theorie der "Gesamten Fehler" <sup>41</sup> unterscheidet unter anderem folgende nichtzufällige Fehler (Charakteristikum des zufälligen Fehlers ist, daß sein Erwartungswert Null ist):

- Konstante Fehler (z.B. falsche Meßbandlänge)
- Einseitige Fehler (z.B. Neigung der Nivellierlatte)
- Veränderlicher systemat.Fehler (z.B. Refraktionsfehler)
- Periodische Fehler
- Progressive Fehler (Werte wachsen mit steigendem Argument, etwa Zeit, Temperatur).

Je nach Messungsorganisation kann ein Fehler desselben Ursprungs verschiedene Charakter aufweisen.

Der Gesamte Fehler  $\sigma_{ff}^2$  einer insgesamt  $m$ -mal in  $k$  gleichgroßen Gruppen gemessenen Größe beträgt:

$$\sigma_{ff}^2 = \frac{\sigma_o^2}{m} + \frac{\sigma_{gg}^2}{k} + \bar{c}_o^2 \quad (8)$$

worin noch  $\sigma_{gg}^2$  ... Varianz der Gruppenmittel;  
 $\bar{c}_o$  ... Erwartungswert des konstanten Fehlers.

(8) läßt sich zu einer Formel ähnlich (2.2.2.1(1), (2)) umstellen.

Im folgenden wollen wir nur diese vereinfachte Fassung von (3) betrachten:

$$\sigma_{ff}^2 = a^2 \cdot s^2 + b^2 \cdot s + c^2 \quad (9)$$

$$\text{worin } a^2 = c_2^2 \frac{\bar{c}_0^2}{\sigma_0^2}, \quad b^2 = c_1^2 \frac{\sigma_{gg}^2}{\sigma_0^2}, \quad c^2 = \sigma_0^2 \quad (10)$$

(9) wird gebräuchlich vereinfacht zu  $\sigma_{ff} = as + b\sqrt{s} + c$  mit  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ . (11)

Tab.16: Fehler bei Anwendung von (11) statt (9).

A	B	C	(9) richtig $(A^2+B^2+C^2)^{1/2}$	(11) genähert $A+B+C$	(9) - (11)
					(9) rel.Fehler %
1	1	1	1,73	3,00	+ 73
1	1	0,5	1,50	2,50	+ 67
1	1	0,25	1,43	2,25	+ 57
1	0,5	0,5	1,22	2,00	+ 64
1	0,5	0,25	1,12	1,75	+ 56
1	0,25	0,25	1,06	1,50	+ 42
1	1	0	1,41	2,00	+ 42
1	0,5	0	1,12	1,50	+ 34
1	0,25	0	1,03	1,25	+ 22

Wie aus Tab. 16 ersichtlich, werden die "wahren" Werte von (9) durch bloßes Übernehmen in (11) grob und systematisch verzerrt. Je gleichwertiger die einzelnen Komponenten, desto größer die positiven Abweichungen; man erhält dann eine um mehr als die Hälfte zu weitherzige Schranke. Gerade bei annähernder Gleichwertigkeit ist aber eine mehrgliedrige Toleranzformel a priori angezeigt!

(11) kann man nun auffassen als Beschreibung eines tatsächlichen Fehlergesetzes (9) (12)  
 unter Berücksichtigung von (10) oder als Approximation von  
 (3) bzw. 4.1.1.2(4). (13)

Ob (13) sinnvoll oder zulässig sei, da man doch "strenge" Werte relativ einfach vorausberechnen und damit testen kann, ist eine Streitfrage; da aber im erwähnten Fall Toleranzen durch individuelle statistische Teste ersetzt werden könnten, welche für die Praxis nicht leicht durchschaubar sind, sind nach meiner persönlichen Meinung möglichst einfache, einprägsame und allgemeine Fehlergesetze bzw. Toleranzformeln erwünscht (vgl. auch 4.3).

Diese Vereinfachung kann bewirkt werden, indem in (11) von den 3 Koeffizienten  $a, b, c$  mindest einer, möglichst zwei, Null gesetzt werden. (14)

Dies ist aber nach (12) und (13) zu begründen.

#### 4.2.1 $a > 0, b=0, c=0$

$\sigma_{ff}$  entartet zum "Variationskoeffizienten" oder zur "relativen Genauigkeit". Schwerpunkt vom Bedarf her (Funktionstoleranz) in der Ingenieurgeodäsie; theoretische Begründung (Fertigungstoleranz) in kleinräumigen Gebieten nur für Quermaße (Perpendikel von Richtungen), da systematische Streckenmeßfehler bzw. Meßverfahren, welche solche aus der Anordnung zu produzieren scheinen, ausgemerzt werden.

#### 4.2.2 $b > 0, a=0, c=0$

Beste formale Anpassung an zufällige Fehlergesetze, vor allem als Fertigungstoleranz a posteriori: die Funktion  $\sigma_{ff} = \partial s + c$  wird durch  $\sigma_{ff} = b \sqrt{s}$  approximiert.

Als Funktionstoleranz sinnlos, desgleichen bei Behandlung als Fertigungstoleranz a priori (Quadratwurzelgesetz nur mehr bei Liniennivellements wirklich aktuell).

4.2.3  $c > 0, a = 0, b = 0$

Das Konzept der "absoluten" Genauigkeit scheint attraktiv, lässt sich aber als Funktionstoleranz nur für Klassen (Bereiche) von  $s$  halten und divergiert daher durch  $c = c(s)$  meist gegen 4.2.2.

Am vorteilhaftesten für grenzrechtliche Arbeiten, da am einfachsten in juristische Denkweisen zu übersetzen (Funktion) und bei konstanten, die Messungsfehler dominierenden Fixpunktfehlern auch fertigungsorientiert.

Wie aus 2.2. ersichtlich, dominieren derzeit die Besetzungen

in der Ing.Geodäsie

oder

im Kataster

oder

oder

oder

	a	b	c
	/		/
		/	
	/	/	/
	/		
			/
		/	/

es sind also keine wie oben erwähnten Präferenzen erkennbar.

4.2.4 Ziffernmäßige Formulierung der Fehlergesetze 4.2

Wie schon am Anfang dieser Arbeit erwähnt (Abb.1 (6) (7)), können Toleranzformeln a priori (aus bekannten Verfahrensfehlern fertigungsorientiert, aus Bedarfsdaten funktionsorientiert) oder a posteriori aus einem Kollektiv von Messungswidersprüchen berechnet werden.

Als numerisches Beispiel hierzu soll nunmehr der Längsfehler elektrooptisch gemessener Polygonzüge behandelt werden, da hierzu sowohl a priori-Überlegungen (149 ; 2.2.3(2)) als auch eine ausreichende Anzahl von Daten aus der Praxis (71, Tab.2) vorliegen.

## 4.2.4.1 Formulierung a priori.

In 149 wurden entsprechend 4.2(10) angenommen:

Systematischer Fehler ... 0,2 cm/km (Geodimeter 6, Firmenangabe)  
 Zufälliger Fehler ... 1 cm/Strecke (r Strecken im Polygonzug, "-")  
 Skalärer Fehler ... 2 cm (Abstand der Festpunkte) (1)

Über die weitere Verwendung dieser Größen in <sup>149</sup> S.52 läßt sich diskutieren. Jedenfalls ist die Ableitung der Formel 2.2.3(2) mit mehreren Abweichungen von der Strenge erkaufte.

Vorerst wird  $\sigma_l^2 = [\sigma_{s_i}^2]$  mit  $\sigma_{s_i}^2 = (1)^2 + (0,2 \cdot 10^5 s_i)^2$  gesetzt, (2)

so daß der "systematische Fehler" in die quadratische Addition einbezogen wird; dies ist zumindest für den sicher konstanten Frequenzfehleranteil unkorrekt (man kann annehmen, daß mit einem Gerät ein Zug homogen gemessen wird).

Der systematische Anteil am Längsfehler lautet dort somit

$$r (0,2 \cdot 10^{-5} s_{\text{mittel}})^2 \quad \text{statt}$$

$$r^2 (0,2 \cdot 10^{-5} s_{\text{mittel}})^2 = (0,2 \cdot 10^{-5} [s])^2$$

Weiters wird der skalare Fehleranteil nicht in die quadratische Fehleraddition einbezogen, sondern an die Wurzel aus  $\sigma_l^2$  aus (2) angehängt. (3)

Der Wurzelausdruck für  $\sigma_l^2$  (2) wird durch die Reihenentwicklung für  $(1+x^2)^{1/2} \approx 1 + 1/2 x^2$  ( $x^2 \ll 1$ ) gelöst; dadurch tritt in 2.2.3(2) das verwirrende quadratische Glied in  $[s]$  auf. (4)

$$\text{Endformeln von 149 : } \sigma_l (\text{cm}) = \sqrt{r + \frac{0,04}{r} [s]_{\text{km}}^2} + 2 \quad (5)$$

$$= \sqrt{r} (1 + 0,02 r \cdot s_{\text{mittel}}^2) + 2 \quad (6)$$

Korrekt ließe sich (5) aus den numerischen Angaben (1) formulieren:

$$\sigma_{ll}^2 (\text{cm}) = (0,2 \cdot 10^{-5})^2 [s]_{(\text{cm})}^2 + 1^2 \cdot r + 4 \quad (7)$$

Um von  $r$  auf  $[s]$  zu kommen, führen wir die in 71. S.78 erwähnte mittlere Streckenlänge der vorliegenden Operate  $S_{\text{mittel}} = 270 \text{ m}$  ein; vereinfachen wir (7) in derselben (zweifellos nicht korrekten, aber anschaulichen) Art wie 4.2.(9) zu 4.2.(11), erhalten wir  $\sigma_L \text{ (cm)} = 0,2 [s] \text{ (km)} + 2 \sqrt{[s] \text{ (km)}} + 2$  (8)  
 $b = 2$  genähert für  $1 \sqrt{\frac{1000 \text{ (cm)}}{270 \text{ (m)}}}$ .

Von  $\sigma_L$  zu  $\Delta f_L = u_L$  zu kommen, bedarf es nur noch der Festlegung der statistischen Sicherheit (vgl. 4.1.4).

4.2.4.2 Formulierung a posteriori.

Es wurden die tatsächlichen Abschlußfehler (Längsfehler) von 64 im Stadtgebiet von Wien gemessenen Polygonzügen verwendet (71 Tab.2).

Die Gesamtlänge der Züge betrug 67,7 km, es handelte sich um 246 Strecken; je Zug fielen somit 2-8 (im Mittel 3,8) Strecken an; die Länge der Züge lag zwischen 0,4 und 2,2 km (Mittel 1,05 km).

Die Längsfehler lagen zwischen -69 und + 78 mm (Mittelwert: -7 mm/km); es lag also eine beachtliche systematische Komponente vor, die in 71. als Netz-Maßstabfehler erklärt wird. Da mit nur einem Gerät Geodimeter 6 gearbeitet wurde, könnte dies auch als "relativer Eichfehler" bezeichnet werden. (1)

Interessant, daß in einem benachbarten Netz aus strengem Ausgleich nur ein Maßstabfehler von -2 mm/km berechnet wurde. (2)

Auf einen strengen Test auf Normalverteilung wurde verzichtet. Da die  $f_L$  nicht  $(0, \sigma_L^2)$  verteilt sind, hätte man zuerst wegen der syst. Fehler je nach der Zuglänge die  $f_L$  zentrieren und dann einen  $\chi^2$  Anpassungstest durchführen müssen. (3)

Abbildung 24

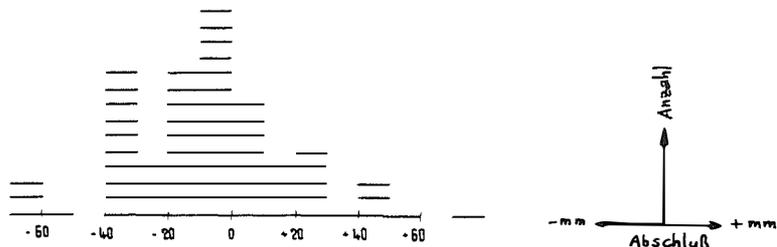


Abb.24 zeigt die unreduzierte Verteilung der Abschlußfehler. Bekanntlich ist die Standardabweichung (mittlerer Fehler) einer Verteilung dadurch definiert, daß sein Quadrat (Varianz) der Erwartungswert der Quadrate der "scheinbaren Fehler" ist:

$$\sigma_{\mu}^2 = E(f_L^2) \quad \text{vgl. 4.1.1.1(2)} \quad (4)$$

Obwohl nun die  $f_L$  nicht den Erwartungswert 0 besitzen, werden sie unreduziert in die Berechnung eingeführt. Auch in der Praxis ist bei Abschlußfehlern der relative Eichfehler unbekannt und erscheint als Fehlerkomponente. (5)

Es wäre des weiteren wegen (4) sicher unkorrekt, aus den vorliegenden Abschlußfehlern  $f_L$  direkt auf  $\sigma_L$  zu schließen. Rechenoperationen mit Zugrundelegung von 4.2(9) scheinen zu aufwendig, auch hinsichtlich der sonst vernachlässigten Strenge. (6)

Wir gehen daher auf den durchschnittlichen Fehler  $t_L$  der Verteilung über. Dieser ist als Erwartungswert der Absolutbeträge von  $f_L$  definiert:  $t_L = E(|f_L|)$  (7)

welche zur Verfügung stehen; das Stichprobenkollektiv ist mit 61 Freiheitsgraden groß genug, um  $\sigma_L \doteq \frac{5}{4} t_L$  setzen zu können. (8)

Wir setzen  $t_{L_{oi}} = \bar{a}_0 [s]_i + \bar{b}_0 [s]_i^{1/2} + \bar{c}_0$  (9)

$$\bar{a} = \bar{a}_0 + da, \quad \bar{b} = \bar{b}_0 + db, \quad \bar{c} = \bar{c}_0 + dc \quad (10)$$

$$v_{ti} = [s]_i da + [s]_i^{1/2} db + dc + w_i \quad (11)$$

$$w_i = t_{L_{oi}} - |f_{Li}| \quad (12)$$

(11) schreiben wir  $v = S a + w$  (13)

$$\text{mit } S = \begin{vmatrix} [s]_1 & [s]_1^{1/2} & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ [s]_{64} & [s]_{64}^{1/2} & 1 \end{vmatrix} \quad a = \begin{vmatrix} da \\ db \\ dc \end{vmatrix} \quad (14)$$

Nun bestimmen wir  $a$  nach der Methode der Kleinsten Quadrate (vgl. 2.2.2.1(3)). (15)

Das System (15) mit den Werten von (1) war denkbar schlecht konditioniert, da wegen der Zuglänge, welche bei den untersuchten Zügen um 1 km pendelte, die Matrix  $S$  fast aus lauter Einsen besteht. Dadurch wird  $N = S^T S$  fast singulär. (16)

Man erhält:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= +0,16 \pm 0,51 \\ \bar{b} &= -0,48 \pm 1,76 && (\text{sinnlos}) \\ \bar{c} &= +2,6 \pm 1,5 \end{aligned} \quad (17)$$

$\bar{a}$  und  $\bar{c}$  stehen größenmäßig in Einklang mit den Erfahrungen (4.2.4.1(8));  $\bar{b}$  ist durch das negative Vorzeichen disqualifiziert. Auf Grund der mittleren Fehler von (17) wird man auch ohne stat. Signifikanztest  $\bar{a} = \bar{b} = 0$  setzen können (18) und  $\bar{c} = 2,3$  errechnen.

Der mittlere Fehler wird  $c = \frac{5}{4} \bar{c} = \pm 2,9$  cm. (19)

(19) liefert dasselbe Ergebnis wie das Konzept 4.2.3; für eine differenzierte Aussage schwanken die Zugslängen zu knapp.

4.2.4.1(6) liefert für  $r_{\text{mittel}} = 4$ ,  $s_{\text{mittel}} = 250 \rightarrow$   
 $\sigma_L = \pm 4$  cm (20)

4.2.4.1(8) wie oben  $\rightarrow \sigma_L = \pm 4$  cm (21)

Die in 72 beschriebene "Übererfüllung" der Fehlergrenzen resultiert eindeutig aus der unkorrekten Radizierung in 4.2.4.1(3) bzw. 4.2(11).

4.2.4.1(7) liefert nämlich  $6 \leq \sigma_{L, \text{mittel}}^2 \leq 12$ ;  
 $\sigma_L$  liegt nun im Mittel bei  $\pm 2,8$  cm (Grenzen  $\pm 2,5$  bis  $\pm 3,5$ ) (22)  
 und damit läßt sich zwischen der a priori-Berechnung (22) und der a posteriori-Berechnung (19) kein signifikanter Unterschied, ausgenommen für Grenzbereiche der Zuglängen, nachweisen ( $F_0 = 12/8,4 = 1,43$ ;  $F_{95, 61, \infty} = 1,33$ ) (23)

### 4.3 Universalformeln.

Durch die Fortschritte der Instrumententechnik, besonders im Bereich der Erdmessung, rückte der Bedarf, durch jene der Datenverarbeitung die Möglichkeit eines universellen Ausgleichsalgorithmus in handfeste Griffweite.

H.H.Schmid formuliert und artikuliert in 127 den "Allgemeinfall der Ausgleichsrechnung", wie er in Lehrbüchern (z.B. 145 S.132-141) eingehender beschrieben wird, so rechentauglich, daß in einer bereits durchgeführten Ausgleichung mit geringem Aufwand beliebige Messungen hinzugefügt bzw. herausgenommen werden können. Auch die Verbesserung der ursprünglich anzu-

nehmenden Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $P^{-1}$  durch den Ausgleich (dann:  $Q$ ) wird relativ einfach erhalten:

H.H.SCHMID setzt in der allgemeinsten Formel die eigentlichen Beobachtungen, die Unbekannten und die zwischen beiden bestehenden zusätzlichen Bedingungen als "Beobachtungen" an, welche jeweils Gewichte (bzw. untereinander eine Gewichtsmatrix) in Beträgen von Null bis Unendlich zugeordnet werden.

(Zur EDV-Verarbeitung werden die Extrembereiche durch entsprechende Zehnerexponenten dargestellt: Gewicht "Null" haben die "Unbekannten", Gewicht "Unendlich" die "Festwerte", z.B. "Festpunktkoordinaten").

Das Ausgleichsproblem wird formuliert als

$$\begin{aligned} P_V - A^T k &= 0 \\ A v &= w \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{mit } Q = P^{-1} \{ E - A^T (A P^{-1} A^T)^{-1} A P^{-1} \} \quad (2)$$

Das zweite Glied zeigt eine zweimalige Anwendung des Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes.

Die Matrizenoperationen in der Praxis sind äußerst umfangreich; nähere Interessenten werden auf die Darstellung von WOLF verwiesen ((4.4.2) vgl.dort (2318.17)). Trotzdem liegen bereits funktionstüchtige Algorithmen, welche auf diesem Prinzip beruhen, vor. Im Bereich der Alltagspraxis sei hier besonders auf das von KRAUS initiierte und zur Reife gebrachte Konzept der Einbeziehung von Sperrmaßen in die photogrammetrische Einzelpunktbestimmung hingewiesen ( 83 , 84 ).

Hierin werden die gemessenen Sperrmaße jeweils als Bedingungs-gleichungen zusätzlich zur Bestimmung der unbekanntenen Koordinaten (bzw. als Beziehungen zwischen ihnen) behandelt. (3)

Die Auswertung hybrider Meßanordnungen hat zu einer Renaissance des Konzeptes Bedingter Beobachtungen und wegen der teilweise sehr kleinen Gewichte zum numerisch günstigen Cholesky-Algorithmus geführt. Die Beobachtungen (bzw. Verbesserungen  $\checkmark$ ) von (4.4.1) werden freilich häufig in "Unbekannte" und eigentliche Beobachtungen aufgespalten (siehe z.B. auch 127 S.102, 173).

Man könnte nun annehmen, daß hier das Ausscheiden grober Fehler besonders leicht fallen sollte. (Von organisatorischen Problemen der Aus- und Eingabe wird abgesehen, Terminals werden vorausgesetzt).

Der Gewichtseinheitsfehler nach der Ausgleichung wird zwar wegen der absolut großen Anzahl der Freiheitsgrade im umfangreichen Netz relativ sicher erhalten, ebenso die Fehler der einzelnen Größen a posteriori.

Ähnlich in Kapitel 4.1.6 können damit aber nur allgemeine Qualitätsaussagen, nicht aber konkrete Werte getroffen werden.

In einem Kollektiv mit  $\sigma_0 = s = 1$ ; 5 überschüssigen Beobachtungen (Freiheitsgraden) wird  $s$  (beim Hinzukommen einer Größe mit  $|v| = 5 \sigma_0$  zu  $s_{5+1} = 2,3$ ; liegen wieder  $\sigma_0 = s = 1$  bei 50 überschüssigen Beobachtungen vor, bei einem Ausreißer  $|v| = 5 \sigma_0$  hinzu, wird  $s_{50+1} = 1,2$ .

Ein Fisher-Test wird hier nur im ersten Fall eine eindeutige Entscheidung liefern. Man müßte für alle Verbesserungen Schranken angeben, die Größen bei Überschreiten ausscheiden und dann den Ausgleichsvorgang wiederholen. (4)

Weiters wird noch darauf hingewiesen, daß nicht die Absolutanzahl der Freiheitsgrade, sondern das Verhältnis zwischen Anzahl der Beobachtungen zur Anzahl der zu messenden Parameter maßgeblich für die Genauigkeit einer Schätzung ist. (5)

(siehe 94 S.139, 141 mit sinnstörendem Druckfehler, 147).

KRAUS hat daher die in (4.4.4) geforderten Schranken als automatisches Fehlersuchprogramm vor den Ausgleich gesetzt. Die Strecken, deren Naturmaße von dem Wert aus phot. Koordinaten um mehr als  $3 \sqrt{\sigma_{\text{Phot}}^2 + \sigma_L^2}$  abweichen, werden protokolliert und gegebenenfalls eliminiert, falls händisch der "grobe Fehler" nicht erklärt werden kann ( 84 ). (6)

Ähnliche Schranken wurden auch für Geraden- und Rechtwinkelbedingungen gesetzt. Ein weiterer zukunftssträchtiger universell verwendbarer Algorithmus ist der von ACKERMANN vorgeschlagene Lageblockausgleich terrestrischer Aufnahmen ( 22 ), welcher

derzeit von Polaraufnahmen auf beliebige Punkteinschaltung ausgebaut wird. Dieser Lageblockausgleich beruht auf der fortgesetzten Anwendung der überbestimmten Helmert-Transformation und ist nicht völlig streng, aber seine Fehlergesetze sind aus der Theorie photogrammetrischer Monsterblöcke bekannt und bestehen bei größeren Verbänden durch ihre gleichmäßig hohe Genauigkeit (EBNER).

Näheres über diese Transformation bei KRAUS 82, über die praktischen Erfahrungen in 23 und 87. Dieses Programm ist bei kompakten, umfassenden Aufnahmen im Feld und bei der Rechnung besonders rationell.

Die Aufnahmen von einem Standpunkt aus werden wie ein phot. Modell behandelt; der Standpunkt muß nicht koordinativ gegeben sein, wichtig ist eine ausreichende Zahl von Verknüpfungspunkten (und Paßpunkten).

Sehr schwierig ist die Elimination grober Datenfehler, besonders bei wenig Verknüpfungspunkten je Modell, da dann die Restklaffungen keine Aussage über die am anscheinend fehlerhaften Punkt tatsächlich aufgetretenen Fehler liefern.

Auch hier wird ein Fehlersuchprogramm vorgespannt, welches teils aus Restklaffungen an den Verknüpfungspunkten, teils aus Sperrmaßvergleichen von den Verknüpfungs-Schwerpunkten vermutlich grobe Fehler auflistet. Generelle Toleranzformeln liegen nicht vor; die Schrankenwerte werden händisch aus empirischer Vervielfachung des Gewichtseinheitsfehlers eingegeben und variiert. Immerhin wurden die Anzahl der sonst nötigen Durchläufe halbiert und etwa 95 % der groben Fehler automatisch ausgeschaltet.

Die von ACKERMANN geforderten Fehlergrenzen für Restklaffungen an Verknüpfungs- und Festpunkten sind auf Grund der Abhängigkeit der a priori-Fehler von individueller Anzahl und Lage dieser Punkte im jeweiligen Modell auf klassische Art nicht zweckmäßig zu erstellen.

Da wie bei konventionellen Systemen alle Punkte kontrolliert gemessen und berechnet werden müssen, sind entweder aus

Doppelaufnahme mit ausreichenden Verknüpfungspunkten oder aus Sperrmaßen gemäß 84 bzw. 87 grobe Fehler automatisch auszuschneiden.

#### 4.4 Zuverlässigkeitskriterien

##### 4.4.1 Zuverlässigkeitstests für normalverteilte Fehlervektoren

In der englischsprachigen geodätischen Literatur bedeuten, teilweise abweichend von der in 110 gegebenen Deutung:

- accuracy: Äußere Genauigkeit, Erwartungstreue, gute Übereinstimmung mit dem "wahren" Wert, erstes Moment der Verteilung klein.
- precision: Innere Genauigkeit, kleine Streuung der Stichprobe, zweites Moment der Verteilung klein.
- reliability: Zuverlässigkeit; bei BAARDA kleine Änderung der Verbesserungsquadratsumme bei Ausfall einer beliebigen Stichprobe.

BAARDA's Standardwerk 30 ist schwer lesbar, daher wird auf 117 (S.151-153, mit Hinweis auf REICHENEDER und CONZETT) und besonders die geschlossene Darstellung 32 verwiesen.

"Accuracy" bzw. "precision" kann man durch Bestimmung des Vertrauensbereiches für Mittelwert und Streuung sowie Ansetzen von Null- bzw. Alternativhypothesen nach bekannten Algorithmen testen.

Die Ableitung einer entsprechenden Testgröße für die "reliability" gestaltet sich wie folgt:

Sei  $k = n - u$  die Redundanz (Anzahl der Freiheitsgrade) des Testes, schätzen wir, wie bekannt, die Streuung  $\sigma^2 = E(\rho \epsilon \epsilon)$  mittels  $s^2 = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / k$  (1)

Die Nullhypothese  $H_0$  lautet nun:  $\sigma_0^2 = s^2$  oder

$$E(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \mid H_0) = s^2 \cdot k \quad (2)$$

Die Alternativhypothese, daß die Stichprobe nicht der Grundgesamtheit gemäß (2) angehört, läßt sich formulieren:

$$E(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} | H_a) = s^2 (k + \lambda) \quad (3)$$

oder 
$$\lambda = E(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / s^2 | H_a) - E(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / s^2 | H_0) \quad (4)$$

Der Vektor der Differenzen der Verbesserungen  $\mathbf{v} | H_a - \mathbf{v} | H_0$   
sei  $\Delta \mathbf{v}$  (5)

nun wird wegen Verschwinden der gemischten Glieder

$$E(\Delta \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}) = 0 \quad \text{und mit } E(s^2) = \sigma_0^2$$

$$\lambda = \frac{1}{\sigma^2} E(\Delta \mathbf{v}^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{v}) \quad (6)$$

$\lambda$  hat somit gemäß (3) die Bedeutung einer fingierten Erweiterung der Freiheitsgrade und bedeutet gemäß (6) die normierte Differenz der quadratischen Formen " $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$ " von Null- und Alternativhypothese.

Die gemäß (6) unter  $H_0$  und  $H_a$  tatsächlich vorliegende Redundanz  $k$  müßte um  $\lambda$  erweitert (vergrößert) werden, um aus der Verbesserungsquadratsumme, die unter  $H_a$  vorliegt, dieselbe Streuung wie unter  $H_0$  zu schätzen.

Betrachten wir nun den unter 4.1.4 betrachteten Begriff der "Macht" eines Tests:  $1 - \beta$  ist die Wahrscheinlichkeit, eine falsche Hypothese anzunehmen, in unserem Fall:

$$1 - \beta = P\left(\frac{s^2}{\sigma^2} < F_{1-\alpha; m, n} \mid H_a\right) \quad (7)$$

( $F_{1-\alpha; m, n}$  bedeutet eine nach Fisher verteilte Testgröße, wobei  $m$  und  $n$  die Freiheitsgrade bei der Berechnung von  $s^2$  bzw.  $\sigma^2$  waren).

Nun läßt sich  $\lambda$  darstellen als Funktion von  $s^2$ ,  $\sigma^2$ ,  $m$ ,  $n$  wie folgt:  $\lambda = \lambda(\alpha, \beta, m=k, n=\infty)$  (8)

da sich  $\beta = P\left(\frac{s^2}{\sigma^2} \geq F_{1-\alpha; m, n}\right)$  auch gemäß dem Satz über Wahrscheinlichkeitsdichten schreiben läßt als

$$\beta = \int_{F_{1-\alpha; m, n}}^{\infty} f(F_{m, n, \lambda}) dF(m, n, \lambda) \quad (9)$$

worin  $m=k; n=\infty; \lambda$  wie oben die fiktive Differenz der Freiheitsgrade (gemäß (3)). Gehen wir von Erwartungswerten auf konkrete Werte über, wird (6) zu

$$\lambda = \frac{1}{\sigma^2} \Delta \mathbf{v}^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{v} = \frac{1}{\sigma^2} \Delta \mathbf{l}^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P} \Delta \mathbf{l} \quad (10)$$

Im Vektor  $\Delta l$  interessiert nun bei einer konkreten Alternativhypothese  $H_{a_i}$  gerade jene Komponente  $\nabla l_i$  ("Nabla"), welche für sich allein die Verschiebung  $\lambda$  bewirken würde, d.h. ich setze  $\Delta l^T = (0, 0, 0, \dots, \nabla l_i, 0, 0, \dots, 0)$  (11)

damit wird  $\nabla l_i = \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(PQ_{vv}P)_{ii}}}$  (12)

Der Nenner ist aus dem Ansatz des gesamten Ausgleichproblems gemäß dem Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz zu berechnen mit  $Q_{vv} = Q_{ll} - A Q_{xx} A^T = P^{-1} - A Q_{xx} A^T$  (13)

$$P Q_{vv} P = P - P A (A^T P A)^{-1} A^T P \quad (14)$$

Im Falle gleich genauer Messungen heißt somit der Ausdruck für

$$\nabla l_i = \sigma \sqrt{\frac{\lambda_0}{1 - (A(A^T A)^{-1} A^T)_{ii}}} \quad (15)$$

Der Nenner unter der Wurzel entspricht der Genauigkeitssteigerung des Meßwertes durch den Ausgleich.

$\lambda_0$  setzt man mit konkreten Werten für  $\alpha_0$  und  $\beta_0$  sowie  $k=1$ ,  $n=\infty$ .  $\alpha_0$  und  $\beta_0$  werden in der Literatur mit sehr geringem Produzenten- und großem Konsumentenrisiko angesetzt.  $k$  ist hier 1, da nur ein konkretes  $l_i$  betrachtet wird und nicht der gesamte Vektor.

Je größer  $\nabla l_i$ , desto größer kann der entsprechende Fehler der Messung  $i$  sein, um ein- und dieselbe Verschiebung  $\lambda_0$  zu bewirken. Einen groben Fehler in  $i$  würde man in einem solchen Fall aus der "Fehlerquadratsumme" oder der Schätzung des Gewichtseinheitsfehlers nicht erkennen können. (16)

Abgeleitete Nabla-Werte:

Es läßt sich  $\Delta v$  durch das Allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz ausdrücken zu  $\Delta v = - Q_{vv} P \Delta l$  oder  $\nabla v_i = (Q_{vv} P)_{ii} \nabla l_i$  (17)

mit (13) und (12) lassen sich nun auch Grenzwerte für die einzelnen Verbesserungen rechnen. Zeigt sich im Ausgleich eine Verbesserung, welche (17) überschreitet, so könnte der entsprechenden Messung allein das Abweichen  $\Delta v^T P \Delta v$  von der Nullhypothese angelastet werden. Je kleiner  $\nabla v_i$ , desto

wirksamer war die Messung  $i$ , desto wichtiger für das gesamte Netz. (18)

Bei gleich genauen Messungen  $P = E$  wird

$$\nabla v_i = \sigma \sqrt{\lambda_0 Q_{v_i v_i}} = \nabla l_i Q_{v_i v_i} \quad (19)$$

oder, wie schon bei (15) erwähnt, je genauer die Verbesserung, desto kleiner der Nabla-Wert für  $v$ , desto größer jener für  $l$ .

Wird die Genauigkeit durch den Ausgleich einschließlich der  $i$ -ten Messung stark gesteigert, ist der Matrizenausdruck im Nenner von (15) groß, ist auch  $\nabla l_i$  groß. Das heißt aber anders herum, daß diese Messung von entscheidender Bedeutung für das Netz war; würde sie entfallen, wäre das Netz schlecht bestimmt. Diese  $i$ -te Messung müßte also noch unterstützt werden, um Zuverlässigkeit zu gewinnen (singgemäß wirkt sich der Ausgleich bei bereits Vorliegen einer gleichwertigen Messung nicht so verbessernd aus).

Wendet man (17) auf die Unbekannten an, erhält man:

$$\Delta x = (A^T P A)^{-1} A^T P \Delta l$$

und damit  $\nabla x = Q_{xx} A^T P \nabla l_i$  (20)

Aus den  $n$  Vektoren  $\nabla x_i$  wählen wir für jeden Koordinatenwert den größten aus. Dieser ist der Betrag, um welchen sich die Koordinate im Rahmen der Verschiebungsgröße  $\lambda_0$  ändern könnte, ohne daß er aus der Fehlerquadratsumme als grob falsch beeinflußt erkannt werden könnte.

Je größer  $\nabla x$ , desto schlechter (unzuverlässiger) ist dieser Wert gestellt (Beispiele siehe 32, 33, 117).

Ohne Betrachtung der Nablagrößen geht die Abweichung einer Messung umso eher in der Menge der Beobachtungen unter, je umfangreicher die Stichprobe (und Redundanz) ist (vgl. (4.4.4) oder 32 S.51). Unter Betrachtung der Alternativhypothese müssen hingegen Abweichungen bei kleinen Redundanzen fast doppelt so groß sein wie bei großen. Je kleiner die Anzahl der Überbestimmungen, desto größer ist der Bereich, in dem eine Abweichung zwar zur Ablehnung der Nullhypothese führt, aber nicht als grober Fehler identifiziert wird (32 S.52) (22)

BAARDA's Konzept scheint vorerst also nur bei großen Redundanzen brauchbar, da dort grobe Messungsfehler bereits vor Überschreiten der Schranke für den Gewichtseinheitsfehler aufgedeckt werden und auch dort nur der große Rechenaufwand rationell erscheint. (23)

In den Niederländischen Rechenprogrammen wird zur Fehlersuche ("Data-Snooping") nicht  $\nabla v_i$  berechnet, sondern eine normierte Größe  $w_i = -\frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \cos \delta_i \sqrt{\frac{v^T P v}{\sigma^2}} = -\frac{v_i}{\sigma \sqrt{Q_{v_i v_i}}}$ , deren Vertrauensbereich sich aus den Fraktilen der normierten Normalverteilung ergibt. (24)

#### 4.4.2 Auftreten diskret verteilter grober Fehler in einer Stichprobe.

Auf die Theorie der diskreten Verteilungen soll hier nicht eingegangen werden, da sie in den einschlägigen Lehrbüchern elementar beschrieben werden (§ 8 S.107-124). Nehmen wir an, unsere geodätischen Messungen seien nicht normal-, sondern binomialverteilt (vgl. 3.o.2.2). Dies ist wegen des immer größeren Automatisierungsgrades und der immer höheren Verfahrensgenauigkeit eine durchaus plausible Hypothese; es gibt nur mehr "richtige" und "falsche" Messungen.

Überprüft man ein Kollektiv von  $n=50$  Messungen, deren Ausfallsquote mit  $p_1 = 2\%$  experimentell festgestellt wurde (z.B. Automationskette bei elektronischer Tachymetrie), ist die Wahrscheinlichkeit, keinen falschen Wert in der Stichprobe zu finden  $P_1 (X=0) = \binom{50}{0} \cdot 0,02^0 \cdot 0,98^{50} = 36\%$

Die Wahrscheinlichkeit, die erwartete genau eine Abweichung festzustellen, beträgt nur 37 %, die, zwei oder mehrere festzustellen, immerhin 27 %, immer unter der Annahme, die Kontrollmessung sei fehlerfrei. Ist auch die Kontrollmessung mit einer Ausschußquote betroffen, z.B.  $p_2 = 1\%$ , ist die Wahrscheinlichkeit, keinen Widerspruch zu erzielen,  $P_{1,2} (X=0) = 0,36 \cdot 0,60 = 22\%$ . Stellt man einen Widerspruch fest, stammt er entweder aus der Erstmessung oder aus der Kontrolle - ob aus dem "Signal" Erstmessung oder dem "gestörten Kanal" Kontrolle, kann man mit Hilfe der Informationstheorie (vgl. 4.5.2) feststellen. In unserem Fall ist  $P_{1,2} (X=1) = P_1 (X=0) * P_2 (X=1) + P_1 (X=1) * P_2 (X=0) = 33\%$ . (genau 1 grober Widerspruch bei 50 Meßgrößen - die Wahrscheinlichkeit, daß  $P_1 (X=1) * P_2 (X=1)$  auf einen Wert zusammenfallen, ist zu vernachlässigen).

Man sieht, wie schwierig der Rückschluß aus einer relativ umfangreichen Stichprobe auf einen durch Zuverlässigkeit definierten Qualitätskoeffizienten ist ("je kleiner  $p_1$ , der Ausschußprozentsatz, desto besser das Messungskollektiv").

Andererseits ist es überraschend wahrscheinlich, in einer relativ großen Stichprobe keinen einzigen Versager vorzufinden (hier kann man die korrektere hypergeometrische Verteilung ohne weiteres durch die binomische ersetzen, s.o.). Die statistischen Stichprobenverfahren beruhen häufig auf als diskret verteilt angenommenen Stichproben ("brauchbar - unbrauchbar").

In der Stichprobe mit Umfang  $n$  dürfen nicht mehr als  $n \cdot p$  Ausschussteile vorhanden sein ( $p$  Ausschußwahrscheinlichkeit, vorerst unbekannt). Aus Signifikanz und Macht des Tests (vgl. 4.1.4) lassen sich aus den Rechengesetzen für Wahrscheinlichkeiten nun zwei Werte  $p_\alpha$  und  $p_\beta$  rechnen; je näher sie beisammen liegen, desto günstiger der Stichprobenplan, desto sicherer also der Schluß auf die Grundwahrscheinlichkeit, desto näher muß allerdings auch das Verhältnis  $n/N$  (Stichprobenumfang zu Gesamtproduktion) sein 139 .

#### 4.5 Informationstheoretische Erwägungen.

Die 1949 von SHANNON begründete Informationstheorie hat nicht nur in der Nachrichtentechnik und Theorie digitaler Automaten umwälzende Erkenntnisse gebracht, sondern auch in Randgebieten der Vermessungstechnik (kartographische Generalisierung, Konstruktion elektronischer Distanzer) Erfolge erzielt. GRAFAREND hat 1970 erstmals informationstheoretische Begriffe in die geodätische Fehlertheorie eingeführt ( 59 S.10-12); die dort angegebenen Formeln wurden aber im Prinzip schon vor 1967 in der Literatur verwendet (z.B. 115 S.202)..

Als "Information"  $I$ , welche das Auftreten eines Ereignisses  $x_i$  mit der Wahrscheinlichkeit des Auftretens  $p(x_i)$  vermittelt, versteht man, vgl. 115 S.157,

$$I(x_i) = - \lg p(x_i) = \lg \frac{1}{p(x_i)} \quad (1)$$

Die Einheit der Information ist das aus der Datenverarbeitung bekannte "Bit", die Anzahl der logischen "ja-nein" oder "Null-Eins"-Alternativen;  $\lg$  ist der duale Logarithmus. Da die In-

formation auf konkrete Ereignisse und nicht auf zufällig verteilte bezogen ist, verwendet man ihren Erwartungswert, welcher wegen der begrifflichen und formalen Verwandtschaft zum entsprechenden Ausdruck der Wärmetheorie "Entropie"  $H$  (Groß-Eta) genannt wird, vgl. 115 S.159.

$$E(1) = H = - \sum p(x_i) \lg p(x_i) \quad (2)$$

Nun kann man in (2) statt  $p(x_i)$ , also statt der Wahrscheinlichkeiten, sinngemäß die Wahrscheinlichkeitsdichten aus (4.1.1.1(3) und (5)) einsetzen und statt summieren integrieren, wenn es sich um stetige Verteilungen handelt.

Man kommt schließlich zur GRAFÄREND'schen Formel

$$H(l_i) = \lg \left( \sqrt{(2\pi e)^n} \sqrt{\text{Det}(Q_{ii})} \right) \quad (3)$$

Die Differenz zweier informationstheoretischer Entropien ist also gleichzusetzen dem Logarithmus des Quotienten der "Verallgemeinerten Varianzen", vgl. 4.1.1.1 (17) und 4.1.1.1 (18). (4)

$$H(l_i) - H(l_j) = \lg \left| \frac{\text{Det}(Q_{ii}^i)}{\text{Det}(Q_{ii}^j)} \right|$$

#### 4.5.1 Informationsströme.

Aus (4) sieht man eine der Ursachen der Bedeutung der Informationstheorie in der geodätischen Fehlertheorie: komplizierte fehlertheoretische Beziehungen lassen sich durch Additionen und Differenzen darstellen.

Dies wurde durch HALMOS und Mitautoren benützt, in Analogie zu elektrischen Netzen Informationsströme darzustellen, welche bei den Kirchhoff'schen Gesetzen (über Summe und Verhältnisse der Stromstärken) sowie dem Ohm'schen Gesetz folgen 63 . Hiebei wird die Stromstärke in Analogie zu den Verbesserungen, der Widerstand zu den Gewichten dargestellt: das Gewichtsfortpflanzungsgesetz entspricht dem zweiten Kirchhoff'schen Gesetz (Gesamtwiderstand = Reziprokwert der Summe der Teilwiderstandsreziproken). In "kühner Vereinfachung" wurde zudem der allgemeine Gewichts-begriff gleich "Negentropie, also Information" gesetzt. Durch verschieden angesetzte mathematische Filter werden die Gewichtsreziproken ("Informationen") von Punkten bzw. Elementen geodätischer eindimensionaler Netze hinsichtlich eines Empfängers (Neupunktes) und mehrerer Sender (Quellen, Festpunkte) berechnet. Die Summe der im Neupunkt zufließenden "Information"

setzt entweder sich aus Addition der Quelleninformationen oder der im Empfänger ankommenden Teilströme (Elemente) zusammen, welche sich wieder als Summe der Teilströme in den Verzweigungspunkten darstellen, berechnen. Das Verfahren wurde zwar zur Vereinfachung des Netzausgleiches, welchen man nun einfach durch schrittweisen Aufbau ersetzen kann, entwickelt. Für uns ist es aber durch seine Anschaulichkeit interessant. Je größer der Teilstrom, desto größer der Beitrag des entsprechenden Elementes zur Gesamtgenauigkeit; je kleiner, desto "überflüssiger" diese Messung. Dies entspricht auch der sonst in Ungarn sehr geförderten Methode der Rückführung auf direkte Beobachtungen im ersten Falle großes, im zweiten Fall kleines Gewicht der Ersatzbeobachtung.

Fazit: je "direkter" die Beobachtung, desto größer die Information. Toleranzplacierung ist an jenem der möglichen Maße empfohlen, welches bei gleicher Grundgenauigkeit mindest 50 % der Information beiträgt. Dies führt zu einem Konzept der Zuverlässigkeit.

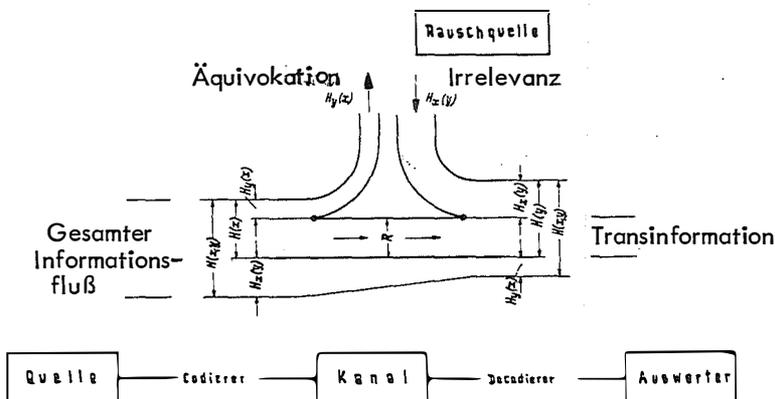
#### 4.5.2 Nachrichtenübertragungsketten.

Abgesehen von den vordergründig-formalen Vorteilen, welche die Informationstheorie gemäß 4.5.1 zu bieten scheint, besticht die Analogie der Begriffe und Ziele zu unseren Problemen:

Durch jede Messung versuchen wir, eine bestimmte Information über eine Eigenschaft des vermessenen Objektes zu erlangen (1)

Jede Kontrollmessung soll uns Information über die Güte der Erstmessung (Bestimmungsmessung) verschaffen. (2)

Abb.25 versinnbildlicht die Begriffe einer Nachrichtenübertragungskette:



Als Quelle (X) ist der Teil der Kette definiert, dem man die Entstehung von Nachrichten (Informationen) zuordnet. Eine diskrete Quelle verfügt über einen Vorrat endlich vieler Zeichen, aus dem die Nachrichten als endlich lange Zeichenfolgen zusammengesetzt sind. Jeder Zeichenfolge ist eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Der Codierer setzt die Nachrichten (Informationen) in eine Form um, die einem als Träger verwendeten Signal, einer geeigneten physikalischen Größe, aufgeprägt werden kann. Das Signal wird durch einen Übertragungskanal, der im allgemeinen durch Rauschen gestört ist, an den Decodierer übertragen. Dieser übersetzt das "verrauschte" Signal in eine verrauschte (gestörte) Zeichenfolge, die dem Auswerter (Y) zugeführt wird. Dabei wird von der Ausgangsseite die Information  $H(x)$  eingebracht, wovon aber vermöge der beschränkten Kanal Kapazität (vgl. Strömungslehre!) der Anteil  $H_Y(x)$  ("Äquivokation, Streuinformation") nicht auswertbar ist. Dafür stammt aus der Rauschquelle ein Informationsanteil, welcher nicht aus der Quelle stammt, die "Irrelevanz"  $H_X(y)$ . Der Auswerter empfängt nun die Information  $H(y) = H(x) - H_Y(x) + H_X(y)$ . Die durchgehende, wirklich relevante Information  $H(x) - H_Y(x) = H(y) - H_X(y) = R$  nennt man "Transinformation".

Die "Kanalkapazität"  $C$  ist das Maximum von  $R$  für alle möglichen dem Kanalvorgeschalteten Quellen.

"Redundanz" ist im allgemeinsten Sinne wohl empfangene, aber nicht gefragte Information: sie kann entweder definiert werden als Durchschnitt zweier relevanter Informationsmengen oder jene Information, welche wegen nicht optimaler Codierung zusätzlich geliefert wird (bzw. geliefert werden muß).

Eine diskrete, stationäre Quelle nennt man "ergodisch". Es werden der Einfachheit halber auch stetige Signalquellen von der Theorie behandelt; diese liefern aber nur im Falle anliegender stetiger Rauschquellen (Störpegel) endliche Informationen.

Ist die Wahrscheinlichkeit des Rauschens  $p_s(x_i)$  ident der Wahrscheinlichkeitsdichte der Normalverteilung, nennt man dies "weißes Rauschen", da dann alle Frequenzen innerhalb des Rauschspektrums auftreten. (3)

Nach diesen Begriffsbestimmungen wollen wir gleichlautende Abläufe in Informationstechnik und Vermessungskunde aufsuchen, um uns eventuell vorliegende Algorithmen der Informationstheorie zunutze zu machen; diese ist allerdings trotz vieler Erfolge im allgemeinen, theoretischen Teil noch stärker entwickelt als im angewandten.

Eine grundlegende Schwäche dieses Vorhabens ist bekannt: sie liegt in dem nicht punktförmigen Charakter des Informationsbegriffes. Unsere Messungen hingegen sind keine Codefolgen, welche sich ohne sinnstörende Verzerrungen als Fourierreihen, Bitgruppen, Blocklängen u.dgl. darstellen lassen, ausgenommen etwa die Folge von Verschiebungen eines Punktes bei Deformationsmessungen, zyklische Fehler von Distanzern, Kreisteilungen oder Fahrbahndecken, Bohrfahlausteilungen.

Weiters tragen die wenig anschaulichen (teils widersprüchlichen) Begriffe zu Mißverständnissen bei: die Entropie gilt zwar als Erwartungswert der Information, andererseits bedeutet wachsende Entropie wachsende Gleichwahrscheinlichkeit (und Unordnung), während Information umso größer ist, je kleiner die Wahrscheinlichkeit (vgl. 4.5(2) oder den Widerspruch in 4.5.1, welcher die Information nicht zur Gewichtsreziproken, sondern zum Gewicht in Relation setzt).

Ein aus der Literatur bekanntes Beispiel (z.B. [15] S.229 ff) ist der meßtechnische Regelkreis: Steuerglied - Regelstrecke (mit Störungen von außen = Entropiezunahme) - Meßglied - Information von außen - Steuerglied ... mit der Analogie: Messung - Fehlereinflüsse durch Messung und Vermarktung - Kontrollmessung - eventuelle Verbesserung der Erstmessung - nächste Messung .... Bei Betrachtung eines konkreten Wertes (nicht einer Gesamtheit von Regelstrecken) ergeben sich die trivialen Verfahren der Vermessungstechnik. (4)

Störenergie und Blocklänge sind indirekt proportional, wenn die Dimensionierung eines Kanals zur Übertragung derselben Information betrachtet wird; die Kosten stark gestörter Kanäle sind bekanntlich geringer als jene störungsarmer (vgl. Vermessungstechnik: genaue Messungen sind teurer). Leider läßt sich die Blocklänge leichter vergrößern als bei uns die (analoge) Wiederholungszahl der Messungen (Störenergie  $\sim$  Varianz! Widerstand  $\sim$  Gewicht).

Ein großer Teil informationstheoretischer Untersuchungen gilt der optimalen Codierung, d.h. bei gegebener Kanalkapazität möglichst große Transinformation bzw. bei gegebenem Signal möglichst große Kapazität zu erzielen, vermittelt Zuordnung der geeigneten Wahrscheinlichkeiten). Es läßt sich nachweisen, daß bei weißem Stör-Rauschen (im Kanal) der maximale Informationsfluß dann zu erzielen ist, wenn auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Quelle der des "weißen Rauschens" entspricht (d.h. bei uns, wenn Information und Störung jeweils normalverteilt sind). (5)

Die Ermittlung "fehlerkennender Codes" führt zur Forderung nach redundanten Informationen; der "Ein-Fehlerkennende Code" besitzt eine Redundanz von 50 % (empirisch gewonnen); das bedeutet  $1 - \frac{H}{H_{\max}} = 50\%$ ; das entspricht in diesem Fall einem Nutz-Störleistungsverhältnis von 1/2 und wegen der Analogie "Leistung"  $\sim$  Varianz der einfachen Überbestimmung (bei gleichgenauen Messungen), i.e. Doppelmessung oder voller Zuverlässigkeitskontrolle. (6)

In der Folge wird noch ein praktisches Beispiel für eine der vielen möglichen Interpretationen der Übertragungsketten in der Vermessungstechnik gegeben:

Stark gestörter Informationskanal; mehrfache trigonometrische Höhenmessung. Quelle: Koordinaten der Standpunkte. Information: Koordinaten der Standpunkte. Codierer: Formeln der Trigonometrischen Höhenmessung. Signal: Fehlereinflüsse der Koordinatenfehler (via Streckenfehler) auf Höhenmessung. Rauschquelle: Fehler der Ausgangshöhen, Zenitdistanzen, Instrumenten- und Zielhöhen, Refraktion (alle zufällig angenommenen). Rauschen: deren Komponenten in Höhenmessung. Decodierer: Höhenausgleich, Widersprüche, mittlere Fehler der Neupunktshöhen. Auswerter: hat nun Information über Signal und Rauschen. Wenn oft genug (oder genau genug!) Höhenmessung durchgeführt (oder entsprechend starkes "Signal" = grober Koordinatenfehler), fällt relevante Information über Koordinatenfehler auch bei diesem schwachen Signal und starken Störungen bzw. ungünstigen Code an. Optimale Codierung: Fehlereinfluß der Koordinaten relativ groß (steile, genaue Visuren, häufige Überbestimmungen). Kanalkapazität: Rechengenauigkeit bzw. Vertrauensintervalle. (7)

Beispiel für nichtstationäre Quellen: Festpunkte mit geänderten Koordinaten oder Stabilisierungen. (8)

## 5 Methoden des Einsatzes von Toleranzen

### 5.0 Relation Bedarf - Möglichkeit - Kontrolle

In 1.2 dieser Arbeit (Abb.2 und 3) wurde ein dreidimensionales Koordinatensystem der wichtigsten Begriffe an Hand von zwei Beispielen erläutert.

Der Bedarf des Auftraggebers äußert sich stets in einem ein-dimensionalen, deterministischen Wert je tolerierter Größe; jedenfalls nicht in mittleren Fehlern, Konfidenzintervallen oder Kovarianzmatrizen.

Wird der Bedarf in Vektorform angegeben, gilt jede Komponente unabhängig von der anderen (z.B. Längs-, Quer- und Höhentoleranz beim Stollendurchschlag). Für den Konsumenten ist nicht die Art und Größe des Störpegels im Übertragungskanal interessant, sondern ausschließlich die übertragene Information. Den Kanal und den Code optimal abzustimmen, ist Sache des Technikers als Erfüllungsgehilfe oder als Produzent. In diesem Sinne scheint es sinnlos, außer für interne rechentechnische Zwecke mehrdimensionale Konfidenzintervalle anzugeben, wie dies etwa GLEINSVIK an Hand einer zweidimensionalen Studentverteilung in der ZfV (Heft 9) 1973 exerzierte.

Sei der Bedarf also als Intervall auf der Merkmalsachse vorgegeben. Die Möglichkeiten des Produzenten werden nach Elimination der systematischen Fehler sicher so formuliert werden können, daß ihr Erwartungswert mit dem Mittenmaß  $\mu$  des Toleranzbereiches (vgl. Abb.4, bzw. Abb.26) zusammenfällt. Wegen unvermeidlicher zufälliger Fehler bei der Realisierung des zu erstellenden Maßes, welche wir gleich hinsichtlich aller Einflüsse aus dem Modell gemäß Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz zusammengefaßt annehmen, wollen wir die Meßwerte für die betrachtete (und tolerierte) Größe normalverteilt annehmen.

Die in 1.2 angedeutete sozioökonomische Korrelation zwischen Bedarf und Möglichkeit ist hier nicht von Interesse. Die beiden Begriffe sind somit orthogonal. Der Ansatz der Messungskontrolle führt über ähnliche Überlegungen wie bei der Möglichkeit des Produzenten wieder zu einer Normalverteilung.

Deren Mittelwert sollte nun eigentlich ebenfalls das Mittenmaß des Toleranzbereiches sein. In der Praxis wird die Kontrolle, in welcher Art sie auch immer durchgeführt sein mag, einen anderen Wert für die gesuchte Größe ergeben als die Erstbestimmung, welche gemäß den "Möglichkeiten" des Produzenten erstellt wurde (vgl. Abb.28).

Möglichkeit und Kontrolle sind eventuell über in beiden Fällen verwendete Festpunkte, Meßmittel, Beobachter usw. korreliert. Auf Grund des bekannten Modells der Erstellung beider Werte kann man eine a priori-Kovarianzmatrix bestimmen. Falls diese in bedeutender Art von der Diagonalform abweicht, kann man ihre Eigenwerte berechnen (sie orthogonalisieren, die Hauptachse der Fehlerellipse ermitteln).

Um anschauliche Wahrscheinlichkeitsüberlegungen durchführen zu können, müssen wir im Gegensatz zur o.a. Annahme den bei der Kontrollmessung realisierten Wert  $K$  als Mittelwert von deren Verteilung ansetzen (vgl. Abb.26 bzw. Abb.28). Die Wahrscheinlichkeit, mit der Erstmessung den Bedarf erfüllen zu können, ist a priori gemäß der Möglichkeit des Produzenten

$$P_n (\mu \in B) = \Phi \left( \frac{B}{2\sigma_n} \right) - \Phi \left( -\frac{B}{2\sigma_n} \right) = \int_{\lambda_{un}}^{\lambda_{on}} f(u) du \quad (1)$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit dem Resultat der Kontrollmessung innerhalb des Toleranzbereiches  $B$  zu liegen, ist gemäß Abb.26

$$P_k (k \in B) = \Phi \left( \frac{-k + \mu + B/2}{\sigma_k} \right) - \Phi \left( \frac{-k + \mu - B/2}{\sigma_k} \right) = \int_{\lambda_{uk}}^{\lambda_{ok}} f(u) du \quad (2)$$

In den Formeln gelten vereinbarungsgemäß die Zeichen für normiert-normalverteilte Größen:

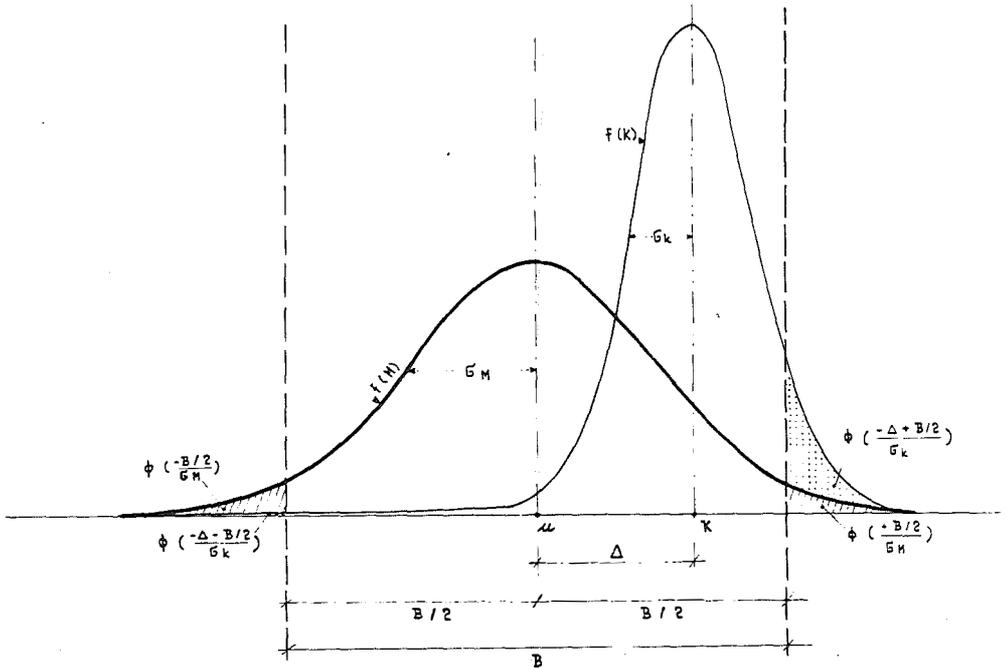
$\Phi$  Verteilungsfunktion (Wahrscheinlichkeitsfunktion, Summenfunktion)

$f$  Dichte (Wahrscheinlichkeitsdichte)

$u$  normiert-normalverteilte Größe (Laufvariable)

$\lambda$  - " - berechnet gemäß  $\lambda = \frac{X - \mu}{\sigma}$

Abb. 26



Wahrscheinlichkeitsdichten der Erstmessung (M) und doppelt genauen Kontrollmessung (K).

Da  $\phi_M$  und  $\phi_K$  voraussetzungsgemäß oder durch Orthogonalisierung unabhängig, ist die Wahrscheinlichkeit, daß beide Messungen dem Bedarf genügen,  $P_{M \cap K} = P_M \cdot P_K$  (4)

sowie die Wahrscheinlichkeit, daß zumindest eine der beiden dem Bedarf genügt

$$P_{M \cup K} = P_K + (1 - P_K) P_M = P_M + (1 - P_M) P_K = 1 - (1 - P_M)(1 - P_K) \quad (5)$$

In (4) und (5) sind bereits Konsumenten- bzw. Produzentenrisiko impliziert.

Die in Abb.3 gezeigten Mengen lassen sich als jeweils alle jene Realisierungen auf der Me. malsachse deuten, welche zwischen  $\pm B/2$  (Bedarf) bzw. der jeweiligen Fraktile der statistischen Vertrauensintervalle der Verteilungen  $f(M)$  und  $f(K)$  liegen (Abb.27).

Abb.27 Beispiele für gute und schlechte Dimensionierung von Messung und Kontrolle in Abhängigkeit vom Bedarf

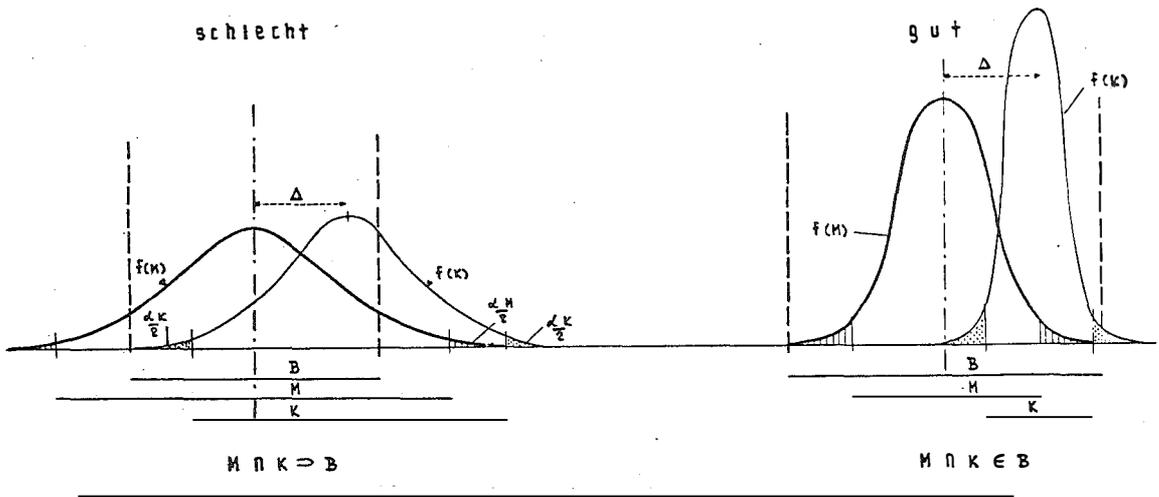
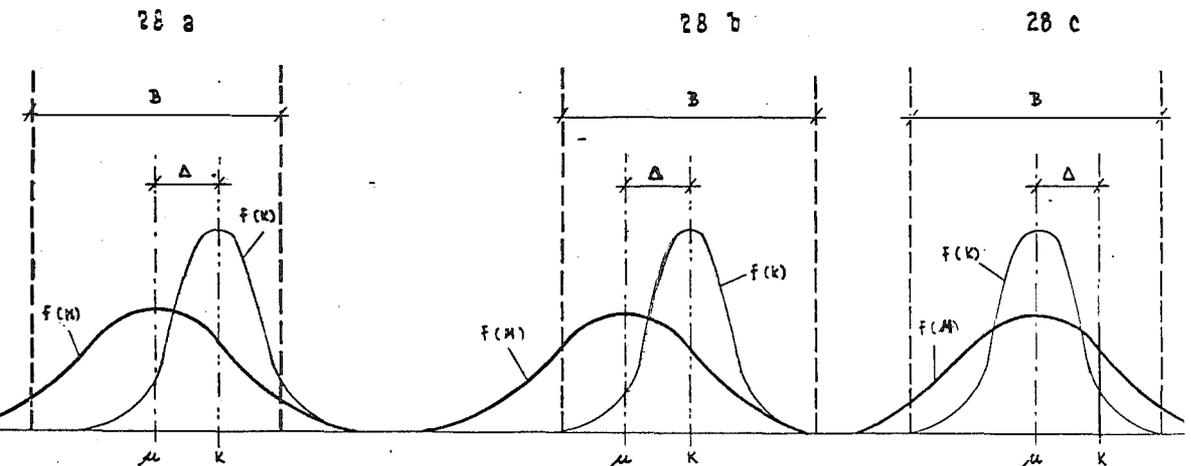


Abb.28 zeigt drei Möglichkeiten der Interpretation der Abweichung zwischen Ergebnis der Bestimmungs- und Kontrollmessung. Die Annahme 28 a lag den bisherigen Überlegungen (Abb.26, 27) zugrunde und wurde bereits begründet. Annahme 28 b ist sinnlos, da von der Anlage der "Möglichkeit" her die Erstmessung und nicht die Kontrolle weiterverwendet werden soll. Annahme 28 c ist theoretisch korrekt, doch weniger anschaulich. Hier ist nur zu untersuchen, ob  $K$  innerhalb des Konfidenzintervalles  $\pm \lambda_k$  liegt ( $\lambda_k = \pm \frac{B/2}{\sigma_k}$ ). Weiteres darüber im nächsten Kapitel.

Abb.28 Interpretation der Messungsdifferenz  $M-K = \Delta$



## 5.1 Formulierung der Toleranzprobleme als Hypothesen für statistische Tests.

Hypothesen für statistische Tests lassen sich formulieren hinsichtlich Mittelwert oder Streuung einer Verteilung ("Parameterhypothesen").

Der Mittelwert steht für den diskreten, eben betrachteten Meßwert. Hierher fällt die Festsetzung der Toleranz im eigentlichen Sinne, als Ausdruck des Bedarfes. Der Toleranzbereich ergibt sich aus einer abstrakten Willensäußerung des Auftraggebers (z.B. Grenzkataster) oder aus theoretischen Überlegungen hinsichtlich der Weiterverwendung der gemessenen Größe (Maschinenbau, teilweise Ingenieurgeodäsie):

Die Festsetzung des Toleranzbereiches sowie die Analyse der Möglichkeiten des Produzenten gestatten die Planung der Meßgenauigkeit.

Die Streuung wird getestet als "Qualitätsmerkmal" der Produktion, aber auch, um die Richtigkeit des Modells, welche die Grundlage für den Test des vermuteten Mittelwertes bildet, zu überprüfen. Hierher fallen die Fehlergrenzen im eigentlichen Sinne. Da oft Nullhypothesen auf die gesuchten Werte schwer zu formulieren sind (vgl. 5.0), werden Messungsdifferenzen bzw. Widersprüche hiezu herangezogen bzw. sogar als Testobjekt umfunktioniert.

### 5.1.1 Test auf Mittelwert.

Hier sind folgende Nullhypothesen möglich:

- o Der Meßwert gehört einer Verteilung an, deren Mittelwert das Mittenmaß des Toleranzbereiches ist. (1)
- o Der Kontrollwert gehört einer Verteilung an, deren Mittelwert das Mittenmaß des Toleranzbereiches ist. (2)
- o Die Differenz von Meß- und Kontrollwert gehört einer Verteilung an, deren Mittelwert Null ist. (3)

(1) und (2) vgl. Abb.28 c.

In allen drei Fällen kann die Streuung bekannt sein oder aus der gegenständlichen Messung berechnet werden. Im ersten Fall liegt die normierte Normalverteilung, im zweiten die Studentverteilung dem Test zugrunde (vgl. 4.1) (4)

Die Anwendung der Studentverteilung scheint wenig zweckmäßig: bei geringer Redundanz ( $k < 10$ ) ist der Vertrauensbereich so weit, daß das Konsumentenrisiko zu groß wird; anderenfalls unterscheidet sie sich sowieso kaum mehr von der normierten Normalverteilung. Man wird also stets trachten, die Genauigkeit eher aus anderen Informationen (bekannte Instrumenten- und Verfahrensfehler + Fehlerfortpflanzungsgesetz; stark redundante Testnetze ähnlicher Problemstellung) zu beschaffen als aus der gegenständlichen Messung. (5)

Eine Ausnahme liegt nur im Fall einer Netz- oder Blockausgleichung mit großer Redundanz vor. (6)

In jedem Fall kann entweder der Meßwert selbst oder eine Funktion des Meß- bzw. Kontrollwertes getestet werden. Es sind dann die Bedarfsschranken (Abmaße, Kontrollgrenzen, Toleranzintervalle) entsprechend umzurechnen, dies stößt in der Praxis auf Schwierigkeiten. (7)

Beispiel: Polygonzugabschluß. Hier ist wohl die Nullhypothese gemäß (3) zu formulieren, die Vertrauensgrenzen ergeben sich jedoch nur aus statistischen Überlegungen, außer der Zug selbst ist als Ganzes tolerierbar (z.B. ein Stollenpolygon). (7a)

Außer (1) bis (3) sind noch beispielsweise folgende Hypothesen denkbar: Meß- bzw. Kontrollwert gehören zu einer Verteilung, deren Mittelwert innerhalb des Toleranzbereiches liegt. (8,9)

Die Differenz von Messungs- und Kontrollwert ist kleiner als die Breite des Toleranzbereiches. (10)

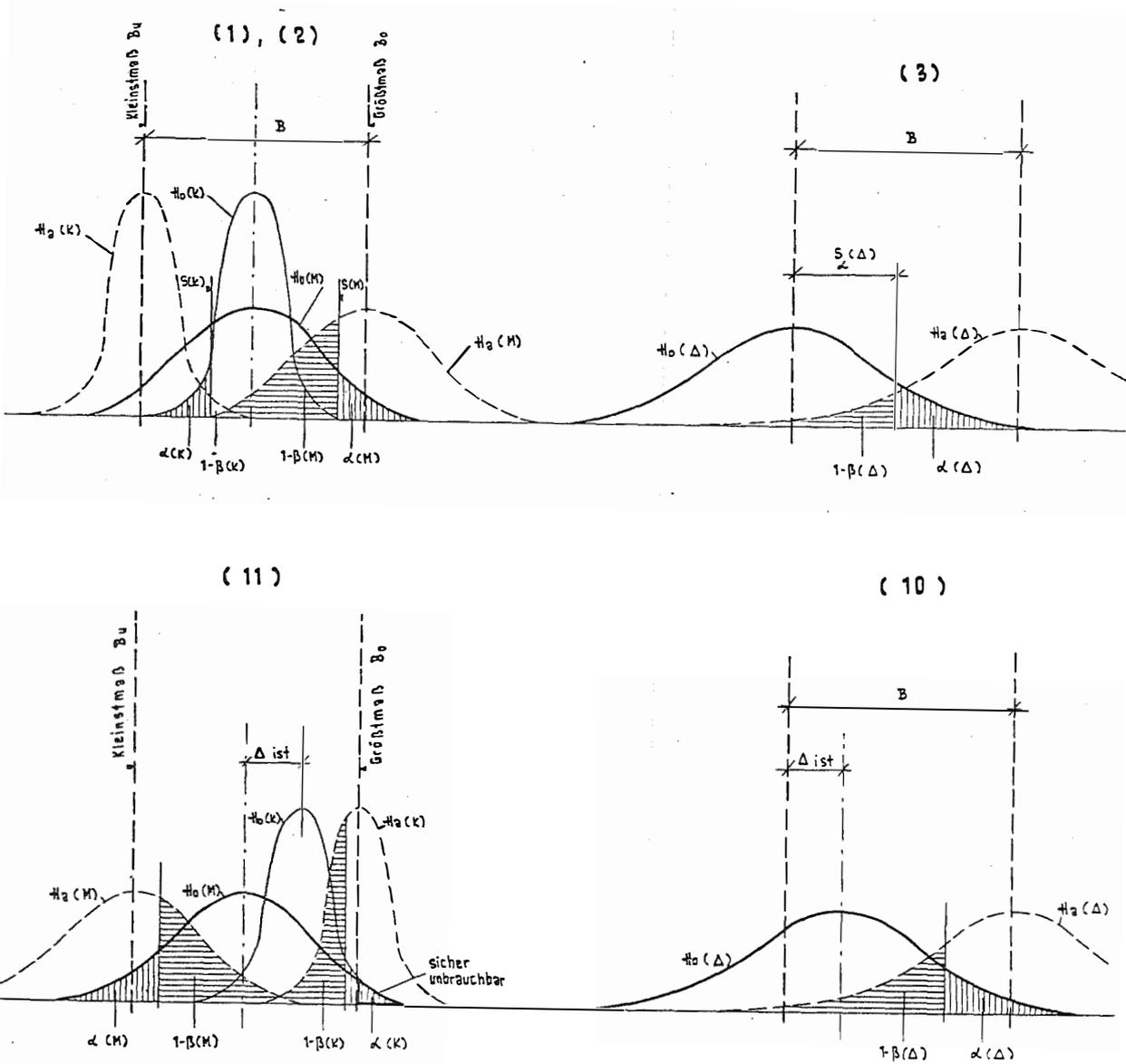
Meßwert in Verteilung mit Mittelwert als Mittenmaß, Kontrollwert in Verteilung mit Mittelwert innerhalb Toleranzbereich (vgl.

Abb. 28 a) (11)

Hypothese wie (11), nur Meß- und Kontrollwert vertauscht (Abb. 28 b) (12)

Meß- und Kontrollwert gehören jeweils Verteilungen an, deren Vertrauensbereich zur Gänze innerhalb des Toleranzbereiches liegt usw. (13)

Abb.29: Trennschärfe (Signifikanzniveau und Macht) einiger Tests auf die Hypothesen über Messung, Kontrolle, Widerspruch.



Wie man aus Abb.29 sieht, sind nur die Tests (1,2) (3) "optimal" im Sinne der Definition, da hier bei vorgegebenem  $\alpha$  die Macht  $\beta$  zu einem Maximum wird. Außerdem lassen sich nur diese Hypothesen als eigentliche "Nullhypothesen" formulieren. Die plausibelste Alternativhypothese ist in allen Fällen, der untersuchte Wert gehöre einer Verteilung an, deren Mittelwert "außerhalb" des Toleranzbereiches liegt. Sind Größt- und Kleinstmaß nicht vorgegeben, gewinnt man aus den Verteilungen der Erst- und Kontrollmessung durch Faltung (Fehlerfortpflanzungsgesetz! ev. Tienstra) jene der Messungsdifferenz. In der Abb.29 wurde als einseitige Toleranz der gesamte Toleranzbereich angenommen, da häufig nur Absolutwerte der Abweichungen betrachtet werden.

In (6) und (7) wurden Funktionen der eigentlich tolerierten (und aus dem Bedarf tolerierbaren) Werte erwähnt. Der einfachste Fall ist, das Mittel aus Erst- und Zweitmessung zu tolerieren. Dies führt aber vorerst auf (3), später direkt auf (1).

Ist die betrachtete Funktion komplizierter, gibt es zwei Möglichkeiten:

- o Das Ergebnis der kombinierten Messung selbst ist toleriert. Nullhypothese: wie (1), (3); Alternativhypothese: wie Abb.29 ((1),(3)). (14)

Beispiel: Querfehler von Stollenpolygon; Querfehler der Tunnelachse aus Tunnelnetz.

Die Vertrauensintervalle sind gemäß Allgem.Fehlerfortpflanzungsgesetz zu berechnen.

- o Die Einzelmessung (Element der betrachteten Funktion) ist toleriert. (15)

Hier ist nur die Nullhypothese gemäß (1) möglich, und auch nur dann, falls Kleinst- und Größtmaß vorliegen. Nun gibt es drei Möglichkeiten:

- + Aus dem Ergebnis der Gesamtmessung wird eine fingierte Kontrollmessung der Einzelmessung zurückgerechnet, um einen echten "Widerspruch" zu erlangen; (15a)

- + Die Verbesserung als Unterschied von Erstmessung und Resultat wird toleriert; (15b)

- + Die Toleranz der Einzelmessung wird auf das Ergebnis umgerechnet. (15c)

Beispiele:

a) Polygonzugsseite: Erstmessung: direkte Messung; fingierte

Zweitmessung:

genähert: bei Proportionalmethode Strecke aus "ausgeglichenen" Koordinaten;

streng: jene Strecke  $\tilde{L}$ , die sich aus dem Ausgleich  $\bar{L}$  ergibt, wenn man genau die Erstmessung  $L$  weglässt.

Die entsprechenden Werte kann man nach REICHENEDER direkt rechnen (vgl. 117 S.151) oder wie folgt überlegen:

Der Fehler der Strecke a priori war  $\sigma_c$ ; der Fehler nach dem Ausgleich gemäß  $\sigma_{L_{ii}}^2 = \sigma_c^2 \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T$ . Die Verbesserung durch den Ausgleich ist somit

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{L_{ii}}^2 &= \sqrt{\sigma_c^2 - \sigma_{L_{ii}}^2} = \sigma_c \sqrt{(1 - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T)_{ii}} = \sigma_c \sqrt{(1 - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A})_{ii}} \\ &= \sigma_c \sqrt{Q_{v.v.}} \end{aligned}$$

vgl. (4.4.1(15) und (19)).

(16)

Je kleiner  $\bar{\sigma}_{L_{ii}}$  gemäß (16), desto weniger wirksam war der Ausgleich, denn dann war der Fehler  $\bar{\sigma}_L$  nach dem Ausgleich nur wenig kleiner als jener  $\bar{\sigma}_c$  vor dem Ausgleich.

(17)

$$\sigma_{L_{ii}}^2 = \sigma_c^2 - \bar{\sigma}_{L_{ii}}^2 ; \quad \sigma_o^2 = \sigma_{L_{ii}}^2 + \bar{\sigma}_{L_{ii}}^2, \quad \sigma_{L_{ii}}^2 = \sigma_o^2 - \bar{\sigma}_{L_{ii}}^2 \quad (17a)$$

Da es sich um einen strengen Ausgleich handelt, gehen wir für

$$L_i \text{ zu Ersatzbeobachtungen über: } \bar{L}_i (p + \tilde{p}) = pL + \tilde{p}L \quad (18)$$

Wegen (16) ist  $p(\bar{L}) = p + \tilde{p} = \frac{\sigma_c^2}{\bar{\sigma}_{L_{ii}}^2}$

$$p = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_c^2} = 1$$

$$\tilde{p} = p(\bar{L}) - p = \frac{\sigma_o^2 - \sigma_{L_{ii}}^2}{\bar{\sigma}_{L_{ii}}^2} = \frac{\bar{\sigma}_{L_{ii}}^2}{\sigma_{L_{ii}}^2}$$

$$\sigma_{L_{ii}}^2 = \sigma_o^2 \frac{Q_{L_{ii}}}{Q_{v.v.}} = \frac{\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A} \sigma_o^2}{1 - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}} = \frac{1 - Q_{v.v.}}{Q_{v.v.}} \sigma_o^2 \quad (19)$$

Aus (19) kann man das Vertrauensintervall der fingierten Kontrollmessung  $L$  bestimmen. Ist  $Q_{v.v.} < 0,50$ , so war der Wert  $L_i$  im Ausgleich nicht durchgreifend kontrolliert, dann wird  $\sigma_L > \sigma_o$  ( $\rightarrow \sigma_K > \sigma_M$ )

(20)

Dies kommt auch in den Zuverlässigkeitskriterien ( $\nabla v_i$  klein,  $\nabla L_i$  groß, vgl. 4.4.1 (19)) sowie im Konzept der Informationsströme (vgl. 4.5.1 -  $Q_{v.v.} < 0,50 \rightarrow$  Information

durch Meßwert selbst bereits  $> 0,50$ ) zum Ausdruck. Die zusätzlichen Messungen fungieren dann nur als Grobkontrolle! (21)

- b) Die "Verbesserung" ist eine mehr oder weniger komplizierte Funktion der einzelnen verwendeten Messungen. Man wird dann zu dieser Methode greifen, wenn es keine klar definierte "Erstmessung" mit Toleranz und Nullhypothese gibt. Beispiel: manche historische "Fehlergrenzen" der Landesvermessung, welche einheitliche Höchstwerte festlegten (vgl. 2.2.3). Dies ist aber nur bei regelmäßigen Netzen mit homogenen Fehlern der Verbesserungen zulässig.

Da hier keine bedarfsorientierte Tolerierung möglich erscheint, ist "Data-snooping" nach der Niederländischen Schule theoretisch am sinnvollsten (vgl. 4.4.1(17), (19), (24)). Je größer der Anteil der betrachteten Meßgröße am Gesamtproblem, desto enger der Toleranzbereich. Sollte  $\nabla v_i$  zu Null werden, ist der entsprechende Wert überhaupt nicht kontrolliert und ein Fehler in  $l_i$  würde durch keine sonstige Messung aufgedeckt. Kann ein solcher Wert nicht anderweitig kontrolliert werden, ist er nach (1) zu behandeln.

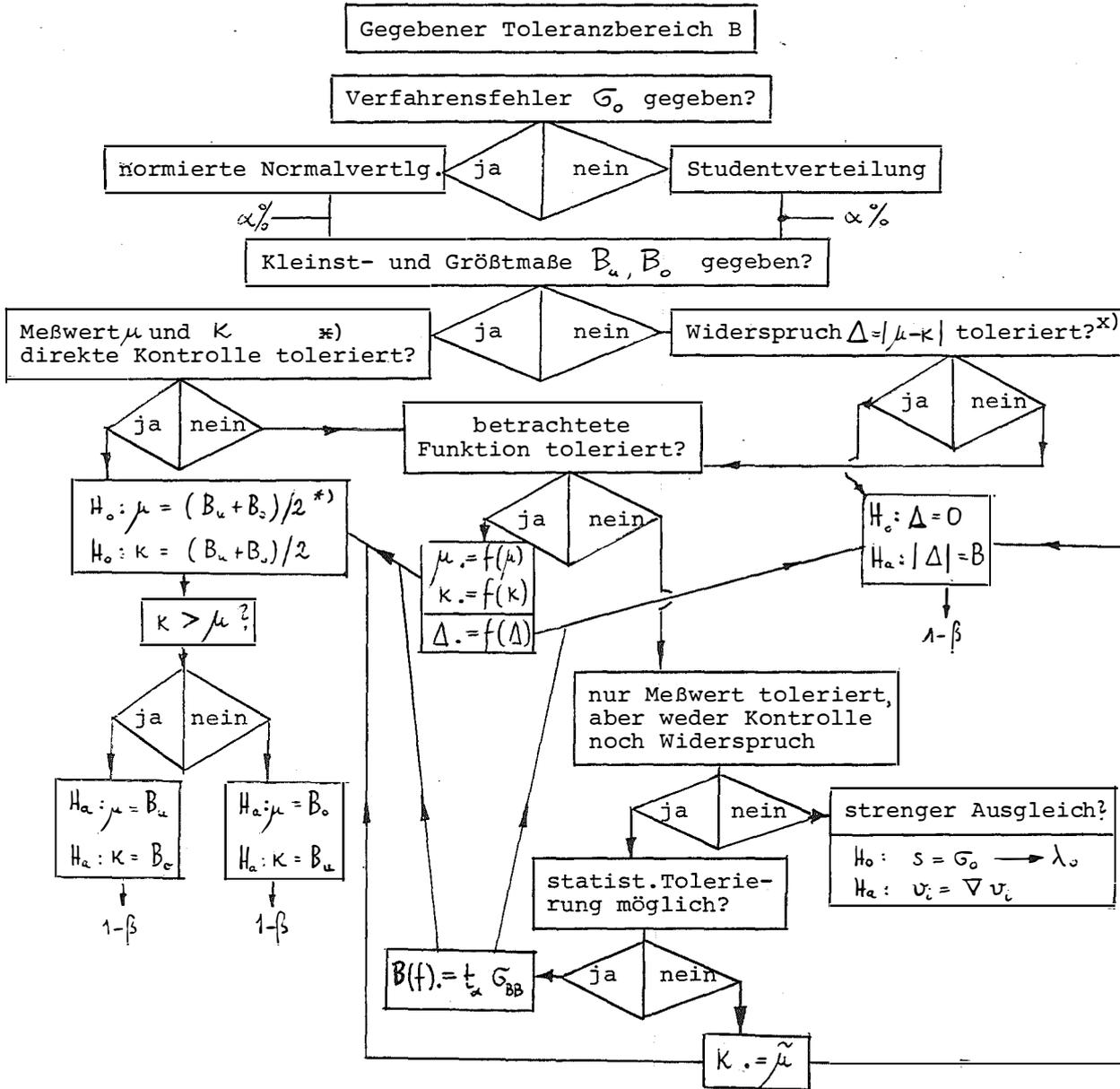
- c) Die gegebenen Toleranzen der Einzelwerte lassen sich manchmal auf eine Funktion dieser Einzelwerte übertragen. Man muß sich aber über das Wesen dieser Toleranz im klaren sein, denn nicht immer ist statistische Tolerierung (vgl. 2.1.2.1) analog und mit den Methoden unserer Fehlerfortpflanzungsgesetze möglich! Hier sind besonders die vom Auftraggeber vermuteten systematischen Anteile zu beachten (Fertigteilbauten, Invardrahtlagen u.dgl.).

Abb.30 (unseitig!)

#### 5.1.2 Planung der Meßgenauigkeit.

Von vorneherein ist die Meßgenauigkeit keine Funktion der Toleranzen, es ist z.B. durchaus möglich, daß gewisse Probleme nicht "gelöst" werden können, weil das Konfidenzintervall der Meßmöglichkeit größer ist als der Toleranzbereich. Im allgemeinen kann man die Messungen so planen, daß dieser Fall nicht eintritt und durch Erhöhung der Meßgenauigkeit deren Konfidenzintervall genügend eng gesteckt werden kann.

Abb.30: Zusammenfassung der Parameterhypothesen  
(Test auf Mittelwert)



\* = arithmetische Anweisung

\*)) symmetrische Abmaße werden angenommen!

Vorerst scheint eine Messung gut geplant, wenn im Sinne von Abb.27  $M \cap K \in B$ , d.h. die Konfidenzintervalle sowohl von Erst- wie auch Kontrollmessung innerhalb des Toleranzbereiches liegen. Liegt kein Toleranzbereich des Auftraggebers vor, wird umgangssprachlich direkt das Konfidenzintervall der Meßmöglichkeit mit "Toleranz" bezeichnet (43 S.33).

Eine der wesentlichsten Voraussetzungen für die Planung der Meßgenauigkeit ist das Zutreffen der Normalverteilung, somit die Elimination oder kontrollierte Berücksichtigung systematischer Fehler.

Deshalb sollten vor jedem homogenen Meßvorgang die verwendeten Instrumente und Meßmittel (dazu gehören auch die "Festpunkte") unter Vergleichsbedingungen geeicht bzw. justiert werden. Signifikante Überschreitungen der Katalogwerte werden nach dem F-Test ermittelt und die entsprechenden Geräte aus dem Verkehr gezogen oder die neuen Fehlerwerte für die Abschätzungen verwendet. Unvermeidliche systematische Restfehler sollen entweder bei der Erstellung des empirischen a priori-Verfahrensfehlers berücksichtigt werden oder verengen das Konfidenzintervall.

BÖHM schlug folgende Formel vor (vgl. 43, Abb.3)

$$\sigma_0 \leq (\int_{\alpha} - a_0) / t_{\alpha} \quad (1)$$

worin:  $\sigma_0$  endgültiger zufälliger geplanter Verfahrensfehler,  
 $\int_{\alpha}$  Vertrauensgrenze } für Sicherheitsrisiko  $\alpha$  %  
 $t_{\alpha}$  Fraktile }  
 $a_0$  systematischer Fehleranteil, der bei  $\int_{\alpha}$  auftritt.

Beispiel: Basismessung. Gesamtlänge 2,4 km, systematischer Fehleranteil  $a_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ ,  $\int_{\alpha} = 10^{-6}$ ,  $\alpha = 5\%$ ,  $t_{\alpha} = 1,96 \approx 2$   
 $\sigma_0 \leq (2,4 - 1,2) / 2 = 0,6 \text{ mm}$ ;

mittl.Fehler einer Drahtlage somit  $\frac{\sigma_0}{\sqrt{100}} = 0,06 \text{ mm}$ ; ist der Fehler in einem Durchgang  $\pm 0,2 \text{ mm/Drahtlage}$ , sind jeweils 10 Durchgänge zu messen.

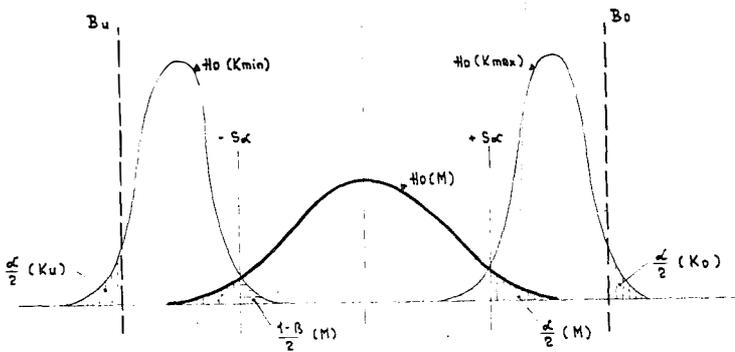
Wird nicht nur das Produzentenrisiko betrachtet, verschärft sich die Situation weiterhin. Die Relation zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  ist nicht zuletzt eine wirtschaftliche oder standespolitische Frage, auf die wir in Kap.6 noch zurückkommen. Aus Tab.15 sowie

Abb.22 und 29 sieht man, daß bei optimaler Trennschärfe eines Tests die Sicherheitsgrenzen der Meßgenauigkeit weit innerhalb der Toleranzgrenzen liegen müssen (vgl. Abb.22(7):

$$\pm S_{\alpha} \doteq \pm \frac{B/2}{2} \quad \text{bei } \alpha = 1 - \beta \quad (2)$$

In der Fertigungstechnik und auch Mineralölwirtschaft (deren Toleranzen allerdings den Streubereich = Vertrauensbereich der Kontrollmessungen um ein vielfaches übersteigen) rechnet man sogar die Kontrollmessung zur Gänze dem Konsumentenrisiko zu, d.h. das für den Produzenten gültige Vertrauensintervall wird beidseitig um jene des Konsumenten verengt (11, S.8,9). Lauten die Toleranzen für ein gewisses Produkt z.B.  $4 < x \leq 8$  und ist das Vertrauensintervall für die Kontrollmessung  $\pm 0,5$ , wird der Produzent trachten, nur Erzeugnisse der Dimension  $5 < x \leq 7$  zu liefern! Vgl. Abb.31. (3)

Abb.31: Lieferbedingungen und Genauigkeitsplanung in der Industrie



Eine Sonderstellung nehmen die Deformationsmessungen ein. Wir betrachten hier nur einen diskreten Punkt, dessen Verschiebung nachgewiesen werden soll. Hier kann keine Nullhypothese nachgewiesen werden, auch mit der höchsten Messungsgenauigkeit nicht, da man die Alternativhypothese ("Bewegung stattgefunden") beliebig nahe an die Nullhypothese heranrücken lassen kann. Betrachten wir Abb.29(3). Da Erst- und Wiederholungsmessung möglicherweise korreliert sind, müssen wir gleich die Verteilung ihrer Differenz  $\Delta$  betrachten.

Unsere Toleranz ist nun der Minimalbetrag der vermuteten Verschiebung. Man sieht, daß bei unendlich kleinem  $B$   $1-\beta$  auf jeden Fall einen endlichen Wert annimmt. Die mindeste Verschiebung, die nachzuweisen ist,  $B_{\min} = 2 \int_{\alpha} (\Delta)$ . (4)

Man kann nun die Minimalverschiebung aus der Meßgenauigkeit ( $\int_{\alpha} = t_{\alpha} * \sigma_{\Delta}$ ) oder umgekehrt die Meßgenauigkeit aus der Verschiebung, welche der Auftraggeber noch erfaßt sehen will, berechnen.

Wirkt die Verschiebung mit Sicherheit nur in eine Richtung, so ist gemäß BÖHM ( 43 S.36 bzw. Abb.4)

$$B_{\min} = \int_{\alpha} + \int_{2\alpha} \neq 2 \int_{\alpha} \quad (5)$$

das zweite Glied deswegen, da nur "einseitige" Fragestellung vorliegt. Dieses Intervall ist etwas enger (2 % bis 10 %) als das unter (4) berechnete. Weiß man also, daß sich die Brücke nur "setzen" kann, muß man dort ca. 10 % weniger genau messen (bei  $\alpha = 5\%$ ) als wenn auch eine positive Höhenänderung möglich wäre. Systematische Fehler sind gemäß

$$\sigma_{\Delta} < (B_{\min} - a_{\Delta}) / 2 t_{\alpha} \text{ wegen (1), (4) zu berücksichtigen.}$$

### 5.1.3 Test auf Streuung.

Wir betrachten nunmehr die "precision", Genauigkeit im engeren Sinne, also nicht den Erwartungswert im Sinne auf "accuracy", Stimmigkeit, sondern die Streuung  $\sigma_i^2$  der vermuteten Verteilung.

Diese Streuung setzt sich zusammen aus zwei Komponenten: dem quadratischen Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0^2$  und dem Kofaktor  $Q_{ii}$  (Gewichtsreziproke), der sich wiederum aus dem vermuteten oder angesetzten Modell ergibt. Die Parameterhypothese auf die Streuung lautet:  $H_0 (s_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{ii}})$  (1)

Wie man aus 4.1.2.2.(3) sieht, muß jeweils entweder der Gewichtseinheitsfehler oder aber das Modell feststehen, wenn man den anderen Parameter als Faktor in (1) testen will. Da dies aber selten der Fall ist, wird man häufig iterieren müssen.  $\sigma_0$  ist letztlich das Resultat des "stochastischen",  $Q_{ii}$  des "mathematischen" Modelles, welches dem Ansatz zugrundeliegt. Allgemeine Gewichtspunkte etwa in 21, §8-14.

Die Testgröße  $[vv]/\sigma_i^2 = k s_i^2/\sigma_i^2 = \mathbf{v}^T \mathbf{v} \sigma_i^{-2}$  ist gemäß 4.1.2.2.(1) oder 43 S.37 nach  $\chi^2$  mit  $k$  Freiheitsgraden verteilt. (2)

Der Grenzwert mit dem Produzentenrisiko  $\alpha$  ist  $\chi_{\alpha}^2$ .

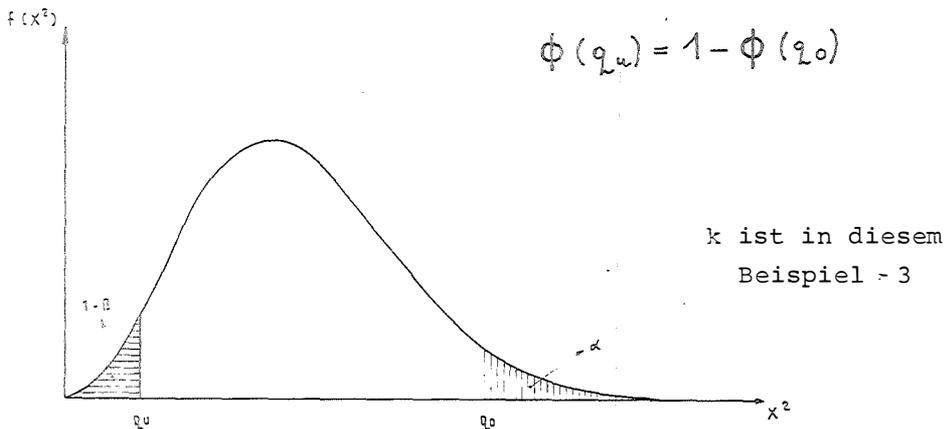
Wegen (2) ist  $(s_i^2/\sigma_i^2)_{\alpha} = \chi_{\alpha}^2/k$  und  
 $(s_i)_{\alpha} = \sigma_i \sqrt{\chi_{\alpha}^2 \cdot k^{-1}}$  (3)

Die Testgröße  $\bar{L}_{\alpha} = \sqrt{\chi_{\alpha}^2 \cdot k^{-1}}$  ist z.B. in 43 tabelliert; sonst muß man sich mit Tafeln der  $\chi^2$  Verteilung behelfen.

$k$  ist hier die Anzahl der zu Vergleichszwecken gemessenen Überbestimmungen. Für  $\chi_{\alpha}^2$  ergibt sich per definitionem derselbe Wert wie für  $F_{\alpha; k, \infty}$  gemäß 4.1.2.3 und 4.4.1.(7). Es wird vorausgesetzt, daß die rechte Seite in (1) aus "unendlich" vielen Versuchen gewonnen wurde.

(1), (3) können auch für Konsumenten- und Produzentenrisiko gemeinsam verwendet werden. Man setzt  $1-\alpha = 1-\beta$  und erhält die untere Grenze der Standardabweichung, welche im Operat auf Grund der vorliegenden Redundanzen bestimmt werden kann.

Abb.32: Abgeleitete Sicherheitsgrenzen der  $\chi^2$  Verteilung bei zweiseitiger statistischer Sicherheit



$$S_u = \sigma_i \sqrt{q_u/k} \quad ; \quad S_o = \sigma_i \sqrt{q_o/k} \quad (4)$$

Beispiele:

- a) Detailpunktfeld mit Sperrmaßkontrolle. Die Widersprüche zwischen Koordinaten- und Naturmaß ( $k$  Sperrmaße) liefern einen Wert  $S_{\Delta}$ ; dies wird gegen  $\sigma_{\Delta}$  getestet (Fehler der Polaraufnahme und der Sperrmessung seien bekannt; keine Korrelation, also Quadratwurzelgesetz).
- b) Detailpunktfeld mit Sperrmaßkontrolle. Kombiniertes Ausgleich nach KRAUS (vgl. 4.3., 83, 84). Als Verfahrensfehler berechnet wurde  $S_i = \pm 7$  cm aus einem Ausgleich mit  $k = 20$  Überbestimmungen.  $\sigma_i$  aus a priori Überlegungen war  $\sigma_i = \pm 5$  cm.

$$\alpha = 5\% , \sqrt{\chi_{\alpha}^2/k} = \tau_{\alpha} \longrightarrow \tau_{\alpha} = 1,25, \quad S_{i \max} = 5 \times 1,25 = 6,25$$

$$\tau_{1-\beta} = 0,74, \quad S_{i \min} = 5 \times 0,74 = 3,70$$

Der statistische Test hat ergeben, daß nur bei  $S_i \leq \pm 3,7$  cm der Auftraggeber mit  $\beta = 95\%$  Wahrscheinlichkeit hätte annehmen können, daß er die geforderte Genauigkeit erhalten hätte ( $1-\beta =$  Risiko der Übernahme einer schlechten Arbeit). Da  $S_i > S_{i \max}$ , muß schon der Produzent die Nullhypothese ablehnen und einen Modellfehler bei der Berechnung von  $\sigma_i$  (via  $Q_{ii}$ ) oder einen Verfahrensfehler bei  $S_i$  vermuten.

Da sich die berechnete Streuung  $S_i^2$  gemäß 4.4.1.(2) als Erwartungswert deuten läßt, ist auch hier eine Null/Alternativhypotesenkombination ähnlich 5.1.1 denkbar, wo man die Streuung in einen gewissen vorgegebenen Toleranzbereich einpassen kann (z.B. hier  $3 < |s| < 7$  cm). Wegen der Schiefe der  $\chi^2$  Verteilung bei kleinen Redundanzen scheint dies aber nicht zweckmäßig.

## 6. VERSUCH EINES BEDARFSORIENTIERTEN TOLERANZ- UND FEHLERGRENZSCHEMAS.

Die folgenden Ziffernwerte erheben weder Anspruch auf Vollständigkeit noch auf Verbindlichkeit, sie sollen lediglich Denkansätze liefern.

### 6.0 Eichmessungen.

Jedes Meßmittel bzw. Meßverfahren ist periodisch zu eichen, um die Einhaltung des Katalogwertes seiner Standardabweichung zu überprüfen. Über die gesetzlichen und begrifflichen Grundlagen

der Eichung im engeren Sinne siehe 118 . Von den gängigen geodätischen Geräten sind nur die wenigsten eichpflichtig. Zur exakten Planung bzw. Überwachung der Meßgenauigkeit wurde von ZWICKERT 1968 am FIG-Kongreß London ein Eichschema für geodätische Geräte und Verfahren vorgeschlagen und teilweise in DIN-Entwürfen festgehalten, doch wurden diese Bestrebungen lt. HALLERMANN mangels echter "internationaler" Vergleichsbedingungen vernachlässigt.

Man unterscheidet bloße Überprüfung der Katalog-Standardabweichungen (1)

und Bestimmung von Korrekturgrößen zur Unterdrückung systematischer Einflüsse. (2)

Die Korrekturgrößen können a priori physikalisch begründet sein (3)

oder nach und nach durch Signifikanztests rechnerisch angesetzt und ermittelt werden, wobei aber die Resultate physikalisch plausibel sein müssen. (4)

Obwohl man in allen Fällen Vergleichsbedingungen (und nicht nur Wiederholbedingungen) anstrebt, muß der Wert der Eichstrecke häufig nicht gegeben sein; man berechnet die empirische Standardabweichung (oder auch Korrekturgröße!) aus Meßreihen oder zusätzlichen Beziehungen. (5)

Beispiele:

Mikrometergenauigkeit (Theodolit, Nivellier), Zielgenauigkeit (Theodolit - Kollimator); Zenitdistanzen (rechts-links-Zielungen), konventionelle Berichtigung eines Nivelliers (Mitte-kurzlang-Zielungen), Genauigkeitsbestimmung aus der Redundanz freier Testnetze; kombinierte Genauigkeits/Addisionskonstantenbestimmung von Distanzern nach SCHWENDENER 131 ; Vergleich verschiedener Geräte und Verfahren auf festen, aber nicht absolut bekannten Teststrecken (Nivelliere; Latten; 1.Grazer Testnetz).

#### 6.o.1 Die spätere Messung ist toleriert.

Toleranz und Messungsgenauigkeit werden gemäß 5.1.2 und 5.1.3 verbunden bzw. überprüft. Sind die Korrekturgrößen ihrer Struktur nach bekannt, werden sie aus dem Eichmodell berechnet (1)

Ist a priori kein solcher Ansatz bekannt, werden die empirische und die Katalog-Standardabweichung statistisch verglichen. Wird die Nullhypothese abgelehnt, wird aus einer graphischen Darstellung ermittelt und physikalisch überprüft, ob eine Additionskonstante, Multiplikationskonstante oder periodische Größe sinnvoll eingeführt werden kann (s.auch 42 ). (2)

Diese wird aus dem Stichprobenkollektiv berechnet und nun neuerdings die Nullhypothese  $H_0: S = \sigma$  getestet. (3)

Bei neuerlicher Ablehnung kann man noch versuchen, ob sich Elemente von (2) sinnvoll kombinieren lassen. (4)

Bei allen weiteren Ablehnungen von  $H_0$  liegt ein Geräte-, Modell- oder Verfahrensfehler vor; ob ersteres, kann durch Vergleichsgeräte überprüft werden. (5)

Die Toleranz der Gesamtmessung sei  $\pm B_M$ , jene der Eichgröße  $\pm B_E$ ; die Standardabweichung der Gesamtmessung  $\sigma_M$ , der Eichgröße  $\sigma_E$ , der Additionskonstante  $\sigma_c$ , der Multiplikationskonstante  $\sigma_k$ , der einzelnen Messung  $\sigma_o$ , eines Wertes der Prüfstrecke  $\sigma_k$ .

Aus  $B_M$  wird gemäß 5.1.2  $\sigma_M$  bestimmt.  $\sigma_o$  sei aus Katalogwerten bekannt oder kann aus dem Ausgleich zur Bestimmung der Korrekturgrößen als Gewichtseinheitsfehler abgeschätzt werden. (6)

Je nachdem das Meßgerät weiterverwendet wird, ergibt sich nun ein Einfluß des Eichfehlers  $\sigma_E$  auf die Gesamtgenauigkeit  $\sigma_M$ . Wird das Gerät genau einmal eingesetzt, wird  $\sigma_M = \sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_E^2}$  (7)

Werden n Messungen gemittelt, wird  $\sigma_{M/n} = \sqrt{\frac{\sigma_o^2}{n} + \sigma_E^2}$  (8)  
der Gesamtfehler läßt sich nie unter den Eichfehler drücken, auch bei größtem Meßaufwand nicht! ("Parallelschaltung").

Ist die Gesamtmessung das Resultat von n hintereinander geschalteten Einzelmessungen, z.B. Maßbandlängen, Polygonseiten, Höhendifferenzen, wird  $\sigma_{nM} = \sqrt{n\sigma_o^2 + n^2\sigma_E^2}$  (9)

für den Eichfehler gilt kein Quadratwurzelgesetz. Die Wirkung von Eichfehlern "in Serie" wird teilweise durch Zwangsbedingungen aufgehoben (klass.Polygonzug, Transformation usw.).

Aus (6) bzw. (7),(8) oder (9) ergibt sich der Bedarf von  $\sigma_E$ . Aus Anschaulichkeitsgründen betrachten wir hier nur die "Ausgleichsgerade"

$$X_M = c + k X_o \quad (10)$$

welches Modell sich in Varianten annähernd auf alle Formen der Streckenmessung, einschließlich Nivellieren, sowie Fluchtungs-laser und Kreiseltheodoliten, anwenden läßt (manchmal  $c=0$ , manchmal  $k=0$ ).

Werden  $c$  und  $k$  aus Überbestimmungen aus  $n$  "gegebenen" Werten bestimmt, lautet ihre Kovarianzmatrix

$$Q_{ck} = \frac{1}{n [x_0^2] - [\bar{x}_0]^2} \begin{vmatrix} [x_0^2] & [x_0] \\ [x_0] & n \end{vmatrix} \quad (11)$$

Aus (11) sieht man, daß  $c$  und  $k$  nur dann unabhängig, wenn die Eichmessungen auf den Wert  $\bar{x}_0 = \frac{[x_0]}{n}$  zentriert sind! (12)

Lt. (11) und (12) werden

$$Q_{cc} = \frac{1}{n}, \quad \sigma_c = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

$$Q_{kk} = \frac{1}{[(x-\bar{x}_0)^2]}, \quad \sigma_k = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{[\xi^2]}} \quad (14)$$

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_k^2 (x-\bar{x}_0)^2} \quad (15)$$

Die Formeln (13) bis (15) geben die Möglichkeit,  $\sigma_\epsilon$  zu bestimmen. Im Gewichtseinheitsfehler der Messungen  $\sigma_0$  ist aber neben dem zufälligen Meßfehler der Eichmessung der zufällige Fehler des Prüfwertes  $\sigma_k$  enthalten. Da beide unabhängig, kommt man aus dem Quadratwurzelgesetz zu einem Wert von  $\sigma_k = 0,4 \sigma_0$ , wenn der Einfluß des Prüfwertfehlers auf den Gewichtseinheitsfehler unter 10 % liegen soll. (16)

Eine Bestimmung von  $\sigma_k$  gemäß Abb.31 wäre zu aufwendig; außerdem ist  $x_0$  nicht toleriert.

Das Unbehagen an (16) kann zu Testnetzen ohne gemessene genaue Prüfwerte führen, wie dies z.B. SCHWENDENER für jene Distanzer vorgeschlagen hat, deren Frequenzstabilität und wegen kurzer Reichweite vernachlässigbare athm. Korrekturf Fehler nur eine additive Eichkonstante logisch erscheinen lassen. Die von ihm in 131 angegebene Meßanordnung mit bekannter Kovarianzmatrix bringt bei Messung von 6 Teilstrecken einer Geraden in allen 21 Kombinationen eine Redundanz von  $21 - (6+1) = 14$  und

$$\sigma_c = \sqrt{0,2} \cdot \sigma_0 = 0,44 \sigma_0 \quad (17)$$

Wären die Teilstrecken des Schwendener-Netzes alle aus genauen Prüfmessungen bekannt, wäre bei einer Redundanz von 20

$$\sigma_c = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{21}} = 0,22 \sigma_0 \quad (18)$$

aus Testmessungen erhielt Schwendener  $\sigma_0 = s_{14} = 0,5 \text{ cm}$ . Die Teilstrecken müßten lt. (16) mit  $\sigma_k \leq 2 \text{ mm}$  vorgemessen, zentriert usw. sein.

Ziffernbeispiel:

Bauabsteckung mit Distanzern, Messung aus Mittelung von 3 Strecken mit einem Distanzer. Dessen Additionskonstante ist zu tolerieren.

$$B_M = \pm 15 \text{ mm}, \quad \alpha = 5\% \quad \longrightarrow \quad \sigma_M = \pm 7,5 \text{ mm}; \quad \sigma_0 = \pm 10 \text{ mm (Katalogwert)}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_M^2 - \frac{\sigma_0^2}{n}} = \sqrt{56 - 33} = \pm 4,8 \text{ mm} \quad \longrightarrow \quad \text{Bedarf lt. (8)}$$

Dieser Bedarf ist mit dem Schwendener-Netz noch zu decken; denn lt. (17) wird  $\sigma_E = \pm 4,4 \text{ mm}$ .

Zuletzt soll noch der Fall von Wiederholungsmessungen (z.B. zur Bestimmung von Bewegungen, Setzungen) erwähnt werden.

Hier wird der Fehlereinfluß der Korrekturgröße  $\sigma_{E\Delta} = \sqrt{\sigma_{E1}^2 - 2\sigma_{E12}^2 + \sigma_{E2}^2}$  wenn das Gerät bei der Erst- und Zweitmessung geeicht wird. Die Kovarianz  $\sigma_{E12}^2$  ist oft von Null verschieden. (19)

Wird das Gerät nur beim ersten Mal geeicht, ist der Fehler der Differenzmessung aus der Eichung nicht mehr stochastisch, sondern deterministisch  $\sigma_{E\Delta} \rightarrow \Delta E$  gleich der Verschiebung der Korrekturgröße. (20)

### 6.o.2 Die Korrekturgrößen sind toleriert.

Die Berechnung des Genauigkeitsanspruches an Eichgrößen gemäß 6.o.1 ist manchmal kompliziert; man greift daher oft auch zu willkürlicher Festsetzung dieser Toleranzen, und zwar modell- oder instrumentenorientiert.

Vom Modell her: das Gerät wird z.B. nie häufiger als  $n$  mal hintereinandergeschaltet; wir setzen willkürlich  $B_E = \frac{B_M}{2n}$  fest. (1)

Vom Gerät her: Die Angabe des Gerätes sei  $B_A$ ; wir setzen willkürlich  $B_E = \frac{B_A}{2}$  fest. (2)

In (1) und (2) kann man statt 2 jede beliebige rationell erscheinende Zahl  $i_E$  einsetzen. (1) wird man anwenden, wenn das Gerät hauptsächlich "in Serie" verwendet und der Gewichtseinheitsfehler relativ klein ist; (2), wenn die Angabe des Gerätes bzw. seine

Anzeigegenauigkeit in derselben Größenordnung wie seine tatsächliche Meßgenauigkeit liegen.

Beispiele:  $\alpha = 5\%$ ; WILD DI 3,  $B_A = 1 \text{ mm}$ ,  $i_E = 1 \rightarrow B_E = 1 \text{ mm}$ ,  $\sigma_E = \pm 0,25 \text{ mm}$

WILD DI 10,  $B_A = 1 \text{ cm}$ ,  $i_E = 2 \rightarrow B_E = 5 \text{ mm}$ ,  $\sigma_E = \pm 1,25 \text{ mm}$

Die erste Forderung erweist sich als utopisch, die zweite läßt sich mit 6.o.1.(18) gerade noch erfüllen. Die Überlegung (2) kann man allerdings auch zur Tolerierung der Prüfwerte  $\chi_K$  an Stelle von 6.o.1.(16) verwenden.

Anm.: In allen bisherigen Überlegungen wurde nur das Produzentenrisiko berücksichtigt; hier ist zwar der Vermessungsingenieur zugleich Produzent und Konsument, doch werden immerhin die "ge-richteten" Messungen später vom Auftraggeber übernommen. Mit  $\alpha = 1 - \beta$  würde das erforderliche  $\sigma_E$  nochmals fast halbiert!

## 6.1 Grenzkataster einschließlich Landesvermessung

### 6.1.1 Planung der Meßgenauigkeit

#### 6.1.1.1 Bedarfsorientierte Planung

Wegen der in 3.2 beschriebenen Konvergenz Ingenieurgeodäsie/ Grenzkataster ist von der Bedarfsseite her vor allem die in 3.o.1.2 näher beschriebene "Identitätsschranke" von 20 cm als rechtlich klar definierte Toleranz im engeren Sinn zu verstehen; die weiteren Anforderungen von außen erscheinen zu breit gestreut. Diese Identitätsschranke sei nun  $B_\Delta = 20 \text{ cm}$  (im Sinn von Abb. 29(3) bzw. Abb. 22). Vorerst müssen die Sicherheitswahrscheinlichkeit wie auch die Macht der zugehörigen Tests bestimmt werden. Da bei der Macht nur die messungsseitige Fläche von Abb. 22 interessiert, gilt dort die Überlegung 5.1.2(5), in Übereinstimmung mit den Sätzen über "bedingte Wahrscheinlichkeiten".

Wegen  $B_\Delta = \sigma_{o\Delta} (t_\alpha + t_{2(1-\beta)})$

mit  $\sigma_{o\Delta} = B_\Delta / (t_\alpha + t_{2(1-\beta)})$  (1)

läßt sich der mittlere a priori-Fehler der Differenzierung, d.h. der Identitätsüberprüfung, leicht berechnen, wie in Tab.17 ersichtlich:

Tab.17: Beispiele für Genauigkeitsvoranschläge

$\alpha$	$t_\alpha$	$1 - \beta$	$t_2(1-\beta)$	$B_\Delta / t_\alpha^{[cm]}$	$\sigma_{\Delta}^{[cm]}$	Postzahl
5 %	1,96	5 %	1,64	10,2	5,6	1 2
1 %	2,58	1 %	2,33	7,8	4,1	3 4
0,27 %	3,00	20 %	0,84	6,7	5,2	5 6

Die ungeraden Postzahlen entsprechen der konventionellen Genauigkeitsvorausberechnung, die geraden jener unter Berücksichtigung des Konsumentenrisikos.

Da hier beide Messungen vom Vermessungsingenieur durchgeführt werden, also keine weitere Kontrolle zu erwarten ist, und weiterhin die Toleranz die Grundlage einer Urkunde bildet, scheint es unbedingt angezeigt, auch die Fehler 2.Art zu berücksichtigen und Chancengleichheit zwischen Erst- und Zweitmessung vorzusehen. Aus Wirtschaftlichkeitsgründen wird man den Wert gemäß Postzahl 2 bevorzugen; der hochsignifikante Wert Postzahl 4 ist schon als utopisch genau zu bezeichnen, wie wir später in Tab.18 zeigen werden.

Ein besonders wichtiger Gesichtspunkt im Grenzkataster ist die Stabilität der Grenzpunktvermarkung ( 31 , 116).

Sei gemäß 31  $\sigma_{\Delta V}$  die Standardabweichung der Differenzmessung auf Grund der Vermarkung der Grenzpunkte  
 mit  $\bar{\sigma}_{\Delta V}$  Standardabweichung der Vermarkung als Unbestimmtheit der Meßgröße,  
 und  $\overline{\sigma}_{\Delta V}$  Standardabweichung der Vermarkung als mittlere relative Verschiebung des Grenzmarkenpaares zwischen Erst- und Zweitmessung,

$$\sigma_{\Delta V} = \sqrt{\bar{\sigma}_{\Delta V}^2 + \overline{\sigma}_{\Delta V}^2} \tag{2}$$

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{\Delta}^2 + \sigma_{\Delta V}^2} \tag{3}$$

mit  $\sigma_{\Delta}$  Standardabweichung der Differenzmessung auf Grund der Meßfehler der Einschaltungen;

$\sigma_1, \sigma_2$  Standardabweichung der Erst- bzw. Zweitmessung kann man noch setzen:

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{11}^2 - 2\sigma_{12}^2 + \sigma_{22}^2} \quad (4)$$

$\sigma_1$  bzw.  $\sigma_2$  sind jeweils der mittlere Streckenfehler, streng zu berechnen etwa gemäß 4.1.5(5), 4.1.5(7).

Ist  $\bar{\sigma}$  die Unbestimmtheit der Definition eines Grenzpunktes, wird bei  $\bar{\sigma} = \pm 1$  cm  $\bar{\sigma}_{\Delta v} = \bar{\sigma} \sqrt{2} \sqrt{2} = \pm 2$  cm (5) da es sich um jeweils zwei Grenzmarken und 2 Strecken handelt.

Bei einer mittleren Punktverschiebung von  $\bar{\sigma} = \pm 2$  cm wird  $\bar{\sigma}_{\Delta v} = \bar{\sigma} \sqrt{2} = \pm 2,8$  cm (6) und mit (5)  $\bar{\sigma}_{\Delta v} = \pm 3,4$  cm (7)

Untersuchungen in der Natur ergaben aber, daß im günstigsten Fall  $\bar{\sigma}_{\Delta v} \approx \pm 5$  cm (vgl. 116 Tab.7) (8) und (7) nur bei klar definierten Bauwerkspunkten zutrifft (116 S.74).

Die in 116 angeführten Vermarktungsgenauigkeiten wurden errechnet, indem einer Stichprobe von Sperrmaßen gegebener Pläne die in der Natur nachgemessenen Sperrmaße zugeordnet und die mittleren Differenzen berechnet wurden. Die Genauigkeit der Nachmessung war besser als  $\sigma_c \sqrt{Q_{22}} = \pm 1$  cm; allerdings ist es durchaus denkbar, daß in den Sperrmaßen der Erstpläne auch Meßfehleranteile der Erstmessung zugrundeliegen. Nach deren Elimination dürfte (7) das wahre Optimum für den Vermarktungsanteil für die unter (8) untersuchten Punkte bilden.

Welche a priori-Meßgenauigkeit bleibt nach Abzug des Vermarktungseinflusses noch übrig? Beispiele zeigt Tab.18.

Postzahl Tab.17		$\sigma_{\Delta v} = \pm 2,0$ (5)	$\sigma_{\Delta v} = \pm 3,4$ (7)	$\sigma_{\Delta v} = \pm 5,0$ (8)
1	$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{WA}^2 - \sigma_{AV}^2}$	10,0	9,6	8,7
2		5,2	4,4	2,5
3		7,5	7,0	6,0
4		3,6	2,3	-
5		6,4	5,8	4,5
6		4,8	3,9	1,4

Tabelle 18

Die Werte aus Tab.18 zeigen aber besonders bei den geforderten geradzahligen Postzahlen Genauigkeitsansprüche, welche echt jenen aus der Ingenieurgeodäsie entsprechen.

Pz.2(7) scheint auf Grund der Voraussetzungen eine realistische Größe, verlangt aber immerhin bei Unabhängigkeit von Erst- und Zweitmessung ( $\sigma_{12} = 0$ ) ein  $\sigma_0 = \frac{\sigma_A}{\sqrt{2}} = \pm 3,1 \text{ cm}$  für die Verbindung der betrachteten Punkte! (9)

Aus (7) und (9) ergibt sich vorerst, daß entgegen gefühlsmäßigen Äußerungen im Bereich der Gültigkeit des Grenzkatasters durchaus die höchsten Genauigkeitsansprüche an Vermarkung, Stabilität und Vermessung zu stellen sind!

In diesen Fällen ist es vor allem unzulässig, die bloß gemäß Teilungsplan eingerechneten Koordinaten bzw. Maße der Erstmessung mit jenen der Stabilisierung der Zweitmessung bei Identitätsüberprüfung in Relation zu stellen, da dann durch Erstabsteckung und vor allem Versetzung der endgültigen Grenzmarken  $\bar{\bar{\sigma}}$  wesentlich größer wird als zuvor angenommen. Die Versetzung der endgültigen Grenzmarken muß vielmehr wie ein Bauwerk von einem Vermessungsbefugten überprüft und geleitet werden ( $\bar{\bar{\sigma}}$  klein)...(10) oder es ist den rechtsgültigen Koordinaten eine Schlußvermessung zugrunde zu legen ( $\bar{\bar{\sigma}} = 0$ ) (11)

Aus dem eben Gesagten ist klar, daß eine solche Genauigkeit nur in Gebieten mit hohem Bodenwert sinnvoll ist. Die Einführung des Grenzkatasters sollte daher mit der im Flächenwidmungsplan vorgesehenen bzw. ersichtlichen Baulandwidmung koordiniert werden. (12)

Dies wird in Zukunft durch Mehrzweckkataster bzw. Mehrzweck-Grundstücksdatenbanken erleichtert werden.

Wegen der flächenhaften Ausdehnung des Vermessungsgebietes müssen die bisher betrachteten Formeln in jeder beliebigen Richtung gelten, d.h. die Fehlerellipsen aller Punkte sollen überall gleichgroße Kreise sein (13)

oder "modern" ausgedrückt: "Die Konditionszahl des gesamten Punktfeldes als Verhältnis des größten zum kleinsten Eigenwert der gesamten Kovarianzmatrix soll nahe Eins liegen".

Noch einige Gedanken zur Placierung der Toleranz  $B_{\Delta}$ .

Mehr noch als gemäß den allgemeinen Überlegungen 4.1.6 scheint die Identitätsüberprüfung zum Problemkreis der Deformationsmessungen zu gehören, da ja direkt aus den gesetzlichen Vorschriften die Frage hervorgeht, ob die überprüfte Grenzmarke "unverändert" sei. Ist sie verändert über ein gewisses Maß hinaus, ist sie per definitionem nicht mehr ident.

In letzter Zeit wurden verschiedene Algorithmen zur exakten Auswertung von Deformationsmessungen erstellt, welche alle die Aussonderung der "veränderten" von den "unveränderten" Punkten zum Ziel haben ( 96 ), und zwar jeweils letzten Endes aus der Gegenüberstellung der a priori Kovarianzmatrizen und der absoluten Änderungen aller Koordinaten (im  $R_1, R_2, R_3$ ). AFSCHLIMANN und PELZER kommen dabei zu freien Ausgleichen nach dem System von MEISSL ( - MITTERMAYER, - RINNER).

Sollen die Verfahren aussagestark sein, ist jeweils Genauigkeits- und konfigurationsmäßige Übereinstimmung von Null- und Folgemessung erwünscht; alle Messungskonfigurationen sollen natürlich stark redundant sein. (14)

Außerdem ist häufig nur an qualitative Angaben gedacht.

Unser Problem muß aber zwangsläufig einfacher ablaufen. Einerseits liegen bei einer vermuteten "Verschiebung" (Identitätsdifferenzen) hier auch oft äußere Anzeichen (nicht nur Messungsdifferenzen) vor, die vermutete Verschiebung hat meist andere Ursachen als solche an hypothetisch verformten Ingenieurbauten und ist nur bei Geländebewegungen (oder inhomogenen Unterlagen) mit jener fremder Besitzgrenzpunkte korreliert. Andererseits muß aus praktischen Gründen die Alternativhypothese einheitlich quantisiert werden; aus der Vermessungsverordnung scheint diese Verschiebungsgröße als Koordinatendifferenzvektor von 20 cm Länge definiert zu sein. (15)

Im Sinne von (14) soll die Identitätsüberprüfung auf Punkte bezogen werden, von welchen weder eine Verschiebung vermutet werden kann (stabile Vermarkung, kein Grenzpunkt) und von denen aus auch die Erstaufnahme erfolgte, also ein "Festpunkt" (vergleichbar "geologisch sicheren" Festpunkten). Hier könnte auch direkt der Koordinatendifferenzvektor toleriert werden. Ist der betrachtete Grenzpunkt aber der einzige veränderte, während alle anderen als fix angenommen werden, geht (15) bei der geforderten Konditionierung (13) in die Sperrmaßschranke über. Dieses Verfahren ist übrigens ein Analogon zum LAZZARINI-MILEV'schen Verfahren der Stabilitätsüberprüfung bei Deformationsmessungen (z.B. 108 97, 115), nur daß dort jeder Punkt vorerst einzeln als stabil vermutet wird.

## 6.1.1.2 Möglichkeitsorientierte Planung

Die unerwartet hohen Genauigkeitsansprüche bei strenger Auslegung der Identitätsschranke folgen aus dem Konzept der Wiederholungsmessung ( $\sigma_{\Delta} = \sigma_0 \sqrt{2}$ ) sowie der Forderung nach Risikengleichheit von Konsumenten und Produzenten.

Letztere kann eventuell fallengelassen werden. Dies führt gemäß Tab.18 Pz.1(8) zu

$$\sigma_{\Delta} = \pm 8,7 \quad \text{bei} \quad \sigma_{\Delta V} = \pm 5,0 \quad \text{sowie} \quad \sigma_0 = \pm 6,2 \quad (1)$$

einem wohl noch anspruchsvollen, aber mit allen derzeit zur Verfügung stehenden Methoden erfüllbaren Wert.

Setzen wir pragmatisch die bisherige 3  $\sigma$ -Schranke ein, wird allerdings  $\sigma_0$  gemäß Tab.18 Pz.5(8) wieder so klein wie in 6.1.1.1(9)! Erst wenn wir dann zusätzlich  $\bar{\sigma} = 0$  setzen (gemäß 6.1.1.1(11)) wird  $\sigma_0 = \pm 4,6$  cm; (2)

dies würde in etwa einer logischen Basis für Fehlergrenzen alten Stils entsprechen und dabei aber auch schon an die Grenzen des derzeit wirtschaftlich Möglichen herankommen.

Daß dieses Konzept aber trotz rechtlich fundierter Bedenken (Gleichheit der Voraussetzungen, "Grenzpunkt ist Grenzpunkt") nicht im gesamten Bundesgebiet beibehalten werden kann, ist klar. Mit den derzeit überall greifbaren Möglichkeiten:

$$\sigma_{\Delta V} = \pm 15 \text{ cm} \quad (\text{vgl. 116 Tab.7})$$

$$\sigma_0 = \pm 10 \text{ cm} \quad (= \sqrt{7^2 + 7^2}, \text{ Aufnahme + phot. EP}) \longrightarrow \sigma_{\Delta} = \pm 14 \text{ cm}$$

$$\text{wird } \sigma_{\Delta} = \pm 20,5 \text{ cm} \quad (3)$$

$$\text{und die Identitätsschranke bei } \alpha = 5\%, 1 - \beta = 5\% \longrightarrow B_{\Delta}(2) \doteq 75 \text{ cm}$$

(4)

$$\text{oder bei } \alpha = 0,27\%, \text{ ohne } \beta \longrightarrow B_{\Delta}(5) \doteq 60 \text{ cm} \quad (5)$$

Eine Teilung der Grenzkatastertoleranzen trägt der häufig geforderten Auffächerung in Güteklassen Rechnung (2.2.2.2; Literatur!). Unser Wert in Tab.6 Spalte 5 würde statt "1" nun 3,75 betragen. Weiters tragen die erhöhten Genauigkeitsforderungen 6.1.1.1 den sonst überall im Zuge des allgemeinen Wachstums gestiegenen Ansprüchen Rechnung, welche sich aus der Verbindung zur Ingenieurgeodäsie (Baulinien; Mehrzweckkataster u.a.) und zur

Landesvermessung ergeben (vgl. 3.o.2.1, Abb.8); die seit fast 90 Jahren anhaltende Stagnation des Katasters geht damit zu Ende.

Die Überführung von Gebieten 6.1.1.2 in solche 6.1.1.1 müßte im Zuge der Umwidmung in Bauland erfolgen; die Kosten müßten von den andererseits aufgewerteten Besitzern getragen werden. (6)

### 6.1.1.3 Kostenorientierte Planung.

Die kostenorientierte Planung hat hier, wie schon erwähnt, die statistischen Sicherheiten als gegeben anzunehmen. Andererseits müßte das Vertrauen in die Stimmigkeit des Grenzkatasters als Urkunde von vorne herein gesenkt werden; dies ist aber keine finanzielle, sondern eine rechtliche oder politische Frage.

Als Grundlage einer Kostenoptimierung müssen die Formeln 6.1.1.1((2),(3)) gelten.

Im Sinne von WOLF 146 liegt ein Optimierungsproblem zweiter Art vor. Gegeben sind Konstruktionen über einen Genauigkeitswert  $T = \text{const}$ ; die Kostensumme  $S$  soll minimiert werden (die handelsüblichen geodätischen Optimierungsprogramme minimieren  $T$  bei konstantem  $S$ ; das Resultat, nämlich die Aussage, wie sich  $T$  zusammensetzt, muß in beiden Fällen nicht dasselbe sein!). Für  $T$  nehmen wir die geforderte Varianz der Differenzmessung:

$$T = \sigma_{\Delta}^2 = \sigma_{11}^2 - 2\sigma_{12}^2 + \sigma_{22}^2 + \bar{\sigma}^2 + \bar{\sigma}^2 = \sigma_{\Delta}^2 + \sigma_{\Delta v}^2 \quad (1)$$

Der Ansatz für  $S$  ist nicht so einfach.

Obwohl  $\sigma_{\Delta}$  für die Verbindung zweier Punkte gilt, kann man bei  $S$  vom Einzelpunkt ausgehen, da ja auch je Einzelpunkt durchschnittlich 2 Strecken betrachtet werden (sind Punkte in  $n \times m$  Matrix angeordnet, gibt es  $2mn - (m+n)$  Nachbarstrecken). (2)

In Rückkopplung zu (1) ist aber festzuhalten, daß die Werte von  $\sigma_{\Delta}$  wieder aus einer relativen Fehlerellipse zwischen den beiden betrachteten Detailpunkten und nicht bloß aus quadratischer Addition der Koordinatenfehler resultieren.

Es wäre einerseits zu pessimistisch, würde andererseits zu überspitzten Genauigkeitsforderungen führen, wenn man analog 6.1.1.1(9) bzw. gemäß der bekannten in der photogrammetrischen Literatur verbreiteten Faustformel einfach "Punktfehler = Streckenfehler" ansetzen würde.

Bei geeigneten Meß- und Auswerteverfahren läßt sich der mittlere Streckenfehler immer auf ca. 60%-80% des mittleren Punkt-lagefehlers drücken, vgl. 116 Tab.10 oder 84 .

Die Schwierigkeit im Ansatz für S liegt nun darin, daß die sehr wesentlichen zeitlichen ( $\sigma_{1z}^2$ ) und räumlichen ( $\sigma_{1j}^2, \sigma_{2j}^2$ ) Kovarianzen nicht wie die sonstigen Genauigkeitskosten kalkuliert und auch nicht so in die Zielfunktion eingesetzt werden können.

Es ist nur möglich, entweder vom Kleinen ins Große zu kalkulieren und S nicht als Funktion der Genauigkeiten als algebraische Formel auszuschreiben, sondern diskret für verschieden angesetzte Modelle numerisch auszurechnen (3)

oder die Einzelgenauigkeiten aus gewissen schematisch bekannten Stückkosten zusammensetzen, S aus einer geeigneten Funktion der Stückkosten als algebraischen Formelausdruck anzuschreiben, dann T zu berechnen, wobei die Kovarianzen nunmehr empirisch aus dem Modell für S geschätzt werden. (4)

(3) hat den Nachteil der weniger exakten Kalkulation und geringerer Variationsbreite, läßt sich aber numerisch einfacher durchführen.

(4) läßt die Kosten exakt algebraisch ausschreiben, dafür ist die Fehlerrechnung gefühlsbelastet und der mathematische Apparat sehr verwickelt.

Die Meßgenauigkeit  $\sigma_A$  ist kostenabhängig (Tab.19).

Tabelle 19

	hinsichtlich		
von	Redundanz	Grundgenauigk.	Nachbargenauigk.
Festpunkten	aa	ab	ac
Aufnahme	ba	bb	bc
Auswertung	ca	cb	cc

Es bedeuten etwa:

- aa Festpunktsdichte; je größer, desto geringer der Einzelpunktsaufwand und die erforderliche Einzelpunktgenauigkeit, außer bei photogrammetrischen Blöcken.
- ac Keine Einzelpunkt-, sondern Netz- oder Blockeinschaltung; Homogenität der Operate bzw. deren genaue Kennzeichnung und Überführbarkeit!
- ba Nicht nur Zuverlässigkeitskontrollen, sondern auch redundante Vermarkung, Versicherungen des Detailpunktes durch Läufer auf Geraden, Flucht- und Rechtwinkelbedingungen usw.
- bc Direkte Messung direkter Nachbarschaftsbeziehungen (kurze Sperrmaße!).
- ca Einbeziehung aller Messungskontrollen in die Berechnung der Endkoordinaten.
- cc Einbeziehung aller Nachbarschaftsbeziehungen in die Berechnung der Endkoordinaten, vgl. das kombinierte KRAUS-BETTIN'sche System.

Von den genannten Einflußgrößen sind abhängig:

die zeitliche Kovarianz  $\bar{\sigma}_{12}^2$  vor allem von aa, ba; dann auch von ac.  
 die räumlichen Kovarianzen  $\bar{\sigma}_{1ij}^2, \bar{\sigma}_{2ij}^2$  vor allem von ac, bc, cc.

Wollte man nach (4) algorithmisieren, folgt

$$S = \sum_{j=aa}^{cc} (k_{0j} + n_j k_j) \quad (5)$$

worin  $k_{0j}$  die Fixkostenanteile der Einflußgröße  
 $k_j$  die aufwandabhängigen Kostenanteile der Einflußgröße,  
 $n_j$  den spezifischen Aufwandfaktor bedeuten.

Die klassischen Optimierungsprogramme berechnen nach verschiedenen Algorithmen der Nichtlinearen Optimierung für jedes Netzelement sein optimales Gewicht (bzw. die optimale Wiederholungszahl), wobei bei vorgegebener Anzahl der Beobachtungen eine Fehlergröße zu minimieren ist, wie schon erwähnt wurde.

Trotz des primitiven mathematischen Modells ergibt sich ein überaus großer Rechenaufwand, zumal im Falle "ganzzahliger Programmierung", wenn die "Wiederholungszahlen" konkret gefragt sind.

Durch das Übergehen auf die Kosten eines Punktes bzw. den Fehler einer Strecke können wir die entsprechenden Modelle wesentlich allgemeiner ansetzen. Zum Unterschied von einem Landesvermessungsnetz nehmen wir einheitliche geometrische Verhältnisse an. Wie unter (4) erwähnt, können die Kovarianzen bzw. die Werte  $\sigma_{ci}$  in Tabelle 19 nicht konkret ausgewiesen werden.

Die Formel für die Kosten (5) lautet nun endgültig

$$S = \sum_i (k_{oi} + n_i k_i) \quad (6)$$

Dies ist die zu optimierende Zielfunktion; wir wollen die optimalen Werte des Vektors  $\mathbf{n}^T = n_1, \dots$  berechnen. Für  $S = \text{Min}$  wird  $\mathbf{n}^T = \mathbf{n}^{T^*}$ .

Die Konstraktionen (bzw. gegebenen, hier nichtlinearen Beziehungen) zwischen den spezifischen Aufwandfaktoren lauten

$$T = \sigma_{\Delta}^2 = \sum_i \left( \sigma_{oi}^2 \left( 1 + \frac{c_i^2}{n_i} \right) \right) \quad (7)$$

$\sigma_{oi}$  sind die minimalen Gewichtseinheitsfehler, welche auch bei größtem Aufwand nicht unterboten werden können.

$c_i$  sind spezifische Faktoren, welche empirisch eingesetzt werden können, um den Einfluß des Aufwandes angeben zu können. Je größer der Aufwand  $n_i$ , desto näher der entsprechende Fehlereinfluß am Minimalfehler.

Im Prinzip kann man nun (7) aus beliebigen Kombinationen  $\mathbf{n}^{T^*}$  ansetzen; wir suchen aber jene Kombination, welche (6) zum Minimum macht, mit Hilfe der Korrelate  $k$ .

Wir setzen die Lagrange'sche Funktion  $\phi = S + k (T - T_j)$  (8)

mit  $\frac{\partial \phi}{\partial n_i} = 0$ ; (9)

(8) lautet:  $\phi = [k_{oi} + n_i k_i] + k \left( \left[ \sigma_{oi}^2 \left( 1 + \frac{c_i^2}{n_i} \right) \right] - \sigma_{\Delta}^2 \right)$  (10)

(9) wird:  $k_i + \left( \sigma_{oi}^2 - \frac{k c_i^2}{n_i^2} \right) = 0$  (11)

$$n_i^2 k_i - k \sigma_{oi}^2 c_i^2 = 0$$

$$n_i = \frac{\sigma_{oi} c_i}{\sqrt{k}} \quad (12)$$

Nun haben wir bereits die gesuchten Aufwandfaktoren; die Korrelate müssen wir noch aus der Nebenbedingung (7) ausrechnen.

(12) in (7) gibt

$$[\sigma_{\Delta}^2] + \left[ \frac{\sigma_{\Delta}^2 c_i^2}{\sigma_{\Delta} c_i \sqrt{k}} \sqrt{k_i} \right] = \sigma_{\Delta}^2 \quad (13)$$

$$[\sigma_{\Delta}^2] \sqrt{k} + [\sigma_{\Delta}^2 c_i \sqrt{k_i}] = \sigma_{\Delta}^2 \sqrt{k}$$

$$\sqrt{k} = \frac{[\sigma_{\Delta}^2 c_i \sqrt{k_i}]}{\sigma_{\Delta}^2 - [\sigma_{\Delta}^2]} \quad (14)$$

(14) in (12) gibt endgültig die gesuchten Aufwandfaktoren:

$$n_i = \frac{\sigma_{\Delta} c_i}{\sqrt{k_i}} \frac{[\sigma_{\Delta} c_i \sqrt{k_i}]}{\sigma_{\Delta}^2 - [\sigma_{\Delta}^2]} \quad (15)$$

Setzt man in (15) die  $c_i$  und  $k_i = 1$ , kann man die Formel in Übereinstimmung mit Formeln (1,5) und (1,6) von 67 bringen.

In (15) sind alle Wurzeln positiv zu nehmen, daher sind alle  $n_i$  vereinbarungsgemäß nichtnegative Größen. Das Formelsystem (6) bis (15) brachte die Optimierung für die konventionell gültigen Fehlerannahmen. Setzt man aber gemäß den empirischen Werten von Abb.9 oder anderer linearer Genauigkeits-/Kostenrelationen im einfachsten Falle

$$S = k_i \sigma_{\Delta}^{-1} \quad (16)$$

$$T = \sigma_{\Delta}^2 = [\sigma_{\Delta}^2] \quad (17)$$

wird  $\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{\Delta}}$  entsprechend (9) und (11)  $-k_i \sigma_{\Delta}^{-2} + k \cdot 2 \sigma_{\Delta} = 0$  (18)

$$2k \sigma_{\Delta}^3 = k_i$$

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt[3]{k_i/2k} \quad (19)$$

(19) in (17) gibt  $\frac{[\sqrt[3]{k_i^2}]}{\sqrt[3]{4k^2}} = \sigma_{\Delta}^2$  (20)

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2k}} = \frac{\sigma_{\Delta}}{[\sqrt[3]{k^2}]} \quad (21)$$

(21) in (19) gibt  $\sigma_{\Delta} = \sqrt[3]{k_i} \frac{\sigma_{\Delta}}{\sqrt{[\sqrt[3]{k^2}]}}$  (22)

und damit einen unerwartet verwickelten und schwer berechenbaren Ausdruck.

Beim Einsetzen numerischer Werte für die Größen und in die Formeln ist zu beachten,

- o daß verschiedene Einschaltungssysteme verschiedene Kostenfaktoren  $k_i$  und  $c_i$  aufweisen; (23)
- o daß der Kalkulation auch vorhandene ausgereifte Systeme zugehalten werden müssen; (24)
- o daß der technische Fortschritt Bedarf und Möglichkeiten dynamisiert; (25)
- o daß der Zeitraum und die Art der Evidenzhaltung, dann auch überhaupt die voraussichtliche Gültigkeitsdauer des Systems zu kalkulieren sind; (26)
- o daß bei Ausfall von Anbindepunkten auch die Kovarianzen zwischen weiter entfernten als nur den benachbarten Punkten beachtet werden bzw. bekannt sein müssen. Dies führt zur Notwendigkeit, empirisch oder theoretisch (mathematisch oder physikalisch) eine Korrelationsfunktion des Punkthaufens zu ermitteln. (27)

Ziffernbeispiel: Konventionelle Einschaltung mit hierarchischen Festpunktfeldaufbau und klassischer Aufnahme (auf prinzipielle Verfahrensfragen soll später eingegangen werden).

Tab.2o: Beispiele für Ergebnisse einfacher Optimierungsroutinen

Fehlerkomponente		Optimierung nach „Wiederholungszahlen“ (15)						Opt. nach Fehlerzeiprozentkosten (22), Abb. 9		
		$\sigma_{oi}$	$c_i$	$k_i$	$n_i$	$\sqrt{\frac{c_i^2}{n_i} (1 + \frac{c_i^2}{n_i})}$	Postzahl	$k_i$	$\sigma_{oi}$	Postzahl
Messung $\sigma_{\Delta}$	Festpunkte	1,0	7,0 <sup>2)</sup>	0,2 <sup>7)</sup>	12 7	2,2 2,8	1 11	0,5	3,0 3,9	21 31
	Aufnahme	1,0	4,5 <sup>3)</sup>	0,3	6 3	2,1 2,7	2 12	0,1	1,7 2,3	22 32
	Auswertung	0,1 <sup>1)</sup>	45 <sup>4)</sup>	0,1	10 6	1,5 1,8	3 13	0,1	1,7 2,3	23 33
Vermarktung $\sigma_{\Delta v}$	Definition	1,4	10 <sup>5)</sup>	0,4 <sup>8)</sup> 0,04	16 29	3,8 2,9	4 14	0,6 0,06	3,1 1,9	24 34
	Stabilität	0,1 <sup>1)</sup>	200 <sup>6)</sup>	0,04 <sup>9)</sup> 0,004	73 129	2,3 1,7	5 15	0,4 0,04	2,7 1,7	25 35

$\sigma_{\Delta} = 5,6$

$k_i$  in 100 S / Pkt

$\sigma_i$  in cm

$n, c$  dimensionslos

Anmerkungen zu Tabelle 2o:

- 1) Rechengröße; sonst wird  $c = \infty$
- 2) Phot.EP ohne Verbesserung durch terrestrische Maße
- 3)  $3 * \sqrt{2}$  (Wiederholung!)
- 4) Wert wie 3) wegen Nichtberücksichtigung der Messungskontrollen
- 5) schlechtester Wert
- 6) Identitätsschranke
- 7) Annahme: 1 Festpkt./100 Detailpunkte
- 8) Mittel aus Stein, Schlagmarke, Eisenrohr
- 9) frei geschätzt

In Tabelle 2o zeigen sich deutlich die Schwächen der Methode, welche hauptsächlich darauf beruhen, daß gewisse Unwägbarkeiten nicht quantisiert werden können.

Wegen des hohen spezifischen Kostenanteils gesteht man hier sowohl relativ große Festpunkt- wie auch Vermarktungsfehler zu. Da diese Größen aber andererseits (außer der Auswertung) noch am einfachsten a priori überblickt werden können, wird man sie als am "kritischen Weg" liegend besonders eingehend behandeln. Das einfachere Verfahren (22) bringt die plausibleren Resultate, da das Modell der Wiederholungszahlen (15) besonders von einer exakten Kalkulation der  $k_i$  abhängt, welche aber dann via die fiktiven Wiederholungszahlen  $n_i$  Gewichte für die "Gewichtseinheitsvarianz"  $c_i^2$  angibt. Eine Kalkulation des optimalen Aufwandes scheint nur nach (22) möglich, entfällt aber hier.

Die  $n_i$  sind nicht mit nötigen Redundanzen zu verwechseln. Diese Erklärung wäre nur bei Beibehaltung einer Minimalverfahrensgenauigkeit  $c_i$  möglich.

Nimmt man an, daß der Vermarktungsaufwand stark sinkt, weil viele Punkte bereits vorhanden sind (Postzahlen 1o und 3o statt o und 2o), werden die Genauigkeitsforderungen an die Messung geringfügig entspannt.

Abschließend soll noch gemäß (3) eine Alternative zwischen Grund- und Nachbargenauigkeit kalkuliert werden:

Als Konzept der Grundgenauigkeit sei ein System angenommen, welches möglichst ohne räumliche und zeitliche Korrelationen auskommen soll und daher die zur Identitätsüberprüfung erforderlichen Sperrmaße jeweils auf das staatliche Festpunktsystem

via Detailpunkteinschaltung (vom Großen ins Kleine) zurückführt. Hierbei kann eine beliebig hohe Schwundrate an Polygon- und Detailpunkten und ein hoher Privatanteil an den Kosten der Identitätsüberprüfung angenommen werden. Dafür ist Unveränderlichkeit des staatlichen Festpunktfeldes, somit große Stabilität hinsichtlich Vermarkung und Operatshomogenität, vorauszusetzen. (28)

Das Konzept der Nachbargenauigkeit baut auf Identitätsüberprüfung bzw. Grenzpunktwiederherstellung vom Kleinen ins Große auf. Dazu wollen möglichst nahe gelegene, idente Anbindepunkte vorliegen (seien es nun Grenz-, Polygonpunkte und erst im letzten Ausweg Festpunkte), um den Anteil des Einschaltungsfehlers möglichst klein zu halten. (29)

(28) verlagert das Problem (29) de facto auf das Festpunktfeld. In Wirklichkeit liegt auch hier ein großer staatlicher Kostenanteil vor, da Identitätsüberprüfung und teure Vermarkung des weitmaschigen Netzes vorzusehen ist. (30)

Dafür muß bei (29) das Detailpunktsoperat möglichst homogen sein, das heißt, daß Nachbarschaftsbeziehungen auch in den Detailpunktskoordinaten durch Mittelung doppelter Aufnahmen von 2 Standpunkten aus, Sperrmaß-, Alignements- und Rechtwinkelbedingungen flächenhaft verarbeitet sein müssen. (31)

Eines der Grundprobleme ist die Kalkulation der Festpunktdichte (vgl. 3.3.2, Tab.13 und Abb.18).

Im Fall (28) ist das vorliegende Netz 5.Ordnung wegen (30) noch keineswegs als ausreichend für unsere Anforderungen anzusehen. Die stolz ausgewiesenen mittleren Punktfehler der Operate gelten nämlich nur innerhalb der sehr begrenzten Operate; zwischen einzelnen Operaten sind räumliche und zeitliche Spannungen bis zu mehreren Dezimetern festzustellen.

Gemäß 3.o.2.2 kann man den Baulandanteil an der Gesamtfläche Österreichs mit 10% annehmen, d.s. ca. 8000 Festpunkte bei einer Dichte von 1 Pkt./km<sup>2</sup>. Diese Punkte wären bei Volleinsatz in einem Jahr zu Inselnetzen unter Berücksichtigung nachgemessener bzw. einzubeziehender Richtungen und Strecken (Bedingungen nach KRAUS) zu homogenisieren (damit wäre noch eine stabilere Vermarkung offen).

Andererseits wäre damit eine Festpunktdichte von  $10 \text{ Pkt./km}^2$  von einem Plansoll von 85000 selbst bei einer jährlichen Schwundrate von 4 % in 16 Jahren (bei Jahresproduktion von 8000!) zu erreichen.

Nehmen wir an, ein Festpunktfeld sei fertiggestellt. Bei einem Schwund von 2 % pro Jahr sind dann 18 % in 10 Jahren verschwunden (die durchschnittliche fiktive Streckenlänge steigt um 10 %). (32)

Die Halbwertszeit beträgt bei einem Schwund von

2 % / Jahr	....	34	Jahre
3 %	"	....	23 "
4 %	"	....	17 "
5 %	"	....	14 "

(33)

Im Bauland ist eher ein hoher Schwund anzunehmen. Erstellt man von Haus aus eine doppelte Festpunktdichte, wäre man bei einem jährlichen Schwund von 5 % bereits in 14 Jahren am Sollwert.

Man kann nun annehmen, daß nach einem solchen Zeitraum kein großer Bedarf an Festpunkten besteht, da wegen besserer Technologien Detailpunktseinschaltungen erleichtert würden. Durch immer stärkere Verbauung wird diese Einschaltung auch wieder schwieriger.

Kalkulation je Detailpunkt:

Je Hektar 10 Bauplätze je 4 Punkte, d.s. 40 Detailpunkte/Hektar.

(28) Fall "Grundgenauigkeit":  $1/4000$  Festpunkte je Detailpunkt.

1 Festpunkt erhöhter Genauigkeit

ca. 4000.- . . . . . 1 S/Pkt.

2 malige komplette Einmessung, Routine-

berechnung, Speicherung . . . . . 2500 S/Pkt. (2 Bpl./Tag)

(29) Nachbargenauigkeit:  $1/200$  Festpunkte je Detailpunkt

1 Festpunkt ca. 2000.- . . . . . 10 S/Pkt.

1 Einmessung incl.

Versicherungspunkt . . . . . 400 S/Pkt. (3 Std./Bpl.)

Berechnung incl. Einbeziehung

der Nachbarschaft . . . . . 50 S/Pkt. (pessimistisch geschätzt)

Schlußvermessung nach Grenz-

ausbau bzw. Vermarkung . . . . . 200 S/Pkt.

Wiederherstellung mit Maßband

von id.Pkten . . . . . 400 S/Pkt.

Obwohl diese Kalkulation grob verallgemeinert, zeigt sie ähnlich Abb.17 den politischen Charakter der Alternative auf: Trotz Einflusses der Detailpunktsdichte auf die Hektarkosten bzw. Detailpunktskosten bringt ein geringer absoluter (großer relativer) staatlicher Kostenzuwachs eine große absolute (geringe relative) private Kostenersparnis.

Die Kalkulationen berücksichtigen nicht die Abschreibung moderner Geräte. Es scheint aber jedenfalls abseitig, heute nicht alle Möglichkeiten der elektronischen Distanzmessung und Datenverarbeitung vorauszusetzen und etwa noch das Stahlmaßband als letzte Weisheit der Polygonseitenmessung anzunehmen.

Die gesteigerten Genauigkeitsforderungen werden zweifellos zu rationeller Ausnützung der Bestände bzw. Konzentration und Typenbereinigung im Stand der Vermessungsbefugten führen, weiters zu einer Verteuerung grenzrechtlicher Vermessungen um 10% bis 30%.

#### 6.1.2 Toleranzen und Fehlergrenzen.

##### 6.1.2.1 Allgemeines.

In Österreich sind drei Toleranzgrenzen für grenzrechtliche Vermessungen vorzusehen. (1)

Toleriert wird die Differenz der zu zwei verschiedenen Zeitpunkten ermittelten Abstände zweier Grenzmarken. Wird die Toleranz überschritten, ist mindest einer der betrachteten Punkte nicht ident mit dem im Grenzkataster intabulierten Punkt. (2)

Die Toleranzgrenzen beruhen auf der Vorstellung, daß eine um 20 cm geänderte Strecke eine Identitätsveränderung bedeutet. Die einzelnen Stufen beruhen auf statistischen Sicherheiten, welche der wirtschaftlichen Bedeutung bzw. den technischen Möglichkeiten entsprechend abgestuft werden. (3)

1.Toleranzgrenze, gültig in Gebieten, welche im rechtswirksamen Flächenwidmungsplan als Bauland ausgewiesen sind:  
Für Fehler Erster Art und Zweiter Art werden jeweils ein Signifikanzniveau von 5% angenommen (d.h. das Konsumenten- und Produzentenrisiko beträgt jeweils 5%). (4)

2.Toleranzgrenze, gültig in jenen Gebieten, die weder von (4) noch (6) erfaßt sind:

Für Fehler Erster Art wird ein Signifikanzniveau von 5% angenommen. Fehler Zweiter Art werden nicht betrachtet, d.h. für das Risiko des Konsumenten wird keine Gewähr übernommen. (5)

3.Toleranzgrenze, gültig nur in Gebieten mit einer Festpunktdichte von weniger als 0,1 je km<sup>2</sup>:

Die Werte der bisherigen DV 14 bleiben gültig. (6)

Anm.: Diese Formulierungen entsprechen der Zielsetzung von § 36(3) Verm.Ges.

Im Folgenden werden die Toleranzen gemäß (4) zuerst erwähnt, gemäß (5) in Klammer jeweils nachgesetzt.

#### 6.1.2.2 Festpunkte; Toleranzen.

Vor Benützung der Festpunkte sind die Lagebeschreibung, die Koordinaten, das Jahr der Koordinatenbestimmung, das Datum der letzten amtlichen Begehung sowie die Operatsnummer zu erheben. Vom BAfEuV sind auf Wunsch zusätzlich noch die Fehlerdaten und der Umfang der entsprechenden Ausgleichung anzugeben. (1)

Die Lagebeschreibungen dienen nur zur Erleichterung des Auffindens der Festpunkte. Wiederherstellung der Festpunkte aus Topographiemaßen und Verwenden der ursprünglichen Koordinaten ist streng verboten. Einzelpunktausgleichung ist nur bei Einschalten eines einzelnen verloren gewesenen Festpunktes in seine Umgebung zulässig. Zu dieser Wiederherstellung sind jedenfalls die benachbarten Festpunkte heranzuziehen. (2)

§ 2 der Vermessungsverordnung bleibt aufrecht. Die Einhaltung von Abs.(1) ist zu überprüfen und zu modifizieren wie folgt: Wird nur ein Festpunkt verwendet, sind die Richtungsanschlüsse an möglichst nahe gelegene Punkte zu messen. Die Differenz zwischen dem gemessenen Brechungswinkel und jenem aus den Koordinaten der Anschlußpunkte darf 2' (3') nicht überschreiten, wenn die Anschlußpunkte 500 m oder näher liegen; sonst liegt die Fehlergrenze bei 1,5' (2'). (3)

Wird (3) überschritten, sind auch die entsprechenden Distanzen zu messen. Diese dürfen um nicht mehr als 6 cm (10 cm) von den Koordinatenwerten abweichen. (4)

Kann bei Überschreiten von (3) die Messung gemäß (4) nicht durchgeführt werden oder wird (4) überschritten, ist die Finschaltung in das Netz nicht gesichert. Es liegt dann ein Erhebungs-, Identifizierungs-, Meß- oder Rechenfehler oder eine Netzinhomogenität vor. Kann aus der Überprüfung der anderen Gegebenheiten auf eine Netzinhomogenität geschlossen werden, sind die Koordinaten des Standpunktes zu verwenden und alle Widersprüche anzuführen. (5)

### 6.1.2.3 Grenzpunkte; Toleranzen.

Die Vermessung der Grenzpunkte ist vorzunehmen:

- a) durch Polarmethode
- b) durch Richtungsschnitte
- c) durch Streckenschnitte
- d) durch Orthogonalmethode
- e) durch Luftbildmessung mit numerischer Auswertung. (1)

Die Vermessung der Grenzpunkte ist durch eine zweite unabhängige Messung oder durch Messen von mindest zwei angenähert rechtwinkligen Sperrmaßen je Grenzpunkt zu kontrollieren. Messung und Kontrolle sollen jeweils für sich eine Bestimmung der Koordinaten ermöglichen, welche eine Standardabweichung der aus Koordinaten zweier beliebiger Punkte gerechneten Strecke von höchstens 50 m Länge von 4 cm (7 cm), von höchstens 100 m Länge von 5 cm (9 cm) erwarten läßt. (2)

Wurde ein Punkt auf zwei verschiedene Arten bestimmt, so darf die Strecke, berechnet aus beiden Koordinatenpaaren, nicht länger als 11 cm (20 cm) sein. (3)

Ist diese Strecke kürzer als 8 cm (14 cm), müssen die beiden Werte nicht gemittelt werden, sondern es kann wie bisher der "Leitwert" (geometrisch günstigere Wert) verwendet werden. (4)

Sind die einfach bestimmten Koordinaten durch Sperrmaße kontrolliert worden, so dürfen die Sperrmaße aus Koordinaten von den Naturmaßen um nicht mehr als 8 cm (14 cm) abweichen. (5)  
(5) gilt auch, wenn die Koordinaten aus (1)e und (2) gemäß 83 bestimmt wurden.

Die Messungen (1) einschließlich der noch zu erwähnenden Verdichtungen des Festpunktfeldes (z.B. durch Polygonzüge, 6.1.2.4) können auch durch fortgesetzte Transformationen analog photogrammetrischer Blockausgleiche ausgewertet werden. Hierbei muß jeder Grenzpunkt mindest einmal als Verknüpfungspunkt aufscheinen.

Verknüpfungen mit weniger als 5 Punkten sind zusätzlich gemäß (5) zu kontrollieren. Bei Verknüpfungen von mehr als 4 Punkten darf die größte, gemäß (3) berechnete Koordinatenspannung 8 cm (14 cm) nicht überschreiten. (7)

Grenzzeichen sind hinsichtlich ihrer Lage als unverändert anzusehen, wenn die Differenz zwischen den ursprünglich gemessenen (oder aus den ursprünglichen Koordinaten berechneten) und den bei der Identitätsüberprüfung gemessenen Sperrmaßen 11 cm (20 cm) nicht überschreitet, (8)

oder die Strecke, berechnet aus den ursprünglichen und bei der Identitätsüberprüfung anfallenden Koordinaten, 11 cm (20 cm) nicht überschreitet. (9)

#### 6.1.2.4 Polygonzüge; Toleranzen.

Die Polygonzüge dienen als Zwischenglied zwischen staatlichem Festpunktfeld und Grenzpunktaufnahme gemäß 6.1.2.3(2).

Geschlossene Polygonzüge sind nur im Falle § 2 (1) Verm.VO zulässig. (1)

Polygonzüge dürfen nicht länger als 1,5 km (2,5 km) sein. (2)

Sie dürfen nicht mehr als 6 (10) Seiten aufweisen. (3)

Ihr Ausbiegungsmaß  $[\delta] / L$  muß kleiner als 1,25 sein. (4)

Ein Polygonzug, welcher an einem Festpunkt vorbeiführt, dessen Projektion auf den Zug nicht mehr als 150 beträgt, ist an diesen abzuschließen oder dieser Festpunkt ist richtungs- und streckenmäßig anzuschließen. (5)

Ein Polygonzug, welcher an einem anderen Zug so vorbeiführt, daß der kürzeste Abstand 150 m nicht überschreitet, ist mit diesem Polygonzug zu verbinden (6)

Beträgt der lineare Widerspruch in den Fällen (5) und (6) mehr als 4 cm (7 cm), ist ein strenger Ausgleich als kombiniertes Richtungs-Streckennetz durchzuführen, sonst können die Koordinatenwidersprüche nach der Proportionalmethode aufgeteilt werden. Die Zugsverknötung ist ausnahmsweise zulässig (7)

Der maximal zulässige Richtungs- Abschlußfehler

$$f_{\text{max}} = \pm 3''5 \quad (:\ 5'') \quad (8)$$

Der maximal zulässige Längsfehler beim Koordinatenabschluß  
 $f_{l\max} = \pm 10 \text{ cm}$  (18 cm). (9)

Der maximal zulässige Querfehler beim Koordinatenabschluß  
 $f_{q\max} = \pm 8 \text{ cm}$  für Züge, welche nicht länger als 500 m sind,  
 und  $f_{q\max} = \pm 15 \text{ cm}$  für längere Züge. (10)

Alternative: Der maximale Querfehler beträgt  $2 \times 10^{-4}$  ( $3 \times 10^{-4}$ )  
 des Abstandes zwischen Anfangs- und Endpunkt. (10a)

Ausnahmen von (3) und (4) sind zulässig, wenn die Summe der  
 Seiten 500 m nicht überschreitet, (5), (6), (7), (8) erfüllt  
 sind und der lineare Abschlußfehler  $\pm 11 \text{ cm}$  (20 cm) nicht  
 überschreitet. (11)

Anm.: Theoretische Begründung der Polygonzugstoleranzen.

Der Polygonzug ist noch immer das wichtigste Instrument der  
 Festpunktsverdichtung. Im verbauten Gebiet kann sich weder  
 die Aufnahme von verstreuten Festpunkten noch die "reine"  
 Photogrammetrie durchsetzen. Er bietet Nachbargenauigkeit  
 innerhalb, aber keine solche außerhalb seines Verlaufes.  
 Nachteilig sind seine geringe Redundanz und die geringe Zu-  
 verlässigkeit (vgl. 32 S.41).

Demzufolge kann man zwei Gesichtspunkte zum Ausgangspunkt der  
 Tolerierung nehmen:

- o Die Verbindung benachbarter bzw. übergreifender Punkte ein  
 und desselben Zuges;
- o die Koordinatenfehler des Mittelpunktes des Zuges.

Wir nehmen hier die zweitgenannte Funktion, da sie auch den  
 allgemein unangenehmen Fall des Zusammenschlusses zweier Züge  
 betrachten läßt.

Die Zugslänge sei  $[s]$ ,

$a$  der systematische,  $\sigma_s$  der zufällige Streckenfehler,

$\sigma_A$  der Fehler eines Brechungswinkels,

der Abstand zwischen Anfangs- und Endpunkt sei  $L$ ,

$\sigma_k$  der mittlere Koordinatenfehler der Endpunkte,

der Abstand (Projektion) des Mittelpunktes von der Verbindung  
 Anfangs-/Endpunkt sei  $z$ .

Laut BAARDA ( 31, 121 ) wird bei Fehleraufteilung nach der Proportionalmethode der mittlere quadratische Querfehler des Mittelpunktes

$$\sigma_L^2 = a Z^2 + [\sigma_s^2] \frac{Z^2}{[s]^2} + \frac{\sigma_\beta^2}{s^2} [s]^2 A^2 + \frac{1}{2} \sigma_k^2 \quad (12)$$

der mittlere quadratische Längsfehler des Mittelpunktes

$$\sigma_L^2 = [\sigma_s^2] \frac{L^2}{4[s]^2} + \frac{\sigma_\beta^2}{s^2} \cdot 16 Z^2 A^2 + \frac{1}{2} \sigma_k^2 \frac{[s]^2}{L^2} \quad (13)$$

A ist der Einfluß der Anzahl der Brechungswinkel =

$$A = \sqrt{\frac{(n+1)(n^2+3)}{192n(n-1)}} \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_\beta}{s} [s] = \text{perp} [s] \sigma_\beta \quad (\text{Perpendikel der Zugslänge mit mittlerem Winkelfehler}) \quad (15)$$

$$\frac{\sigma_\beta}{s} Z = \text{perp} (Z) \sigma_\beta \quad (\text{Perpendikel der Exzentrizität mit mittlerem Winkelfehler}) \quad (16)$$

$$\sigma_2^2 = a^2 Z^2 + \sigma_s^2 (n-1) \frac{Z^2}{[s]^2} + (A \cdot \text{perp} [s])^2 + \frac{1}{2} \sigma_k^2 \quad (17)$$

$$\sigma_L^2 = \sigma_s^2 (n-1) \frac{L^2}{4[s]^2} + (A \cdot 4 \text{perp} (Z))^2 + \frac{1}{2} \sigma_k^2 \frac{[s]^2}{L^2} \quad (18)$$

$\frac{[s]}{L}$  ist das konventionelle "Ausbiegungsmaß".

Setzt man n in (14) ein, erhält man für

n=3	A=0,20
n=7	A=0,22
n=11	A=0,26

man kann also in unserem Bereich A=0,22 bzw. A<sup>2</sup>=0,05 setzen. (19)

Den systematischen Fehler wollen wir im allgemeinen vernachlässigen (bei Z=200, a=5.10<sup>-5</sup> wird sein Einflußanteil erst 1 cm und geht in Quadratsumme unter).

Für den gestreckten Zug ohne Fehleranteile der Ausgangspunkte ergeben sich folgende wichtige Faustformeln für den Mittelpunkt des Zuges:

$$\sigma_2 \approx 0,22 \cdot \text{perp} [s] \sigma_\beta$$

$$\sigma_L = \frac{1}{2} \sigma_s \sqrt{n-1} \quad (18 a)$$

Mit  $\sigma_k = \pm 3 \text{ cm}$ ,  $\frac{[s]}{L} = 1,12$  (d.h.  $\frac{z}{L} = \frac{1}{4}$ ),  $\sigma_p = \pm 0^c 5$ ,  
 $\sigma_s = \pm 1 \text{ cm}$ ,  $n = 7$ ,  $L = 1000$  erhält man aus (17) und (18)  
 mit (19)

$$\sigma_2 = \pm 3,0 \text{ cm} \quad \sigma_L = \pm 3,1 \text{ cm}$$

und damit keinen Genauigkeitsabfall gegen die Ausgangswerte.

Für  $\sigma_k = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}$  (wie unter 6.1.2.2 angenommen) wird hier  
 $\sigma_2 = \pm 2,5 \text{ cm}$ ,  $\sigma_L = \pm 2,7 \text{ cm}$ , und  $\sigma_2 \sqrt{2} = \sigma_{\Delta_2} = \pm 3,5 \text{ cm}$   
 als mittlerer Fehler einer Querverbindung.

Die praxisgerechte Annahme  $\sigma_s = \pm 1 \text{ cm}$ ,  $\sigma_p = \pm 0^c 5$   
 erfüllt also die Anforderungen hinsichtlich Größe und Gestalt  
 der Fehlerellipsen der Zugsmittelpunkte. (20)

Setzen wir z.B.  $\sigma_s = \pm 1,5 \text{ cm}$ ,  $\sigma_p = \pm 0^c 3$ ,  $n = 11$ ,  $L = 1000$ ,  
 $\sigma_k = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} = 2,1$ ,  $\frac{[s]}{L} = 1,12$ , wird  $\sigma_2 = \pm 2,2 \text{ cm}$ ,  $\sigma_L = 4,6 \text{ cm}$ ,  
 also kein zufriedenstellendes Resultat.

Mit (20) sowie 6.1.2.2(3) wird  $(f_p^c)^2 = 1^c/2 + 1^c/2 + 0^c 5^2 \cdot n$

oder 
$$f_p^c = \pm \sqrt{1/2 \left( \frac{n}{2} + 2 \right)}$$
 (21)

Da sich dieser Wert nicht wesentlich innerhalb unseres Bereiches für  $n$  ( $3 \leq n < 9$ ) ändert, ergibt sich (8).

Laut 75 S.576 wird der zu erwartende mittlere Querfehler  
 ohne Fehleranteile der Ausgangspunkte (aus Koordinatenwider-  
 spruch beim Zugsabschluß)  $f_q = \pm B \cdot \text{perp} [s] \sigma_p$

mit  $B = \sqrt{\frac{n(n+1)}{12(n-1)}}$  (22)

$n$  in (22) eingesetzt, erhält man für

$n=3$	$B=0,71$
$n=7$	$B=0,88$
$n=11$	$B=1,05$

daraus  $B \doteq 1$ , und da  $f_p^c / \sigma^c \doteq 10^{-4}$ , ergibt sich (10a).

Ohne Fehleranteil der Ausgangspunkte wird  $f_q \doteq \sigma_s \sqrt{n-1}$ .

Es folgen einige a priori-Abschlußfehlerkombinationen in  
 Tabelle 21.

Tabelle 21

n	L (m)	f <sub>L</sub> (cm)			f <sub>q</sub> (cm)
		1)	2)	3)	
3	300	3,3	3,5	3,7	3,4
	500				4,1
7	500	3,9	4,9	4,7	4,6
	1000				7,5
11	1000	4,4	6,8	5,6	8,8
	1500				12,7

$$a = 0,5 \text{ cm/Seite} \quad , \quad \sigma_x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \pm 2,1 \text{ cm}$$

$$1) \quad (2\sigma_x^2 + \sigma_s^2(n-1))^{1/2}$$

$$2) \quad (2\sigma_x^2 + \sigma_s^2(n-1) + a^2(n-1)^2)^{1/2}$$

$$3) \quad (2\sigma_x^2 + \sigma_s^2 \cdot 1,5^2(n-1))^{1/2}$$

Als überschlägiger Auszug aus Tab.21 entstanden (9) und (10), unter Berücksichtigung von (3) bei f<sub>L</sub> bzw. (2) und 6.1.2.2(3).

#### 6.1.2.5 Vermarkung, Toleranzen.

Als Grenzmarke im Sinne des Grenzkatasters kann nur eine Marke angesehen werden, welche nicht schlechter als mit  $\bar{\sigma} = \pm 1 \text{ cm}$  (1,5 cm) definiert ist.

Die Definition wird überprüft, indem zwei unter "Wiederholbedingungen" gemessene Sperrmaße zwischen beliebigen, benachbarten Grenzmaßen nicht mehr als 3 cm (5 cm) voneinander abweichen dürfen. (1)

Ist die Marke selbst auf den vermarkenden Punkt nicht exakt aufzubringen, ist sie durch zwei definierte Läufer mit Zumaßen zu ersetzen. (2)

Die "Vergleichsbedingungen" entsprechen bereits der Identitätsüberprüfung. Es scheint im Interesse einer echten Beweissicherung, nur dauerhaft und gut definiert vermarktete Grenzpunkte dem Grenzkataster einzuverleiben (vgl. 6.1.1.1(10,11)).

#### 6.1.2.6 Fehlergrenzen.

Fehlergrenzen im Sinne einer Überprüfung der Parameterhypothese auf Streuung können durch stichprobenweises Nachmessen und Chiquadrat-Test gemäß 5.1.3 die Einhaltung der geplanten Meßgenauigkeit und des mathematisch-physikalischen Modelles kontrollieren:

- o Strecken und Richtungen im Festpunktfeld auf  $\sigma_{op} = \pm 3 \text{ cm}$ ;
- o Vergleich von Doppelkoordinierungen bzw. echt redundanten Sperrmaßen bei Grenzpunkten auf "Stabilisierung + Polygonisierung / Aufnahme"  $\sigma_o = \pm 4 \text{ cm}$ ;
- o Polygonzugwidersprüche auf  $\sigma_\beta$  und  $\sigma_s$ , teils auch auf  $\sigma_{op}$  ;
- o Sperrmaße unter Wiederholbedingungen auf  $\overline{\sigma}$ .

#### 6.1.3 Dreidimensionaler Kataster.

Wenn auch unausgesprochen, gelten als „Grenzen“ horizontale Kurven bzw. die Spuren von beliebigen Flächen mit der Grundrißebene; dies gilt z.B. auch bei geneigten Mauern, Trauflinien, usw.

Die Vielfalt der mehrschichtigen Bauten (etwa U-Bahnen, Hochstraßen, unterirdische Schutzräume) und die Ausweitung des Grenz- zum Mehrzweckkataster können in etwa 10 Jahren ein dreidimensionales Punktfeld als Grundlage des Koordinatenkatasters geraten erscheinen lassen, zumindest im dicht verbauten Gebiet. Wegen Homogenität der Unterlagen scheint aber die Trennung in Lage und Höhe weiterhin geraten; es wird eine Lage- und Höhentoleranz von je 20 cm vorgeschlagen. (1)

Übergehen auf räumliche Beziehungen würde vieles ändern; z.B. müßte wegen 4.1.9(7) z.B. der Horizontalabstand zweier Vertikalebene bei derselben Toleranz wie vordem für die Spuren der Ebene eine wesentlich größere Aufnahmegenauigkeit ( $t_\alpha$  nun 2,45 statt 1,96) sowie dreidimensionale Punktverteilung nötig werden - (2)

- abgesehen von der Umstellung der Datenorganisation und -dokumentation.

## 6.2 Beispiele aus der Ingenieurgeodäsie.

Auf die laut 3.1.1(17)(18) erstellten Funktionstoleranzen soll hier weniger eingegangen werden als auf das Umsetzen in Vermessungsgenauigkeiten 3.1.1(19). Es soll noch erwähnt werden, daß außer den Überlegungen 3.1.3 eine zentrale Dokumentation aller Forderungen der Auftraggeber im Sinne von 147 sicher sinnvoll wäre. Aus gleichartigen Fällen könnten beide Teile aus Forderung und Erfahrung Analogieschlüsse ziehen; die Vereinheitlichung wäre erleichtert und der Ingenieurgeodät könnte als Informationsquelle des Bauträgers aufgebaut werden.

### 6.2.1 Deformationsmessungen.

#### 6.2.1.1 Planung der Meßgenauigkeit.

Wegen der großen wirtschaftlichen Verantwortung der Aussage des Geodäten ist hier unbedingt ein zweiseitiges statistisches Risiko vorzusehen, vgl. 4.1.4 und 5.1.2.

Dieses Risiko kann entweder gemäß der BAARDA-BAUMANN'schen Zuverlässigkeitsmethode via  $\lambda_0$  angesetzt werden (vgl. 4.4.1) (1)

oder nach BÖHM gemäß 5.1.2(4), (5) nach  $B_{\Delta \min} = S_\alpha + S_{(2)\alpha} = \sigma_\Delta (t_\alpha + t_{(2)\alpha})$  (2)

oder aus dem Allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz für  $\sigma_\Delta$  in Analogie zu 6.1.1.1(4) mit 4.1.1.2 als  $\sigma_\Delta = B_{\Delta \min} / (t_\alpha + t_{1-\beta})$  (3)

Mit den klassischen Ansätzen ergeben sich für (1) bis (3) Ziffernwerte, welche um maximal 15% differieren, für einen Toleranzansatz also durchwegs brauchbar scheinen:

Zuverlässigkeit (1): Vorerst muß erinnert werden, daß in  $\lambda_0$   $(\alpha_0, \beta_0, 1, \infty)$   $\alpha_0$  streng nicht mehr frei wählbar ist. Laut BAARDA ist der korrekte Vorgang so: Zuerst wird ein Sicherheitsrisiko  $\alpha$  angenommen (meist 5%), gemäß welchem der k-dimensionale Test  $F_{1-\alpha, k, \infty}$  als Test auf Standardabweichung angesetzt wird.  $\alpha$  wird auch zum Data-Snooping gemäß 4.4.1(24) verwendet.

Sodann setzt BAARDA  $\lambda(\alpha, \beta_0, k, \infty) = \lambda_0(\alpha_0, \beta_0, 1, \infty)$ , daraus ergibt sich bei vorgegebenem  $\beta_0$  ein  $\alpha_0$  für den eindimensionalen Test auf  $\nabla l_i$  und  $\nabla x_i$ , welches von der Redundanz k abhängt. Je größer k, desto kleiner  $\alpha_0$ , desto größer  $\lambda_0$ .

Bei den üblichen Redundanzen um 10 wird bei  $\beta_0 = 80\%$ ,  $\alpha = 5\%$   
 $\alpha_0 = 0,1\%$ , daher bei BAARDA  $\lambda_0$  häufig =  $\lambda_0(0,001, 0,80, 1, \infty)$   
 $= 16,8$  mit  $\sqrt{\lambda_0} = 4,1$ . (4)

BAUMANN setzt a priori für den eindimensionalen Nabla-Test  
 von Haus aus  $\alpha_0 = 0,1\%$ ,  $\beta_0 = 80\%$ ; mit derselben Berechtigung  
 könnte man auch a priori  $\alpha_0 = 5\%$ ,  $\beta_0 = 95\%$  setzen.  
 $\lambda_0(0,05, 0,95, 1, \infty) = 13$ , somit  $\sqrt{\lambda_0} = 3,6$ . (5)

Verschiebungstoleranz nach BÖHM (2): Die Überlegung entspricht  
 der des Produzenten-Konsumentenrisikos, nur daß hier der prüfende  
 Konsument der Ersteller der Zweitmessung ist.

Für  $\alpha = 5\%$ , nur eine mögliche Bewegungsrichtung (Setzung, Auslenkung unter Last) wird  $\sigma_{\Delta} = B_{\Delta} / (1,96 + 1,64) = B_{\Delta} / 3,60$ . (6)

Bei zwei möglichen Bewegungsrichtungen wird  $\sigma_{\Delta} = B_{\Delta} / 3,84$ . (7)

Die Überlegungen gemäß (3) führen zu denselben Resultaten wie (6), (7). Somit läßt sich folgende Faustregel für die Planung der Meßgenauigkeit aus gegebener Toleranz für Verschiebungen angeben.

$$\sigma_x = \sigma_{\Delta} / \sqrt{2} = B_{\Delta} / (\sqrt{2} * \frac{3,60 + 3,84 + 3,6 + 4,1}{4}) \doteq B_{\Delta} / 5$$

in Worten: "Der Einzelwert soll je Messung mit einer Standardabweichung von etwa einem Fünftel der Verschiebungstoleranz bestimmt werden." (Vgl. 6.1.2.3(2)!). (8)

Hiebei wird die Korrelation zwischen Null- und Verschiebungsmessung vernachlässigt. Diese Annahme dürfte realistisch sein. (9)

Besteht in Wirklichkeit eine positive Korrelation, z.B. durch gleichbleibende Festpunkte, immer gleichbleibende Meßmittel, Beobachter, Refraktionsverhältnisse, ist die erreichte Genauigkeit größer als die geplante.\* (10)

\*) Besonders einleuchtend für straffe Autokorrelation ist das Beispiel der Lotabweichungen. Werden diese nicht (z.B. auch nach AESCHLIMANN 24 durch Ausgleich) eliminiert, führen sie als Systemfehler zu größeren Widersprüchen und einer Verfälschung der Schätzung des Gewichtseinheitsfehlers, besonders der Zenitdistanzen, wenn die im Netzereich lokal differieren. Da sie aber in einer Zeitreihe immer konstant bleiben, nehmen sie keinen Einfluß auf die Genauigkeit der berechneten Änderungen.

Besteht in Wirklichkeit eine negative Korrelation, z.B. durch jedesmal wechselnde systematische Einflüsse, welche sich auf die jeweilige Verbesserungsquadratsumme nicht auswirken, war der Voranschlag zu optimistisch. (11)

Zweiseitiger Chiquadrat-Test gemäß 5.1.3(4) auf Messungen in Testnetzen kann solche Korrelationen qualitativ ermitteln.

Ziffernbeispiel Setzungsmessungen. Eine einfache Schleife (mit je einem absolut sicheren An- und Abschlußpunkt) wird wiederholt beobachtet. Als Toleranz ist gefordert eine Absolutsetzung eines Punktes von  $B_{\Delta H} = 1$  cm, eine Änderung benachbarter Punkte von  $B_{d\Delta H} = 5$  mm. Die Schleife hat 10 vermarkte Zwischenpunkte ( $n=11$  Aufstellungen).

Lösung: In Analogie zu 6.1.2.4(18a) ist der mittlere Fehler eines Beobachtungspunktes in der Schleifenmitte  $\sigma_H = 1/2 \sigma_0 \sqrt{n-1} = 1,6 \sigma_0$ ; wegen  $B_{\Delta H} = 10$  mm wird  $\sigma_0 = \frac{10}{5 * 1,6} = \pm 1,2$  mm je Aufstellung, wenn man von der absoluten Forderung ausgeht.

Wegen der relativen Forderung  $B_{d\Delta H} = 5$  mm und  $\sigma_{dH} \doteq \sigma_0$  wird aber  $\sigma_{0max} = \pm 1$  mm. (12)

(Vorausgesetzt wurden  $\alpha=5\%$ ,  $1-\beta=90\%$ ,  $\sigma_0 = B (t_\alpha + t_{1-\beta}) + 2$ ).

Ist das fehlertheoretische Modell einerseits durch genügend Redundanzen gestützt, um aus der Beobachtungsreihe die Standardabweichung zu schätzen, und liegt andererseits kein brauchbarer a priori-Verfahrensfehler vor, um nach der normierten Normalverteilung vorzugehen, ist mit der REISSMANN'schen Formel 120

$$t_\Delta = \frac{\Delta}{s_\Delta} \quad (13)$$

nach Student zu testen, wobei  $\Delta = x_1 - x_2$ ,  $s_\Delta$  (Schätzung für  $\sigma_\Delta$  aus den Beobachtungen),  $s_{01}$ ,  $s_{02}$  (Schätzung für Gewichtseinheitsfehler aus Beobachtungen 1,2), schließlich  $s_\Delta = (k_1 s_{01}^2 + k_2 s_{02}^2)^{1/2} (Q_{x_1 x_1} + Q_{x_2 x_2})^{1/2} (k_1 + k_2)^{1/2}$  (14)

In (14) wird angenommen, daß die beiden Messungen unkorreliert, aber verschiedene Netzformen, damit verschiedene Redundanzen  $k_1$  und  $k_2$  sowie verschiedene Kofaktoren zugrundegelegt seien.

Für  $t_\Delta$  ist dann nach kombiniertem Annahme-Ablehnungsrisiko der Vertrauensbereich anzugeben.

Beispiel:  $s_{01} = \pm 2$  cm aus  $k_1 = 5$ ,  $Q_{x_1 x_1} = 0,64$   
 $s_{02} = \pm 1$  cm aus  $k_2 = 3$ ,  $Q_{x_2 x_2} = 1,21$

Es wird  $s_{\Delta} = \sqrt{\frac{23 * 1,85}{8}} = \pm 2,3$  cm.

Mit  $\alpha = 5\%$ ,  $1-\beta = 95\%$  kann erst eine zweiseitige Bewegung in der x-Richtung von  $B_{\Delta} = \pm (2,3 * (2,306 + 2,306)) = \pm 10,6$  cm als gesichert angesehen werden. Wäre bei beiden Beobachtungsphasen jeweils Doppelbeobachtung vorgelegen ( $k_1=10$ ,  $k_2=6$ ), wäre  $s_{\Delta}$  wieder  $= \pm 2,3$  cm, aber  $B_{\Delta} = \pm 9,5$  cm.

#### 6.2.1.2 Netzanlage.

Hier soll nur erwähnt werden, daß die optimale Netzanlage Gegenstand zahlreicher Publikationen ist (PELZER, HERZOG, GRAFAREND u.a.), deren Ziel ist,  $\sigma_x$  oder eine Funktion von  $\sigma_x$  bei gegebenem Aufwand gegen  $\sigma_0$  möglichst klein zu machen. Als x sollen diejenigen Größen gelten, die tatsächlich interessant und "toleriert" sind, z.B. Radien von Tanks, Normale zur Dammkrone usw. Die Verbesserung durch optimales Netzdesign wird aber häufig nur 10%-20% des jeweiligen Wertes betragen. Viel deutlicher ist die Steigerung der Zuverlässigkeit, da man oft nicht die Bewegung eines Punktes als nur durch die letzte Bewegungstendenz "extrapoliert" oder durch die Gleichartigkeit der Bewegung gleichartiger Punkte "interpoliert" überprüfen kann. (1)

Bei gleichwertigen Messungen wird gemäß (4.4.1(15)), (20)

$$\nabla x_i = Q_{xx} A^T \sigma_0 \sqrt{\lambda_0} (1 - (A(A^T A)^{-1} A^T)_{ii})^{-1/2} \quad (2)$$

Bei gut konditionierten Systemen sind die Ausdrücke  $Q_{xx} \frac{A^T}{\lambda_0} < 1$  sowie  $(1 - (A(A^T A)^{-1} A^T)_{ii})^{-1/2} > 1$ ; die  $\nabla x_i$  sind  $\leq \sigma_0 \sqrt{\lambda_0}$ , wenn die Größe  $x_i$  durchgreifend kontrolliert ist, d.h. die Messung  $\nabla l_i$  durch die restlichen voll gedeckt ist. (3)

Zur Berechnung numerischer Ausdrücke liegen EDV-Programme vor ("SCAN" von KRIJGER und DE KRUIF; 32).

Ist nun nicht die Nabla-Schranke für  $x_i$ , sondern für ihre Verschiebungen gesucht, ist in (13) statt  $Q_{xx} \rightarrow Q_{\Delta x \Delta x}$  mit 4.1.1.2(3) einzusetzen. Bei Korrelationsfreiheit zwischen Erst- und Zweitmessung wird  $Q_{\Delta x \Delta x} = 2 Q_{xx}$ ; dafür ist zu

beachten, daß der Ausdruck für  $Q_{vv}$  in der Klammer nun aus der doppelten Anzahl von Beobachtungen (Erst- und Zweitmessung) entstanden ist; deswegen können die  $\nabla \Delta x_i = \sqrt{2} \nabla x_i$  gesetzt werden.

(4)

Im Sinne von (4), 6.2.1.1(9) darf man setzen  $B_{\Delta x_{i\min}} = \nabla \Delta x_i$ ,

(5)

somit ist  $\nabla x_i = B_{\Delta x_{i\min}} / \sqrt{2}$  eine Toleranz für das Netzkonzept.

(6)

Wird bei einem Netz dieser Wert überschritten, ist die entsprechende Größe zusätzlich zu kontrollieren, und sei es durch Doppelbeobachtung.

### 6.2.1.3 Anforderungen an die "Nullmessung".

Die Bedeutung der Nullmessung bei Deformationsmessungen liegt hauptsächlich in pragmatischen, nicht fehlertheoretischen Überlegungen.

Vor allem soll sie das Messungssystem beim "Nullzustand" beschreiben, also vor Eintreten der Baumaßnahmen, deren Auswirkungen überprüft oder verfolgt werden. (Häufig ist die Nullmessung in der Praxis keine echte Nullmessung mehr, da die Netzanlage zu spät beauftragt oder in Angriff genommen werden konnte!).

Die theoretischen Änderungen sind aber auf den "Nullzustand" bezogen, da sich nur so die unbekanntenen Phasenverzögerungen zwischen Baumaßnahme und Änderung der Meßpunkte nicht auswirken.

(1)

Weiters gibt die Nullmessung zusammen mit der Erstmessung die Gradienten der Bewegungen an. Ein Fehler in der Nullmessung läßt sich nicht durch Überlegungen wie (6.2.1.2(1)) korrigieren und kaschieren, während man sonst die Möglichkeit durch plausible Abschätzungen in Auto- und Kreuzkorrelation findet.

(2)

Die folgende Tabelle 22 gibt die fehlertheoretische Bedeutung der Nullmessung an Hand einfacher Ziffernannahmen an.

Die obere Dreiecksmatrix beschreibt jeweils zeitlich unkorrelierte Messungen, während die untere eine zeitliche Autokorrelationsfunktion mit bis zur vierten Messung verschwindender

Korrelation voraussetzt. Es wird hier nur die Auswirkung der Korrelation auf die Fehler, nicht auf die errechneten Verschiebungen betrachtet, vgl. (4.1.8, 130 ).

Links ist die Kofaktorenmatrix der zeitlich aufeinanderfolgenden Messungen einer Größe angeführt, deren Änderung beobachtet wird, rechts die Matrix der Standardabweichungen der zeitlichen Messungsdifferenzen mit  $\sigma_0 = 1$ ,  $\sigma_{\Delta ij} = \sigma_0 \sqrt{Q_{ii} - 2 Q_{ij} + Q_{jj}}$ .

Tabelle 22

		Kofaktoren $Q_{ij}$					A priori-Fehler der Differenzen $\sigma_{\Delta ij}$					
i \ j	unkorreliert					unkorreliert						
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4		
korreliert	0	1	.	.	.	.	1,4	1,4	1,4	1,4	Nullmessung <u>einmal</u> durchgeführt	
	1	0,5	1	.	.	1,0	1,4	1,4	1,4			
	2	0,3	0,5	1	.	1,2	1,0	1,4	1,4			
	3	0,1	0,3	0,5	1	1,35	1,2	1,0	1,4			
	4	.	0,1	0,3	0,5	1	1,4	1,35	1,2	1,0		
korreliert	0	0,33 0,67	.	.	.	.	1,15	1,15	1,15	1,15	Nullmessung <u>dreimal</u> durchgeführt und gemittelt	
	1	0,5	1	.	.	0,8	1,4	1,4	1,4			
	2	0,3	0,5	1	.	1,0	1,0	1,4	1,4			
	3	0,1	0,3	0,5	1	1,2	1,2	1,0	1,4			
	4	.	0,1	0,3	0,5	1	1,3	1,35	1,2	1,0		

Die dreifache Nullmessung steigert die Genauigkeit also durchaus nicht erheblich. Hinsichtlich Zuverlässigkeit wird natürlich nur die Nullmessung selbst verbessert, sofern man nicht Zusatzüberlegungen wie (6.2.1.2(1)) direkt einbaut.

Die wahren Genauigkeiten bei positiver Autokorrelation sind besser als die a priori korrelationsfrei abgeschätzten, außer

teilweise bei der mehrfachen Nullmessung. Ist also eine solche Beeinflussung auf Grund des Instrumentariums zu erwarten, soll man die aufeinanderfolgenden Beobachtungen, nicht die Relation zur Nullmessung bewerten. Andererseits sind keine Genauigkeitsunterschiede signifikant.

Der Wert der mehrfachen Nullmessung liegt also vor allem

o im psychologischen Druck auf Auftraggeber und Auftragnehmer, sie rechtzeitig anzusetzen und auszuführen; (3)

o in der Möglichkeit, eventuelle Relativbewegungen der "Festpunkte" auf Grund von Setzungen nach der Vermarkung zu erkennen und abzuwarten (vgl. 33 ). (4)

#### 6.2.1.4 Überprüfung der Resultate.

Zur Modellüberprüfung vorerst k-dimensionaler F-Test gemäß

$$5.1.3 \text{ oder auf } \frac{s_o^2}{\sigma_o^2} < F_{1-\alpha, k, \infty} \quad (1)$$

Sodann "Data-snooping" mit eindimensionalem F-Test gemäß

$$4.4.1(24) \text{ auf } w_i^2 = \frac{v_i^2}{\sigma^2} < F_{1-\alpha, 1, \infty} \quad (2)$$

Bei Ablehnung von (1) Durchführung von (2) und Suche nach Verschiebung von Festpunkten, wie durch MILEV in 108 auf S.80 bzw. 115 angegeben. Das letztere Verfahren (nach LAZZARINI) erfordert mindest zwei tatsächlich "unveränderte" Beobachtungspunkte, vgl. auch 33, S.89. (Wenn jeweils ein Beobachtungspunkt festgehalten wird und die Änderungen aller anderen Punkte die Toleranz  $B_{\Delta}$  überschreiten sowie dieser Punkt sich mehr als  $B_{\Delta}$  ändert, wenn ein anderer festgehalten wird, hat er sich bewegt). (3)

Insgesamt eignen sich Deformationsmessungen nach 6.2.1(2) besonders zu automatisierter Auswertung und korrekter Überprüfung. Jene nach 6.2.1(1) sowie solche, deren Fehlergesetze leicht zu durchschauen sind oder deren Messung offensichtlich reichlich konditioniert ist, werden nicht gemäß 4.4.1 auf Zuverlässigkeit überprüft werden müssen.

Direkte automatische Verfahren mit kontinuierlicher Ausgabe (Schlauchwaagen mit Schreiber, Lote mit Lichtschreiber, Dehnungsmeßgeräte u.a.) werden hier nicht behandelt. Tolerierbar in unserem Sinne sind die Ergebnisse von Eich- und Vergleichsmessungen mittels parallelen klassisch-geodätischen Verfahren und den genannten automatischen Verfahren. Zum Zeitpunkt der Eichmessung soll die Differenz der parallelen Messungen den Betrag  $t_{\alpha} \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_{\text{Auf}}^2}$  nicht überschreiten, sonst ist am kontinuierlichen Verfahren eine Eichgröße anzubringen. (4)

### 6.2.2 Projektgrundlagen.

Betrachtet man ein Projekt als Nachrichtenübertragungskette, erscheint die Projektgrundlage als Informationsgewinnung, die Auswertung und Projektierung als Informationsverarbeitung, die Absteckung einschließlich Bauausführung als Informationsvermittlung (vgl. 109 ). (1)

Je größer die Äquivokation (im Sinne von Abb.25), desto geringer das Gewicht der Projektgrundlage, desto kleiner  $f_G$  in 3.1.1(3). Die Informationsgewinnung und -vermittlung zusammen kann man wieder als Identitätsüberprüfung auffassen. (2)

Die aufgenommenen Punkte sollen möglichst ident sein mit jenen, auf welche Zwangsmaße bezogen wurden bzw. an welche das Projekt bei der Ausführung anschließen soll. Bei optimalem Code wird diese Übereinstimmung mit geringstem Aufwand oder bei gegebenem Aufwand die beste Übereinstimmung erzielt.

Zum Unterschied von Grenzkataster- oder Deformationsmessungen hat aber die Erstmessung bei der betrachteten Differenz eine nicht so große Bedeutung wie die Realisierung (Zweitmessung, Absteckung), vgl. 3.1.1(29-31). (3)

Weiters ist hier die Toleranz noch mehr auf Nachbargenauigkeit und Auto- bzw. Kreuzkorrelation ausgelegt:

Ist hier der Zwangspunkt verschwunden, muß er nicht mehr hergestellt werden, sondern die Zwangsbedingung entfällt. (4)

Jeder Zwangspunkt wirkt nur durch seine Zwangsbedingung auf die entsprechende Projektgröße; deren Nachbarn sind freilich durch die Elemente des Projektes und deren Toleranzen (Mindestradien, Maximalfugen usw.) mit dieser Größe korreliert. (5)

Wir unterscheiden:

Freies Projektieren: hier sind die Unterlagen nur qualitativ, daher sind auch keine engen Toleranzen nötig (z.B. Projektieren im Modell auf überwiegend analoger Grundlage). (6)

Projektieren mit Randbedingungen und einzelnen Zwangsbedingungen: die Bedingungen können entweder gleich bei der Auftragsvergabe oder an Hand eines Vorprojektes iterativ formuliert werden. Dort können auch die entsprechenden Funktionstoleranzen angegeben werden (z.B. konventionelles Straßenprojekt; U-Bahn unter Tag in Kanal- und Fundamentnähe, vgl. auch 3.1.1(31)). (7)

Projektieren überwiegend unter Zwang: das projektierte Bauwerk steht im engsten funktionellen Kontakt zu bestehenden Gegebenheiten; die Funktionstoleranz ist für das gesamte Projekt sofort anzugeben (z.B. U Straba Trasse unter Tag zwischen Bohrpfählen, Fertigteilhaus in Baulücke). (8)

Wegen (4) und (5) sind alle Genauigkeitsforderungen auf relativ kleine Bereiche beschränkt; es müssen nicht wie beim Grenzkataster alle Vermessungstoleranzen rückwirkend bis zum hypothetischen Verschwinden eines Festpunktes berechnet werden. (9)

Freilich ist es noch manchmal notwendig, heterogene Aufnahmen zu einer einheitlichen Projektierungsgrundlage zu vereinigen. Sind diese Aufnahmen von homogenen Festpunkten aufgenommen, ist die Koordinatentoleranz nicht schwer zu formulieren; wo dies nicht der Fall ist, sind die Aufnahmen durch überbestimmte Ähnlichkeitstransformation ineinander überzuführen, wobei nur die identen Zwangspunkte bzw. Festpunkte als Paßpunkte zu nehmen sind und der Gewichtseinheitsfehler der Transformation nach 5.1.3 gegen  $\sigma_0 = B_{\Delta} / t_{\alpha}$  zu testen ist.

Im allgemeinen sind aus wirtschaftlichen und technischen Gründen in den Fällen (6) und (7) nicht nur die Festpunkte, sondern auch die meisten Zwangspunkte ohne Bedenken von einem gemäß 6.1.2.1(4) erstellten Grenzkataster zu übernehmen, umso eher, wenn dort auf dauerhafte Vermarkung (Gabelpunkte) Wert gelegt wurde. (10)

Für die Zuverlässigkeitskontrollen der Zwangspunkte gelten i.A. die Empfehlungen 6.1.2.3(2); sind solche Kontrollen nicht möglich, werden durch redundante Punktanzahl Formtoleranzen hinsichtlich Stetigkeit, Linearität usw. eingeführt werden können, wie dies in einfacherer Form als Detailpunktkontrolle üblich ist. (11)

Für den Ansatz der statistischen Risiken gilt, daß wir hier zweckmäßigerweise nur Fehler erster Art vermuten. Auch bei Übernahme eines "fehlerhaften Wertes durch den Auftraggeber" läßt sich im konkreten Fall vom stochastischen Fehlermodell abgehen und die Funktionstoleranz zur teilweisen Gegenkorrektur ausschöpfen. (12)

Im Fall (7) sei daran erinnert, daß im Alltag bei einer "Dekkenkosmetik" wie bei Neutrassierung dieselben Leistungen verlangt zu werden pflegen. Vor allem wird aber im zweiten Fall eine dreidimensionale Einbautendokumentation dann notwendig sein, wenn sich die Höhenlage wesentlich ändern wird, und zwar in derselben Genauigkeit wie die konventionellen obertägigen "Zwangspunkte".

Da i.a. auch die Grundbesitzverhältnisse echte Auswahlkriterien darstellen, wird als Grundgenauigkeit jene des Grenzkatasters dienen können (vgl. (10)).

Anschlüsse an bestehende Objekte, Randsteine usw. sind mit  $B_{\Delta} = 5 \text{ cm}$  (also  $\sigma_o = \pm 2 \text{ cm}$ ) einzuschätzen, desgleichen "Zwangspunkte" innerhalb der Trasse gemäß (7); in der Höhenlage ist  $\sigma_{oH} = \sqrt{\sigma_o^2 + 1}$  (cm) ratsam. (13)

Schwere untertägige Einbauten sind nach (7) gemäß der wirtschaftlichen Bedeutung ihrer Beschädigung zu betrachten; dabei ist auf die Relation zwischen Innenaufnahme und Außendefinition zu achten. Besonders heikel ist hier der Anschluß an den Bestand, der abweichend von obertägigen Zwangspunkten nur auf dem Umweg über Festpunkte gewährleistet wird.

Die Funktionstoleranz lautet hier für den Höhenunterschied zweier Punkte  $B_{\Delta H} = (\alpha_{\text{ist}} - \alpha_{\text{min}}) \% \cdot s_{12}$  bei Minimalgefälle  $\alpha_{\text{min}} \%$  aus Rauigkeitsbeiwert, Bewässerung usw. oder  $B_{\Delta H} = B_{\Delta \alpha} \% \cdot s_{12}$ , wenn  $\Delta \alpha$  als Neigungsdifferenztoleranz z.B. aus der Vorfertigung von Anschlußmuffen der Elemente gegeben ist. (14)

$$\sigma_{OH} = \frac{B_{\Delta H}}{t_{\alpha} \sqrt{2}} \doteq B_{\Delta H} / 3 \quad (15)$$

Die Längengenauigkeit ist nur bei Minimalgefälle oder Vorfertigung der Einbauten von Bedeutung. (16)

Die Quertoleranz ist bei Vorfertigung der Rohre aus "sicher tolerierter" Addition der Einzeltoleranzen (Risiko erster und zweiter Art) oder "statistisch tolerierter" Addition (bei Risiko erster Art), sonst wegen Unsicherheit des Zwangsmaßes anzunehmen (meist ist  $B_{\Delta q}$  bei 10 bis 20 cm). (17)

Die untertägige Aufnahme eines Rohrstranges wird meist als eingehängter Polygonzug zwischen abgeloteten Schachtpunkten ausgeführt. Gemäß 56 S.19 oben und Abb. 1.6.3 ist der Querfehler innerhalb eines eingehängten Zuges doppelt so groß wie beim beidseitig angeschlossenen; der Wert A aus (6.1.2.4(12), (14), (19)) ist also zu verdoppeln und mit  $A=0,5$  anzunehmen; (18)

in 6.1.2.4(12) bleiben die sonstigen Glieder gleich. Ein 500 m langer, gestreckter, eingehängter Zug hat also bei einem zufälligen Lotungsfehler von  $\sigma_K = \pm 2$  cm der Abschlußpunkte und  $\sigma_{\beta} = 0^c5$  gemäß (18) und 6.1.2.4(12) einen zufälligen Querfehler des Zugsmittelpunktes gegen die obertägige Aufnahme von  $\sigma_q = \pm 2,5$  cm, bei  $\sigma_{\beta} = \pm 1^c$  von  $\sigma_q \pm 4,2$  cm, wobei (17) noch immer erfüllt ist!

Die üblichen Aufnahmekontrollen unter Tage (Anschlußrichtungen ev. durch gebrochene Strahlen nach weiteren Lotfußpunkten; Kreiselazimute) sind allerdings notwendig, da die Querrichtung hier überhaupt nicht redundant gemessen ist. (19)

Beispiel: Mit  $B_{\Delta} = f_{qmax} = 10$  cm,  $\sigma_q = \pm 5$  cm ist bei halber Zuglänge jeweils von 250 m Länge entsprechend  $f_{\beta max} = t_{\alpha} \cdot \sigma_{\beta} = \pm 3^c6$  (bei  $\alpha = 5\%$ ) für die Differenz zwischen obertägig und untertägig errechneten Winkeln, wobei hier die obertägigen Werte als fehlerfrei gelten müssen (vgl. 6.1.2.4(8)). (20)

Dieses  $f_{\beta max}$  gilt natürlich für alle Winkel-Schenkellängen  $\leq 20$  m Länge, wenn die Zuglänge des "gebrochenen Strahles" je 500 m beträgt. Die zwangszentrierte Messung gemäß HAUER-PLACH ist vor allem wesentlich wirtschaftlicher als die konventionelle bzw. ersetzt die dauerhaften Vermarkungen.

## 6.2.3 Absteckungen.

Wegen des engen Zusammenhanges der Absteckungen mit dem Baugeschehen und der Tatsache, daß die Lieferung sofort bei der Übernahme geprüft werden kann, scheint hier generell so wie bei 6.2.2(12) nur ein Lieferantenrisiko anzunehmen. (1)

Erfolgt die Absteckung "digital", also wie gewohnt durch Einzelpunkte, sind diese Punkte bei polarer Absteckung durch Nachmessen aller Konstruktionsmaße (Hauptmaße, Hauptbedingungen); bei Absteckung aus Elementen (Konstruktionsmaßen) durch eine unabhängige Polaraufnahme vom Abstecknetz auf Zuverlässigkeit zu überprüfen. (2)

Für die Relation Bautoleranz/Gewichtseinheit der Absteckung scheint 3.1.1(11) mit  $B = u_A = 0,6 u$  und  $\sigma_A = 0,3 u$  (hier mit  $t_\alpha = 1,96$ ,  $\alpha = 5\%$ ,  $\sigma_\alpha = u_A/t_\alpha$ ) angezeigt. (3)

Die Differenz zweier gemäß (2) doppelt ermittelter Absteckmaße darf somit, bei jeweils gleicher Grundgenauigkeit, den Wert  $t_\alpha * \sigma_A * \sqrt{2} \doteq u$  (Bautoleranz) nicht überschreiten. (4)

(4) gilt auch für Differenzen zwischen der Kontrollabsteckung aus Koordinaten und der Naturlage von Zwangspunkten, sowie für die Soll-Ist-Differenz von Zwangsmaßen in der Natur. Bei kontinuierlicher "analoger" Absteckung, z.B. von Vortriebsmaschinen mit Laser und Steuertafel, bei Höhenplanum durch Laserfächer, durch entsprechende Durchmesserrechner bei paraboloiden Gleitschalungen, bei Gleisstopf- oder Deckenaufbringungsmaschinen usw. treten an Stelle der Lagetoleranzen weitestgehend Formtoleranzen, Stetigkeitsbedingungen etc. Durch punktweise Aufnahme der Hauptpunkte bzw. Zumaße von konventionell abgesteckten Versicherungen ist diese Art der Absteckung gemäß (4) und 6.2.1.4(4) zu überprüfen bzw. zu justieren. (5)

Zu (4) wäre noch nachzutragen, daß möglichst die Messung der Elemente selbst genauer sein soll als jene der Polarmaße,  $\sigma_{\text{Polar}} > \sigma_{\text{Fl}}$ ; damit wird (3) näherungsweise zu  $\sigma_A \doteq \sigma_{\text{Polar}}$  und  $\Delta_{\text{max}} \doteq 2 \sigma_{\text{Polar}}$  ( $\Delta_{\text{max}} < u$ ).

Wegen 6.0.1(9) sowie im Sinne einer Risikominderung des Abnehmers (analog 5.1.2(1)) sind vorgefertigte Bauteile (Platten, Träger, Tübbingringe, Fassadenelemente ...) in Relation zu den Meßmitteln zu eichen, vgl. (5). (6)

Die Toleranzen von Objekten mit flächenhaftem Grundriß (Hochbauten u.dgl.) sind leicht zu formulieren; hier gibt es innere Bedingungen (Abmaße der Einzelelemente, funktionelle Zusammenhänge innerhalb des Baues) sowie äußere (Zwangsmaße gegen bestehende Objekte); beide werden teilweise von den Projektgrundlagen abhängig (vgl. 6.2.2(8); 3.1.1(22), (23)). (7)

Bei Objekten mit ausgezogenem Grundriß fehlen manchmal solche äußere Bedingungen wie Soll-Abstand von schweren Einbauten, Fundamenten. Es sind dann nur Stetigkeitsbedingungen gegeben. (8)

Stetigkeitsbedingung nullter Art : Versetzungstoleranz  
 $(\Delta_{qmax})$   
 - " - erster " : Richtungstoleranz;  
 $(\Delta_{\alpha max})$   
 - " - zweiter " : Winkelbildtoleranz  
 $(\Delta_{Rmax})$  (9)

Eine bekannte Stetigkeitsbedingung "nullter Art" ist die Durchschlagsgenauigkeit eines untertägigen Bauwerkes, besonders beim Gegenortsvortrieb.

Ist hierfür mangels anderer Zwangsbedingungen ein eigenes Tunnelnetz anzulegen, soll dieses natürlich zwangsfrei sein. In letzter Zeit ging man dazu über, solche Netze als "Freie Netze" anzulegen und auszugleichen, d.h. ohne jede Festpunkte. Da die Normalgleichungsmatrix natürlich singulär ist, wurde durch künstliche Bedingungen, wie das sehr logische Prinzip der "Inneren Genauigkeit" ihr Rang auf die Zahl ihrer Ordnung gebracht (MEISSL, RINNER, MITTERMAYER et alii). Meiner Meinung nach genügt es, einen Tunnelendpunkt als "fix" und die Tunnelrichtung als ungefähre Orientierungsrichtung anzunehmen. Damit ist das Rangdefizit der Normalgleichungsmatrix behoben und die Fehlerellipse des zweiten Endpunktes entspricht der relativen Fehlerellipse des Tunnels. (10)

Für die Tunnelabsteckung gilt wohl (1), da sie wegen nachwirkender tektonischer Verformungen, Entlastung, Tübbingrotation usw. häufig ab ovo nachgezogen und außerdem durch ein unabhängiges Verfahren (im Netz geeichter Kreisel) überprüft werden soll (Toleranz:  $t_{\alpha} * \sigma_{Orient.}$ ). (11)

Das Netz selbst muß aber auch Fehler zweiter Art vorsehen, wenn es später nicht mehr überprüft wird (z.B. als Netz für Bewegungsmessungen). (12)

Ist  $Q_{qq}$  der Kofaktor des Querfehlers zwischen den beiden vermarkten Tunnelenden (vgl. (10) oder 4.1.5, dort ist  $\sigma_{\gamma_{12}} = \sigma_0 Q_{12}$ )

$B_N$  die Toleranz für den Richtungswinkel aus dem Tunnelnetz,

$B_A$  der Absteckfehler a priori,

$B_A$  die Abstecktoleranz,

$B_Q$  die Durchschlagstoleranz,

setzen wir analog 3.1.1(11)

$$B_N = 0,6 B_A$$

$$B_A = 0,6 B_Q$$

$$\sigma_0 \sqrt{Q_{qq}} = B_A (t_\alpha + t_{1-\beta})^{-1} \doteq 1/4 B_A \doteq 0,1 B_Q \quad (13)$$

d.h. bei einer Durchschlagstoleranz von 10 cm müßte der a priori Querfehler aus dem Netz 1 cm sein!

Man sieht, wie wichtig eine exakte Formulierung aller Bautoleranzen ist, um auf wirtschaftliche Vermessungsgenauigkeiten zu kommen (vgl. 3.1.1(24), (25)).

Allgemein scheint es weiterhin praktikabel, Grundriß und Höhenlage getrennt zu tolerieren, sogar dann, wenn beide in engem funktionellen Zusammenhang stehen, wie bei Verkehrswegen, Seilbahnen, Staumauern usw. Nur bei schrägen Druckstollen und Standseilbahnen wird der dreidimensionale Raum bzw. solche Raumstrecken als Toleranzgrundlage dienen (vgl. 4.1.9). (14)

Von Sonderbauten, wie dem Münchner Olympiazeltdach, soll hier abgesehen werden.

Auf Formtoleranzen für zyklische Abweichungen kann ebenfalls nicht eingegangen werden, da diese weniger die Vermessung als die Bauausführung betreffen. (Dort sind sie allerdings wegen Gefahr von Aufschaukeln eines Fahrzeuges auf welliger Oberfläche, Schlingern auf Schienen, Brückenschwingungen, sehr zu beachten).

## 7. GRÜNDE FÜR BZW. VORGEHEN BEI TOLERANZÜBERSCHREITUNG.

7.1 Als Gründe für Toleranzüberschreitung können in etwa angegeben werden:

7.1.0 Zufällige Messungs- oder Interpretationsfehler außerhalb der  $S_{\alpha}$ -Schranke. Die Nullhypothese wird zwar abgelehnt (Fehler 1. Art), das Resultat ist aber richtig.

- Behebung: Nachmessen, Einsetzen des neuen Wertes.

7.1.1 Systemfehler im engeren Sinne: Mangelhafte Eichung der Meßmittel, mangelhafte Reduktion der Meßgrößen, mangelhafte Stabilität der Eichwerte der Meßmittel.

- Behebung: Falls keine Nacheichung oder Nachkorrektur möglich, Einführen geeigneter Maßstabfaktoren bzw. anderer Unbekannter (Refraktionskoeffizienten, Lotabweichungen) und deren Berechnen aus redundanten Zwangsbedingungen.

7.1.2 Systemfehler im weiteren Sinne:

7.1.2.1 Inhomogene Unterlagen. Die Ergebnisse verschiedenzeitiger bzw. verschiedenartiger Messungen wurden als Ausgangswert übernommen, besonders gefährlich bei Koordinaten- und Höhenangaben.

- Behebung: Die Unterlagen müssen in gegenseitige Relation gesetzt und für das vorliegende Problem homogenisiert werden. Möglichst von vornherein auf Grund von Erhebungen und Testmessungen nur gleichartige Unterlagen verwenden!  
Beispiel: Festpunkte aus verschiedenen Operaten. Homogenisierung durch Transformation in das jüngste Operat, wenn genügend Paßpunkte vorhanden; Schaffung von Paßpunkten durch Messungen in der Natur; neuer gemeinsamer Ausgleich nach KRAUS unter Einbeziehung neuer Elemente, welche zwar absolut genau gemessen waren, aber die Zwangsmaße überschritten hatten.

Nachteile: Ergebnisse sind vom Umfang des neu bearbeiteten Gebietes abhängig, mehr oder weniger kostspielig zu erlangen, Klaffungen am Gebietsrand bedingen neue Inhomogenität, Schwierigkeit bei Legalisierung der Resultate sogar bei technischen Operaten (Umrechnen von Projekten usw.). Das von MEISSL berechnete Abebben der Verzerrungen bei Einfügen eines inhomogenen Netzteilens ist nur für ideale Netze gültig.

7.1.2.2 Tektonische Gründe. Teile des Fest- oder Detailpunktfeldes haben sich in der Natur bewegt, obwohl a priori als fix angesehen (Hangkriechen, Verschiebungen, Versetzungen; Beschädigung der Festpunktvermarkungen), die Vermarkungen sind ident, die großräumige Lage nicht mehr.

- Behebung: Bei Festpunkten Ausscheiden der bewegten Punkte, wenn in der Minderzahl. Sonst Neumessung oder/und Neuausgleich, ev. auch jene Punkte fix halten, zu welcher eine fixe Relation besteht (Zwangsmaße, Trasseneinrechnung ...). Schlüsse auf Stabilität technischer Projekte liegen nahe! Von Haus aus Netz redundant anlegen, auf geologische und morphologische Gegebenheiten achten (Netzanlage durch Distanzer sehr erleichtert).

Beispiel: Großräumiges Hangkriechen, das zu flächenhaftem Versetzen von Grenzmarken führt. Die Eigentümer an den Unstetigkeitsstellen haben Pech: es handelt sich um "Höhere Gewalt", wie z.B. bei Abschwemmen an Ufern. Sie können ihre Grenzen nicht wiederherstellen lassen, da von beiden Seiten her verschiedene "Identitäten" anfallen und somit Grenzmarkenwiederherstellungen nach § 40 VG. Auch hier wäre die widersprüchliche Absteckung von zwei Seiten her jeweils einem Sachverständigen-gutachten im Grenzstreit gleichzusetzen, der nach § 1311 ABGB entschieden werden müßte (zum Nachteil des geschädigten Eigentümers, außer wenn der Erdbeben Folge eines abwendbaren Ereignisses war: unsachgemäße Bauführung u.dgl.).

Weiteres Beispiel: Richtungsabsteckung unter Tag; Verformung der Tunnelrohre bewirkt Versetzung von Zielmarken.

7.1.2.3 Echter Identitätsverlust. Abweichend von 7.1.2.2 ging die Erstvermarkung verloren und wurde ersetzt; oder sie war von Haus aus unbestimmt jenseits der Toleranzgrenze definiert.

- Behebung: Identitätsverlust feststellen; Neukoordinieren.

Beispiele: Festpunktvermarkungen gemäß 6.1.2.2(2); Detailpunkte gemäß 6.1.1.1(11).

7.1.3 Grobe Fehler. Falsche Numerierung, Ein-, Ausgabe-, Seh-, Lese-, Hörfehler, Fehlidentifikation, Fehler in Datenübertragung, Kartierung, Berechnung usw.

7.2 Art des Auftretens von Überschreitungen der Toleranzen und Fehlergrenzen.

7.2.1 A priori: In einem Netz oder Messungsprogramm werden die Toleranzgrenzen für die Zuverlässigkeitswerte gemäß 4.4.1  $\nabla l_i$ ,  $\nabla x_i$  bzw. die Fehlergrenzen  $\sigma_{l_{i\max}}$ ,  $\sigma_{x_{i\max}}$  auf Grund der Vorausberechnung überschritten.

Behebung: bessere Konditionierung durch zusätzlich eingebaute Planmessungen, Vergrößerung der Redundanz bzw. Senkung des Gewichtseinheitsfehlers.

7.2.2 Aus der Messungsdifferenz zu einem gewissen konkreten Zeitpunkt:

7.2.2.1 Überschreiten von Zwangsbedingungen:

Polygonzugsabschluß, Überschreitung der  $\nabla v_i$  im Netz, Überschreiten der Fehlergrenzen bei Parameterhypothese auf Streuung im Zwangsnetz.

Mögliche Ursachen:

Ein grober Fehler oder großer zufälliger Fehler in der Messung (7.1.3, 7.1.0): es wird nur ein  $\nabla v$ -Wert überschritten; bei Eliminieren eines verdächtigen Wertes ("Aufsuchen eines groben Fehlers"...) ist die Toleranz bzw. Fehlergrenze eingehalten. (1)

Mehrere Werte (1) sind nur bei großem Messungskollektiv zu erwarten ( $p(7.1.0) \doteq \alpha\%$ ,  $p(7.1.3) \doteq 1\%-2\%$ ).

Die Suche nach (1) ist bei geringer Redundanz oft schwierig (z.B. gestreckter Polygonzug!); in solchen Fällen ist die Redundanz einfach z.B. durch plausible Hilfsmittel, wie idente Punkte, zu steigern.

Systematische Fehler: Gleichmäßige systematische Fehler (7.1.1) wirken in einer Richtung und sind bei geeigneter Netzkonfiguration leicht zu ermitteln. Sonst hilft nur Eichen und Nachmessen. Hier gleichmäßige Verteilung der Widersprüche bei gleichen Bedingungen. (2)

Weitere Systemfehler (7.1.2.1) sind nur bei entsprechender Redundanz zu ermitteln, wenn Festpunkte wahlweise als Neupunkte betrachtet werden und dann die Toleranzen bzw. Fehlergrenzen erfüllt sind; dies siehe auch 7.2.3.1. (3)

## 7.2.2.2 Gestörte Identität:

Widersprüche bei Doppelaufnahmen zu einem Zeitpunkt. Meist 7.1.0, aber auch 7.1.3, 7.1.2.1 (falls Festpunktnetz Fehler 2.Art enthält), der Rest seltener.

## 7.2.3 Messungsdifferenzen einer Größe zwischen zwei verschiedenen Zeitpunkten. Es wird vorausgesetzt, daß die Widersprüche 7.2.2 zu beiden betrachteten Zeitpunkten bereinigt wurden und "Fehler zweiter Art" nicht vorkommen.

## 7.2.3.1 Überschreiten von Zwangsbedingungen:

Zeugt meist von Identitätsverlust der Zwangspunkte (7.1.2.1, 7.1.2.2, 7.1.2.3), Fehlersuche gemäß 7.2.2.1(3), vgl.6.2.1. (1)  
 Manchmal auch Auftreten eines systematischen Fehlers (7.1.1) nur zu einem der beiden Zeitpunkte. (2)

## 7.2.3.2 Gestörte Identität:

Unter Voraussetzung von Widerspruchsfreiheit in den Zwangsbedingungen (7.2.2.1, 7.2.3.1) und genügend redundanter Messung, um 7.1.0, 7.1.2.1 und 7.1.3 auszuschalten:

Entweder echter Identitätsverlust oder Verschiebung (7.1.2.2, 7.1.2.3) (1)

oder aber bei ungünstiger Netzstruktur eine Differenz in den zu beiden Zeitpunkten aufgetretenen systematischen Fehlern (vgl. 4.1.8). (2)

Je größer das jeweils betrachtete zusammenhängende und korrelierte Netz, desto günstiger zwar die Fortpflanzung der zufälligen Fehler und häufig auch die Redundanz, desto eher aber ein Überlagern und Aufschaukeln solcher Einflüsse, die durch die Ausgleichsrechnung nicht zu erfassen sind (vgl.auch 4.4.1(22)).

Dafür lassen sich aus quantitativer Überbesetzung in der Punktanzahl aus Kreuz- und Autokorrelationen oft Schlüsse auf systematische Einflüsse ziehen; z.B. gleichartiges Verhalten einer Punktmenge, die von einem gewissen Punkt, zu einem gewissen Zeitpunkt, mit einem gewissen Meßmittel eingeschaltet wurde. Unstetigkeiten, Vorzeichenreihen usw. helfen auch bei der Trennung von systematischen und zufälligen Fehlern.

Folgerung: möglichst problemorientierte und kompakte, aber zuverlässig konditionierte Vermessungskonzepte.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

Toleranzen sind Schranken, innerhalb welcher eine quantisierte Größe aus technisch-wirtschaftlich-rechtlichen Überlegungen heraus den Anforderungen von Auftragnehmer und Auftraggeber entspricht. Sie werden vom Auftraggeber beigestellt. (1)

Fehlergrenzen sind die Grenzwerte jener Meßgenauigkeit, welche aus mathematischen (Algorithmus der Messung) und stochastischen Gründen (a priori-Fehler und Gewichtsverteilung der Messungen) von Seiten des Auftragnehmers her die Einhaltung der Toleranzen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit erfüllen. Sie sind vom Auftragnehmer zu erstellen. (2)

(2) wird auf Grund fehlertheoretischer Überlegungen teilweise auch als Toleranz für Messungswidersprüche formuliert.

Der praktische Geodät arbeitet nicht als Selbstzweck, sondern in Zusammenarbeit mit anderen Disziplinen in wechselseitiger voller Abhängigkeit.

Auf die Geodäsie als unabhängige Geowissenschaft und Auftraggeber anderer Naturwissenschaften soll im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden. (3)

Die Zusammenarbeit besteht mit drei Interessengruppen, welche allerdings ebenfalls untereinander mehr oder weniger stark verknüpft sind:

o Geowissenschaften, Astrowissenschaften. (4)

o Ingenieurwissenschaften, Bauwesen, Energiewirtschaft. (5)

o Sozial-, Rechts- und Wirtschaftswissenschaften. (6)

Die entsprechenden Toleranzen können wie folgt zugeordnet werden:

(4) enthält von uns Vertrauensintervalle unserer Messungen;

(5) könnte uns Funktionstoleranzen stellen, welche wirtschaftlich-technisch begründet sind, war aber wegen der Schwierigkeit der zugehörigen Vorberechnung dazu nur selten in der Lage. Die von dieser Seite gekommenen Toleranzen wurden teils bereitwilligst eingehalten, teils stillschweigend mißachtet, was aber oft zu keinem Widerspruch führte, da sie dann vorsichtshalber zu eng gehalten waren.

(6) konnte uns wegen des deterministischen Charakters der Rechtsbegriffe zwar keine Toleranzen stellen, dafür haben wir ein mehr oder weniger kunstvolles Fehlergrenzschema gezeichnet.

In der vorliegenden Arbeit werden auf Grund der Annahme von zufälligen Meßfehlern unter Berücksichtigung der Erkenntnisse der mathematischen Statistik (Testtheorie), Zuverlässigkeits- und Informationstheorie folgende Richtlinien vorgeschlagen:

- Das statistische Risiko des Auftragnehmers für Fehler erster Art beträgt einheitlich 5 %, wie es in anderen Naturwissenschaften und Technologien gebräuchlich ist; (7)
- für den Fall einer besonderen Verantwortung und überall dort, wo der Vermessungsfachmann gleichzeitig auch den Auftraggeber vertritt, ist auch ein Risiko für Fehler zweiter Art im gleichen Ausmaß wie für solche erster Art vorzusehen. (8)
- Der Grenzkataster sowie die für ihn vorgesehenen Landesvermessungsarbeiten werden mit der Identitätsschranke von 20 cm toleriert. Wegen (8) müssen aus wirtschaftlichen Gründen drei Fehlergrenzstufen mit gestaffelten Risiken eingeführt werden. Die Anforderungen an das Festpunktnetz steigen stark an, so daß dieses für die meisten ingenieurgeodätischen Arbeiten brauchbar wird. Weiters wird auf die zunehmende Konvergenz Grenzkataster/Planung und Ingenieurgeodäsie hingewiesen. (9)
- Die Kompetenzen in der Ingenieurgeodäsie werden abgeklärt; die Genauigkeitsansprüche sollen individuell abgestimmt werden. Die Risikenverteilung wird nach Anlage der Arbeit festgelegt. Aus Erfahrungswerten wird ein Verhältnis Vermessungsgenauigkeit/Bautoleranz von 1:3 festgestellt, wobei die Vermessungsgenauigkeit im Sinne statistischer Tolerierung in Relation zu den Bautoleranzen gestellt wird. Die Baufehler sind häufig nicht normalverteilt, sondern gehen durch Nachkorrigieren oft bis an die Grenzen der a priori-Toleranzen. (10)
- Im Zuge des allgemeinen Wirtschaftswachstums sind Anforderungen und Möglichkeiten des Vermessungsfachmannes zu dynamisieren. (11)

Bei allen Überlegungen werden die wirtschaftlichen Gesichtspunkte aufgezeigt und die Unterdrückung systematischer Fehlerinflüsse sowie aber auch das Ausnützen positiver Korrelationen behandelt. Die Fehlergrenzen wurden hinsichtlich der normierten Normalverteilung berechnet, um bei geringen Redundanzen überhaupt zielführende Aussagen zu ermöglichen.

Obwohl man in einen vollautomatischen Datenfluß komplizierte oder "analoge" Toleranzen oder Fehlergrenzen einbauen könnte, werden hier nur einfache und leicht durchschaubare, sogar einprägsame Beziehungen und Größen angestrebt. Dies ist nicht nur aus Gründen statistischer Signifikanz sinnvoll. Auch aus Kostenoptimierungen ergibt sich im Sinne des erweiterten Begriffes einer "ganzzahligen Programmierung" und der technischen Möglichkeiten nur eine geringe Anzahl von differenzierten Genauigkeitsstufen.

In der nachstehenden Tabelle 23 wird abschließend eine Übersicht der vorgeschlagenen Toleranzen und Fehlergrenzen für einige vermessungstechnische Sparten gegeben.

Themenkreis	Toleranz							Statistische Risiken		(cm) a priori Standardabweichung				Zusätzlich empfohlene Tests			Toleriert wird primär		Qualitätsstufen
	Gesichtspunkt d. Erstellung			Tolerierte Größe, Maßzahl (cm)				Auftragnehmer (α%)	Auftraggeber (1-β) %	Strecke	Richtung	Höhe	Lotrichtung	Zuverlässigkeit	System.Fehler (Eichung)	Fehlergrenzen	Gleichzeitige Messung	Zeitreihe Identität	
	a priori	Funktion	Kosten	Strecke	Richtung	Höhe	Lotrichtung												
Grenzkataster	X			20				5	5,10 100					X		1)		X	3
davon: Festpunkte		X	X							3					X	1)		X	2)
Polygonpunkte		X	X							3					X	1)	X	X	
Detailpunkte	X		X							4-5				X				X	
Ingenieurgeodäsie																			3)
• Deformationsmessungen	X	X						5	5,10					X	X	X		X	
"- Richtwerte für Staumauern		X		0,5		0,5	1 <sup>c</sup>	5	5	0,1		0,1	0 <sup>c</sup> 2	X	X			X	
"- "- für Setzungsmessungen		X				2,5	20 <sup>c</sup>	5	10			0,5	4 <sup>c</sup>		X			X	
• Bestandspläne:																			
Zwangspunkte ober Tag		X		10		5		5	•	3		1,5					X	4)	
Schwere Einbauten unter Tag		X	X	10-20		3-20		5	•	3-7		1-7		X			X	4)	
• Absteckung: Hochbau:																			
Erdaushub		X	X	30		10		5	•	10		3						4)	
Bohrpfähle		X	X	10		5		5	•	3		1,5						4)	
Fundamente, Fertigteilbau		X	X	3	~ 3 <sup>c</sup> 5)	2	10 <sup>c</sup>	5	•	1		0,7	3 <sup>c</sup>	X	X		X	8)	
Liftschächte		X	X				2 <sup>c</sup>	5	•				0 <sup>c</sup> 7				X		
o Ober Tag: Verkehrswege: Schiene		X		10 <sup>9)</sup>	1,4 <sup>6)</sup>	1		5	•		0,5	0,3					X		
- " - : Straße	X	X		5 <sup>7)</sup>		3		5			1,5	1							
o Unter Tag: Teilausbau		X	X	~ 50	~ 50 <sup>9)</sup>	30		5		~ 15	~ 15	~ 10			X			8)	
Vollausbau, Fertigteile		X	X	~ 10	10 <sup>9)</sup>	5		5	5 <sup>10)</sup>	1-3	1-3	1,5		X	X			8)	
o Sportanl.: Leichtathl.Laufbahn		X		3				5		1							X		
30 m Schwimmbecken		X		0,3				5		0,1							X		

Anm.: 1) bei größeren Gebieten, großer Redundanz  
 2) in höchster Genauigkeitsstufe  
 3) nach Bedarf  
 4) hinsichtlich folgender Absteckung  
 5) Parallelität, rechte Winkel

6) Querfehler auf 4 m  
 7) nur hinsichtlich Zwangspunkten  
 8) wiederholte Messungen bei Baufortschritt  
 9) Lichtraumprofil, quer  
 10) Tunnelnetz

Tab. 23

## 9. FORMELSYMBOLE

Symbole werden im allgemeinen nur angeführt, wenn sie nicht direkt im Text erklärt sind oder mehrmals aufscheinen. Divergenzen in einzelnen Kapiteln sind oft auf übliche Ausdrucksweise in Fachgebiet und Literatur zurückzuführen.

[ ]	Gauß'sche Summensymbole (allgemein)
2.1.1.2	i Proportionalitätsfaktor zur Berechnung der Weite des Toleranzfeldes "Größtmaß - Kleinstmaß"
2.2.1.2	F Fehlergrenzen, d.s. Extremwerte des Toleranzfeldes
	L Länge der tolerierten Strecke
	h Höhe des tolerierten Gebäudes, Länge der tolerierten Vertikalstrecke
2.1.2	Nennmaß Sollmaß, Projektmaß
	Istmaß in der Natur ermitteltes Maß (am bemaßten Bauteil)
	Abmaß Abweichung Natur - Plan, Ist - Soll
2.2.2	f, f <sub>max</sub> Fehlergrenze
	f <sub>smax</sub> Koordinatenabschlußfehlergrenze beim Polygonzug
	f <sub>lmax</sub> Fehlergrenze bei Doppelmessung von Polygonseiten
	f <sub>βmax</sub> Winkelabschlußfehlergrenze beim Polygonzug
	s bzw. l Länge einer Polygonseite
	n Anzahl der Polygonwinkel
	a, b Größen, welche den Einfluß der systematischen bzw. zufälligen Streckenfehler ausdrücken sollen
	c Größe, welche den skalaren (streckenunabhängigen) Fehleranteil ausdrücken soll
	Δ <sub>y</sub> , Δ <sub>x</sub> Koordinatendifferenz zweier verschiedener Bestimmungen ein und desselben Punktes
	Δ <sub>F</sub> Fehlergrenze für Flächenbestimmungen

- M Maßstabszahl der graphischen Aufnahme
- F tolerierte Fläche
- r "wahrscheinlicher" Fehler im Sinne der Fehlerlehre (Ordnung der Fehler nach Absolutbeträgen, r liegt in Mitte dieser Reihe)
- $\sigma$  Standardabweichung, mittlerer Fehler
- $\rho$  empirischer Korrelationskoeffizient zwischen zwei n-gliedrigen Messungsreihen X, Y ( $X=(x_i)$ ,  $Y=(y_i)$ ,

$$\bar{x} = \frac{[X]_1^n}{n} \quad \bar{y} = \frac{[Y]_1^n}{n} )$$

$$\text{mit } \rho_{xy} = \frac{(\bar{x}-x)(\bar{y}-y)}{\sqrt{[(\bar{x}-x)^2][(\bar{y}-y)^2]}} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx} \sigma_{yy}}$$

2.2.4.1  $\alpha$  durchschnittlicher Neigungswinkel des Geländes

3.0.1 ABGB Allgemeines Bürgerliches Gesetzbuch

IK Ingenieurkonsulent

VG Vermessungsgesetz

KG Katastralgemeinde

VA Vermessungsamt

3.0.2  $\sigma_o$  mittlerer Gewichtseinheitsfehler, Verfahrensfehler a priori

K Kosten (für betrachtetes Verfahren je Produktionseinheit)

N Anzahl der Produktionseinheiten, welche bei gewissen Kosten K erzeugt werden

$\frac{\sigma_o}{D}$  relativer Verfahrensfehler (ausgedrückt in der empirisch häufigst anfallenden Streckenlänge D des Abstandes zweier Punkte)

P (un)kontr. Wahrscheinlichkeit, bei (un)kontrollierter Behandlung des Produktes keinen Ausschuß zu produzieren

W, F Wert bzw. Fläche eines Grundstückes

P Preis der Flächeneinheit

3.0.3  $p$  Wahrscheinlichkeit der einen,  
 $1-p=q$  - " - der anderen Alternative } Binominal-  
 $n$  Stichprobenumfang (Anzahl d. Alternat.) } verteilung

3.1  $\sigma_{G,A,B,D}$  (zufällige) Fehleranteile im Sinne mittlerer Fehler  
 $u_{G,A,B,D}$  tatsächlich auftretende Fehleranteile im Sinne von Fehlergrenzen  
 $u$  Abweichung Sollmaß - Istmaß am Bau  
 $\sigma_{u_{\max}}$  jene Baugenaugigkeit, welche gerade noch die Einhaltung der Bautoleranz  $u_{\max}$  gewährleistet

Bedeutung der Indices G,A,B,D (vgl. Abb.15):

G Grundlage, Projekt, Projektgrundlage

A Absteckung

B Bauausführung, bauseitige Einflüsse

D Deformations-, Überwachungs- und Änderungsmessungen bzw. solche Einflüsse

$f_{G,A,B}$  Faktoren, welche in der Linearform  $u = f_G u_G + f_A u_A + f_B u_B$  vorkommen und bei "sicherer" Tolerierung zu 1 werden; bei "Reserven" im Bauablauf sind die  $f_i \leq 1$ , da Teile der einzelnen Fehlerkomponenten durch Spielräume und Freiheitsgrade aufgefangen werden

$f^T$  Zeilenvektor der  $f_{G,A,B}$

$u$  Spaltenvektor der  $u_{G,A,B}$

$Q_{uu}$  Kovarianzmatrix der Bauungenauigkeiten  $\sigma_{G,A,B}^2$  mit  $Q_{AA} \cdot \sigma_0^2 = \sigma_A^2$  usw.

3.3.2  $s_i, s_M$  durchschnittlicher Festpunktabstand

$\sigma_s$  mittlerer Fehler dieses Abstandes

$\sigma_p$  mittlerer Helmert'scher Punktlagefehler eines Festpunktes

$F_n$  Messungs- und Ausgleichungsalgorithmus, welcher aus dem Punktfeld  $(n-1)$ ter Ordnung mit den Koordinaten  $x_{n-1}$  die Koordinaten des Netzes  $n$ -ter Ordnung gemäß  $x_n = F_n x_{n-1}$  bestimmt

$Q_{FF_n}$  Kovarianzmatrix der  $x_n$

$\sigma_v$  mittlerer Helmert'scher Punktlagefehler eines Detailpunktes

4.

$L$  normalverteilter Vektor

$l_i$  seine Komponenten ( $i = 1, \dots, n$ )

$(\dots) = E(\dots)$  Erwartungswert von  $(\dots)$ , Mittelwert

$Q$  Kovarianzmatrix, Matrix der quadratischen Fehlerkomponenten oder Gewichtsreziproken

$\exp(\dots)$  bedeutet  $e^{(\dots)}$

$\text{Det}(\dots)$  Ziffernwert der Determinante der Matrix  $(\dots)$

$f(\dots)$  Verteilungsdichte, Wahrscheinlichkeitsfunktion (-dichte) von  $(\dots)$

$Q_{rs}$  Elemente von  $Q$  ( $r = 1, \dots, n; s = 1, \dots, n$ )

$R_n$   $n$ -dimensionaler Raum;  $S_{R_n \dots S}$   $n$ -dim. Integral

$X = FL$  normalverteilter Vektor, durch die Lineartransformation  $F$  (Elemente  $f_{ij}$ ) aus  $L$  entstanden

$P$  Gewichtsmatrix

$p_i$  Gewichte, Elemente der Hauptdiagonalen von  $P$

$O$  Nullmatrix

$E$  Einheitsmatrix

Eigenwerte (einer Matrix): Die Theorie der Eigenvektoren bzw. Eigenwerte kommt aus der Elektrotechnik. Bei uns ist sie interessant, weil aus einer beliebigen Gewichtsreziprokenmatrix sehr übersichtlich die Hauptachsen des Korrelationsellipsoides anfallen. Eigenvektoren  $x$  einer quadratischen Matrix  $Q$  sind durch die Eigenwertgleichung  $Qx = \lambda^T x$  definiert;

$\lambda^T$  ist der Vektor der Eigenwerte  $\lambda_i$ , welche die Proportionalitätsfaktoren der jeweiligen Komponenten von  $\mathbf{x}$  zur Komponenten der Lineartransformierten  $(\mathbf{Q}\mathbf{x})_i$  bilden.

Man kann auch  $(\mathbf{Q} - \lambda^T \mathbf{E}) = \mathbf{0}$  schreiben.

Es gibt einer n-dimensionalen quadratischen Matrix n n-dimensionale Eigenvektoren; zu jedem Eigenwert  $\lambda_i$  stimmt eine Eigenwertgleichung als Proportionalitätsbedingung.

Ist  $\mathbf{Q}$  auch symmetrisch, sind die Eigenvektoren paarweise orthogonal. Man verfügt über  $\mathbf{x}$  so, daß seine Norm jeweils 1 ist.

$\in$ ... "Element von" (Element der Menge...)

N ( $\mu, \sigma^2$ ) Normalverteilung mit Mittelwert und Streuung

P Wahrscheinlichkeit

s Schätzung für  $\sigma$  auf Grund der Methode der kleinsten Quadrate,  $s^2$  ... empirische Varianz

4.1.2 x Realisierung, Stichprobe des Zufallsvektors  $\mathbf{x}$

$\bar{x}$  Mittelwert der  $x_i$

k Anzahl der Freiheitsgrade, Redundanz

t =  $\frac{x - \bar{x}}{\sqrt{\frac{1}{k} \sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{x - \bar{x}}{s}$  Stichprobenfunktion nach Student (vgl. Analogie zur normierten Größe  $\lambda = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$  !)

$\Gamma$  Euler'sche Gammafunktion;  $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx$ ;  
 $\Gamma(k+1) = k \Gamma(k)$

$\chi_k^2 = x_1^2 + \dots + x_k^2$  Stichprobenfunktion "Chiquadrat" vgl. Analogie zu [vv])

F Stichprobenfunktion als Quotient zweier empirischer Varianzen

4.1.4  $H_0$  "Nullhypothese", Annahme, ein gewisser Parameter einer Verteilung sei Null

$H_a$  "Alternativhypothese", Annahme, der bezeichnete Parameter nehme einen bestimmten Wert verschieden von Null an

$\alpha$  Signifikanz; Wahrscheinlichkeit, eine richtige Nullhypothese abzulehnen

$S = 1 - \alpha$  statistische Sicherheit

$\beta$  Macht des Tests; Wahrscheinlichkeit, eine falsche Nullhypothese abzulehnen

$S_{\alpha}$  Grenzen des Konfidenzintervalls (erster Art); umschließt jene Werte der Merkmalsachse, für welche mit  $S = 1 - \alpha$   $H_0$  nicht abgelehnt wird

$B_{\Delta}$  Erwartungswert gemäß der Alternativhypothese  $+s_{\alpha}$

$\phi$  Verteilungsfunktion, Summenfunktion (mit  $\phi = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 - \frac{\alpha}{2}$ )

4.1.5  $\sigma_x, \sigma_y$  mittlere Koordinatenfehler

4.2  $f(s)$  Größe als Funktion einer Streckenlänge  $s$

$a_i$  Koeffizienten in  $f(s)$  als Polynom in  $s$

$Q_{ff}$  Gewichtsreziproke von  $f$

$\sigma_{ff}^2$  Varianz von  $f$

$Q_{a_i a_j}$  Kofaktoren von  $a_i$

$n$  größter Exponent von  $s$ , Rang des Polynoms  $f(s)$

$c_j^2 = \sigma_0^2 \sum_{i=0}^j \sum_{k=0}^j Q_{a_i a_k}$  Koeffizienten in  $\sigma_{ff}^2$  als Polynom in  $s$

$a, b, c$  im Sinne von 2.2.2

4.2.4.1  $\sigma_L$  mittlerer Längsfehler im Polygonzug

$f_L$  tatsächlicher mittlerer Längsfehler im Polygonzug

$\sigma_{s_i}$  mittlerer Fehler der  $i$ -ten Polygonseite  $s_i$

$r$  hier: Anzahl der Seiten ( $i = 1, \dots, r$ )

$s_{\text{mittel}}$  mittlere Polygonseitenlänge

4.2.4.2  $t_L$  "durchschnittlicher" Längsfehler (im Sinne der Fehlerlehre)

$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  Werte aus Ausgleich mit  $t_L$ ; definitionsgemäß mit  $^5/4$  zu erweitern, um auf die Koeffizienten  $a, b, c$  für "mittlere Fehler" zu kommen

$F_0$  Stichprobenfunktion nach Fisher für bestehende Werte

$$F_0 = \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$F_{95,61,\infty}$  Fraktile (Sicherheitsgrenze) für  $F_0$  mit  $S = 1 - \alpha = 95\%$ , und den Freiheitsgraden  $k_x = 61, k_y = \infty$

4.3

$k$  Vektor der Korrelaten

$A$  Matrix der Koeffizienten der Verbesserungsgleichungen

$P^{-1}$  Gewichtsreziprokenmatrix der Beobachtungen vor dem Ausgleich

$Q$  Gewichtsreziprokenmatrix der Beobachtungen nach dem Ausgleich

$\sigma_{\text{Phot}}$  mittlerer Helmert'scher Punktlagefehler bei numerischer Luftbildauswertung für Detailpunkt

$\sigma_1$  mittlerer Fehler eines Sperrmaßes zwischen zwei Detailpunkten

4.4

$n$  Anzahl der Beobachtungen

$u$  Anzahl der Unbekannten

$k$  Redundanz, Anzahl der Freiheitsgrade

$s$  empirische Standardabweichung (wie 4.)

$v$  Vektor der Verbesserungen  $v_i$

.... |  $H_0$  Größe unter Zugrundelegen der Nullhypothese

.... |  $H_a$  - " - - Alternativhypothese

$\Delta v = v | H_a - v | H_0$  Vektor der Differenz der Verbesserungen unter Annahme einer "gestörten" bzw. "ungestörten" Beobachtung

$\lambda$  normierte Testgröße; hier normierte Differenz der quadratischen Formen  $v^T P v (= [pvv])$ , wobei die  $v$  einmal gemäß  $H_a$ , einmal gemäß  $H_0$  angesetzt werden

- $F_{1-\alpha; m, n}$  nach Fisher verteilte Testgröße mit Signifikanz  $\alpha$  und Freiheitsgraden  $m$  für den Zähler und  $n$  für den Nenner (vgl. 4.2.4.1)
- $F_{m, n, \lambda}$  modifizierte Fisher'sche Testgröße (gemäß nicht-zentraler F Verteilung)
- $\Delta l$  Beobachtungsvektor zu  $\Delta v$
- $Q_{vv}$  Kovarianzmatrix der Verbesserungen
- $\nabla$  "Nabla"; im allgemeinen Sprachgebrauch der "Hamilton-Operator" der Vektoranalysis, der wie Zeilenvektor der Differentialsymbole gehandhabt wird. Hier:  $\nabla_i$  ist die  $i$ -te Komponente des betrachteten Vektors  $\Delta$  und verursacht die Verschiebung  $\lambda$  der Größe ( $[pvv] | H_0$ ) auf ( $[pvv] | H_a$ ).
- $Q_{ll}$  Kovarianzmatrix der Beobachtungen ( $Q_{ll} = P^{-1}$ )
- $A$  Matrix der Koeffizienten der Verbesserungsgleichungen
- $\lambda_0$  Testgröße  $\lambda$  mit vorgegebenen Konsumenten- und Produzentenrisiken, Redundanz des Zählers = 1, des Nenners =  $\infty$ . Ist bei den genannten Annahmen konstant; Verschiebungsgröße, welche bei  $\alpha_0$   $\beta_0$  noch zulässig ist.  
 $\sigma \sqrt{\lambda_0}$  ist ein Fraktile für die vorgegebenen Risiken unter Annahme eines "groben" Fehlers ( $m=1$ )
- $\Delta x$  Differenzvektor der Unbekannten, welche unter  $H_a$  bzw.  $H_0$  erhalten werden
- $\nabla x_i$  unter der Voraussetzung des Grenzfehlers  $\nabla 1$  in der  $i$ -ten Beobachtung erhaltener Vektor der Unbekannten
- $\cos \gamma_i$  fingierter Faktor, welcher in der niederländischen Literatur als Maß der Güte (Kondition) des Ausgleichs verwendet wird. Bei  $\gamma_i = 0^\circ$  wird die  $i$ -te Messung auf  $[pvv]$  ohne Einfluß, d.h. eine solche Messung ist für unaufdeckbare grobe Fehler besonders anfällig, da unkontrolliert. Die Gesamtheit der restlichen Messungen wirkt orthogonal zur betrachteten.

- $P_1(X=i)$  Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von genau  $i$  Merkmalen in der Erstmessung  
 $P_2$  - " - in der Zweitmessung  
 $P_{1,2}$  - " - sowohl in Erst- wie auch in Zweitmessung  
 $p_\alpha$  Ausschußprozentsatz in Lieferung, welcher mit  $(1-\alpha)\%$  vom Produzenten festgestellt werden kann  
 $p_\beta$  Ausschußprozentsatz in Lieferung, welcher mit  $\beta\%$  vom Konsumenten festgestellt werden kann  
4.5  $I(x_i)$  Information, welche das Auftreten eines Ereignisses  $x_i$  vermittelt  
 $\lg$  logarithmus dualis  
 $H$  Entropie, Erwartungswert der Information  
 $\bar{H}$  Signalleistung der Nachrichtenquelle  
 $\bar{H}_{\max}$  Signalleistung der Störquelle (hier). Je größer  $\bar{H}_{\max}$  relativ zu  $\bar{H}$ , desto mehr Information muß in  $\bar{H}$  mitgeteilt werden, welche nur zum Überspielen von  $\bar{H}_{\max}$  dient und also "redundant" ist.  
5.  $B$  Toleranzbereich, Größtmaß-Kleinmaß ( $B_o - B_u = B$ )  
 $\dots M, \dots k$  Indices zu "Erst"- bzw. "Kontrollmessung"  
 $\mu$  Mittenmaß des Toleranzbereiches  
 $K$  Realisierung der Kontrollmessung  
 $\lambda_o, \lambda_u$  obere und untere Fraktile bei normierter Normalverteilung  
 $P$  hier: Wahrscheinlichkeit, daß Messung dem Bedarf genügt, d.h. zwischen  $B_u$  und  $B_o$  liegt  
 $\Delta$  Messungsdifferenz  $K - \mu$   
 $\sigma_{\bar{1}ii}$  Standardabweichung der  $i$ -ten ausgeglichenen Messung (hier Polygonseite)  
 $\sigma_{1ii}$  Pythagoras-Differenz der Standardabweichungen der  $i$ -ten Messungen vor und nach dem Ausgleich (vor dem Ausgleich wird der Gewichtseinheitsfehler angenommen); Genauigkeitszuwachs durch Ausgleich

$\tilde{p}$  fingiertes Gewicht der fiktiven Messung  $\tilde{l}$  ( $\tilde{l}$  ist das Resultat aller Beiträge aus dem Netz zur aus-  
geglichenen Messung, welche nicht von 1 stammen)

5.1.2  $t_\alpha$  Fraktile mit Sicherheitsrisiko  $\alpha$

$B_{\min}$  jene Verschiebung, welche mit Sicherheitsrisiko durch Null- und Verschiebungsmessung gerade noch nachgewiesen werden kann (a priori-Toleranz der Verschiebung)

$\sigma_{\Delta}$  zufälliger Gewichtseinheitsfehler der Messungs-  
differenz Nullmessung/Verschiebungsmessung

$a_\Delta$  systematischer Fehler der erwähnten Messungs-  
differenz

$q_u, q_o$  Fraktile der  $\chi^2$ -Verteilung

$\tau_\alpha$  Testgröße,  $\tau_\alpha = \sqrt{\chi_\alpha^2/k}$

6.  $B_{(\text{Index})}$  Toleranz

$c, k$  Additions- bzw. Multiplikationskonstante bei der  
Ausgleichsgeraden

$x_{oi}$  Eichmessungen

$\bar{x}_o$  ihr Schwerpunkt

$\xi_i$  auf den Schwerpunkt reduzierte Eichmessungen

...E Index "Eichmessung"

...K Index "Kontrollmessung", "Prüfgröße"

Indices:

... $\Delta$  Differenzmessung

...v Vermarkung

... $\bar{}$  aus Unbestimmtheit der Meßgrößen

... $\bar{}$  als Einfluß der Zeit, der Einwirkungen von außen

... $1,2$  Frstmessung, Zweitmessung (nur hier bedeuten  
Doppelindices Kovarianzen!)

6.1.1.3 T genauigkeitsorientierte Zielfunktion

S kostenorientierte Zielfunktion

- $\phi$  hier: Lagrange'sche Funktion bei der Optimierung  
(nicht Wahrscheinlichkeitsdichte)
- k Korrelate
- $k_i$  aufwandabhängige Kostenanteile
- $n_i$  fiktive Wiederholungszahlen
- $\sigma_{oi}$  zugehörige minimale Gewichtseinheitsfehler (bei  
 $n_i = \infty$ )
- $c_i$  empirische, fiktive aufwandabhängige Zufallsfehler.  
Bei  $n_i = 1$  wird der Gesamtfehler einer Messung zu  
 $\sqrt{\sigma_{oi}^2 + c_i^2}$
- 6.1.2.4 s Polygonseite
- L Distanz zwischen Anfangs- und Endpunkt
- Z Projektion des mittleren Polygonpunktes auf L  
(Länge der Abszisse)
- $\beta$  Brechungswinkel
- $\sigma_K$  Standardabweichung einer Koordinate der Festpunkte  
(unter Annahme kreisförmiger Fehlerellipsen ist  
der Helmert'sche Punktlagefehler  $\sigma_P = \sigma_K \sqrt{2}$ )
- A Einflußgröße der Anzahl der Standpunkte
- perp(s) $\beta$  Perpendikel von  $\beta$  auf die Entfernung s
- $\sigma_q, \sigma_l$  mittlere Quer- bzw. Längsfehler des Zuges
- n Anzahl der Standpunkte (Brechungswinkel)
- 6.1.2.6  $\sigma_{op}$  mittlerer Festpunktfehler a priori ( $\sigma_{op} = \sigma_K \sqrt{2}$ )
- 6.2.1.2  $Q_{\Delta x \Delta x}$  Kovarianzmatrix der Verschiebungen der Unbe-  
kannten
- $\nabla \Delta x_i$  Nablagröße der Verschiebung der Unbekannten  $x_i$
- 6.2.1.4  $w_i$  normiert-normalverteilte Testgrößen
- $v_i$  konkrete Verbesserungen der Meßwerte  $l_i$  aus dem  
Ausgleich
- $\sigma_{v_i}$  Standardabweichungen dieser Verbesserungen aus  
 $\sigma_o$  und Netzstruktur

- $\sigma_E$  Standardabweichung der klassischen Eichmessungsdifferenz
- $\sigma_{Aut}$  Standardabweichung des zu eichenden kontinuierlichen Verfahrens für die Differenz der Ablesungen bei den beiden Eichzeitpunkten
- 6.2.2  $\sigma_{OH}$  Standardabweichung der Detailpunktshöhe in cm (von Aufnahme her)
- $\bar{\sigma}_O$  hier: Standardabweichung der Höhendefinition
- $\alpha\%$  hier: Gefälle der Versorgungsleitung
- 6.2.3  $\sigma_{Polar}$  Standardabweichung eines Elementes, gerechnet aus Koordinaten der Polaraufnahme oder Absteckung
- $\sigma_{El}$  Standardabweichung eines direkt am Bau bestimmten Elementes
- $\Delta_{max}$  Widerspruch zwischen direkt und indirekt bestimmtem Maß am Element
- $\sigma_{orient}$  Standardabweichung eines Kreiselazimutes
- 7.2.1  $\nabla_{l_i}, \sigma_{l_i}$  Nablawerte und Standardabweichungen der Beobachtungen

## 10. Literatur

## 10.1 Normen, Dienstvorschriften

- 1 Anweisung IX vom 25.Oktober 1881 für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei der Erneuerung der Karten und Bücher des Grundsteuerkatasters in Preußen, Berlin 1881.
- 2 Building Standards Institution Stockholm, SIS o2 12 51 - o2 12 55; 1973
- 3 Deutsche Bundesbahn: Richtlinien für die Abnahme von Oberbauarbeiten. DV 82o der DB.
- 4 Dienstanweisung für die Neutrianquulierung des Gebietes von Österreich. Bundesvermessungsamt, Wien 1929.
- 5 Dienstvorschrift Nr.14 des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen: Fehlergrenzen. Wien 197o.
- 6 DIN 41o7, Baugrund: Setzungsbeobachtungen an entstehenden und fertigen Bauwerken. Beuth-Vertrieb 1969.
- 7 DIN 7151: ISO-Toleranzen. Beuth-Vertrieb 1964.
- 8 DIN 7184: Form- und Lagetoleranzen. Beuth-Vertrieb 1972.
- 9 DIN 7186: Statistische Tolerierung: Istmaßverteilung im Toleranzfeld. Beuth 1967 (mit Änderungsentwurf 1971).
- 10 DIN 51848: Prüfung von Mineralölen: Prüffehler und ihre Anwendung. Beuth 1972.
- 11 DIN 51849: Prüfung von Mineralölen: Prüffehler und Toleranz. Beuth 1972.
- 12 DIN 538o4: Prüfung von Textilien: Auswertung der Meßergebnisse. Beuth, 1961.
- 13 DIN-Taschenbuch Nr.22: Einheiten und Formelgrößen, Beuth-Vertrieb 1969.
- 14 Ergebnisse der Kommission für geometrische Genauigkeitsbestimmungen, ZfV 1879, S.352-374.
- 15 Instruction zur Ausführung der zum Behufe des allgemeinen Catasters ... angeordneten Landesvermessung; Wien 1824.

- 16 Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und polygonometrischen Vermessung behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters, Wien 1887 bzw. 1904.
- 17 SNV (Schweizerische Normenvereinigung) - VSS (Verein Schweizer Straßenfachleute), Normblätter 640540, 640542, 640543, 640545, 640548 (Absteckungen). Zürich 1969.
- 18 Tables des Tolérances applicables aux levés a grande échelle, entrepris par les services publics. Paris 1951.
- 19 The National Swedish Institute for Building Research: Measuring Practice on the Building Site. Stockholm 1973.
- 20 VDE 0410: Regeln für elektrische Meßgeräte.

Anm.: Niederländische Katasteranweisung siehe 31 .

#### **10.2 Technische Berichte, Vorträge, Lehrbücher, wiss.Arbeiten**

- 21 ACKERMANN: Fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit photogrammetrischer Streifentriangulationen. DGK Rh.C, Nr.87, München 1965.
- 22 ACKERMANN: Neue Ziele und Methoden der automatischen Berechnung umfangreicher geodätischer Netze. "Elektronische Tachymetrie", Sammlung Wichmann, Heft 15, 17-30.
- 23 ACKERMANN: Ergebnisse einer Programmentwicklung zur Blockausgleichung großräumiger Polaraufnahmen. Technik der elektroopt.Tachymetrie, Sammlung Wichmann, Heft 19, 57-81.
- 24 AESCHLIMANN: Zur Genauigkeit geodätischer Verschiebungsmessungen. Diss. an der ETH Zürich, Spross & Co., Kloten 1971.
- 25 Die Amtliche Kartographie Österreichs, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien 1970, Beiträge von ZUPFER und BERNHARD.
- 26 AGUILAR: Cost Analysis for Aerial Surveying, Phot.Eng.1967, S.81-89.
- 27 APEL: Tunnel mit Schildvortrieb. Werner, Düsseldorf 1968.
- 28 AYRES: Prognose und langfristige Planung in der Technik. Hanser, München 1971.

- 29 BAARDA: Statistical concepts in Geodesy. Netherlands Geodetic Commission, Vol.2, No.4.
- 30 BAARDA: A testing procedure for use in geodetic networks. Netherlands Geodetic Commission, Vol.2, No.5.
- 31 BAARDA - HARKING - DE GROOT: Handleiding voor de technische werkzaamheden van het kadaster. Delft, 1956.
- 32 BAUMANN: Die Anwendung statistischer Methoden bei der Untersuchung geodätischer Netze. DGK, Reihe C, Nr.175, München 1972.
- 33 BAUMANN: Untersuchung von Höhennetzen nach einem statistischen Verfahren. AVN 1974, 81-90.
- 34 Beirat für das Vermessungswesen: Bericht über die fünfte Tagung des Beirats für das Vermessungswesen 1928, Sonderheft der ZfV 1929.
- 35 BENTZ - MARTINI: Lehrbuch der Angewandten Geologie, 2.Band, Teil 2, Enke-Verlag, Stuttgart 1969.
- 36 Van den BERG: Accuracy in setting out and tolerances in construction and civil engineering surveys. FIG Kongreß Wiesbaden 1971, Vortrag 602.1.
- 37 BERNATZKY: Über Triangulierungsgenauigkeit, neue Fehlergrenzen und Genauigkeitskriterien. VT 1959, Heft 9.
- 38 BERNDT: Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. Springer 1929.
- 39 BERROTH: Joabs Schacht und Hiskias Tunnel: Dreitausend Jahre Bauingenieurgeodäsie. SZfV 1949, S.184 ff, S.202 ff.
- 40 BÖHM: Zur Frage des größten zulässigen Fehlers. VT 1958, 80-85.
- 41 BÖHM: Theorie der gesamten Fehler. ZfV 1967, 81-92, 139-149.
- 42 BÖHM: Die Messungsfehler und die statistischen Reihen. ZfV 1967, S.225-231.
- 43 BÖHM: Statistische Analysen von Meßergebnissen in der Ingenieurgeodäsie. VI.Internationaler Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision, Graz 1970, Vortrag 1/4.

- 44 BÖTTGER: Erzielung von Fertigungsvorteilen durch Anwendung statistischer Gesetze auf die Toleranzberechnung. Dis. an der TH Aachen, 1961.
- 45 BRAUNER: Toleranzrechnung im Austauschbau. Manuskript, Institut für Mech. Technologie II und Betriebstechnik der TH Wien, 1971.
- 46 BRANDSTÄTTER: Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung. Özfv, Sonderheft 18, 1957.
- 47 BÜRGER: Zur Wirtschaftlichkeit großmaßstäblicher Kartierungen mit photogrammetrischen Verfahren. VT 1967, 208-211.
- 48 ČALEK: Dokumentation unterirdischer Leitungen in einigen FIG-Ländern. FIG-Kongreß Wiesbaden 1971, Vortrag 606.1.
- 49 DITTRICH - MARHOLD: Das Vermessungsgesetz. Manz, Wien 1969.
- 50 FIG, Commission II: Cadastre et Remembrement Rural, Tome I, Paris 1962.
- 51 FINSTERWALDER - HOFMANN: Photogrammetrie. De Gruyter, Berlin 1968.
- 52 FRANKENBERGER: Das Österreichische Vermessungsgesetz vom 3. Juli 1968 - ein kritischer Vergleich mit den entsprechenden Normen des Vermessungswesens in der BRD. DGK, Reihe C, Nr. 183, München 1972.
- 53 GERKE - PELZER: Netzverdichtung oder Netzaufbau aus Funktionen gemessener Größen? AYN 1970, S. 309-317.
- 54 GOTTHARDT: Sind Messungswidersprüche ein Maß für die Meßgenauigkeit? Zfv 1950, 225-235.
- 55 GOTTHARDT: Einführung in die Ausgleichsrechnung. Wichmann 1968.
- 56 GOTTHARDT: Grundsätzliches zur Fehlertheorie und zur Ausgleichung von Polygonzügen und Polygonnetzen. Wichmann, Heft 12, 1971.
- 57 GOSSETT: Manual of Geodetic Triangulation. Washington 1950.
- 58 GRAF: Meßtechnik für Maschinenbau und Feinwerktechnik. Hanser, München 1969.

- 59 GRAFAREND: Die Genauigkeit eines Punktes im mehrdimensionalen EUKLID'schen Raum. DGK C/153, München 1970.
- 60 GROSSMANN: Grundzüge der Ausgleichsrechnung. 3.Auflage, Springer 1969.
- 61 HALLERMANN: Genauigkeitsangaben, Toleranzen, Normen. Vortrag am Deutschen Geodätentag 1972, Braunschweig.
- 62 HALLERMANN - ZIMMERMANN: Erreichbare und notwendige Genauigkeit im Hochbau. FIG Kongreß Wiesbaden 1971, Vortrag 6o2.4.
- 63 HALMOS - KÁDÁR - KARSAY: Local Adjustment by Least Squares Filtering. Sopron 1973.
- 64 HAMMER: Genauigkeit einiger antiker Absteckungen. Zfv 1911, S.573-586.
- 65 HAUSTEIN: Wirtschaftsprognose. Verlag Die Wirtschaft, Berlin, DDR, 1969.
- 66 HERDA: Das Verhältnis zwischen den Absteck- und Bautoleranzen. FIG Kongreß Wiesbaden 1971, Vortrag 6o2.2.
- 67 HERZOG: Zur Optimierung geodätischer Beobachtungen. DGK Reihe C, Heft Nr.180, München 1972.
- 68 HIGGINS: The accurate alignment of the Particle Accelerator NIMROD. Berkshire 1965.
- 69 HILGER: Die netzweise Ausgleichung einer oder mehrerer Triangulationsordnungen in einem Guß, untersucht an einem Graßbeispiel. DGK Rh C Nr.98, IFAG 1966.
- 70 HOCH - PROBST - RINNER: Diskussion um Genauigkeitsforderungen der Ingenieurgeodäsie. Manuskript aufliegend an der Öst.Bundesingenieurkammer, Wien 1974.
- 71 HÖRMANNSDORFER: Der Geodimeteereinsatz bei der Verdichtung des Festpunktnetzes im Stadtgebiet von Wien. ÖZfV 1969, 74-83.
- 72 HÖRMANNSDORFER: Die polygonale Festpunktverdichtung im Raum Wien. ÖZfV 1971, S.33-38.
- 73 JÓO: Genauigkeitsforderungen der neuen Bau- und geodätischen Methode. VI.Internationaler Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision, Graz 1970, Vortrag 1/13.

- 74 JORDAN: Handbuch der Vermessungskunde. 2.Auflage 1878, Bd.II, Seite 197.
- 75 JORDAN - EGGERT - KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. II: Feld- und Landmessung, Absteckungsarbeiten. Metzler 1963.
- 76 KAMENIK: Die großmaßstäbliche Photogrammetrie - eine Methode der Katastralneuvermessung. ÖZfV 1962, 64-72.
- 77 KLING: Probleme bei der Schaffung von Festpunktfeldern in Wien. BAFuV, Erste Fachtagung, Wien 1966.
- 78 KLOTZ: Probleme und Aufgaben von Raumplanung und Raumordnung unter Berücksichtigung von Plan- und Kartengrundlagen. 5.Fachtagung für Vermessungswesen, Wien 1971, S.105-116.
- 79 KÖNIG: Handbuch der empirischen Sozialforschung. 1.Band, S.173-181.
- 80 KÖHR: Optimierung von Messungen auf Kostengrundlage. ZfV 1967, S.92-97.
- 81 KOVARIK: Zur photogrammetrischen Bestimmung von Einschalt-  
punkten. ÖZfV 1971, 39-47.
- 82 KRAUS: Untersuchungen zur verketteten Ähnlichkeitstransformation. ZfV 1966, 123-130.
- 83 KRAUS: Verbesserung von photogrammetrischen Katastermessungen durch Einbeziehung terrestrischer Messungen. Bul 1967, S.70-74.
- 84 KRAUS - BETTIN: Kombinierte photogrammetrisch-terrestrische Katastervermessung. Bul 1970, S.241-248.
- 85 KRAUS: Katasterphotogrammetrie im praktischen Einsatz. AVN 1973, 121-137.
- 86 KRAUS: Prädiktion und Filterung mit zwei verschiedenen Stützpunkt-Gruppen. ZfV 1973, 146-154.
- 87 KRAUS - KRACK: Detailprobleme und Erfahrungen bei der Bearbeitung großräumiger Polaraufnahmen. Sammlung Wichmann, Heft 19, 82-97.
- 88 KREYSZIG: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Vandenhoeck & Ruprecht 1968.

- 89 KRZIZEK: System des österreichischen Baurechtes. Österr. Staatsdruckerei 1972.
- 90 LÄMMERHIRT: Genauigkeitsanforderungen bei den Vermessungsarbeiten für den Bau des neuen Elbtunnels in Hamburg. FIG Kongreß 1971 Wiesbaden, Vortrag 604.6.
- 91 LANG: Deformationsmessungen an Staumauern. Verlag der Abteilung für Landestopographie, Bern 1929.
- 92 LAZZARINI: Ingenieurgeodäsie. Spezialbericht zum X. Internationalen Kongreß der FIG, Wien 1962.
- 93 LEHMANN: Leitfaden der Längenmeßtechnik. VFB Verlag Technik, Berlin 1960.
- 94 LINNIK: Die Methode der kleinsten Quadrate in moderner Darstellung. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1961.
- 95 LINKWITZ: Die Ermittlung des Zuschnitts für die Dächer der Olympiastätten München. Zfv 8/72, S.347-353.
- 96 LINKWITZ: Geodätische Verformungsmessungen als Hilfsmittel für den Bauingenieur. "Beiträge aus der Geodäsie der Gegenwart", Bonn 1973, S.71-78.
- 97 LINKWITZ - SCHWFBEL: Die Approximation von Freihandlinien mit Kreisen und Klothoiden durch eine ersatzweise Ausgleichung im Winkelbild. Zfv 1973, 58-67.
- 98 LUGNER - PALFINGER: Dynamische Fahrkurven in Übergangsbögen. ÖZfv 1972, 90-96.
- 99 MALCHOW: Katastervermessung und ihre geodätischen Grundlagen, dargestellt am Beispiel der Schweiz. Festschrift Schmidheini, Wild-Heerbrugg 1963, S.77.
- 100 MAHRZAHN: Aufgaben des Vermessungsingenieurs bei der Planung und beim Bau von Hochenergie-Beschleunigern. VI. Internationaler Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision, Graz 1970, Vortrag 7/8.
101. MECKENSTOCK - WITTMANN: Deformationsmessungen an Industriebauten (Kraftwerken). FIG Kongreß 1971 Wiesbaden, Vortrag 605.2.

- 102 MEIER, H.: Die Erhaltung des trigonometrischen Festpunktfeldes. AVN 1972, S.21-28.
- 103 MEIER, S.: Zur Abschätzung des Einflusses von Korrelationen auf die Unbekannten einer Ausgleichung. AVN 1971, S.70 ff.
- 104 MEISSL: Über zufällige Fehler in regelmäßigen gestreckten Ketten. ZfV 1969, 14-26.
- 105 MEISSL: Investigations of random error propagation in geodetic networks. Intern.Symposium Satellite and Terrestrial Triangulation, S.301-308, Graz 1972.
- 106 MEYER's Handbuch über die Wirtschaft (KOSSBIEL: Die Produktion), BI, 1966.
- 107 MITTER - RINNER: Diskussion um den Kataster im "Fernen Osten". ÖZfV 1962, 31-33.
- 108 MILEV: Ausgleichung, Analyse und Interpretation von Deformationsmessungen. DGK Rh.C, Nr.192, München 1973.
- 109 MÜLLER: Entwicklungstendenzen in der Ingenieurgeodäsie. VT 1974, Hefte 1-3.
- 110 NOELLE - NEUMANN: Umfragen in der Massengesellschaft. Rowohlt's Deutsche Enzyklopädie 177/178.
- 111 OBERHOLZER: Amtliche Fehlergrenzen des Katasters für die Neumessung von landwirtschaftlich genutzten Grundstücken. DGK Reihe C, Nr.130, München 1969.
- 112 OTEPKA: Untersuchung über die Einsatzmöglichkeit der Blockausgleichung in Österreich. Dissertation, eingereicht an der TH Wien 1974.
- 113 PELZER: Analyse von Deformationsmessungen. Wiesbaden, FIG Kongreß 1971, Vortrag 605.1.
- 114 PELZER: Einige Aspekte der Genauigkeitsoptimierung in geodätischen Netzen. AVN 1972, 350-360.
- 115 PETERS, J: Einführung in die Allgemeine Informationstheorie. Springer, 1967.
- 116 PETERS, K.: Nachbargenauigkeit und Kataster. Dissertation an der TH Wien, 1969.

- 117 PETERS, K.: Tendenzen der Ausgleichsrechnung. ÖZfV 1970, S.145-155; ÖZfV 1971, S.69-82.
- 118 PETERS, K.: Absolute und relative Genauigkeit beim Messen. ÖZfV 1974, Heft 1.
- 119 PFEIFFER: Allgemeine Theorie der technischen Entwicklung. Ruprecht, Göttingen 1971.
- 120 REISSMANN: Die Ausgleichsrechnung. 3.Auflage 1973, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.
- 121 RICHARDUS: Project Surveying. North Holland Publishing Company, 1966.
- 122 RINNER: Grundlagenprobleme bei Ingenieurvermessungen. Erste Fachtagung des BAfEuV, Wien 1966.
- 123 RINNER: Bericht über die im Jahre 1971 ausgeführten Laser- und Mikrowellenmessungen im Testnetz Steiermark. Mitt.Geod. Inst., TH Graz 1973, Folge 13.
- 124 ROSE - ZENTGRAF: Die Polaraufnahme - ihre Genauigkeit und der Wert ihrer Kontrollen. AVN 1972, Heft 3.
- 125 ROSE - ZENTGRAF: Vermessung von enggebauten Ortslagen. VR 12/72, 457-463.
- 126 RUDELSTORFER: Genauigkeit von Massenermittlungen im Straßenbau. FIG Kongreß Wiesbaden 1971, Vortrag 603.3.
- 127 SCHMID: Ein allgemeiner Ausgleichs-Algorithmus zur Auswertung von hybriden Meßanordnungen. BUL 1965, 93-102, 173-176.
- 128 SCHMITT: Absteckungsarbeiten und Kontrollmessungen beim Bau des olympischen Zelt-daches. ZfV 8/72, S.347-353.
- 129 SCHMITT: Über die Vermessung der Sportanlagen für die XX. Olympischen Spiele in München. ZfV 1972, 360-369.
- 130 SCHÜLLER: Korrelationsänderungen und scheinbare Punktverschiebungen im Trilaterationsnetz. Mitteilungen aus dem Inst.f.Theoret.Geodäsie, Bonn 1973.
- 131 SCHWENDENER: Elektronische Distanzmesser für kurze Strecken - Genauigkeitsfragen und Prüfverfahren. SZfV 1971, S.59-66.

- 132 SCHYPULA: Einsatz des Stadtvermessungsamtes Frankfurt am Main beim Bau einer modernen Großsiedlung. ZfV 1967, 310-320.
- 133 SEYFERT: Zur Anwendung der Aerophotogrammetrie im Ingenieur-Vermessungswesen. VT 1967, 144-149.
- 134 SMIRNOW - DUNIN - BARKOWSKI: Mathematische Statistik in der Technik. Berlin 1969.
- 135 SCHUPPICH - SPORN: Handbuch des Österreichischen Rechtes. Andreas Verlag, Salzburg.
- 136 SPRAGUE: Ingenieure der Antike. Econ, 1968.
- 137 STAHL: Vermessungsarbeiten an Bauten und Fertigteilen. AVN 11/72, S.454-463.
- 138 STICKLER: Zur Frage der photogrammetrischen Bestimmung von Punkten des Festpunktfeldes. Erste Fachtagung, Wien 1966, BAfEuV.
- 139 STORM: Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Statistische Qualitätskontrolle. VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- 140 SUST: Die Fehlergrenzen der Neumessungsanleitung. VT 1955, S.45-48.
- 141 THOROGOOD: Investigations into setting out on building sites. A note for the meeting of FIG/CIB. Working Group on Measuring Tolerances, Stockholm, March 1973.
- 142 TSCHOCHNER: Toleranzen, Passungen, Grenzlehren. Geist & Portig, Leipzig 1959.
- 143 VOLBEDA: The Importance of Geodetic Work in the Building Industry. Vortrag 6o2.3, FIG Kongreß Wiesbaden 1971.
- 144 WALDHÄUSL: Katasterphotogrammetrie. In RINNER - BURKHARDT - JORDAN/EGGERT/KNFISSL, Handbuch der Vermessungskunde, Bd.III a/1, Metzler 1973.
- 145 WOLF: Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dümmler, Bonn 1968.
- 146 WOLF: Polarität und Optimierung bei freien und eingeschalteten geodätischen Netzen. AVN 1970, 291-298.

- 147 ZACHER: Ingenieurgeodätische Genauigkeitsforderungen und ihre Dokumentation. VT 1974, 93-95.
- 148 ZARUBA - MENCL: Ingenieurgeologie. Akademie-Verlag, Berlin 1961.
- 149 ZEGER: Fehlergrenzen für langseitige Polygonzüge. ÖZfV 1971, S.50-54.
- 150 ZIMMERMANN: Messungen an Brücken. ZfV 2/66, S.54-60.

# Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

## Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie

- Sonderheft 20: H. G. Jerie, *Weitere Analogien zwischen Aufgaben der Mechanik und der Ausgleichsrechnung*. 24 Seiten mit 14 Abbildungen, 1960. Preis S 32,— (DM 5,50).
- Sonderheft 21: Mader, *Die zweiten Ableitungen des Newton'schen Potentials eines Kugelsegments — Topographisch berechnete partielle Geoidhebungen. — Tabellen zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattenförmiger, prismatischer Körper*. 36 Seiten mit 11 Abbildungen, 1960. Preis S 42,— (DM 7,50).
- Sonderheft 22: Moritz, *Fehlertheorie der Graphisch-Mechanischen Integration — Grundzüge einer allgemeinen Fehlertheorie im Funktionenraum*. 53 Seiten mit 6 Abbildungen, 1961. Preis S 52,— (DM 9,—)
- Sonderheft 23: Rinner, *Studien über eine allgemeine, voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses*. 44 Seiten, 1960. Preis S 48,— (DM 8,—)
- Sonderheft 24: *Hundertjahrfeier der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung 23. bis 25. Oktober 1963*. 125 Seiten mit 12 Abbildungen, 1964. Preis S 120,— (DM 20,—)
- Sonderheft 25: *Proceedings of the International Symposium Figure of the Earth and Refraction; Vienna, March 14th—17th, 1967*. 342 Seiten mit 150 Abbildungen, 1967. Preis S 370,— (DM 64,—).
- Sonderheft 26: Waldhäusl, *Funktionale Modelle der Streifen- und Streifenblockausgleichungen mit einfachen und Spline-Polynomen für beliebiges Gelände, 1973*. Preis S 100,— (DM 15,—)
- Sonderheft 27: Meyer, *Über die transalpine Ölleitung, 1974*, Preis S 70,— (DM 10,—)
- Sonderheft 28: *Festschrift Karl Ledersteger*. 317 Seiten, 1970. Preis S 200,— (DM 30,—)
- Sonderheft 29: Peters, *Die Problematik von Toleranzen bei Ingenieur- sowie Besitzgrenzvermessungen*. 227 Seiten, 1974. Preis S 120,— (DM 18,—)

## OEEPE, Sonderveröffentlichungen

- Nr. 1: Rinner, *Analytisch-photogrammetrische Triangulation eines Teststreifens der OEEPE*. 31 Seiten, 1962. Preis S 42,—.
- Nr. 2: Neumaier und Kasper, *Untersuchungen zur Aerotriangulation von Überweitwinkelaufnahmen*, 4 Seiten, 2 Seiten Abbildungen, 1965. Preis S 10,—.
- Nr. 3: Stickler und Waldhäusl, *Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien*, 4 Seiten, 8 Tabellen, 1967. Preis S 20,—.

Alte Jahrgänge der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen liegen in der Bibliothek des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen auf und können beim Österreichischen Verein für Vermessungswesen bestellt werden.

### Unkomplette Jahrgänge:

à 20,— S; Ausland 4,— sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 1 bis 5 ..... 1903 bis 1907  
7 bis 12 ..... 1909 bis 1914  
17 ..... 1919  
19 ..... 1921

### Komplette Jahrgänge:

à 40,— S; Ausland 8,— sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 6 ..... 1908  
13 bis 16 ..... 1915 bis 1918  
18 ..... 1920  
20 bis 35 ..... 1922 bis 1937  
36 bis 39 ..... 1948 bis 1951  
à 72,— S; Ausland 15,— sfr bzw. DM u. Porto  
Jg. 40 bis 49 ..... 1952 bis 1961  
à 100,— S; Ausland 20,— sfr bzw. DM u. Porto  
Jg. 50 bis 53 ..... 1962 bis 1965  
à 130,— S; Ausland 28,— sfr bzw. DM u. Porto  
Jg. 54 bis 59 ..... 1966 bis 1971  
à 160,— S; Ausland 210,— S oder 30,— DM  
bzw. 35,— sfr u. Porto  
Jg. 60 und 61 ..... 1972 und 1973  
à 210,— S; Ausland 270,— S oder 39,— DM  
bez. 44,— sfr u. Porto  
Jg. 62 ..... ab 1974

# Österreichische Staatskartenwerke

Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen

A-1000 Wien, Krotenthalergasse 3 Tel. 427546

Österreichische Karte 1:25000 (nicht fortgeführt) . . . . .	13,—
Österreichische Karte 1:50000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) . . . . .	25,—
Österreichische Karte 1:50000 mit Straßenaufdruck . . . . .	22,—
Österreichische Karte 1:50000 ohne Aufdruck . . . . .	20,—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) . . . . .	16,—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50000 ohne Wegmarkierung . . . . .	10,—
Österreichische Karte 1:200000 mit Straßenaufdruck . . . . .	25,—
Österreichische Karte 1:200000 ohne Straßenaufdruck . . . . .	20,—
Alte Österreichische Landesaufnahme 1:25000 . . . . .	10,—
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200000 . . . . .	
Blätter mit Straßenaufdruck (nur für das österr. Staatsgebiet vorgesehen) . . . . .	15,—
Blätter ohne Straßenaufdruck . . . . .	12,—
<b>Gebiets- und Sonderkarten</b>	
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, mit Namensverzeichnis, gefaltet . . . . .	59,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, ohne Namensverzeichnis, flach . . . . .	39,—
Namensverzeichnis allein . . . . .	16,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe mit Namensverzeichnis, gefaltet . . . . .	53,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe ohne Namensverzeichnis, flach . . . . .	33,—

## Neuerscheinungen

Katalog über Planungsunterlagen . . . . .	S 200,—
Einzelblatt . . . . .	S 10,—
<b>Kulturgüterschutzkarten:</b>	
Österreichische Karte 1:50000 je Kartenblatt . . . . .	S 67,—
Burgenland 1:200000 . . . . .	S 87,—

### Österreichische Karte 1:50000

10 Wildendürnbach	24 Mistelbach/Zaya	117 Zirl
22 Hollabrunn	25 Poysdorf	128 Gröbming
23 Hadres	26 Hohenau	

Österreichische Karte 1:200000:

Blatt 47/15 Graz	48/12 Kufstein	48/16 Wien
Blatt 47/15 Graz u. orohydr. Ausgabe		

### Umgebungs- und Sonderkarten:

Hochschwab 1:50000	Umgebungskarte Mayrhofen (Zillertal) 1:50000
Burgenland 1:200000	Hohe Wand und Umgebung 1:50000
Schneeberg und Rax 1:25000	Umgebungskarte Innsbruck 1:25000

In letzter Zeit berichtigte Ausgaben der Österreichischen Karte 1:50000

61 Hainburg a.d. Donau	79 Neusiedl a. See
76 Wr. Neustadt	109 Pamhagen