

Sonderheft 4  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen

Zweimedienphotogrammetrie

Dr.-Ing. Karl Zaar, Graz



Technische Hochschule Wien  
Institut für Höhere Geodäsie  
und Sphärische Astronomie  
in IV., Karlsplatz

Herausgegeben vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
Gruppe Vermessungswesen

Eigentümer und Verleger:  
Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

WIEN 1948

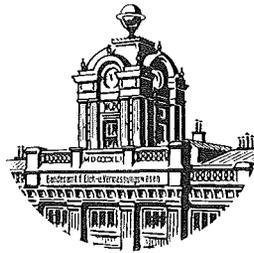
Bisher sind folgende Sonderhefte erschienen:

- Sonderheft 1: Festschrift Eduard Dolezal, 198 Seiten, Neuauflage 1948  
Preis S 18.—
- Sonderheft 2: Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme, 40 Seiten, 1935  
wird neu aufgelegt
- Sonderheft 3: Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid  
140 Seiten, 1948 Preis S 25.—
- Sonderheft 4: Zaar, Zweimedienphotogrammetrie, 40 Seiten, 1948  
Preis S 18.—
- Sonderheft 5: Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie, 45 Seiten, 1948 Preis S 18.—

**Sonderheft 4**  
der **Österreichischen Zeitschrift**  
für **Vermessungswesen**

**Zweimedienphotogrammetrie**

**Dr.-Ing. Karl Zaar, Graz**



Herausgegeben vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
Gruppe Vermessungswesen

Eigentümer und Verleger:  
Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

WIEN 1948

**Technische Hochschule Wien**

Lehrkanzel für Höhere Geodäsie  
und Sphärische Astronomie

*Inv. Nr. 809 / 4*

Druck von Rudolf M. Rohrer, Baden bei Wien

Der Gegenstand dieser Studie ist die meßbildtechnische Behandlung von Photogrammen, bei denen sich das abgebildete Objekt in einem anderen optischen Medium befindet als die Aufnahmekammer. Dies ist beispielsweise bei Unterwasserobjekten (z. B. Gelände unter Wasser), welche aus der Luft aufgenommen wurden, der Fall. Die hierbei in Betracht kommenden zwei Medien — Luft und Wasser — sollen auch bei den nachfolgenden wissenschaftlichen Untersuchungen angenommen und einschlägige Meßbilder kurz als „Unterwasserphotogramme“ bezeichnet werden.

Wiewohl die „Zweimedien-Photogrammetrie“ bereits seit längerem in den Interessenbereich des Theoretikers und Praktikers getreten ist, liegen, soweit derzeit die Literatur zugänglich ist, noch keine einschlägigen Veröffentlichungen vor. Vom Standpunkt der Bildmessung mangelt es vor allem an den geometrisch-optischen Grundlagen. Diese sollen zunächst entwickelt werden, um auf sie gestützt eine Theorie der Zweimedien-Photogrammetrie aufzustellen, die, in Erschließung neuer Anwendungsgebiete, der Praxis nutzbar gemacht werden könnte. Aus diesen Gesichtspunkten ergab sich für die Bearbeitung des Forschungsthemas nachstehende Stoffgliederung:

- I. Optisch-geometrische Grundlagen.
  - a) Das Brechungsgesetz in rechnerischer, zeichnerischer und instrumenteller Behandlung.
  - b) Untersuchung über die durch die Lichtstrahlenbrechung entstehenden scheinbaren Punkt-, Linien- und Flächengebilde. Entwicklung einschlägiger Rechenformeln und zeichnerische Verfahren.
- II. Photographischer Teil.
- III. Photogrammetrischer Teil.
  - a) Allgemeines.
  - b) Bildorientierung.
  - c) Einbildaufnahmen und Messung:
    - α) Senkrechtaufnahme,
    - β) Schrägaufnahme.
  - d) Doppelbildaufnahmen und Messung.
- IV. Anwendungsmöglichkeiten.
- V. Unterwasserphotogramme im besonderen.
  - a) Der Idealfall der Aufnahme.
  - b) Abweichungen vom Idealfall.
  - c) Schlußfolgerungen.
- VI. Vorschläge für eine weitere Bearbeitung des Forschungsthemas.
- VII. Aufnahme-, Messungs- und Auswertungsversuche; Hilfsmittel derselben.

## I. Optisch-geometrische Grundlagen

a) Das Lichtbrechungsgesetz in rechnerischer, zeichnerischer und instrumenteller Behandlung

Die photographische Abbildung wird durch gebrochene Lichtstrahlen erzeugt, welche dem Lichtbrechungsgesetz folgen, nach welchem der Quotient aus dem Sinus des Einfallswinkels  $\alpha$  und dem des Brechungswinkels  $\beta$  konstant und zwar gleich dem Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Medien ist. Es gilt also  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  (1). Der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl liegen in einer Ebene. Die Konstante  $n$ , die Brechzahl oder der Brechungskoeffizient, ist von der Farbe des Lichtes abhängig. Er wird für Wasser im Mittel mit  $\frac{4}{3} = 1,33$  angenommen und mit diesem Wert im folgenden in Rechnung gestellt. Es findet also beim Eintritt eines Strahles von Luft in Wasser eine Brechung zum Lot statt. Die rechnerische Beziehung  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  kann auch zeichnerisch erfaßt werden. Auf die einschlägigen bekannten Verfahren gestützt, lassen sich weiters Geräte entwickeln, welche das Brechungsgesetz mechanisch umsetzen. Der Verfasser hat ein derartiges Kartierungsgerät entworfen und als Versuchsmodell herstellen lassen, über welches an anderer Stelle berichtet werden wird. Das Gerät liefert für einen beliebigen Brechungskoeffizienten  $n$  bei Einstellung des Einfallswinkels  $\alpha$  an der Zielkante eines Schwenklineals automatisch den Brechungswinkel  $\beta$ .

Für die Untersuchungen im vorliegenden Arbeitsgebiet interessiert häufig die Bestimmung der Lage des Einfallpunktes  $E$  eines gebrochenen Strahles, der durch die bezüglichlichen gegebenen Punkte  $O$  und  $P$  hindurch geht. Ist, laut Abb. 1, ihre gegenseitige Lage durch die Strecken  $h$ ,  $c$  und  $t$  gegeben, so ergibt sich die gesuchte Strecke  $x$ , welche die Lage des Einfallpunktes  $E$  festlegt, durch die Gleichung 4. Grades:

$$\left. \begin{aligned} (n^2 - 1) x^4 - 2 c (n^2 - 1) x^3 + (c^2 n^2 + h^2 n^2 - t^2 - c^2) x^2 \\ - 2 c h^2 n^2 x + h^2 c^2 n^2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Die rechnerische Auswertung dieser Gleichung nach  $x$  ist umständlich. Es würde wohl meist ausreichen, diese Unbekannte, die zwischen den Werten  $\frac{hc}{h+t} < x < c$  liegt, durch Näherung zu bestimmen, etwa durch fortgesetzte Intervallhalbierung o. dgl. Zweckmäßiger sucht man die Lösung auf zeichnerischem Weg.  $x$  könnte z. B. als Abszisse des Schnittpunktes  $S$  der beiden, durch folgende Gleichungen gegebenen Kurven  $K_1$  und  $K_2$  bestimmt werden.

$$K_1 \dots y = \frac{x^2}{h^2 + x^2}, \quad K_2 \dots y = \frac{n^2 (c - x)^2}{t^2 + (c - x)^2} \dots (3)$$

Eine einfache zeichnerische Lösung, die nur die Benützung eines Lineals erfordert, wurde von Dr. Edmund Scholz (seinerzeit in Berlin) durch Einführen eines Hilfswinkels  $\gamma$  gefunden, wobei bei dem Einfallswinkel  $\alpha$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{n^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{n} \dots \dots \dots (4)$$

angenommen ist. — Schon hier sei erwähnt, daß der Einbau von  $\gamma$  in den später zu entwickelnden photogrammetrischen Formeln Vereinfachungen zeitigt.

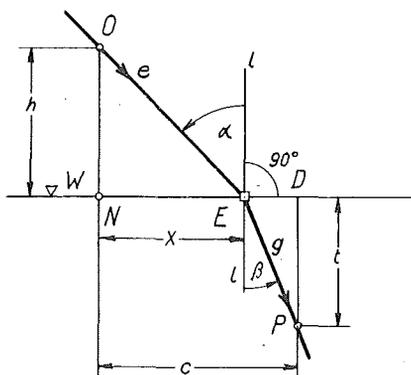


Abb. 1

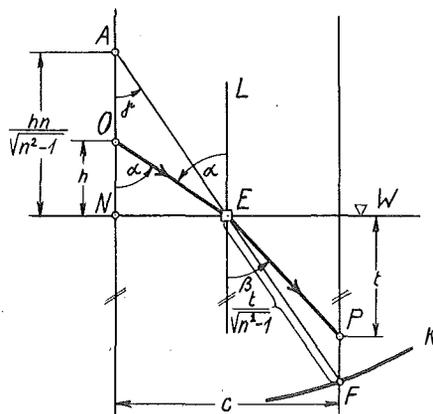


Abb. 2

Führt man in die Gleichung  $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \alpha + n^2}}$  \dots \dots \dots (5)

den Hilfswinkel  $\gamma$  ein, so ergibt sich:  $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{n^2 - 1}}$  \dots \dots \dots (6)

Da  $x = h \operatorname{tg} \alpha$  und  $c - x = t \operatorname{tg} \beta$  ist, erhält man durch Substitution:

$$x = \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \operatorname{tg} \gamma = c - \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma \dots \dots \dots (7)$$

Hiedurch ist die Lage des Einfallspunktes  $E$  festgelegt.

Schreibt man (7) in der Darstellung  $c = x + (c - x)$ , also

$$c = \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \operatorname{tg} \gamma + \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma \dots \dots \dots (8)$$

so ist dies die Gleichung einer Konchoide, also einer Kurve, welche entsteht, wenn man eine Gerade um einen Punkt  $A$  sich drehen läßt und von ihrem jeweiligen Schnittpunkt  $E$  mit einer gegebenen festen Geraden (hier Wasserlinie) eine feste Strecke (hier  $\frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}}$ ) abträgt. Mit Hilfe dieser Konchoide

läßt sich die Lage des Einfallspunktes  $E$  einfach bestimmen. Man trägt (Abb. 2) von der Trennungslinie der beiden Medien auf dem Lot durch  $O$  den Wert  $\frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}}$  auf, wodurch der Punkt  $A$  erhalten wird. Durch diesen Punkt legt man eine Gerade (Papierstreifen) so, daß das auf ihr aufgetragene Stück

$EF = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}}$  zwischen der Trennungslinie und dem Lot durch  $P$  abgeschnitten

wird.  $E$  ist dann der gesuchte Einfallspunkt des von  $O$  ausgehenden Strahles, der

nach Brechung durch  $P$  geht. Einfacher würde sich der Punkt  $F$  im Schnitt des Lotes durch  $P$  mit einer bereits vorgezeichneten Konchoide für den konstanten Abschnitt  $\frac{t}{\sqrt{n^2-1}}$  ergeben. Für diese Kurve, die sehr leicht zu zeichnen ist, ließe sich auch ein einfaches Zeichengerät ausbilden, wie es Abb. 3 schematisch zeigt. Ein geschlitztes Lineal  $L_1$  wird durch die in  $A$  (Nadelpol) fixierte Lage so geführt, daß der feste Punkt  $E$  auf dem in einer Geraden des Lineals

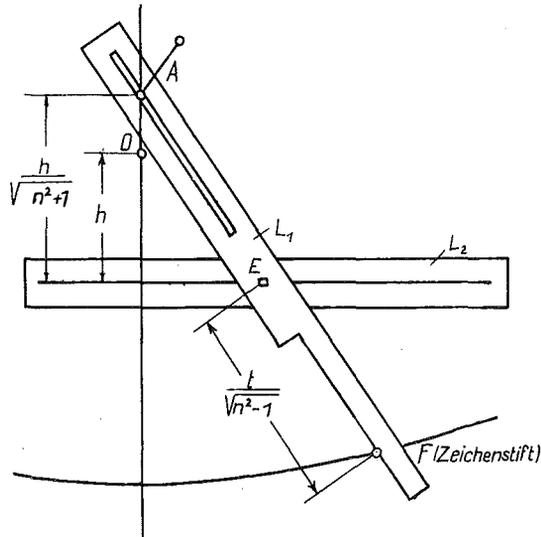


Abb. 3

$L_2$  vorgesehenen Rille gleitet, worauf der auf das Maß  $EF = \frac{t}{\sqrt{n^2-1}}$  gebrachte Zeichenstift  $F$  die Konchoide  $K$  beschreibt. Schließlich sei bemerkt, daß das früher erwähnte Kartiergerät des Verfassers für die zeichnerische Umsetzung des Brechungsgesetzes die Bestimmung des gesuchten Einfallspunktes  $E$  in einfacher Weise auf mechanischem Weg ermöglicht.

b) Die durch die Lichtbrechung entstehenden scheinbaren Punkt-, Linien- und Flächengebilde („Brechungsbilder“)

Da bei Unterwasseraufnahmen nicht die Objekte selbst, sondern die in Auswirkung des Brechungsgesetzes deformierten scheinbaren Objektgebilde zur Abbildung gelangen, sollen diese Brechungsbilder näher untersucht werden. Diese Untersuchungen sollen sich auf Punkte, Linien und Flächen erstrecken, die durch die Brechung verändert, als „Brechungs- (Brech-) Punkte“, „Brechlinien“ bzw. „Brechflächen“ gekennzeichnet sein sollen. Hierbei wird, je nachdem ein oder zwei punktförmig angenommene Augorte (Projektionszentren, Lochobjektiv) vorliegen, zwischen monokularen und binokularen Brechungsbildern

zu unterscheiden sein. Die einschlägigen Untersuchungen sollen zunächst nur rein geometrisch (nicht photographisch-optisch) durchgeführt werden.

*Monokulare Brechungsgebilde*  
(Punkte, Linien, Flächen)

Der Unterwasserpunkt  $P$  in Abb. 4 scheint sich in Auswirkung des gebrochenen Strahlenganges  $OEP$  von  $O$  aus gesehen in der Richtung  $OE$  zu befinden. Wenn auch seine scheinbare Lage nicht angegeben werden kann, so soll die Annahme gemacht werden, daß er von Punkt  $P$  lotrecht nach  $S$ , also um das Maß  $y$  gehoben, bzw. verlagert wird.  $S$  ist dann der geometrisch definierte fingierte Brechpunkt. Zur Berechnung von  $y$  entnimmt man der Abb. 4, in welcher durch  $P$  zu  $OE$  die Parallele  $O'P$  gezogen ist:

$$y = h + t - c \cotg \alpha \dots \dots \dots (9)$$

Hiebei ist  $c \cdot \cotg \alpha = h + t \cdot \cotg \alpha \cdot \tg \beta$  und mit (5)

$$c \cdot \cotg \alpha = h + \frac{t}{\sqrt{(n^2 - 1) \tg^2 \alpha + n^2}}$$

sonach 
$$y = t \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \tg^2 \alpha}} \right) \dots \dots \dots (10)$$

$y$  ist also von  $t$  und  $\alpha$  abhängig. Formel (10) ist mit Einführung des Hilfswinkels  $\gamma$  einfacher darzustellen. Nach (4) ist  $\tg \alpha = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \tg \gamma$ . Das 2. Glied in der Klammer von (10) ergibt damit:

$$\frac{1}{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \tg^2 \alpha}} = \frac{\cos \gamma}{n} \dots \dots \dots (11)$$

Es ist somit: 
$$y = t \left( 1 - \frac{\cos \gamma}{n} \right) \dots \dots \dots (12)$$

Mit (12) ist der „Brechpunkt“  $S$  von  $P$  festgelegt.

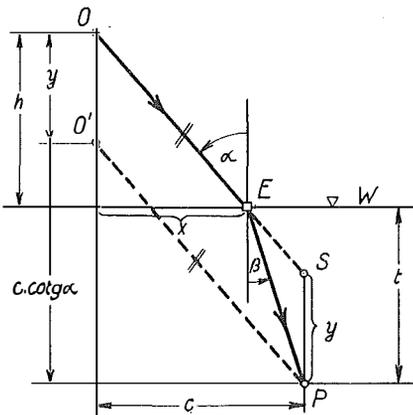


Abb. 4

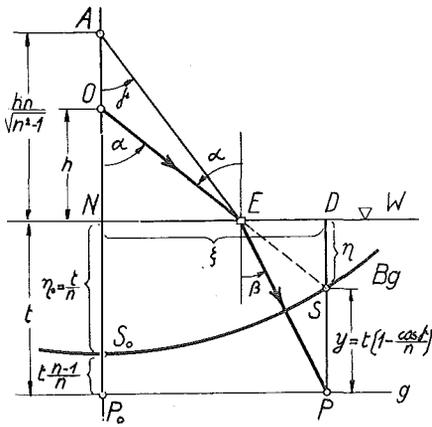


Abb. 5

Die Formel (12) ließe sich auch zeichnerisch ausdeuten, worauf hier nicht weiter eingegangen wird, da hiefür im weiteren ein anderer Weg gegangen

werden wird. Nur über den Hilfswinkel  $\gamma$ , dessen Einführung sich, wie erwähnt, auch später als vorteilhaft erweisen wird, soll noch einiges gesagt werden. Laut Abb. 2 ist er zeichnerisch aus dem rechtwinkligen Dreieck  $ANE$  mit

der Kathete  $AN = \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}}$  und  $x = NE$ , welche Größe den Einfallspunkt  $E$  festlegt, zu bestimmen.

$$\text{Aus (4) ergibt sich } \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \gamma} = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} = \text{konstant} \dots \dots \dots (13)$$

Für Wasser,  $n = 1,33$  ergibt sich:

$$\text{tg } \gamma = 0,6593 \cdot \text{tg } \alpha, \text{ bzw. } \text{tg } \alpha = 1,5167 \cdot \text{tg } \gamma \dots \dots \dots (14)$$

$$\text{oder } \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \gamma} = 1,5167 \text{ und } \frac{\text{tg } \gamma}{\text{tg } \alpha} = 0,6593 \dots \dots \dots (15)$$

Die monokulare Brechlinie soll nun für eine durch das Einfallslot gehende horizontale Gerade ermittelt werden. (Sie kann als Horizontalprojektion einer Unterwasserschichten- oder Niveaubene angesehen werden.) Es sei  $g$  diese Gerade (Abb. 5) und die zugehörige Brechlinie  $B_g$  soll mathematisch dargestellt werden.

Ist  $P$  ein Punkt der Geraden  $g$ ,  $S$  der zugehörige Brechpunkt mit den laufenden Koordinaten  $\xi$  und  $\eta$ , so ist mit (12)

$$\eta = t - y = t \cdot \frac{\cos \gamma}{n}; \quad \xi = (h + \eta) \text{tg } \alpha \dots \dots \dots (16)$$

Die Brechlinie  $B_g$  in Parameterdarstellung:

$$\xi = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma + \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \text{tg } \gamma; \quad \eta = \frac{t}{n} \cdot \cos \gamma \dots \dots (17)$$

$$\text{Für } \xi = 0, \text{ bzw. } \gamma = 0^\circ \text{ wird } \eta_0 = \frac{t}{n} \text{ (18); } t - \eta_0 = t \frac{n - 1}{n} \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{Für Wasser } (n = 1,33) \text{ ist } \left. \begin{aligned} \xi &= 1,1404 t \cdot \sin \gamma + 1,5167 h \text{tg } \gamma \\ \eta &= 0,7519 t \cos \gamma \end{aligned} \right\} \dots \dots (20)$$

$$\text{und } \eta_0 = \frac{3}{4} t; \quad t - \eta_0 = \frac{t}{4} \dots \dots \dots (21)$$

Die Brechlinie  $B_g$  in Carthesischen Koordinaten:

Mit  $\cos \gamma = \frac{n}{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \text{tg}^2 \alpha}}$  und  $\text{tg } \alpha = \frac{\xi}{h + \eta}$  ergibt sich

$$\eta = t \frac{h + \eta}{\sqrt{n^2 \cdot (h + \eta)^2 + (n^2 - 1) \xi^2}} \text{ und nach Quadrierung und Ordnen} \\ n^2 \eta^4 + (n^2 - 1) \xi^2 \eta^2 + 2 h n^2 \eta^3 + (h^2 n^2 - t^2) \cdot \eta^2 - 2 h t^2 \eta - h^2 t^2 = 0 \quad (22)$$

Unter Hinweis auf spätere Verwertungen der Formel (20) sei bemerkt, daß bei kleinem  $t$  und großem  $h$  aus der ersten Gleichung bei gegebenem  $\xi$  die Auswertung nach  $\gamma$  bequem durch Näherung so erhalten werden kann, daß man zunächst das  $\sin$ -Glied vernachlässigt, hierauf  $\text{tg } \gamma$  rechnet, mit dem genäherten  $\gamma_1$  das zunächst vernachlässigte Glied und hieraus einen besseren Wert  $\gamma_2$  rechnet usw., so lange bis die Gleichung praktisch identisch erfüllt ist (Beispiel an späterer Stelle). Bei der Nützlichkeit der monokularen Brechlinie  $B_g$  ist es wünschenswert, für sie eine bequeme Konstruktion zu finden und sie



choide als guter Ersatz für die monokulare Brechlinie gewertet werden kann. In diesem Fall wird also genähert  $PS = PS_1$  gesetzt.

Zu einem anderen Näherungsergebnis kommt man in der Weise, daß man, falls nur kleine Winkel  $\alpha$  bzw.  $\gamma$  in Betracht kommen,  $\frac{1}{\cos \gamma}$  genähert 1 setzen kann. In Gleichung (17) ergäbe sich dann

$$\xi_g = \left( \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} + \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right) \sin \gamma, \text{ bei gleichbleibendem } \eta_g = \frac{t}{n} \cdot \cos \gamma.$$

Diese Gleichungen definieren aber eine Ellipse mit dem Mittelpunkt im Ursprung  $N$ , mit der großen Halbachse  $(t + h \cdot n) \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$  und der kleinen Halbachse  $\frac{t}{n}$ . Der bei dieser Näherung begangene Fehler wird allerdings, soweit meßbildtechnische Verwertungen in Betracht kommen, zulässige Grenzen überschreiten.

Die Formel für das Maß der fiktiven Hebung eines Unterwasserpunktes  $P$  in Auswirkung der Lichtbrechung, nämlich  $y = t \left( 1 - \frac{\cos \gamma}{n} \right)$  (siehe (12) und Abb. 4) zeigt, daß  $y$ , abgesehen von der Tiefe  $t$ , nur von  $\gamma$  und damit von  $\alpha$  abhängt (siehe (4)). Dies soll an Abb. 8 veranschaulicht werden. Das scheinbare Bild des in der Tiefe  $t$  befindlichen Punktes  $P_1$ , in bezug auf  $O_1$  (Höhe  $h_1$ ) befindet sich in  $S_1$ , jenes des gleich tiefen Punktes  $P_2$  in  $S_2$ , bei einer Höhe  $h_2$  von  $O_2$ .

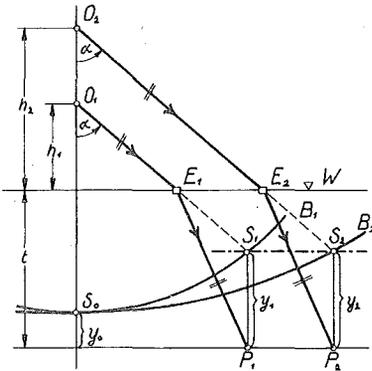


Abb. 8

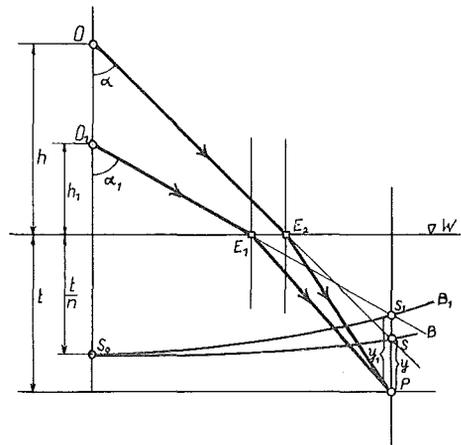


Abb. 9

Sieht man  $S_1$  und  $S_2$  als Punkte der monokularen Brechlinien  $B_1$  bzw.  $B_2$  an, so kann man Abb. 8 so deuten, daß für gleiche Winkel  $\alpha$  ein Größerwerden der Höhe  $h$  eine Verflachung der Brechlinien zur Folge hat. In Anwendung auf die Photogrammetrie könnte der  $\alpha$  als der halbe Bildwinkel der Aufnahme-

kammer aufgefaßt werden. Die Größe  $y_0$  bleibt für alle Brechungslinien  $B_1, B_2$  usf. gleich, d. h. sie berühren sich.

Die nächste Abb. 9 soll die Abbildungsverhältnisse veranschaulichen, welche für die scheinbaren Bilder eines Punktes  $P$  mit der gleichbleibenden Tiefe  $t$ , aber bei verschiedenen Höhen, etwa  $h$  und  $h_1$  vorliegen. Die zugehörigen Brechpunkte von  $P$  sind  $S$ , bzw.  $S_1$  und weitere Punkte  $P$  mit der gleichen Tiefe  $t$  liegen auf den bezüglichen Brechlinien  $B$ , bzw.  $B_1$ .

Dem Größerwerden der Höhe entspricht ein Flachwerden dieser Kurven, welche wieder durch Konchoiden mit den Polen  $A$ , bzw.  $A_1$  und dem festen Abschnitt  $\frac{t}{n}$  ersetzt werden können.

Von weiterem Interesse ist es, diejenige Kurve zu ermitteln, deren Brechbild eine in der Lotebene liegende horizontale Gerade ist. Unter Heranziehung früher entwickelter Formeln ergibt sich, wenn  $H$  die gesuchte Kurve, die Gerade  $g$  ihr Brechbild ist (Formel 12):

$$y = (y + t) \left( 1 - \frac{\cos \gamma}{n} \right), \text{ hierbei ist } \operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{n^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{n}, \text{ daher}$$

$$y = t \left( \frac{n}{\cos \gamma} - 1 \right) \dots \dots \dots (25)$$

$$\text{Für } \gamma = 0^\circ \text{ wird } y_0 = t(n - 1) \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{Für Wasser } y_0 = 0,33 \cdot t_0 = \frac{t}{3} \dots \dots \dots (27)$$

Für die Bestimmung des Charakters der Kurve  $H$  liegt vor:

$$\left. \begin{aligned} \eta = y + t = \frac{t \cdot n}{\cos \gamma} = t \cdot n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma} \\ \xi = (h + t) \operatorname{tg} \alpha = (h + t) \frac{n \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{n^2 - 1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \alpha}}{n}, \text{ sonach } \frac{1}{\cos \gamma} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\xi}{h + t}$$

$$\text{folglich } \eta = t \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \alpha} = t \sqrt{n^2 + \frac{n^2 - 1}{(h + t)^2} \cdot \xi^2}$$

$$\text{Quadriert: } \eta^2 - \frac{(n^2 - 1) t^2}{(h + t)^2} \cdot \xi^2 = t^2 n^2 \text{ oder}$$

$$\frac{\eta^2}{n^2 \cdot t^2} - \frac{n^2 - 1}{(h + t)^2 \cdot n^2} \xi^2 = 1 \dots \dots \dots (29)$$

Dies ist die Gleichung einer Hyperbel mit der reellen Achse  $a = nt$  und der imaginären Achse  $b = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} (h + t)$

$$\text{Für Wasser: } a = 1,33 t, b = 1,5167 (h + t) \dots \dots \dots (30)$$

Die bisher untersuchten Unterwassergebilde (Punkt, Geraden, Kurven) wurden in Ebenen des Einfallslotes angenommen, in welchen auch ihre schein-

baren Bilder (Brechungsgebilde) liegen. Sind die gerade- oder krummlinigen Objektgebilde außerhalb dieser Lotebene gelegen, so komplizieren sich die zugehörigen Brechgebilde, die nicht mehr einer Ebene angehören, sondern dreidimensional werden. Dies soll wenigstens an einer außerhalb des Lotes gelegenen horizontalen Unterwassergeraden gezeigt und Grundriß (Lage) und Aufriß (Tiefe) des Brechgebildes ermittelt werden. Die Bestimmung der seitlichen Verlagerung der Punkte der Geraden (also parallel zur Wasseroberfläche) kann durch eine einfache Hilfskonstruktion erleichtert werden, die mit Abb. 10 erklärt werden soll. Es sei  $K_0$  ein in der brechenden Fläche liegender Kreis mit dem Mittelpunkt  $N$ , als Basis eines von  $O$  ausgehenden Strahlenkegels, der ins 2. Medium gebrochen, mit der in der Tiefe  $t$  gelegenen Ebene  $E$  im Kreis  $K_1$  zum Schnitt kommt. Dieser wird lotrecht in die brechende Fläche projiziert, um hier die Basis eines zweiten Strahlenkegels zu bilden, der nach  $K_2$  gebrochen wird usf. Ist nun  $g$  die außenmässig gelegene horizontale Gerade, so bekommt man in der zentralen Projektion ihrer Schnittpunkte mit den Kreisen von  $N$  aus auf die jeweilig benachbarten Kreise die seitlich verlagerten Punkte des Brechbildes, die verbunden den Grundriß dieses selbst ( $g_b$ ) liefern. Die Tiefen der Raumkurvenpunkte erhält man mit Hilfe der monokularen Brechlinie  $B_g$ , z. B. für 2 die Punkttiefe  $t_2$  usf. Hiemit sollen die Untersuchungen über monokulare Brechgebilde geschlossen und ähnliche für binokulare Brechgebilde angestellt werden.

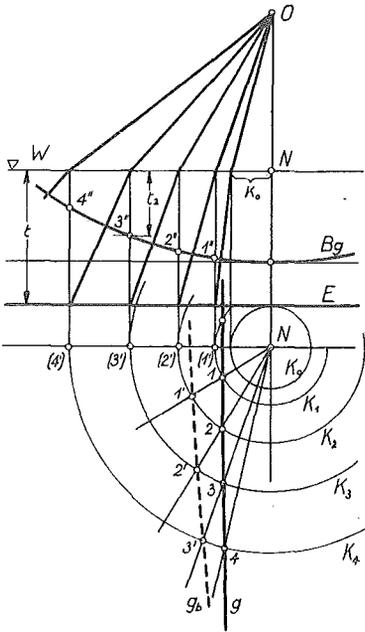


Abb. 10

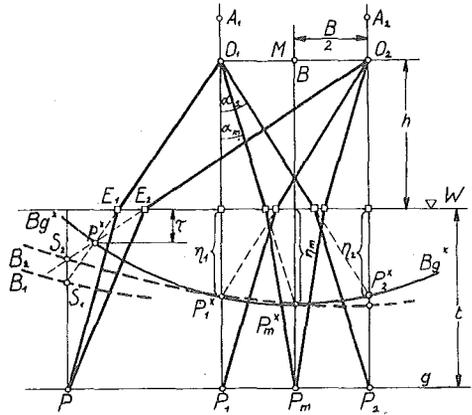


Abb. 11

### Binokulare Brechgebilde

Diese entstehen im Schnitt der von 2 Projektionszentren (Augenorten)  $O_1$   $O_2$  ausgehenden Einfallsstrahlen, die nach Eintritt in das zweite Medium nach ein- und demselben Punkt eines Unterwasserobjektes (Punkt, Gerade, Linie) gebrochen werden. Solche Schnitte können nur bei jenen Punkten zustande kommen, welche der die beiden Zentren  $O_1$  und  $O_2$  enthaltenden Lotebene  $L_1$  oder der zu diesen Zentren symmetrischen Lotebene  $L_2$  angehören. Die von  $O_1$  und  $O_2$  ausgehenden Strahlen, die Punkten angehören, die außerhalb dieser Lotebenen liegen, schneiden sich nicht, sie kreuzen einander, worauf später noch ausführlicher zurückzukommen sein wird.

Die Brechungsergebnisse für einen Punkt  $P$ , bzw. eine Gerade  $g$ , welche in der gleich hohe Projektionszentren  $O_1$  und  $O_2$  enthaltenden Lotebene liegen, sind in Abb. 11 ersichtlich, die den zu  $P$  gehörigen Brechpunkt  $P^x$  und die binokulare Brechungsline  $B_g^x$  für die Gerade  $g$  veranschaulicht. Während für den monokularen Brechpunkt die Lage desselben im Schnitt des Einfallsstrahles mit dem Lot durch den Unterwasserpunkt fingiert wurde, ist hier die Lage von  $P^x$  im Schnitt der beiden von  $O_1$  und  $O_2$  kommenden Einfallsstrahlen eindeutig gegeben. Die binokulare Brechlinie  $B_g^x$  ist der geometrische Ort aller der Unterwassergeraden  $g$  mit der Tiefe  $t$  angehörenden Brechpunkte. Sie hat ähnlichen Verlauf wie die monokulare Brechlinie und ihre Gleichung, deren Bau gleichfalls nicht einfach ist, kann wie bei jener ermittelt werden. Davon soll zunächst Abstand genommen werden, da sie im besonderen Gebiet des Forschungsthemas durch eine einfache Kurve ersetzt werden kann. Ehe dies gezeigt wird, sei vermerkt, daß an drei Stellen die binokularen Brechpunkte mit ihren zugehörigen Unterwasserpunkten im Lot liegen (wie dies bei sämtlichen monokularen Brechpunkten angenommen wurde), nämlich in den Loten durch  $O_1$ ,  $O_2$  und dem des Halbierungspunktes  $M$  der Strecke  $O_1 O_2 = B$ . An diesen Stellen müssen demnach die Ordinaten  $\eta$  der binokularen Brechlinie jenen der monokularen gleich sein, wie dies aus Abb. 11 zu ersehen ist.

#### Zusammenhang der monokularen mit der binokularen Brechlinie

In Abb. 11 ist also  $\eta_1 = \eta_2$  der binokularen Brechlinie  $B_g^x$  auch gleich den  $\eta$ -Werten der monokularen Brechlinie  $B_2$  (aus  $O_2$ ) und  $B_1$  (aus  $O_1$ ) für die Punkte  $P_1$  und  $P_2$ ; das gleiche gilt für  $\eta_m$  des Punktes  $P_m$ . Die  $\eta$ -Werte gewinnt man aus der Formel (20); (für Wasser)  $\eta = 0,7519 t \cdot \cos \gamma$ . Den einschlägigen  $\xi$   $\gamma$  gewinnt man:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } \eta_1 \text{ und } \eta_2 \text{ aus } \xi = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma_1 + \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \text{tg } \gamma_1 = B \\ \text{für } \eta_m \text{ aus: } \xi = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma_m + \frac{h n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \text{tg } \gamma_m = \frac{B}{2} \end{array} \right\} \dots (31)$$

wobei  $\gamma$  am besten durch schrittweise Näherung errechnet wird (Zahlenbeispiel an späterer Stelle).

Für die binokulare Brechlinie liegen in  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_m$  sonach drei leicht bestimmbare Punkte vor und es liegt nahe, durch diese einen Kreis zu legen,

der als Ersatzkurve für jene Linie herangezogen werden kann, was umso zulässiger ist, je größer das  $h$  wird. Der einschlägige Kreishalbmesser ergibt sich aus:

$$r = \frac{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + (\eta_1 + \eta_m)^2}{2(\eta_m - \eta_1)} \dots \dots \dots (32)$$

Liegen für  $O_1$  und  $O_2$  (bei gegebenem  $h$  und  $t$ ) nur die beiden monokularen Brechlinien  $B_1$  und  $B_2$  vor, so erhält man für einen Punkt  $P$  mit der Tiefe  $t$  den zugehörigen Brechpunkt  $P$  der binokularen Brechlinie, wenn man die Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$  des Punktflotes mit der monokularen Brechlinie mit den zugehörigen Zentren verbindet. Der Schnittpunkt der Verbindungslinien ist der gesuchte binokulare Brechpunkt  $P^x$  (Abb. 11).

Die besondere Behandlung der monokularen und binokularen Brechlinien, welche in den durch die lotrechten Achsen der Aufnahmen gehenden Ebenen liegen, ist dadurch gerechtfertigt, daß sie als Träger jedes beliebigen, der Vermessung unterworfenen Punktes angesehen werden können.

## II. Photographischer Teil

Da bei Unterwasseraufnahmen in der zwischen Objekt und Objektiv liegenden mehr oder weniger starken Wasserschicht ein für den Bau des Objektivs nicht einkalkulierter optischer Bestandteil einbezogen erscheint, wird der ursprüngliche Korrektionszustand des Objektivs verändert und demnach die Bildschärfe beeinflußt. Es muß auch bedacht werden, daß das als Aufnahmegegenstand zu wertende Brechgebilde eines Objektes wegen seiner seitlichen Erbreiterung gegenüber einer Aufnahme im gleichen Medium ein Strahlenbündel mit entsprechend vergrößertem Winkelabstand beansprucht. Vom meßbildtechnischen Standpunkt ist die durch den gebrochenen Strahlenverlauf bedingte Verzeichnung des Bildes, das nicht mehr als Zentralperspektive anzusprechen ist, besonders schwerwiegend, da die Photogrammetrie i. a. streng perspektivische Abbildung voraussetzt. Eine weitere Komplizierung der Abbildungsverhältnisse tritt noch dadurch ein, daß in den vorangegangenen theoretischen Untersuchungen eine punktförmige Öffnung, also ein „Lochobjektiv“ angenommen wurde, während bei photographischen Objektiven mit endlicher Systemöffnung (Eintrittspupille) zu rechnen ist. Liegt eine solche vor, so wird das von einem Unterwasserpunkt ausgehende gebrochene Strahlenbündel nach seinem Eintritt in den Bildraum keine punktförmige Strahlenvereinigung aufweisen, wie es Abb. 12 zeigt, bei der (in Beschränkung auf den Objektraum), der von dem Punkt  $P$  ausgehende Strahlenverlauf bis zu seinem Eintritt in die Pupille  $E - E$  im Achsenschnitt angedeutet ist.

Handelt es sich, wie bei Aufnahmen aus Flugzeugen, um große Gegenstandsweiten, so werden die photographischen Auswirkungen bei Vorhandensein zweier optischer Medien zum Teil kaum in die Erscheinung treten. Aber im Gebiet der Nahphotographie können die geschilderten Verhältnisse nicht unberücksichtigt bleiben. Deswegen mußte auf sie auch bei den im Forschungsthema durchgeführten Versuchsaufnahmen im Zimmer Bedacht genommen



empfiehlt es sich, die Bildpunkte durch Polarkoordinaten statt durch die sonst üblichen rechtwinkligen festzulegen, wobei als Ursprung der Bildhauptpunkt  $M$ , als Bezugsachse irgend eine fixierte Linie (z. B. die Verbindungslinie zweier gegenüberliegender Rahmenmarken) angenommen werden kann. Ein Bildpunkt  $p$  (Abb. 13) ist dann durch den Polarwinkel  $\varphi$  und den Radiusvektor  $\nu$  eindeutig festgelegt. Da durch die gebrochenen Strahlengänge die Meßbildauswertungen erschwert werden, wird man möglichst einfache Aufnahmeverhältnisse zugrunde legen, also Lotrechaufnahmen; weiters bei Doppelaufnahmen gleich hohe Aufnahmsorte in bezug auf die Wasserfläche disponieren. Steil-, bzw. Schrägaufnahmen aus Flugzeugen werden vor der Bearbeitung möglichst zu entzerren sein. Wegen der unter Umständen veränderlichen Höhe des Wasseroberflächenspiegels ist es namentlich in Gezeitengebieten notwendig, einen Tiefen-Nullpunkt zu vereinbaren und die Aufnahmezeiten zu registrieren, um die nachträgliche Tiefenreduktion auf den Nullhorizont durchführen zu können. (Siehe „Mitt. d. hydrogr. Dienstes“ ( $O K M$ ) 1944. „Das Seekarten-Null“ von Walter Horn.)

Über die Abbildung eines Unterwasserpunktes  $P$  orientiert Abb. 13, die, wie auch die weiteren, das Aufnahmschema in Diapositivstellung (Bildebene im Abstand der Bildweite vor dem Objektiv) zeigt. Von den aus dem Unterwasserpunkt  $P$  kommenden Lichtstrahlen wird nur jener Strahl für die Abbildung ausgesondert, der dem Brechungsgesetz folgend, in  $O$  eintritt. In der diesem gebrochenen Strahlengang angehörenden Lotebene durch  $ON$  ( $N =$  Nadirpunkt) liegen also der Objektpunkt  $P$ , sein Bild  $p$  und der Einfallspunkt  $E$  und es gilt  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ . Die Lage des Einfallspunktes  $E$  ergibt sich mit  $w = h \cdot \operatorname{tg} \alpha = h \frac{\nu}{f}$ .

Abb. 13 läßt die wichtige Tatsache erkennen, daß die Abbildung des Unterwasserpunktes  $P$  durch den nach Brechung in  $O$  eintretenden Strahl  $EO$  bewirkt wird, wodurch die Abbildung eines in der Richtung ( $P$ ) liegenden Punktes vorgetäuscht wird. Der Winkel  $\alpha$  ist also größer als jener, der in geradliniger Abbildung im gleichen Medium vorliegen würde. Aus der früher entwickelten Theorie ist bekannt, daß der Punkt  $P$  optisch scheinbar verlagert wird, wobei zunächst angenommen sei, daß eine lotrechte Hebung von  $P$  erfolgt, was allerdings bei Aufnahmen mit endlichen Öffnungen photographischer Systeme im allgemeinen nicht zutrifft.

Die Ausmessung der Bildkoordinaten  $\nu$  und  $\sphericalangle \varphi$  kann an dem Negativ oder seiner Kopie erfolgen; für Feinmessungen kommt nur das Negativ in Betracht, wobei Polarkoordinatometer die Meßarbeit wesentlich vereinfachen und verschärfen (Radialtriangulator Zeiß u. dgl.). Für die Zeichnung und bei rechnerischen und zeichnerischen Erwägungen kann man die Bildweite als Flughöhe auffassen (Reduktionsmaßstab  $1 : \frac{h}{f}$ ).  $p$  würde dann mit  $E$  zusammenfallend zu denken sein und aus  $\nu$  wird  $NE = \nu \cdot \frac{h}{f} = V$ .  $\sphericalangle \varphi$  bleibt unverändert.

## b) Bildorientierung

Bei der Auswertung wird die „innere“ Orientierung der Bilder, also der Bildhauptpunkt und die Bildweite vorausgesetzt. Meist ist noch die „äußere“ Orientierung, welche das photogrammetrische Strahlenbündel im Raum orientiert, zu bestimmen. Es sind also die Lage des Projektionszentrums und die Aufnahme richtung im Raum (etwa gegenüber bekannten Geländepunkten) für jede Aufnahme festzulegen. Für die Praxis ist bekanntlich bei zwei Aufnahmeorten die Doppelpunkteinschaltung im Raum, das ist die gleichzeitige Bestimmung zweier benachbarter Aufnahmeorte wichtig und mit Erfolg verwendet, bei welcher die Orientierung in zwei Stufen durchgeführt wird; durch die relative Orientierung werden die beiden Bilder zunächst gegeneinander in die richtige Lage gebracht, worauf das Bildpaar gegenüber gegebenen Paßpunkten „absolut“ orientiert wird. Bei Nahaufnahmen, zu denen alle im Zimmer gemachten Aufnahmen gehören, besteht kaum ein Orientierungsproblem, da sich alle hierfür notwendigen Daten leicht ermitteln lassen. Anders bei Aufnahmen mit großen Gegenstandsweiten, wie solche z. B. bei der Flugzeugphotographie vorliegen. Für die Zweimedien-Photogrammetrie bietet hiebei das Problem der Orientierung zweifellos interessante neuartige Möglichkeiten, deren Lösungen einer besonderen Forschung vorbehalten sein mögen.

## c) Ein bild mess ung

## α) Senkrechtaufnahmen

Liegt nur ein Unterwasserphotogramm vor, so kann aus demselben die Tiefe von Unterwasserpunkten bestimmt werden, wenn deren  $\nu$ -Werte und ihre Abstände  $c$  von der lotrechten Aufnahmsachse bekannt sind, wie sich aus folgenden Ableitungen, die auf Abb. 13 Bezug nehmen, unter Berücksichtigung

von  $\operatorname{tg} \beta = \frac{\nu}{\sqrt{\nu^2(n^2 - 1) + n^2 \cdot f^2}}$  ergibt:

$$t = \frac{u}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{u}{\nu} \cdot \frac{\sqrt{\nu^2(n^2 - 1) + n^2 f^2}}{\nu} \quad (33)$$

hiebei ist  $u = c - w = c - \frac{h}{f} \cdot \nu$ . Setzt man  $\sqrt{n^2 - 1} = K_1$  (für Wasser 0,8769) und  $n \cdot f = K_2$ , so ist

$$t = \frac{u \sqrt{(K_1 \nu)^2 + K_2^2}}{\nu} \quad (34)$$

Neben dem gegebenen  $c$  genügt also die Kenntnis des Radiusvektors  $\nu$ , der möglichst genau zu messen ist (Noniusmaßstab, Komparatormessung usw.).

Für die zeichnerische Bestimmung von  $t$  empfiehlt sich die Heranziehung des Hilfswinkels  $\gamma$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \sqrt{n^2 - 1}}{n} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{f \cdot n} \cdot \nu \quad (35)$$

Die verlangte Tiefe  $t$  ergibt sich im Abschnitt  $EF = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}}$  auf dem von  $A$  ausgehenden, unter dem Winkel  $\gamma$  geneigten Strahl (Abb. 2). Ein  $\sqrt{n^2 - 1}$  mal reduzierter Maßstab ließe das  $t$  unmittelbar entnehmen.

Eine einschlägige zeichnerische Bearbeitung könnte in mancher Hinsicht erleichtert werden, z. B. durch Anlegen eines  $\frac{h \cdot v}{f}$ -Maßstabes an  $NE$ , der nach  $v$  beziffert ist. Der Punkt  $F$  gehört, wie früher angegeben wurde, einer Konchoide mit dem Festabschnitt  $\frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}}$  an und die Tiefenbestimmung könnte sonach auch mit Hilfe eines Konchoidendiagrammes durchgeführt werden, das für den Pol  $A$  mit dem Abstand  $AN = 1,5167 h$  für runde Tiefen  $t$  (z. B. von  $m$  zu  $m$  fortschreitend) leicht zu zeichnen ist.

Das in Abb. 14 wiedergegebene Konchoidendiagramm würde z. B. im Schnitt der Geraden  $AE$  mit der im bekannten Abstand  $c$  gezogenen Parallelen zu  $ON$  in  $F$  die Ablesestelle für die Tiefe  $t$  des Punktes  $P$  (hier  $t = 2,4 m$ ) ergeben.

Gleiche Dienste würde ein Diagramm monokularer Brechlinien für den Pol  $O$  leisten. Auf solche Diagramme gestützt, könnten unschwer einschlägige Kartiergeräte entwickelt werden.

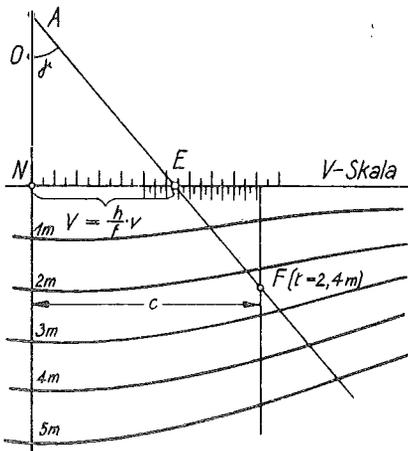


Abb. 14

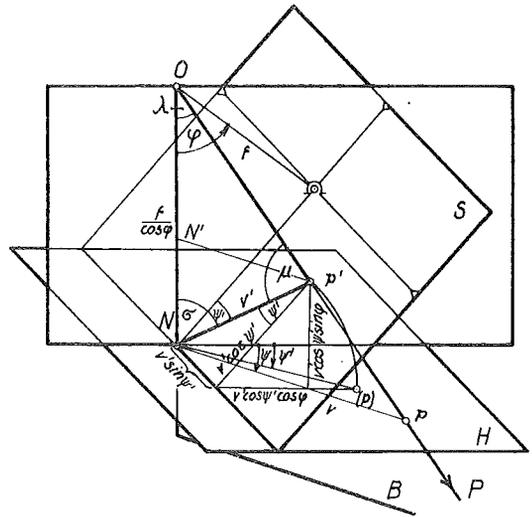


Abb. 15

### β) Schrägaufnahmen

Da die von  $O$  ausgehenden gebrochenen Strahlengänge in Lotebenen liegen, die sich im Lot durch  $O$  schneiden, bieten Schrägaufnahmen in ihrer Auswertung keine Schwierigkeiten, wenn sie in Senkrechtaufnahmen überführt werden, was rechnerisch, zeichnerisch oder optisch (Entzerrung) möglich ist. Die einschlägigen Verhältnisse lassen sich aus Abb. 15 entnehmen. Die Horizon-

talebene  $H$  ist hierbei durch den Nadirpunkt  $N$  der Schrägaufnahme  $S$  gelegt gedacht. Letztere ist durch die Bildweite  $f$  und die Nadirdistanz  $\sphericalangle \varphi$  festgelegt. Das Bild  $p'$  eines Unterwasserpunktes  $P$  habe, mit  $N$  als Pol, die Polarkoordinaten  $\psi'$  und  $\nu'$ . Zu bestimmen sind dann die Polarkoordinaten des gleichen Unterwasserpunktes  $\psi$  und  $\nu$  der (fingierten) Senkrechtaufnahme, von  $O$  aus mit der Bildweite  $\frac{f}{\cos \varphi}$ , mit welchen errechneten Größen die Tiefenbestimmung in gleicher Weise wie früher gezeigt, durchgeführt werden kann.

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\nu' \sin \psi'}{\nu' \cos \psi' \cos \varphi} = \frac{\operatorname{tg} \psi'}{\cos \varphi} \text{ hieraus } \sphericalangle \psi \quad \dots \quad (36)$$

$\nu$  könnte ermittelt werden aus  $\nu = \frac{f}{\cos \varphi} \cdot \operatorname{tg} \lambda$ , wobei  $\sphericalangle \lambda$  aus dem Dreieck  $Op'N$  zu rechnen wäre oder aus den ähnlichen Dreiecken  $NOp$ , bzw.  $N'Op'$ ,

nämlich  $\frac{f}{\cos \varphi} : \nu = \left( \frac{f}{\cos \varphi} - \nu' \cos \psi' \cdot \sin \varphi \right) : \frac{\nu' \sin \psi'}{\sin \psi}$  hieraus

$$\nu = \frac{f \cdot \nu' \sin \psi'}{\sin \psi (f - \nu' \cos \psi' \sin \varphi \cos \varphi)} = \frac{f \cdot \nu' \sin \psi'}{\sin \psi \left( f - \nu' \cos \psi' \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)} \quad \dots \quad (37)$$

Die Formel läßt erkennen, daß Schrägaufnahmen die Auswertung gegenüber Senkrechtaufnahmen rechnerisch erschweren.

Die Reduktion auf eine Senkrechtaufnahme könnte auch für eine durch  $\Omega$  gehende Horizontalebene durchgeführt werden, worauf aber nicht weiter eingegangen werden soll.

#### d) Zweibildmessung

Erst durch eine Zweibildaufnahme kann ein Unterwasserobjekt räumlich, also nach Lage und Höhe, ausgewertet werden. Die bei der Einbildmessung als bekannt vorausgesetzte Größe  $c$ , das ist der Horizontalabstand des Objektpunktes von der lotrecht angenommenen Aufnahmsachse, wird hierbei aus den beiden Photogrammen gewonnen. Diese sollen auch hier wieder aus Lotrechtaufnahmen hervorgehen und überdies werden gleich hohe Aufnahmsorte  $O_1$  und  $O_2$  angenommen. Die Auswertung setzt die gegenseitige Orientierung der zwei Meßbilder voraus, wie es die Grundrißabbildung 16 zeigt.

Aus ihr ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= B \frac{\sin \psi}{\sin (\varphi - \psi)} \\ c_2 &= B \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi - \psi)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

Hierbei ist  $B$  die (horizontale) Aufnahmsbasis,  $\sphericalangle \varphi$  und  $\sphericalangle \psi$  sind die beiden in bezug auf die Basis  $B$  orientierten Polarwinkel der identischen Bildpunkte  $p_1$  und  $p_2$ , ferner  $c_1$  und  $c_2$  die gesuchten Abstände des Punktes  $P$  von den Lotrechten durch  $O_1$  und  $O_2$ . Nach durchgeführter Bestimmung der Lage von  $P$  kann die Tiefe  $t$  unter der Wasseroberfläche, wie bereits bei der Einbildmessung angegeben, bestimmt werden. Sie ergibt sich aus Abb. 16 doppelt;

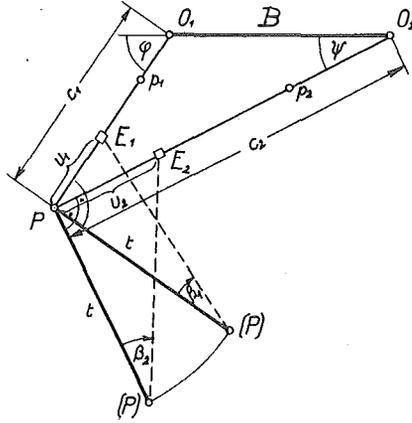


Abb. 16

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{u_1}{\operatorname{tg} \beta_1} = \frac{u_1 \sqrt{(K_1 \nu_1)^2 + K_2^2}}{\nu_1} \\ t &= \frac{u_2}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{u_2 \sqrt{(K_1 \nu_2)^2 + K_2^2}}{\nu_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

oder unter Einführung des Hilfs winkels  $\gamma$

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{f \cdot n \cdot u_1}{\nu_1 \cos \gamma_1} = \frac{f \cdot n \cdot u_2}{\nu_2 \cos \gamma_2} \\ \text{bzw. in anderer Form: } t &= \frac{K_1 \cdot (u_2 - u_1)}{\sin \gamma_2 - \sin \gamma_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

wobei, wie früher,  $K_1 = \sqrt{n^2 - 1}$ ,  $K_2 = n \cdot f$  ist.

$\nu_1$  und  $\nu_2$  sind die Polabstände der Bildpunkte  $p_1$  und  $p_2$ ;

$$u_1 = c_1 - \frac{h}{f} \cdot \nu_1; \quad u_2 = c_2 - \frac{h}{f} \cdot \nu_2$$

Für Wasser nimmt die Tiefenformel (39) bei Einsetzung von  $n = \frac{4}{3}$  folgende

Form an:

$$t = \frac{u}{3} \sqrt{7 + \left(\frac{4f}{\nu}\right)^2} \dots \dots \dots (41)$$

Die zeichnerische Auswertung gleicht dem Vorgang, der als Meßtisch- oder Einschneidephotogrammetrie benannt ist. Aus Abb. 17 ist die einschlägige Konstruktion für die Lage- und Tiefenermittlung eines in  $p_1$  und  $p_2$  abgebildeten Punktes zu entnehmen. Die Benützung der Zentren  $A_1$  bzw.  $A_2$  (siehe auch Abb. 2) bringt willkommene Konstruktionsvereinfachungen. Das doppelt erhaltene Ergebnis für die Tiefe  $t$  des Punktes  $P$  kommt in den Strecken

$$E_1 F_1 = (E_2) F_2 = \frac{t}{\sqrt{n_2 - 1}}$$



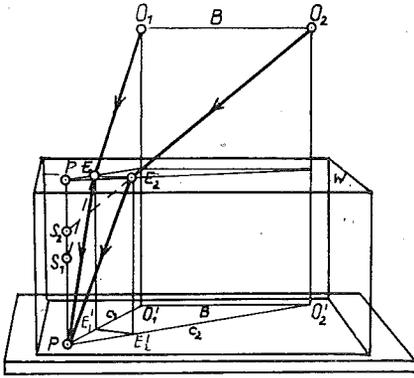


Abb. 18

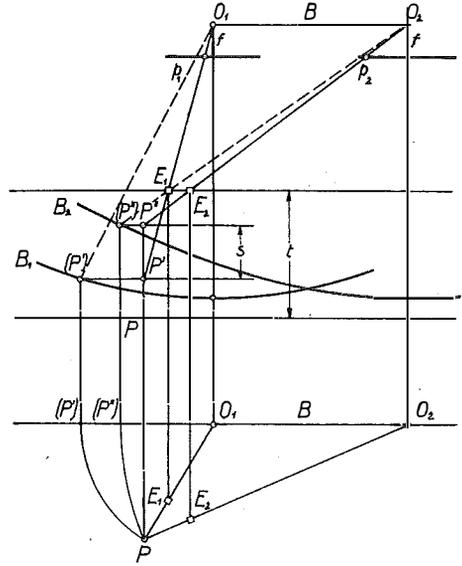


Abb. 19

Es schneiden sich zugehörige Strahlen, wie schon erwähnt, nur dann, wenn die Unterwasserpunkte  $P$  in der durch  $O_1$  und  $O_2$  gehenden Lotebene, bzw. in der lotrechten Symmetrieebene dieser Zentren liegen. Abb. 11 zeigt für den ersten Fall die Entstehung des binokularen Brechpunktes  $P^x$ , der einer stereoskopischen Messung zugeführt werden kann, die allerdings eine scheinbare Tiefe  $\tau$  ergibt, welche erst in die tatsächliche Tiefe  $t$  umgerechnet werden muß.  $\tau$  ist unter Heranziehung der Entfernungformel des Normalfalles der Stereophotogrammetrie erhältlich aus  $\tau = \frac{B \cdot f}{a} - h$ . . . . . (42)

Hiebei ist  $a$  die Parallaxe der Bildpunkte  $p_1$  und  $p_2$ , nämlich  $a = v_1 - v_2$ , die stereoskopisch bestimmt werden kann. (Stereokomparator, Radialtriangulator.) Diese stereoskopische Messung läßt sich aber bei Punkten, welche außerhalb der genannten Lotebene liegen, auch dann ausführen, wenn man die aus  $O_1$  und  $O_2$  ausgehenden Strahlengänge durch Drehung um das Lot durch den Unterwasserpunkt  $P$  bei der Parallaxenmessung in eine Ebene bringt, was durch Drehung der beiden Photogramme I und II um die beiden Bildhauptpunkte mit dem Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  erreicht wird, wie es Abb. 20 zeigt. ( $p_1$ ) und ( $p_2$ ) können dann stereoskopisch bearbeitet werden. Das Zusammenlegen der beiden die gebrochenen Strahlengänge enthaltenden Ebenen bewirkt eine Verkürzung der Basis  $B = O_1 O_2$ , so daß sich nach Drehung um das Lot durch  $P$  die reduzierte Basis  $B_0$  ergibt, wie dies aus Abb. 21 zu entnehmen ist.  $B_0$  ist zu rechnen aus dem Dreieck  $O_1 O_2 (O_2)$  mit:

$$B_0 = B \frac{\sin \left( 90^\circ - \frac{\varphi + \psi}{2} \right)}{\sin \left( 90^\circ - \frac{\varphi - \psi}{2} \right)} = B \frac{\cos \frac{\varphi + \psi}{2}}{\cos \frac{\varphi - \psi}{2}} \dots \dots \dots (43)$$

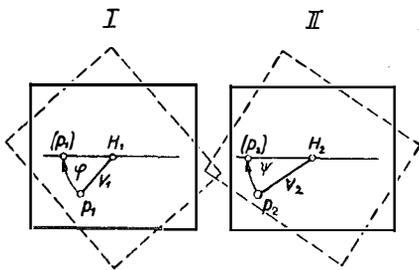


Abb. 20

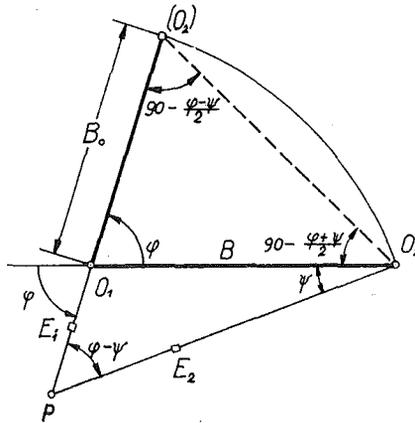


Abb. 21

Mit dieser Basis  $B_0$  kann nun die stereoskopische Auswertung erfolgen. Ihr Ergebnis ist zunächst wie früher die Ermittlung der scheinbaren Tiefe  $\tau$  (Abb. 11), aus Formel (42) mit  $B = B_0$ , wobei  $a = v_1 - v_2$  ist. Aus dieser scheinbaren Tiefe  $\tau$  ergibt sich die tatsächliche Tiefe  $t$  des Unterwasserpunktes  $P$  unter dem Wasserspiegel:

$$t = B_0 \frac{\tau}{(h + \tau) (\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1)} \dots \dots \dots (44)$$

und nach Einsetzung der Werte für  $\operatorname{tg} \beta_1$  und  $\operatorname{tg} \beta_2$  nach Formel (44)

$$t = \frac{B_0 \cdot \tau}{(h + \tau) \frac{v_2}{\sqrt{(K_1 v_2)^2 + K_2^2}} - \frac{v_1}{\sqrt{(K_1 v_1)^2 + K_2^2}}} \dots \dots (45)$$

Es drängt sich hiebei die Frage auf, ob sich die stereoskopische Zwischenbearbeitung für die schließliche unbequeme Ermittlung von  $t$  lohnt. Hierauf soll an späterer Stelle noch zurückzukommen sein.

*Photogrammetrische Bestimmung des Brechungskoeffizienten n*

Alle photogrammetrischen Auswertungen von Zweimedienaufnahmen setzen die Kenntnis des Brechungskoeffizienten  $n$  voraus, der für Wasser im Mittel mit  $n = \frac{4}{3} = 1,33$  angenommen werden kann. Er könnte auch auf dem Wege über die Bildmessung erhalten werden, wenn Aufnahmen von Unterwasserpunkten mit bekannter Lage vorliegen:

Es ist unter Hinweis auf Abb. 13 und Formel (34)

$$t = \frac{u}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{u \sqrt{(K_1 v)^2 + K_2^2}}{v} \text{ oder } n^2 (u^2 v^2 + u^2 f^2) = v^2 (t^2 + u^2),$$

$$\text{sonach } n^2 = \frac{\nu^2 (t^2 + u^2)}{u^2 (\nu^2 + f^2)}; \quad \text{schlie\u00dflich } n = \frac{\nu}{u} \sqrt{\frac{t^2 + u^2}{\nu^2 + f^2}}$$

$$\text{oder } n = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{t}{u}\right)^2}{1 + \left(\frac{f}{\nu}\right)^2}} \dots \dots \dots (46)$$

Die  $n$ -Ergebnisse f\u00fcr verschiedene Unterwasserpunkte w\u00e4ren zu mitteln. Wie weit eine solche Bestimmung des Brechungsindex  $n$  praktisch brauchbar ist, m\u00fcsste erst durch weitere Versuchsmessungen gekl\u00e4rt werden.

*Auswertung von Zweibildaufnahmen mit Doppelprojektoren*

Es liegt der Gedanke nahe, die beiden Aufnahmen von Unterwasserobjekten nach dem Prinzip der Doppelprojektion, also auf dem Wege der Umkehrung des Vorganges der Doppelaufnahme auszuwerten, um das optische Modell des aufgenommenen Objektes zu erhalten und dieses dann in bekannter Weise der Kartierung zuzuf\u00fchren. Hierbei m\u00fcsste im Modellma\u00dfstab eine in der H\u00f6he ver\u00e4nderliche Wasserschicht in den Strahlengang der Projektoren eingeschaltet werden. Wiewohl diese Idee ausbauf\u00e4hig scheint, wird sie hier nicht weiter ausgef\u00fchrt. Die L\u00f6sung versagt, wenn, wie bei Photographien aus Flugzeugen, die Aufnahmeh\u00f6he ein gro\u00dfes Vielfaches der in Betracht kommenden Objektiefe ist.

*Zweibildaufnahmen bei lotrechter Basis*

Da eine Lotrechtstellung der Basis bei Zimmeraufnahmen von Unterwasserobjekten technisch keine Schwierigkeiten bietet, sei auch diese Aufnahmeordnung kurz behandelt. In Abb. 22 ist das einschlagige Aufnahmeschema wiedergegeben. Die Zeichnung l\u00e4\u00dft erkennen, da\u00df die Aufnahme mit lotrechter Basis  $B = h_2 - h_1$  auf eine solche mit fingierter horizontaler Basis  $B_f$  \u00fcbergef\u00fchrt werden kann, die allerdings von dem jeweiligen  $\alpha_1$  (bzw.  $\alpha_2$ ) abh\u00e4ngig ist, zufolge  $B_f = B \operatorname{tg} \alpha_1$ , oder  $B_f = B \frac{\nu_1}{f}$  \dots \dots \dots (47)

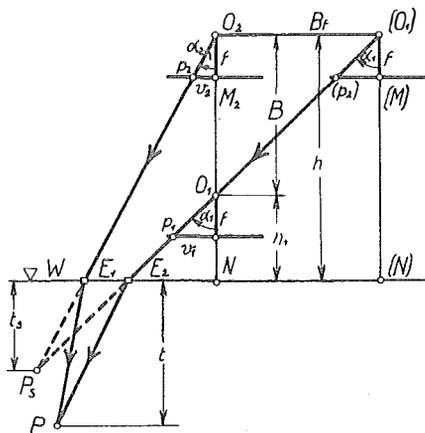


Abb. 22

Die Formel läßt erkennen, daß  $B_f < B$  für  $\alpha_1 < 45^\circ$  ist, was praktisch im allgemeinen immer zutreffen wird. Es ist dann die Aufnahmbasis  $B$  bei gleichem Aufnahmeeffekt größer als die fingierte  $B_f$ . Die Auswertung wäre mit  $B_f$  als Rechnungsbasis so durchzuführen, wie es früher, bei Horizontallage der Basis erörtert wurde.

#### IV. Praktische Anwendung der Zweimedien-Photogrammetrie

Bei Vorhandensein zweier Medien wird sich die photogrammetrische Auswertung auf verschiedene Anwendungsgebiete erstrecken können, die dem Bildmeßverfahren bisher verschlossen blieben, weil hier die Grundlagenforschung eine Lücke aufwies.

Es ist anzunehmen, daß zunächst verschieden gerichtete Untersuchungen im Laboratorium ein ergiebiges Arbeitsfeld ergeben werden, sofern Messungen in Betracht kommen, die z. B. an Wasser gebundenen Objekten durchzuführen sind (etwa an Wassertieren u. dgl.). Aussichtsreich sind bimediale photogrammetrische Messungen aber auch in der Natur, wie etwa von Unterwasser-Küstengelände, von gesunkenen Objekten (Schiffen) usw. So wurden, um nur ein Beispiel herauszugreifen, bereits in den Jahren 1934–1938 Luftaufnahmen zur Erforschung antiker Unterseeruinien an der ehemaligen phönizischen Küste (durch Poidebard) durchgeführt. Es sei hier auch bemerkt, daß gelegentlich des Internationalen Kongresses für Photogrammetrie in Rom 1938 die regelmäßige Durchführung von Stereoaufnahmen aus der Luft zur Erfassung submariner Objekte (Flora, Fauna) behufs ihrer Vermessung angeregt wurde.

#### V. Unterwasserphotogrammetrie im besonderen

Für Arbeiten im Gebiete der Unterwasserphotographie liegen, sofern Aufnahmen aus Flugzeugen in Betracht kommen, bereits wertvolle Untersuchungen vor, welche speziell die Erforschung der günstigsten Verhältnisse zur Erlangung optimaler Aufnahmen von Unterwasserobjekten zum Gegenstand haben. So finden sich wichtige Hinweise in dem Bericht Dr. Petermanns „Aufstellung einer Vorschrift für Aufnahmen von unter der Wasseroberfläche liegendem Gelände“. Ein weiterer aufschlußreicher Bericht (niedergelegt in den Mitteilungen des Chefs des hydrographischen Dienstes, Heft 2, 1944) liegt unter dem Titel „Untersuchungen über die optischen Verhältnisse im Meere“ (bearbeitet von J. Joseph und Dr. H. Wattenberg) vor. Wiewohl diese Arbeiten nicht die vermessungstechnische Auswertung von Unterwasserphotographien berühren, bieten folgende Ergebnisse wichtige Anhaltspunkte:

1. Die größte photographisch wiedergebbare Unterwassertiefe beträgt im Mittel 5–6  $m$  (kaum über 12  $m$ ).
2. Hierzu ist eine Mindesthöhe des photographierenden Flugzeuges von ca. 2000  $m$ , besser eine mittlere Höhe von ca. 3000  $m$  erforderlich. Stärkerer Seegang erfordert größere Höhen.
3. Die Aufnahmskammern sollen große Brennweiten haben. Bei Weitwinkelkammern ist im allgemeinen nur die Plattenhälfte verwertbar; die zweite Hälfte ist wegen Sonnenreflexen meist unbrauchbar.

4. Es sind grundsätzlich Senkrechtaufnahmen, in Ausnahmefällen Steilaufnahmen zu machen; letztere sind wegen der in der Regel notwendigen Entzerrung unwirtschaftlich.
5. Die Senkrechtaufnahmen sollen eine 60—80%ige Überdeckung haben.
6. Es sollen nur beste Aufnahmeverhältnisse vorliegen: Klares Wasser, niedriger Sonnenstand (sonst Reflexe), Windstille (Wellen störend) usf.

Durch die unter 1. und 2. herausgestellten Punkte (geringe Tiefe bei großer Flughöhe) steht die Lösung des photogrammetrischen Problems der Messung von Unterwassergelände unter merklichem Zwang, der keine befriedigende Genauigkeit der Auswertungsergebnisse erwarten läßt. Man bedenke, welche hohe Ansprüche bereits für eine erdgebundene, also unter den besten Verhältnissen durchführbare photogrammetrische Aufnahme vorliegen, wenn verlangt wird, daß ein 5—6 m breiter Geländestreifen, der ca. 3000 m weit entfernt liegt, mit einer befriedigenden Genauigkeit erfaßt werden soll. Wenn man erwägt, welche Unsicherheit und Fehlerquellen bei Luftaufnahmen von Unterwasserobjekten vorliegen, so müßte der mittlere Tiefenfehler bei den angedeuteten Aufnahmeverhältnissen mit über 2 m eingeschätzt werden, das ist aber ca. die Hälfte oder ein Drittel des überhaupt meßbaren Tiefenbereiches. Trotzdem wäre es verfehlt, den Plan der meßbildtechnischen Tiefenermittlung zurückzustellen, denn die mit praktischen Versuchen gepaarte theoretische Bearbeitung weist zweifellos die Wege, um dem Ziel, befriedigende Auswertungsergebnisse zu erhalten, näher zu kommen.

#### a) Die ideale Luftaufnahme

Für eine meßbildtechnische Bearbeitung sind Senkrechtaufnahmen (mit den durch die unvermeidlichen Schwankungen des Flugzeuges zu erwartenden kleinen zulässigen Abweichungen) zu bevorzugen. Bei Doppelaufnahmen ist überdies auf Einhaltung gleicher Flughöhen zu achten, was mit einem empfindlichen Flüssigkeitsbarometer (Statoskop) mit Abweichungen von etwa 1 m zu erreichen ist. Die Aufnahmen sind mit langbrennweitigen Kammern zu machen, wobei man die kleinen Bildwinkel in Kauf nehmen muß. Das Basisverhältnis  $\left( \frac{\text{Basis}}{\text{Objektstand}} \right)$  hat auf die verlangte Überdeckung (60—80%) Rücksicht zu nehmen.

Die Flughöhe ist mit der besterreichbaren Sicht des Unterwassergrundes in Zusammenhang zu bringen (erwünscht sind kleine Flughöhen) und die Aufnahmen sind bei möglichst ungestörter Wasseroberfläche zu machen.

#### b) Abweichungen gegenüber dem Idealfall

Von meßtechnischen Auswirkungen, die aus Nichterfüllung von Forderungen an ideale Luftaufnahmen entspringen, sei Nachstehendes herausgestellt: Abweichungen gegenüber anzustrebender Senkrechtaufnahmen erschweren die Bearbeitung. Sollten die Flughöhen ungleich sein, so würden (Senkrechtaufnahmen vorausgesetzt) verschwenkte Aufnahmen vorliegen, die nach der einschlägigen Theorie zu bearbeiten wären; auch solche Aufnahmen bringen Er-

schwernisse für die Auswertung. Von größter Wichtigkeit ist das Vorliegen einer ungestörten Wasseroberfläche. Ihre Störung (Wellen) muß sich in bezug auf Lage- und Tiefenermittlung von Unterwasserobjekten merklich auswirken, ja sie unter Umständen unmöglich machen. Die bezüglichlichen Untersuchungen gehören in das Gebiet einer Sonderforschung, die, auf Luftaufnahmen bei bewegter Wasseroberfläche gestützt, eine Klärung der komplizierten Verhältnisse zu bringen hätte. Denn der bei ebener Wasserfläche eindeutig rekonstruierbare Strahlengang wird bei gestörter Fläche in kaum zu erfassender Weise verändert.

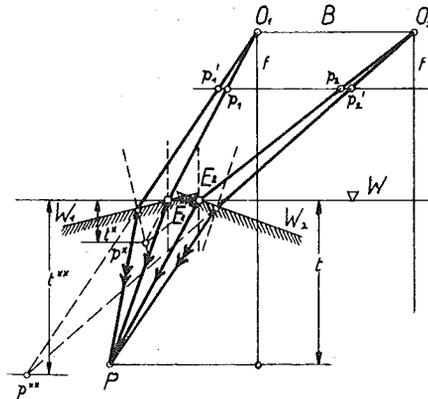


Abb. 23

Dies deutet Abb. 23 an, bei der in schematischer Vereinfachung angenommen wird, daß sich ebenflächige Wellenteile um die bei ungestörtem Wasserspiegel angenommenen Einfallspunkte  $E_1$  und  $E_2$  drehen. Der ursprüngliche Brechpunkt  $P^x$  wird durch Wellenbildung nach  $P^{xx}$  verlagert. Da nun alle Kombinationen der hier vereinfacht angenommenen Wellenelemente vorliegen können, deren Lage nicht zu erfassen ist, bleibt das Ergebnis einer Auswertung der sich immer an anderer Stelle abbildenden Tiefenpunkte sehr zweifelhaft. Soweit die theoretische Überlegung; es ist möglich, daß praktische Untersuchungen günstigere Möglichkeiten zeitigen, so z. B. durch die Summierung von zeitlich verschiedenen, jedoch photographisch überdeckten Bewegungsphasen.

### c) Schlußfolgerung

Die vorliegenden Forschungsergebnisse konnten nur in Zimmerversuchen überprüft werden. Leider lagen dem Bearbeiter keine brauchbaren Aufnahmen von Unterwassergelände aus Flugzeugen vor. So müssen alle Schlüsse für letztere aus nur theoretischen Erwägungen gezogen werden, von denen anzunehmen ist, daß sie die Praxis in der Hauptsache bestätigen wird. Dies betrifft vor allem die Frage, ob trotz der, vermessungstechnisch gesehen, ungünstigen Verhältnisse, die infolge der relativ großen Flughöhen (im Mittel 3000 m) bei sehr geringen Unterwassertiefen der photographisch noch wiedergebaren Gebilde (kaum über 10–12 m) vorliegen, bei mäßigen Genauigkeitsansprüchen nicht doch noch brauchbare Ergebnisse erwartet werden können.

Wenn auch die Theorie ergibt, daß im allgemeinen wegen Kreuzung zusammengehöriger abbildender Strahlen bei Doppelaufnahmen die Forderung stereoskopisch zu sehen, nicht erfüllt ist, ist doch wegen der durch die Kammerabmessungen eingeschränkten, verhältnismäßig kleinen Einfallswinkel der die Abbildung bewirkenden Strahlen bei der gemeinsamen Betrachtung der Teilbilder der Luftaufnahmen ein Stereoeffekt zu erwarten, denn die Erfahrung hat gezeigt, daß es hierfür genügt, daß sich zusammengehörige Strahlen wenigstens annähernd schneiden. Hierbei ist weiters zu bedenken, daß die brechende Schichte verhältnismäßig so geringe Dicke hat, daß es zulässig sein dürfte, den kurzen gebrochenen Strahl mit dem ungebrochenen zusammenfallend anzunehmen. Da aber im Stereoeffekt nur ein optisch vorgetäushtes Objekt den Augen dargeboten wird, muß nachträglich die Reduktion desselben auf das wirkliche Objekt durchgeführt werden. Die Korrektur der Lage ist im allgemeinen gering zu veranschlagen, so daß sie unter Umständen vernachlässigt werden könnte, aber bezüglich der Tiefe ist dies nicht zulässig. Sie müßte also aus der stereoskopisch erfaßten, scheinbaren Tiefe nachträglich bestimmt werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß in Auswirkung der Lichtbrechung bei der Aufnahme ein „gehobenes“ Objekt registriert wird. Über die einschlägigen Verhältnisse gibt die binokulare Brechlinie erwünschte Fingerzeige und bei Behandlung derselben wurde erkannt, daß diese konchoidenartige Linie sich in dem Maße verflacht, als die Höhe zunimmt. Man könnte also in Näherung die binokulare Brechlinie in eine zur Wasseroberfläche parallele Gerade übergehen lassen, deren Tiefe etwa der größten Tiefe der binokularen Brechlinie gleichzuhalten wäre, also mit Hinweis auf Abb. 10, der daselbst ersichtliche Größe  $\eta_m$ . Diese könnte unter Umständen, wieder in weiterer Näherung, der größten Tiefe der einschlägigen monokularen Brechlinie gleichgesetzt werden, die (siehe Abb. 5)  $\frac{t}{n}$ , also bei Wasser  $\frac{3}{4}t$  beträgt. Das heißt, die im stereoskopischen Meßverfahren gewonnenen Werte wären etwa  $\frac{4}{3}$  mal zu nehmen, um genähert die tatsächliche Tiefe des Objektpunktes zu erhalten.

## VI. Vorschläge zur weiteren Behandlung des Forschungsthemas

Die weitere Bearbeitung des Forschungsthemas hätte die theoretische und praktische Seite zu berücksichtigen. Es ist notwendig, die in vorstehenden Ausführungen niedergelegten wissenschaftlichen Ergebnisse auszubauen, andererseits müßte die Praxis den Wünschen für die Ermöglichung einer befriedigenden Auswertung von Zweimedienphotogrammen Rechnung tragen.

Bezüglich Flugzeugaufnahmen von Unterwassergebilden wären die angeführten Untersuchungen von Petermann, Joseph und Wattenberg weiterzuführen. Hiefür wird für möglichst geeignetes Versuchsgelände Vorsorge zu treffen sein mit dem Sonderziel, aus bildmeßtechnisch hochwertigen Photogrammen Abmessungen von Unterwasserobjekten zu gewinnen. Diese wären auch durch unmittelbare Messung nach Lage und Tiefe festzulegen, um im

Vergleich ein Urteil über die photogrammetrisch erlangbare Genauigkeit zu erhalten. Einschlägige Aufnahmen wären sowohl bei ruhiger als auch wellenbewegter Wasserfläche zu machen.

Wichtig sind weiters optische und photochemische Studien, um den Bereich auswertbarer Tiefen photographisch weitgehendst zu steigern. Die Ermittlung der Brechungsverhältnisse des Wassers für verschiedene Örtlichkeiten würde für den jeweiligen Brechungsexponenten (der im Mittel mit  $n = \frac{4}{3}$  angenommen wurde) entsprechende Rechnungsdaten geben.

Bezüglich der Auswertung von Zweimedienphotogrammen wären die angedeuteten Methoden zu prüfen und zu vereinfachen. Letzteres erscheint durch rechnerische oder optische Zurückführung der die Bildverzeichnung bewirkenden gebrochenen Strahlengänge in geradlinige möglich. Die auf diesem Wege erlangten zentralperspektivischen Abbildungen — nur solche setzt eigentlich die Photogrammetrie voraus — könnten dann mit Hilfe der bewährten bekannten Methoden zur Auswertung gelangen. Am bequemsten wäre es, die bimediale Abbildung durch ein dem Aufnahms-, bzw. Projektionsobjektiv vorgelagertes optisches Vorsatzsystem zu verändern und unmittelbar eine scheinbar einmediale, also perspektivische Abbildung zu erzwingen. Es sei hier auf den Vorschlag des Verfassers zur „Behebung der Verzeichnung des photographischen Bildes bei Einschaltung von Planplatten“ hingewiesen. (Internationales Archiv für Photogrammetrie VI. Bd, 1923, S. 195.) Es wurde schon angedeutet, daß auch die Orientierung von bimedialen Photogrammenpaaren interessante Probleme bietet, welche einer Sonderforschung zuzuführen wären.

Wenn dann ein zielgerichtetes und daher günstigeres Bearbeitungsmaterial vorliegen wird als es dem Verfasser zur Verfügung stand, werden Genauigkeitsuntersuchungen einsetzen können, welche über die praktische Brauchbarkeit und die Grenzen einer „Zweimedienphotogrammetrie“ endgültig Aufschlüsse geben werden.

Befriedigende Ergebnisse, die namentlich im Gebiet der bimedialen Nahphotogrammetrie zu erwarten sind, würden unter Umständen auch zum Bau von speziellen Aufnahms-, Auswertungs- und Kartiergeräten anregen.

## VII. Versuchsmessungen im Laboratorium

Um die vorliegenden Ergebnisse der Forschung einigermaßen zu überprüfen; wurden Modellversuche im Zimmer ausgeführt. Sie waren durch die Zeitverhältnisse außerordentlich erschwert und mußten oft in improvisierter Weise erledigt werden. Dem Bearbeiter kam der Umstand zustatten, daß in dem von ihm geleiteten Institut für Geodäsie an der Technischen Hochschule Graz Instrumente und Geräte vorhanden waren, welche für die Versuche zweckmäßig Verwendung finden konnten. Hierüber sei kurz berichtet: Ein- und Zweibildaufnahmen, und zwar sowohl Senkrecht- als Schrägaufnahmen wurden mit einem Aufnahmsgerät durchgeführt, das im wesentlichen aus einem Brückenstativ bestand, auf dessen Rechteckrahmen eine Bildmeßkammer entweder auf

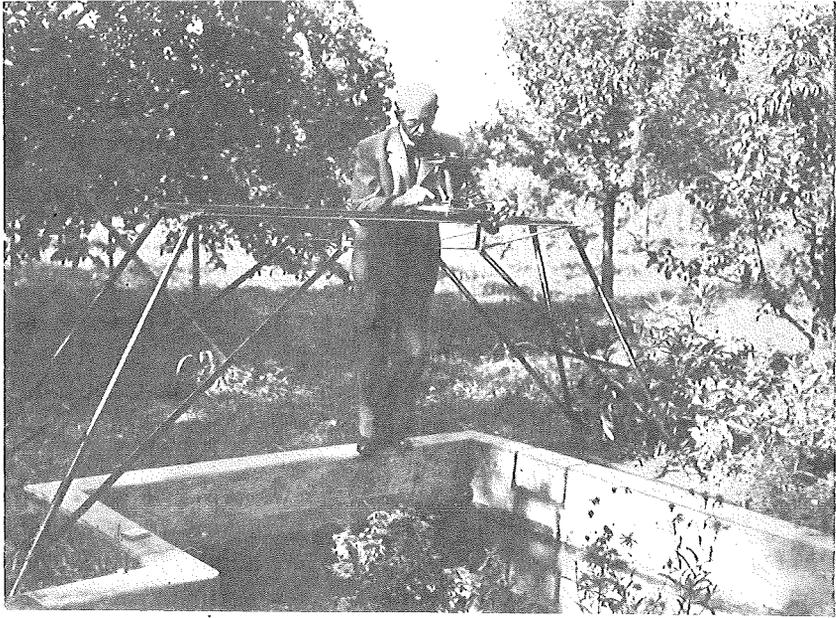


Abb. 24

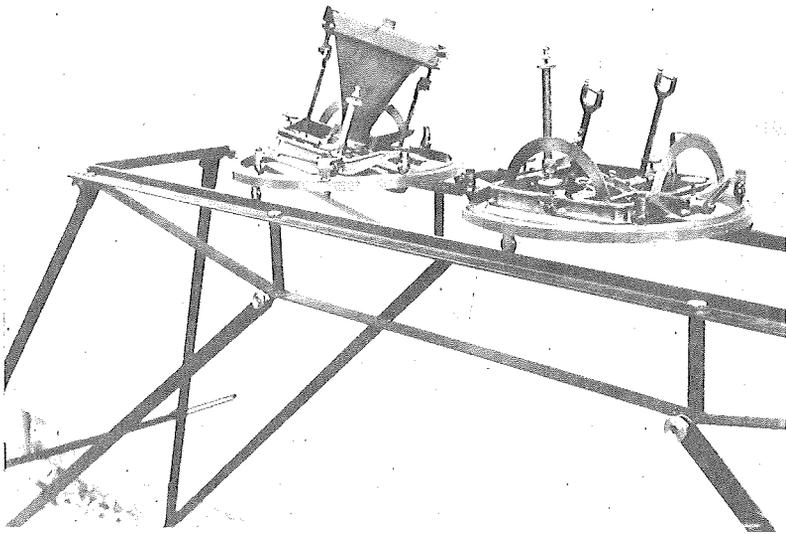


Abb. 25

einem Schlittenbrett oder in Verbindung mit einer kardanisch gelagerten Tragvorrichtung verschoben und in jeder Lage fixiert werden konnte. Abb. 24. (Diese Ausrüstung wurde vom Verfasser gelegentlich der internationalen Tagung für Photogrammetrie in Rom, 1938 vorgeführt.) Letztere Tragvorrichtung wurde für die nach abwärts gerichtete Bildmeßkammer verwendet. In diese, eine starre Wild-Meßkammer, konnten austauschbare Nahobjektive für Einstellentfernungen von 26 *cm*, bzw. 1,5 *m* eingeführt werden. Die Unterwasserobjekte (Zeichnungen, Modelle, Tiefenmarken usw.) wurden in ein Wasserbecken (Abb. 25), bzw. eine Glaswanne (ca. 1 *m*<sup>3</sup> Wasser fassend) eingelegt. Alle notwendigen Längen (Basen, Tiefen) und Winkel (Nadirdistanzen) konnten mit ausreichender Genauigkeit gemessen, bzw. nachgeprüft werden. Die Glaswanne war für Aufnahmen im Freien geplant; da sie erst im Winter zur Verfügung stand, mußte sie im Zimmer verwendet werden, was bei Kunstlicht unerwünscht, teilweise nicht behebbare Reflexe zeitigte. Für die Ausmessungen und Auswertungen standen neben einfachen Meßgeräten ein einfacher Bildmeßkomparator, ein Stereokomparator, ein Radialtriangulator sowie ein Topometer zur Verfügung.

Nachfolgend sind einige Versuchsprotokolle aus der großen Zahl von Aufnahmen und Auswertungen herausgegriffen, um für die entwickelten Formeln und Verfahren als Beispiele zu dienen.

## Aufnahms- und Auswertungsbeispiele

### 1. Monokulare Brechungslinie einer horizontalen Unterwassergeraden

(hiezü Abb. 5)

Geg.:  $f = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 3000 \text{ m}$ ,  $t = 10 \text{ m}$ ,  $n = \frac{4}{3}$

Ges.: Winkel  $\gamma$  weiters  $\xi$  und  $\eta$  der monokularen Brechungslinie.

$$(4) \dots \text{tg } \gamma = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} \cdot \text{tg } \alpha$$

$$(17) \dots \xi = \frac{t}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \sin \gamma + \frac{h \cdot n}{\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \text{tg } \gamma; \quad \eta = \frac{t}{n} \cdot \cos \gamma$$

$\alpha^\circ$	$v$ in cm	$\gamma$			$\xi$ in m	$\eta$ in m
		o	'	''		
0°	0	0	00	00	0,00	7,50
5°	1,75	3	18	44	260,57	7,49
10°	3,53	6	39	08	530,30	7,44
15°	5,36	10	03	00	805,82	7,38
20°	7,28	13	32	09	1094,54	7,29
25°	9,33	17	08	28	1393,17	7,17
30°	11,55	20	54	03	1736,09	7,01
35°	14,00	24	51	05	2105,40	6,81

### 2. Binokulare Brechungslinie für eine Unterwassergerade

(Abb. 11)

Es liegen 2 Senkrechtaufnahmen aus  $O_1$  und  $O_2$  bei gleicher Flughöhe vor:

Geg.:  $f = 20 \text{ cm}$ ,  $h_1 = h_2 = 3000 \text{ m}$ ,  $t = 10 \text{ m}$ , Basis  $B = 1750 \text{ m}$ ,  $n = \frac{4}{3}$ ,

60% Überdeckung

Ges.:  $\gamma_1, \gamma_2$  für  $O_1$  und  $O_2$ ;  $\gamma_m$  für Basismitte  $M$ ,  $\eta_1, \eta_2$  und  $\eta_m$  für die Lote durch  $O_1, O_2, M$ .

a) Berechnung der Winkel  $\gamma$ :

$$t \sin \gamma + n \cdot h \cdot \text{tg } \gamma = \sqrt{n^2 - 1} \cdot \xi \quad (17) \text{ und } (31)$$

$$\alpha) \quad \xi = B = 1750 \text{ m.} \quad \sin \gamma + 400 \text{ tg } \gamma = 154,34$$

$$1. \text{ Näherung } (\sin \gamma = 0) \dots \gamma' = 21^\circ 05' 06''$$

$$2. \text{ Näherung (mit } \sin \gamma') \quad \gamma'' = 21^\circ 03' 15''$$

$$3. \text{ Näherung (mit } \sin \gamma'') \quad \gamma''' = 21^\circ 03' 15''$$

$$\gamma''' = \gamma_1 = \gamma_2$$

$$\beta) \quad \xi = \frac{B}{2} = 875 \text{ m.}$$

1. Näherung

$$\bar{\gamma}' = 10^{\circ} 55' 10''$$

2. Näherung

$$\bar{\gamma}'' = 10^{\circ} 53' 36'' \quad \bar{\gamma}'' = \gamma_m$$

b) Berechnung der Ordinaten  $\eta_1, \eta_2$  und  $\eta_m$  aus  $\eta = \frac{t}{n} \cdot \cos \gamma \dots (17)$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 21^{\circ} 03' 15''; \quad \eta_1 = \eta_2 = 7,00 \text{ m}$$

$$\gamma_m = 10^{\circ} 53' 36''; \quad \eta_m = 7,36 \text{ m}$$

### 3. Ein bild mess ung

(Abb. 13)

$$\text{Tiefenbestimmung } t = \frac{u}{3} \sqrt{\left(\frac{4b}{v}\right)^2 + 7} \quad (34) \text{ und } (41)$$

(Für Einzelpunkte einer horizontalen Unterwasserebene.)

$$\text{Geg.: } b = 16,526 \text{ cm} \quad h = 116,30 \text{ cm} \quad n = \frac{4}{3}$$

Gem.:  $c, v$  einzelner PunkteGes.: Tiefen  $t$  dieser Punkte

$$u = c - \frac{h}{b} \cdot v$$

Punkt	$v$ in $cm$	$c$ in $cm$	$t$ in $cm$
$H$	7,472	65,191	38,816
15	6,670	58,300	38,850
14	5,712	50,000	38,794
13	4,844	42,473	38,850
11	3,604	31,623	38,678
18	2,276	20,000	38,737
19	2,548	22,361	38,520
20	3,222	28,284	38,685
21	4,108	36,056	38,837

$$t = 38,752 \text{ cm} \pm 0,003 \text{ cm}$$

Mittl. Fehler einer Einzelbeobachtung:  $m = \pm 0,011 \text{ cm}$ Mittl. Fehler des arithm. Mittels:  $M = \pm 0,003 \text{ cm}$

#### 4. Photogrammetrische Bestimmung des Brechungskoeffizienten $n$ für Wasser

Geg.:  $b = 16,526 \text{ cm}$ ,  $t = 38,8 \text{ cm}$ ,  $h = 116,3 \text{ cm}$

Gem.:  $v$  und  $u$  von Punkten einer horizontalen Unterwasserebene.

$$\text{Ges.: } n = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{t}{u}\right)^2}{1 + \left(\frac{b}{v}\right)^2}} \dots \dots (46); \quad u = c - \frac{h}{b} \cdot v$$

Punkt	$t$	$u$ in $cm$	$v$ in $cm$	$n$
A	38,8	12,611	7,472	1,333
15	38,8	11,363	6,670	1,332
14	38,8	9,805	5,712	1,333
13	38,8	8,386	4,844	1,331
18	38,8	3,984	2,276	1,336
21	38,8	7,148	4,108	1,331
23	38,8	10,573	6,329	1,329

$$n = 1,3323 \pm 0,0007$$

Mittl. Fehler einer Einzelbeobachtung  $m = \pm 0,0023$

Mittl. Fehler des arithm. Mittels  $M = \pm 0,0007$

#### 5. Zweibildmessung (Mebtischphotogrammetrie) (Abb. 16)

Es liegen vor zwei Senkrechtaufnahmen einer Unterwasserebene  
(Zeichnung mit Fixpunkten)

Geg.:  $b = 16,526 \text{ cm}$ ,  $h_1 = h_2 = 116,30 \text{ cm}$ ,  $B = 50 \text{ cm}$ ,  $n = \frac{4}{3}$

Gem.:  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $v$  (Polarkoordinaten einzelner Bildpunkte)

Ges.: Lage ( $c_1$ ,  $c_2$ ) und Tiefe  $t$  einzelner Punkte

$$c_1 = B \frac{\sin \psi}{\sin(\varphi - \psi)} \dots (38) \quad c_2 = B \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \psi)} \dots (38)$$

$$t = \frac{u}{3} \sqrt{\left(\frac{4b}{v}\right)^2 + 7} \dots (41); \quad u = c - \frac{h}{b} \cdot v$$

P	φ		ψ		v <sub>1</sub> cm	v <sub>2</sub> cm	c <sub>1</sub> cm	c <sub>2</sub> cm	t <sub>1</sub> cm	t <sub>2</sub> cm	cm t Mittel
	o	,	o	,							
27	134	50	14	01	1,606	4,708	14,101	41,287	38,482	38,835	38,658
10	90	00	31	04	3,422	6,684	30,122	58,372	39,247	38,672	38,958
13	134	58	56	26	4,844	4,118	42,511	36,096	39,017	38,588	38,802
11	108	23	36	57	3,606	5,722	31,706	50,053	39,061	38,646	38,853
21	146	17	45	06	4,108	3,224	36,103	28,291	39,104	39,491	39,297
30	165	56	45	00	4,698	1,614	41,218	14,167	38,914	38,415	38,664
22	153	24	63	33	5,100	2,556	44,766	22,388	38,131	39,110	38,620
14	145	04	71	41	5,720	3,618	50,087	31,703	38,846	38,417	38,632

Mittlere Tiefe  $t = 38,810 \pm 0,082$  cm

$$m = \pm 0,231 \text{ cm}, \quad M = \frac{m}{\sqrt{8}} = \pm 0,082 \text{ cm}$$

6. Zweibildmessung (Stereophotogrammetrie)  
(Messung in der Lotebene durch  $O_1$  und  $O_2$ )  
(Abb. 11)

Geg.:  $b = 16,526$  cm,  $B = 50$  cm,  $h_1 = h_2 = 116,3$  cm,  $n = \frac{4}{3}$

Gem.: Für Einzelpunkte  $x_1 = v_1$ ;  $a = v_2 - v_1$

Ges.:  $E = h + \tau$ ,  $X$ ,  $t$

$$E = \frac{Bb}{a}; \quad X = \frac{x}{b} \cdot E$$

$$t = \frac{B_0 \cdot \tau}{(h + \tau) \frac{v_2}{\sqrt{(K_1 v_2)^2 + K_2^2}} - \frac{v_1}{\sqrt{(K_1 v_1)^2 + K_2^2}}} \dots (45)$$

P	$x_1 = v_1$	a	v <sub>2</sub>	E	τ	X	t
34	0,000	5,7080	5,708	144,761	28,461	0,000	38,90
35	1,136	5,6942	4,558	145,112	28,812	9,975	38,92
36	2,276	5,6920	3,416	145,168	28,868	19,993	38,77
37	3,416	5,6922	2,276	145,163	28,863	30,000	38,76
38	4,558	5,6941	1,136	145,115	28,815	40,023	38,92
39	5,708	5,7081	0,000	144,759	28,459	49,999	38,90

Sämtliche Maße in cm

$$t = 38,861 \text{ cm} \pm 0,031 \text{ cm}$$

Mittlerer Fehler einer Einzelmessung  $m = \pm 0,075$  cm

Mittlerer Fehler des arithm. Mittels  $M = \pm 0,031$  cm

7. Zweibildmessung (Stereophotogrammetrie)  
 (Messung von Punkten außerhalb der Lotebene durch  $O_1$  und  $O_2$ )

Geg.:  $b = 16,526 \text{ cm}$ ,  $B = 50 \text{ cm}$ ,  $h_1 = h_2 = 116,3 \text{ cm}$ ,  $n = \frac{4}{3}$

Gem.: Winkel  $\varphi$ , Winkel  $\psi$ ,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  (Radialtriangulator)

Ges.:  $B_0$ ,  $t$  . . . . (43) und (44)

$P$	$\sphericalangle \varphi$	$\sphericalangle \psi$	$\nu_1$	$\nu_2$	$B_0$	$t$
21	33° 43'	45° 06'	4,108	3,224	7,811	38,75
22	26° 36'	63° 33'	5,100	2,556	22,378	38,58

Sämtliche Längenmaße in  $cm$

Mittlere Tiefe  $t_0 = 38,67 \text{ cm}$

Mittlerer Fehler einer Einzelmessung  $m = \pm \sqrt{\frac{0,0145}{1}} = \pm 0,12 \text{ cm}$

Mittlerer Fehler des arithm. Mittels  $M = \pm 0,09 \text{ cm}$

G r a z, 28. Februar 1945.

