

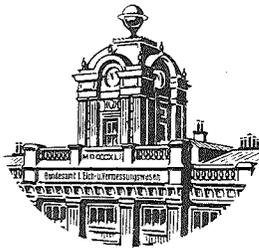
**Sonderheft 3**  
der **Österreichischen Zeitschrift**  
für **Vermessungswesen**



**Der schrittweise Aufbau des  
europäischen Lotabweichungssystems  
und sein bestanschließendes Ellipsoid**

von

**Karl Ledersteger, Wien**



Herausgegeben vom **Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen**  
**Gruppe Vermessungswesen**

**Eigentümer und Verleger:**  
**Österreichischer Verein für Vermessungswesen**  
Wien, VIII., **Friedrich-Schmidt-Platz 3**

**WIEN 1948**

Bisher sind folgende Sonderhefte erschienen:

Sonderheft 1: Festschrift Eduard Dolezal, 198 Seiten, Neuauflage 1948  
Preis S 18.—

Sonderheft 2: Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme, 40 Seiten, 1935  
wird neu aufgelegt

Sonderheft 3: Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid  
140 Seiten, 1948 Preis S 25.—

Sonderheft 4: Zaar, Zweimedienphotogrammetrie, 40 Seiten, 1948  
Preis S 18.—

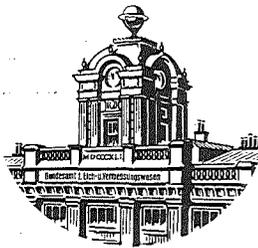
Sonderheft 5: Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie, 45 Seiten, 1948 Preis S 18.—

**Sonderheft 3**  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen

**Der schrittweise Aufbau des  
europäischen Lotabweichungssystems  
und sein bestanschließendes Ellipsoid**

VON

**Karl Ledersteger, Wien**



Herausgegeben vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
Gruppe Vermessungswesen

Eigentümer und Verleger:  
Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

WIEN 1948

Druck: Bundesamt für Eich- u. Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien

I n h a l t :

Vorwort. . . . .	Seite 1
1. Erstes Partialsystem : Deutschland im System der preußischen Landesaufnahme. . . . .	" 5
2. Zweites Partialsystem : Böhmen und Mähren. . . . .	" 16
3. Drittes Partialsystem : Slowakei. . . . .	" 20
4. Viertes Partialsystem : Polen. . . . .	" 27
5. Fünftes Partialsystem : Ungarn. . . . .	" 33
6. Sechstes Partialsystem : Rumänien. . . . .	" 38
7. Siebentes Partialsystem : Jugoslawien. . . . .	" 46
8. Achtes Partialsystem : Bulgarien. . . . .	" 55
9. Neuntes Partialsystem : Griechenland. . . . .	" 59
10. Der Anschluß Albanien. . . . .	" 62
11. Zehntes Partialsystem : Österreich. . . . .	" 65
12. Elftes Partialsystem : Italien. . . . .	" 70
13. Zwölftes Partialsystem : Schweiz. . . . .	" 76
14. Dreizehntes Partialsystem : Niederlande und Belgien. . . . .	" 82
15. Vierzehntes Partialsystem : Frankreich. . . . .	" 91
16. Fünfzehntes Partialsystem : Großbritannien. . . . .	" 99
17. Sechzehntes Partialsystem : Ost - Spanien. . . . .	" 105
18. Die Diskussion der Elemente der Partialsysteme. . . . .	" 110
19. Die Genauigkeit der Helmertschen Differentialformeln. . . . .	" 115
20. Die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides. . . . .	" 118
21. Das einheitliche Lotabweichungssystem und die günstigsten geodätischen Ausgangswerte für Potsdam, Wien und Warschau. . . . .	" 124
Zusammenfassung. . . . .	" 133
Summary. . . . .	" 136
Résumé. . . . .	" 139



Die Vorstudien für den künftigen Zusammenschluß der europäischen Landesnetze haben sich in verschiedenen Richtungen zu bewegen. Das erste Problem betrifft die günstigsten geodätischen Ausgangswerte für den gewählten Fundamentalpunkt, für den dank der geographischen Lage in erster Linie wohl der deutsche oder der österreichische Triangulierungshauptpunkt in Frage kommen. Diese Ausgangswerte setzen aber bereits die Kenntnis einer möglichst absoluten Lotabweichung in dem betreffenden Punkt voraus. Die für die Ermittlung der absoluten Lage- und Orientierungsbestimmung nötige Minimalforderung für ein System von Lotabweichungen kann aber nur dann ein befriedigendes Ergebnis liefern, wenn eine entsprechend große räumliche Ausdehnung des Systems eine weitgehende Freiheit von regionalen Einflüssen verbürgt. Die Lotabweichungen tragen ja nicht den Charakter rein zufälliger Fehler, da die Undulationen des Geoids unter dem Einfluß der Kontinente und großen Gebirgsstöcke ein regional systematisches Verhalten zeigen. Die Anwendung des üblichen Minimumprinzipes ist daher bei den Lotabweichungen ebenso wie bei den Schwerestörungen in aller Strenge nur auf ein gleichmäßig über die ganze Erdoberfläche verteiltes Material erlaubt. Da diese Forderung praktisch nicht erfüllt werden kann, kann man den regionalen Störungen nur durch eine möglichst beträchtliche Ausdehnung des Lotabweichungssystems bei annähernd zentraler Lage des gewählten Ursprungs begegnen.

Die zweite Hauptfrage ist der geeignetsten Referenzfläche gewidmet. Für die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides von Europa sind schon umfangreiche Vorarbeiten geleistet worden. Aber eine vollständig befriedigende Ableitung war bisher noch nicht möglich, weil ein umfassender geodätischer Netzverband fehlte, der das nötige, flächenhafte Material liefert. In meiner letzten Abhandlung<sup>1)</sup>, als deren Fortsetzung die vorliegende Untersuchung gedacht ist, konnte außer den bekannten großen Gradmessungsarbeiten ein Mitteleuropa, Südosteuropa und Italien-umfassender provisorischer Netzzusammenschluß zugrundegelegt werden. Da die ideale Lösung dieser Aufgabe aber gleichsam den Europazusammenschluß selbst voraussetzt, kann sie nur auf dem Wege einer sukzessiven Approximation angestrebt werden. Es ist dies möglich, weil ein Lotabweichungssystem an sich keine allzugroßen Anforderungen an die zugrundeliegende Triangulierung stellt, also ein behelfsmäßiger, mit einfachen Mitteln hergestellter Netzverband hierfür ausreicht. Die Maßstabfehler, die im Einzelfall untrennbar mit der Änderung der Achse des Referenzellipsoides verbunden sind, werden bei einem etwas inhomogenen Material im Mittel wahrscheinlich unschädlich sein. Wichtiger wäre eine gleichmäßige Verteilung der Laplaceschen Punkte. Aber auch diese läßt viel zu wünschen übrig, teils weil die Anlage des astronomisch-geodätischen Netzes noch selten unter dem Gesichtspunkt des gesamteuropäischen Ausgleiches geplant wurde, teils weil der einzelne Rechner auf das nur spärlich publizierte geodätische Material angewiesen ist. Die Unkenntnis der geodätischen Vergleichswerte verhindert daher vielfach, das astronomische Material vor einer internationalen Vereinbarung zweckentsprechend zu verwerten.

-----  
 1) K.Ledersteger: Theoretische und numerische Studien zur genäherten Ableitung eines bestanschließenden Ellipsoides für Europa. Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften, Wien, 1948.

Jedoch mildert ein in der vorerwähnten Abhandlung bewiesener Satz die schädliche Auswirkung einer ungleichmäßigen Punktverteilung beträchtlich. Dieser Satz betrifft die Invarianz des Schwerpunkts eines bereits nach dem Minimumprinzip für die Lotabweichungen behandelten Systems gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang. Das dort angewendete Näherungsverfahren gestattet auch die volle Ausnützung der reinen Lotabweichungspunkte, in denen also nur zwei von den drei möglichen astronomischen Bestimmungsstücken beobachtet sind, zumeist Polhöhe und Azimut, in einigen selteneren Fällen auch Polhöhe und Länge. Für die astronomisch-geodätische Bearbeitung wird das Gesamtnetz in eine Reihe von Partialsystemen zerlegt und in jedem Schwerpunkt dieser Teilsysteme die dem Minimumprinzip entsprechende geodätische Verschiebung und Verdrehung ermittelt. Eine jede Linie zwischen zwei solchen Schwerpunkten liefert dann zwei Bestimmungsgleichungen für die Verbesserungen der Achse und Abplattung, so daß aus einem über alle europäischen Staaten verteilten System derartiger Landesschwerpunkte wohl die sicherste Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides hervorgeht. An Stelle der reinen Breiten- und Längengradmessungen tritt ein Liniennetz, das die für unsere spezielle Aufgabe vorzuziehenden Gradmessungen schiefe zum Meridian ersetzt. Denn im allgemeinen sind die Längengleichungen der Breitengradmessungen und die Breitengleichungen der Längengradmessungen natürlich unbrauchbar.

Die dritte prinzipielle Frage hat die Methode der Ausgleichung des gesamteuropäischen Netzes zum Gegenstand. Diese Frage wird also bei der internationalen Planung der Gesamtarbeiten besonders eingehend diskutiert werden müssen. Das Bestreben muß es sein, mit möglichst einfachen Mitteln ein gutes Resultat zu erzielen. Da dieses Problem jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist, wollen wir hier jedwedes vergleichende Werturteil über die moderneren Verfahren, die in dieser Richtung ersonnen wurden, vermeiden. Zur Auswahl stehen die amerikanische Methode von Bowie, die russische Methode von Krassowsky und ihre Modifikation von Urmajew, die von Eggert skizzierte strenge Ausgleichsmethode, die finnische Methode von Ölander, der Einbau der Laplaceschen Bedingungen in das Entwicklungsverfahren von Boltz und die jüngsten italienischen Vorschläge von Marussi und Marcantoni. Es hat aber viel Wahrscheinlichkeit für sich, daß man in der einen oder anderen Weise von den Laplaceschen Azimuten Gebrauch machen wird, die man bekanntlich erhält, indem man die Laplacesche Gleichung nach dem geodätischen Azimut auflöst :

$$\alpha_L = \alpha' - (\lambda' - \lambda) \sin \varphi \quad 1)$$

Da dieses Azimut außer von den astronomischen Beobachtungen nur von der geodätischen Länge abhängt-- ein Fehler in der geographischen Breite darf auf jeden Fall vernachlässigt werden --, wird es unabhängig von der hauptsächlichsten Fehlerquelle, nämlich dem Fehler der Azimutübertragung durch die Dreieckswinkel der Kette. Ein eventueller kleiner geodätischer Längenfehler wird z.B. beim Bowieschen Verfahren bei der Schlußausgleichung der Kettenabschnitte berücksichtigt, nachdem ihn die vorhergehende Polygonausgleichung aufgedeckt hat.

Hingegen bleibt bei dieser Verwendung der Einfluß der astronomischen Beobachtungsfehler bestehen und es scheint daher von Wichtigkeit, daß das hier verwendete Näherungsverfahren zur Bestimmung der Netzverschiebung und Verdrehung den durch die Laplacesche Gleichung gegebenen Zusammenhang zwischen

den Längen und Azimuten bewußt lockert und die getrennte Behandlung nach den Minimumprinzipien für die restlichen Lotabweichungen und Laplaceschen Widersprüche vor allem die astronomischen Fehler des Fundamentalpunktes aufdeckt, die sich in systematischen Laplaceschen Widersprüchen zeigen. Der Beweis für die Berechtigung dieser Vorstellung liegt in dem Umstand, daß bisher noch jedes Landessystem einen mehr oder minder großen systematischen Laplaceschen Widerspruch aufgezeigt hat. Die Berücksichtigung dieses Umstandes und verschiedene Überlegungen, die sich im Laufe der Untersuchung fast zwangsläufig ergeben, decken größere astronomische Fehler auf und gestatten ihre Elimination, ohne daß die Verbesserungen der astronomischen Beobachtungsdaten in die Ausgleichung als Unbekannte eingehen.

Der in der Folge durchgeführte Aufbau eines umfassenden Lotabweichungssystems soll daher als Vorarbeit für den künftigen Europa-Zusammenschluß dienen und hat als solche eine dreifache Aufgabe zu erfüllen, nämlich die Beantwortung der beiden ersten Fragen und die Aufdeckung aller größeren Widersprüche im Sinne des vorhergehenden Absatzes, sei es, daß es sich um Mängel des geodätischen Netzes oder der astronomischen Beobachtungen handelt. Ein besonderes Augenmerk bleibt dabei stets auf die absolute Orientierung gerichtet, die natürlich nicht immer genügend sicher aus den Partialsystemen hervorgeht. Es ergibt sich aber ein Gesamtbild des regionalen Verhaltens der Lotabweichungen, das in großen Zügen zumeist aus den topographischen Verhältnissen verständlich wird. Mithin kann dem Resultat der Untersuchung eine mitbestimmende Rolle bei der Planung der künftigen großen internationalen Zusammenarbeit zufallen. Dies sei zur Rechtfertigung dieses Versuches gesagt, der leider alle Mängel der Lückenhaftigkeit des zur Verfügung stehenden Materials tragen muß.

Aus praktischen Gründen wurde der Ausgang vom deutschen Reichsdreiecksnetz genommen. Maßgebend waren hierfür die zentrale Lage, die schon erwiesene gute Orientierung im Kern des Netzes und schließlich der Umstand, daß es bereits früher einem größeren Netzverband, dem sogenannten Einheitssystem Potsdam, zugrundegelegt wurde. Die Ergebnisse des jüngst in Bamberg nach der Bowie-Methode fertiggestellten mitteleuropäischen Netzes konnten leider noch nicht verwertet werden. Dies hat nicht nur den Ausfall vieler Laplacescher Punkte zur Folge; das bisherige Reichsdreiecksnetz weist nämlich bekanntlich im Osten manche Mängel auf, die in Kauf genommen werden mußten, da ihre Ausmerzung, auch wenn alle Unterlagen zur Verfügung stünden, die Arbeitskraft eines einzelnen bei weitem übersteigt. Diese Mängel des östlichen Reichsdreiecksnetzes lassen es auch angezeigt erscheinen, den im 4. Heft der "Lotabweichungen" durchgeführten Anschluß des alten Meridianbogens von Struve-Tenner nicht zu verwerten und lieber die Veröffentlichung der Ergebnisse des Ostseeringes abzuwarten. Eine weitere Beschränkung betrifft die Sowjetunion. Unsere Arbeit schließt östlich mit dem Leningrader-Meridianbogen Murmansk - Nikolajew ab, weil nur älteres, sporadisches Material zugänglich ist und weil vermutlich die Resultate des über das Riesenreich gelegten modernen Netzes von Meridian- und Parallelkreisketten von russischer Seite astronomisch-geodätisch verarbeitet werden. Auch ist mit einem Geoidanstieg gegen Zentralasien zu rechnen, so daß dieses Material aller Wahrscheinlichkeit nach eine Majorante für die Achse des bestanschließenden Ellipsoides in Europa liefert. Die Schaffung eines großen eurasischen Blockes aber, für den die gewaltigen russischen Arbeiten und die wertvollen Triangulierungen der Survey of India von grundlegender Bedeutung sein werden, scheint noch in weiter Ferne zu liegen. Mithin erstreckt

sich auch diese Untersuchung trotz der großen räumlichen Erweiterung noch nicht über ganz Europa.

Einige Worte haben wir endlich noch der Wahl der Referenzfläche zu widmen. In den bisherigen internationalen europäischen Arbeiten wurde fast ausschließlich das Besselsche Ellipsoid und das internationale Meter zugrundegelegt. Da somit die Maßzahl für die Achse dieses Ellipsoides, die ursprünglich aus der Verwandlung von Toisen in legale Meter hervorging, trotz des Übergangs auf das internationale Meter unverändert beibehalten wurde, operiert man eigentlich auf einem verkleinerten Ellipsoid, wobei die Achsenverkürzung 58 logarithmische Einheiten der 7. Dezimale oder rund 85 m beträgt. Die neueren deutschen Kontrollgrundlinien erbrachten nun den Nachweis, daß das deutsche Netz im Mittel zufälligerweise um fast denselben Betrag zu groß ist, so daß man auch hier zwanglos den Übergang auf das verkleinerte Ellipsoid vornehmen konnte<sup>2)</sup> und damit gleichzeitig durch eine reine Festsetzung, also ohne die geringste Änderung der Koordinaten den Maßstabfehler und das lästige legale Meter beseitigt hat. Den folgenden Berechnungen liegt daher das verkleinerte Besselsche Ellipsoid :

$$\begin{aligned} a &= 6\,377\,397,155 \text{ m} && \text{int} && 2) \\ \alpha &= 1 : 299,1528 = 0,0033\,4277 \end{aligned}$$

zugrunde.

---

2) K.Ledersteger : Die Kompensation des Maßstabfehlers des Reichsdreiecksnetzes, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, Jg. 1944, Seite 65 - 68 .

## 1.

## Erstes Partialsystem : Deutschland im System der preußischen Landesaufnahme.

Unser erstes Teilsystem beruht geodätisch, soweit zugänglich, auf dem Reichsdreiecksnetz in seiner jüngsten, bei Kriegsende noch nicht abgeschlossenen Gestalt. Bekanntlich wurde bei der Neugestaltung des Netzes der sogenannte "Schreibersche Westen" unverändert beibehalten, die Teile östlich der Elbe aber erneuert. Ebenso wurden die süddeutschen Netze, deren vorläufige Anfelderung durch Finsterwalder, Clauß und Thilo erfolgte, einer Neubearbeitung unterzogen. Alle näheren Umstände sind eingehend von Gigas geschildert worden, auf dessen Arbeit<sup>3)</sup> verwiesen werden darf. Die geodätischen geographischen Koordinaten der älteren unveränderten Netzteile Preußens konnten den Hauptdreiecken der preußischen Landestriangulation, die neueren, soweit bisher veröffentlicht, der neuen Folge dieser Serie entnommen werden. Für die südlichen Netzteile liegen aber leider noch keine neueren Veröffentlichungen vor, doch konnte diese Lücke notdürftig mit dem in den 5 Lotabweichungsheften gesammelten Material überbrückt werden. Selbstverständlich wurden auch die Längengradmessungen in 52° und 48° Breite herangezogen. Die hauptsächlich, zur Aufstellung des Lotabweichungssystems verwendete Literatur ist in Fußnote 4) zusammengestellt.

Von besonderer Bedeutung ist die Ausgangslänge des deutschen Fundamentalnetzes. Nach Enke (1859) galt für die Sternwarte Berlin astronomisch:

$$\lambda' = 0^h 44^m 14^s.75 \text{ östl. Paris.}$$

Der geodätische Übertragungswert nach dem damaligen Hauptpunkt Rauenberg war - 1' 36"32, so daß daselbst die geodätische Ausgangslänge  $\lambda$  folgte:

-----  
3) E.Gigas: Das Reichsdreiecksnetz. Eine kritische Studie ... ,  
Reichsamt für Landesaufnahme, Berlin 1943.

4) Die kgl.preußische Landestriangulation, Hauptdreiecke, Band I - XI, Berlin 1870 - 1901, und: Die preußische Landesvermessung, Hauptdreiecke, Neue Folge, 1.-3.Teil, Berlin 1925-32.

"Lotabweichungen", Heft 1 - 5, Veröff.d.kgl.Preuß.Geod.Institutes, Berlin 1886 - 1916.

Helmert, A.Börsch u.L.Krüger: "Die europäische Längengradmessung in 52° Breite von Greenwich bis Warschau" 2 Bände, Berlin 1893 u. 96.

A.Galle: Die Längengradmessung in 48° Breite zwischen Astrachan und Brest. 1.Heft. (Veröff.d.Preuß.Geod.Inst.) Berlin 1923.

Astronomisch-geodätische Arbeiten 1.Ordnung, ausgeführt in den Jahren 1923-37, Veröff.d.Geod.Inst., Neue Folge Nr.109, 1938.

K.Ledersteger: Die Lotabweichung im deutschen Zentralpunkt und die Orientierung des Reichsdreiecksnetzes östlich der Elbe. Nachr. aus d. Reichsvermessungsdienst, Jg.1943. Seite 171 - 184.

$$\lambda = \lambda' = 31^{\circ} 02' 04''93 \text{ östl. Ferro.}$$

Die Neubestimmung der Berliner Sternwarte 1877 gab:  $0^{\text{h}} 44^{\text{m}} 13^{\text{s}}86$  östl. Paris und nach dem Albrechtschen Ausgleich des zentraleuropäischen Längennetzes (1905):

$$13^{\circ} 23' 41''92 \text{ östl. Greenwich} = 31^{\circ} 03' 27''94 \text{ östl. Ferro.}$$

Mithin ist der Enkesche Wert um  $13''31$  zu groß. Die Einschaltung des neuen Fundamentalpunktes Potsdam in die Verbindungskette Berlin - Schubin lieferte im System der Landesaufnahme:

$$\begin{aligned} \varphi &= 52^{\circ} 22' 53''9559 \\ \lambda &= 30 \ 44 \ 01.1358 \text{ östl. Ferro,} \end{aligned}$$

während der astronomische Längenwert nach Albrecht:

$$\lambda' = 13^{\circ}04'01''725 \text{ östl.Gr.} = 30^{\circ}43'47''745 \text{ östl.Ferro}$$

ist. Der Wert der Landesaufnahme ist also um  $13''39$  zu groß. Demnach ist der 1923 vollzogene Übergang von Ferro auf Greenwich gegeben durch:

$$- 17^{\circ}39'46''02 - 13''39 = - 17^{\circ}39'59''41,$$

was nach dem Beschluß des Beirates für das Vermessungswesen auf  $- 17^{\circ}40'$  abgerundet wurde. Durch den späteren Neuausgleich der Kette Berlin - Schubin erfahren übrigens die geodätischen Ausgangswerte eine geringfügige Änderung:

$$\begin{aligned} \varphi &= 52^{\circ} 22' 53''9540 \\ \lambda &= 13 \ 04 \ 01.1527 \\ \text{Azimut Golmberg: } \alpha &= 154 \ 47 \ 32.19 \end{aligned} \quad 3)$$

Sie weichen, wie aus Tabelle 1 ersichtlich, von den astronomischen Daten ab, so daß sich ursprüngliche Lotabweichungskomponenten und ein Laplacescher Widerspruch ergeben.

Als Kern des Lotabweichungssystems dienten wie bei der ersten Orientierungsüberprüfung des Reichsdreiecksnetzes östlich der Elbe die neueren, auf 35 Stationen durchgeführten Messungen des Geodätischen Institutes Potsdam. Für die übrigen Punkte seien folgende kurze Quellenangaben\*) und Bemerkungen gegeben, wobei sich die Nummern auf die folgende Tabelle 1 beziehen:

1. Memel, Steinfeiler Bessel 1834 neben dem Leuchtturm.

Astr.: L III, Seite 21; die Länge ist nach Bakhuyzens Ausgleich  $21^{\circ}05'49''11$ .

Sie war gegen Goldapperberg und Königsberg bestimmt, deren Reduktionen auf Albrechts Ausgleich nach L V, Seite 20,  $-1''48$  und  $-1''50$  betragen. Daher wird

$$\lambda = 49''11 - 1''49 = 47''62. \text{ Geod.: H, Neue Folge, 2, Seite 200. Das neue Azimut}$$

-----  
\*) Zitate: Hauptdreiecke ..... H mit Bandzahl  
Lotabweichungen, Heft 3 ..... L III  
Längengradmessung  $52^{\circ}$  ..... LGr.  
Längengradmessung  $48^{\circ}$  ..... Galle

läßt sich nicht bestimmen, da der Zielpunkt Nidden bloß durch einen Holzpfeil im Dünen sand bezeichnet war und verloren ist.

2. Knivsberg, auch Punkt der dänischen Gradmessung. Astr.: L III, Seite 13-15 und L V, Seite 20 u. 22; geod.: H VII, Seite 411 u. 413.

4. Königsberg, Meridiankreis Reichenbach der Sternwarte. Astr.: L III, Seite 20 und L V, Seite 20-22. Das astr. Azimut Wildenhof ist aus dem Azimut der Meridianmarke in Verbindung mit dem geod. Winkel aus H VII, Seite 171/2 hervorgegangen. Geod.: H, Neue Folge 2, Seite 161 u. 200. Dort ist für den neuen Meridiankreis angegeben:  $\varphi = 54^{\circ}42'52''5789$ ,  $\lambda = 20^{\circ}29'49''7476$ . Der Reichenbach-Kreis liegt dazu im Azimut  $90^{\circ}$  in der Entfernung 1.439 m. Also ist  $\Delta\lambda = + 0''0802$  und  $\lambda = 49''8280$ . Das geod. Azimut wurde aus den Koordinaten von Wildenhof (H, Neue Folge 2, Seite 199) berechnet.

15. Kiel, TP 1887. Ein in der Nähe der Sternwarte errichteter Pfeiler. Astr.: L III. Seite 13 und L V, Seite 20/22. Geod.: Aus der in L III, Seite 98, gerechneten Linie Knivsberg - Kiel und den für Knivsberg geltenden Elementen  $d\varphi = 0''00$ ,  $d\lambda = - 2''68$ ,  $d\alpha = - 0''16$ ,  $k = 0$  mittels der Helmertschen Differentialformeln für die geodätische Linie gewonnen.

19. Helgoland. Astr.: L III, Seite 9 und L V, Seite 20/22. Geod.: H VIII, Seite 225 und 233.

20. Borkum. Astr.: L III, Seite 9/10 und L V, Seite 20 u. 22. Geod.: H X, Seite 67 u. 84.

21. Wilhelmshaven, Spitze des in der Mitte des Westturms des Marineobservatoriums aufgestellten Anemometers. Astr.: L III, Seite 7/8 und L V, Seite 20/22. Geod. wurde der Punkt 1896 gegen die Punkte Varel, Jever und Langwarden der hannoverschen Kette der Landesaufnahme festgelegt, siehe H V, Seite 182, 187 u. 232. Dasselbst ist Varel:  $\varphi = 53^{\circ}23'55''8430$ ,  $\lambda = 25^{\circ}48'14''5947$  und das Azimut nach Langwarden:  $25^{\circ}30'17''202$ . Mit dem aus L III, Seite 42, Dreieck 1 entnommenen Winkel in Varel zwischen Wilhelmshaven und Langwarden gibt die Linie Varel - Wilhelmshaven mit  $\alpha = 2^{\circ}13'44''73$ ,  $\log s = 4:172\ 7362$  die gesuchten Koordinaten und das Gegenazimut  $182^{\circ}14'09''99$  in Wilhelmshaven.

24. Springberg. Astr.  $\varphi'$  und  $\alpha'$ : LGr II, Seite 46,  $\lambda'$ : L V, Seite 20. Geod. H, Neue Folge 3, Seite 177 u. 226, ferner H V, Seite 231 für das geod. Azimut nach Dembe:

	Neuer Abriß	Alter Abriß(Beob.)		
Tempelberg	145° 48' 34''48	145° 48' 36''96	- 2''48	Mittel - 1''37
Birkholz(Tütz)	262 39 11.04	262 39 11.31	- 0.27	
Dembe		188 44 08.20		

Aus der Gegenüberstellung folgt für das Azimut der Sekundenwert  $06''83$ .

25. Schönsee = Kowalewo der Weichselkette. Astr.: LGr II, Seite 46 und L V, Seite 20. Geod.: Alte Weichselkette 1853 siehe H VII, Seite 274/7. Dort ist Kowalewo  $\varphi = 53^{\circ}09'27''0491$ ,  $\lambda = 36^{\circ}33'61''0962$  und Culmsee Kirche Helmstange  $\varphi = 53^{\circ}11'16''2238$ ,  $\lambda = 36^{\circ}16'59''3567$ . Die Zentrierung des Azimutes Kowalewo - Culmsee Kirche =  $280^{\circ}11'50''183$  auf Culmsee 1853 führt auf  $d\alpha = - 58''52$  (H VII, Seite 270). Im neuen Westpreuß. Netz erfuhr Schönsee die Verschiebungen  $\Delta\varphi = + 0''025$ ,  $\Delta\lambda = - 0''116$ . Obwohl H, Neue Folge 1, Seite 190, Culmsee als wahrscheinlich nicht identisch bezeichnet wird, wurde aus den relativen Punktverschiebungen eine weitere Azimutkorrektion  $d\alpha = - 1''67$  abgeleitet, und das neue geodätische Azimut mit  $280^{\circ}10'50''00$  angenommen. Zur Kontrolle wurde die

- Linie Springberg - Schönsee aus LGr II, Seite 112 herangezogen.
28. Rauenberg. Astr.: LGr II, Seite 45 und L V, Seite 20. Geod.: H I, Seite V und H, Neue Folge 1, Seite 41. Siehe auch die späteren Bemerkungen.
33. Brocken. Hauptpunkt der LGr. Astr.: LGr II, Seite 38, L III, Seite 6 und L V, Seite 20/1. Geod.: H VI, Seite 142. Das Zentrum des Geod. Institutes liegt gegenüber dem Zentrum der Landesaufnahme 20.647 m im Azimut  $88^{\circ}18'12''$  entfernt. Demnach ist das auf das Zentrum des Geod. Inst. reduzierte Azimut nach Ohmberg  $201^{\circ}38'36''.84$  (LGr II, Seite 38).
36. Göttingen Sternwarte, Mitte des Reichenbach Meridiankreises im westl. Meridiansaal, zugleich Anfangspunkt der Gaußschen Hannoverschen Koordinaten. Astr.: LGr II, Seite 39 und L I, Seite 45/6. Geod.: H VI, Seite 243 und 247. Das geod. Azimut nach Brocken, G.I. wurde aus den Koordinaten gerechnet:  $\alpha = 56^{\circ}52'42''.49$ .
37. Leipzig, Turmmitte Pleißenburg. Astr.: LGr II, Seite 40 und L V, Seite 20-21. Geod.: H VI, Seite 126 und 170.
38. Großenhain. Astr.: LGr II, Seite 41 und L V, Seite 130. Geod.: Siehe Thilo, Fußnote 7. Das geod. Azimut nach Strauch  $\alpha = 9^{\circ}34'07''.41$  ist aus den Koordinaten berechnet.
39. Breslau, Sternwarte Ostpfeiler. Astr.: LGr II, Seite 42 und L V, Seite 130. Geod.: Aus den Linien Schneekoppe - Breslau, (L IV, Seite 24), Springberg - Totenberg (L IV, Seite 14) und Totenberg - Breslau (L IV, Seite 19) mittels Variation der Ausgangselemente und mit den Helmertschen Differentialformeln abgeleitet.
42. Ubagsberg. Astr.: L III, Seite 4-6 und L V, Seite 20/2. Geod.: H X, Seite 206 und 217.
43. Schneekoppe. Astr.: LGr II, Seite 41/2 und L V, Seite 130. Geod.: H V, Seite 195 u. 218. Neue Koordinaten genähert durch Vergleich der Nahtpunkte mit der neuen Kette Berlin - Schubin und überprüft mit der Linie Großenhain - Schneekoppe. Die alten Werte sind:  $\varphi = 50^{\circ}44'13''.5042$ ,  $\lambda = 15^{\circ}44'30''.8897$ , die Korrekturen  $\Delta\varphi = - 0''.01$  und  $\Delta\lambda = - 0''.08$ .
44. Bonn, Sternwarte, Repsold-Meridiankreis im Ostsaal. Astr.: L III, Seite 4 und LGr II, Seite 37 u. 69. Geod.: Zentrum der Landesaufnahme ist Turmmitte  $\varphi = 50^{\circ}43'44''.9239$ ,  $\lambda = 7^{\circ}05'53''.9766$  (H IX, Seite 323/5). Dieses liegt 18.13 m =  $0''.9245$  westl. vom Meridiankreis (L I, Seite 50); das geod. Azimut stimmt schlecht. Daher wurde die Lotabweichung in Azimut aus den beiden Linien Brocken - Bonn (L III, Seite 28) und Ubagsberg - Bonn (L III, Seite 24) ermittelt. Man findet  $(\alpha' - \alpha) = + 0''.70$  (p = 1) und  $(\alpha' - \alpha) = - 0''.51$  (p = 2).
51. Mannheim, Gradmessungspfeiler Jordans auf der Plattform der Sternwarte, Astr.: L I, Seite 51/2. Geod.: H XI, Seite 101 und 109. Turmmitte der Sternwarte  $\varphi = 49^{\circ}29'15''.3194$ ,  $\lambda = 8^{\circ}27'38''.3761$ . Die Korrektur auf den Jordanschen Punkt beträgt  $\Delta\varphi = + 0''.0465$ ,  $\Delta\lambda = - 0''.1742$ . Andererseits gibt der Linienzug Bonn - Opel - Mannheim (L I, Seite 53)  $\varphi = 15''.41$ ,  $\lambda = 38''.11$  u.  $(\alpha' - \alpha) = - 0''.37$ . Die Werte für  $\varphi$  und  $\lambda$  wurden gemittelt.
52. Straßburg, Münster, Nordwestpfeiler. Astr.: Galle, Seite 31. Geod. H XI, Seite 87 u. 109.
53. München, Sternwarte Bogenhausen, Westkuppel. Sämtliche Angaben aus Finsterwalder: "Das Verhältnis der bayrischen zur preußischen Landestriangulation und die Lotabweichung in München", Abdruck im Sonderheft 11 der Mitteilungen des Reichsamtes für Landesaufnahme, 1936, Seite 12/13. Zu beachten ist, daß die astr. Länge aus der Länge von Rauenberg  $13^{\circ}22'06''.03$  und dem der Al-

brechtschen Ausgleichung entnommenen Längenunterschied Rauenberg - Bogenhausen = - 1°45'35"81 hervorgeht. Ferner entfällt wegen des Überganges auf das verkleinerte Besselellipsoid der von Finsterwalder durchgeführte Übergang auf das internationale Meter. Siehe auch Galle, Seite 26/7.

Außer den 53 zur Berechnung des Lotabweichungssystems verwendeten Punkten wurden noch weitere 12 Punkte angeschlossen:

1. Goldapperberg. Astr.: L III, Seite 20 und L V, Seite 20/2. Geod.: H, Neue Folge 2, Seite 193 u. 201.
2. Thurmberg. Astr.: L III, Seite 18. Geod.: alt H VII, Seite 222 u. 239, neu H, Neue Folge 1, Seite 163 u. 212. Das neue Azimut nach Kistowo wurde mittels des Winkels Dohnaberg - Kistowo aus dem alten Abriß und entsprechender Zentrierung errechnet.
3. Trunz. Astr.: L III, Seite 19. Geod.: H VII, Seite 162 u. 175, ferner H, Neue Folge 1, Seite 174. Das geod. Azimut Galtgarben wurde mit dem Winkel Galtgarben - Wildenhof aus dem alten Abriß in den neuen Abriß eingelegt.
4. Gollenberg. Astr.: L III, Seite 18. Geod.: H VII, Seite 216. Der Punkt liegt im neuen Pommerschen Netz, die Neuwerte sind nicht bekannt. Daher wurden die Neuwerte genähert aus der Linie Thurmberg - Gollenberg gerechnet. Die azimutale Lotabweichung ergibt sich mit + 5"82, weil das neue geod. Azimut in Thurmberg um 3"74 kleiner ist.
5. Dietrichshagen. Astr.: L III, Seite 11/12. Geod.: H VII, Seite 400 und 413.
6. Kernsdorf. Astr.: L III, Seite 19. Geod.: H VII, Seite 339/343. Neuwerte H, Neue Folge 1, Seite 176. Das Azimut Slupp = Zalesie aus dem neuen Abriß.
7. Moschin. Astr.: L III, Seite 21/22. Geod.: H V, Seite 239 u. 248. Genäherte Neuwerte wurden aus der Linie Springberg - Moschin (L III, Seite 124) berechnet.
8. Rosenthal. Astr.: LGr II, Seite 42 und L V, Seite 130. Geod.: LGr II, Seite 88 mit der bloß 2.3 km langen Linie Breslau - Rosenthal.
10. Trockenberg. Astr. LGr II, Seite 43 und L V, Seite 130. Geod.: Altwerte H V, Seite 61 u. 66. Genäherte Korrekturen für das neue System  $\Delta\varphi = - 0"13$ ,  $\Delta\lambda = + 0"12$  mit Hilfe der in der Nähe gelegenen Zwischenpunkte Ostroppa und Giegowitz. Verwendet sind hier die aus der Linie Breslau - Trockenberg gefundenen Werte (L IV, Seite 32).

Die drei hier weggelassenen Punkte gehören wieder den Neumessungen des Geodätischen Institutes östlich der Elbe an. Der Grund für den Ausschluß der letzten 12 Punkte von der Berechnung der Systemkonstanten liegt natürlich nicht in geringerer Güte als vielmehr in dem Bestreben, zwecks besserer Verteilung des Materiales Punkthäufungen zu vermeiden.

Das hier wiederholt benützte Verfahren der differentiellen Änderung bereits vorliegender geodätischer Linien sei an dem Beispiel der Linie Bonn - Opel näher ausgeführt. In L I, Seite 53, finden wir folgendes zusammengehörendes System astronomischer und geodätischer Werte:

Bonn :	$\varphi_1'$	=	50°43'44"40	$\varphi_1$	=	45°168
	$\lambda_1'$	=	7 5 50.565	$\lambda_1$	=	57.559
	$\alpha_{12}'$	=	155 12 31.217	$\alpha_{12}$	=	33.576
Opel:	$\varphi_2'$	=	49 56 21.12	$\varphi_2$	=	25.341
	$\lambda_2'$	=	7 39 46.440	$\lambda_2$	=	46.440
	$\alpha_{21}'$	=	335 38 36.643	$\alpha_{21}$	=	35.425
	$\delta_{12}'$	=	96474.161 m	$\delta_{12}$	=	474.211 m

Demgegenüber sind unsere definitiven geodätischen Werte in Bonn:

$$\varphi_1 = 50^{\circ}43'44''87, \quad \lambda_1 = 7^{\circ}05'54''85, \quad (\alpha' - \alpha)_1 = - 0''10.$$

Zu dem astronomischen Azimut Bonn - Opel gehört demnach geodätisch:  $\alpha_{12} = 31^{\circ}317$  und wir erhalten die Änderungen der Ausgangswerte:

$$d\varphi_1 = - 0''298, \quad d\lambda_1 = - 2''709, \quad d\alpha_1 = - 2''259, \quad k = - 52 \cdot 10^{-8}$$

Für die Seite gilt natürlich  $s_{12}$  als Sollwert. Die Änderungen der geodätischen Elemente des Punktes Opel folgen jetzt aus den Helmertschen Differentialformeln:

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= \frac{M_0}{M_K} \cos l d\varphi_0 + \varphi_5 R - \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l d\alpha_0 \\ d\lambda_K &= d\lambda_0 + \frac{M_0}{N_0} \operatorname{tg} \varphi_K \sin l d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_K \cdot R + \frac{\varphi_5}{\varphi'' \cos \varphi_K} d\alpha_0 \\ d\alpha_K &= \sin l \sec \varphi_K d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_K R + \cos l \cos \varphi_0 \sec \varphi_K d\alpha_0 \\ \text{mit: } \varphi_5 &= \vartheta'' - \frac{\varrho''^2}{4\varphi''} \sin(\varphi_0 + \varphi_K); \quad l'' = (\lambda_K - \lambda_0)'' \end{aligned} \quad 4)$$

Man findet:

$$d\varphi_2 = - 0''282, \quad d\lambda_2 = - 2''665, \quad d\alpha_2 = - 2''227$$

und damit die Endwerte für die Sekundenbeträge:

$$\varphi_2 = 25''059, \quad \lambda_2 = 43''775, \quad \alpha_2 = 33''198, \quad (\alpha'_2 - \alpha_2) = + 3''445$$

Nunmehr ist alles für die Berechnung des ersten Partialsystemes vorbereitet. Auf 8 von den 53 Stationen des ersten Teiles der Tabelle 1 wurde das astronomische Azimut nicht beobachtet. Um auch diese als Laplacesche Punkte verwerten zu können. bilden wir zunächst aus den restlichen 45 Stationen den Mittelwert der Laplaceschen Widersprüche:

$$w_m = + 2''675. \quad 5)$$

Sein Auftreten erklärt sich daraus, daß die astronomischen Ausgangsdaten im eigentlichen Fundamentalpunkt Rauenberg, die seinerzeit unverändert für das geodätische Netz verwendet wurden, durch spätere Neubeobachtungen und Neuausgleichungen nicht unbedeutende Änderungen erfahren haben. So hat sich die ursprünglich angenommene Länge  $31^{\circ}02'04''93$  im Ausgleich Hilfikers (Astr.Nachr. Nr. 2674) in  $07''69$  abgeändert. Dieser Betrag verminderte sich in der Ausgleichung des Längennetzes von van de Sande Bakhuyzen (1893) wieder um  $0''40$  und schließlich in dem allen modernen Arbeiten zugrundeliegenden "Ausgleich des europäischen Längennetzes" von Th. Albrecht (Astr.Nachr.Band 167, 1905, Spalte 145-162) weiter auf  $06''03$ . Es liegt demnach eine anfängliche Lotabweichung in Länge von  $+ 1''10$  vor. Wesentlich größer ist aber der Fehler in der Orientierung bestimmenden Azimutmessung in Rauenberg nach dem Turm der Marienkirche in Berlin:  $\alpha' = \alpha = 19^{\circ}46'04''87$ . Mit dieser Orientierung ergab sich nämlich rein geodätisch für die Richtung nach Glienic  $\alpha = 178^{\circ}10'19''90$ , während das Mittel aus 3 astronomischen Bestimmungen 1886/7 auf den Sekundenwert  $23''73$  führte. Mithin erhalten wir eine azimutale Lotabweichung von  $+ 3''83$  und

einen Laplaceschen Widerspruch von  $+ 2''96$ , dessen nahe Übereinstimmung mit dem Mittelwert 5) gleichsam aus der Gesamtheit aller Laplacescher Punkte die Güte der astronomischen Neuwerte im Hauptpunkt beweist. Denn ein systematischer Laplacescher Widerspruch ist immer eine Folgeerscheinung von Fehlern in den astronomischen Ausgangsdaten, gleichgültig, ob diese noch nicht erkannt sind und daher im Fundamentalpunkt per definitionem alle drei Lotabweichungskomponenten verschwinden, oder ob die fehlerhaften Beobachtungen bereits durch Neumessungen ersetzt sind und daher im Hauptpunkt wie in jedem anderen Punkt ursprüngliche Lotabweichungen auftreten.

Die Laplaceschen Widersprüche setzen sich mithin zwar formal bloß aus den individuellen Fehlern in den astronomischen und geodätischen Längen und Azimuten zusammen, jedoch enthalten die geodätischen Werte als systematischen Anteil den Einfluß der astronomischen Fehler im Triangulierungshauptpunkt. Die Berücksichtigung dieser Fehlerquelle ist ein offener Vorteil des hier eingeschlagenen Verfahrens gegenüber der usuellen Kontrolle mit dem Widerspruch Null. Wir werden somit die fehlenden azimuthalen Lotabweichungskomponenten nach der Formel:

$$(\alpha' - \alpha)_k = w_m + (\lambda' - \lambda)_k \sin \varphi_k \quad 6)$$

berechnen. Durch die Einführung dieser fiktiven Werte wird eine ansonst immerhin mögliche Diskrepanz zwischen der abgeleiteten Längenverschiebung und Netzverdrehung vermieden und die Zuverlässigkeit der Endergebnisse erhöht. Weil wir jetzt lauter Laplacesche Punkte vor uns haben, ist es an sich gleichgültig, nach welcher der beiden möglichen Bedingungen:

$$\begin{aligned} \sum_k (\Delta \varphi_k^2 - \Delta \lambda_k^2 \cos^2 \varphi_k) &= \min \\ \sum_k (\Delta \varphi_k^2 - \Delta \alpha_k^2 \cotg^2 \varphi_k) &= \min \end{aligned} \quad 7)$$

wir den Ausgleich der Lotabweichungen vornehmen. Die systematischen Anteile gehen beidemale in die Systemkonstanten ein. Im Hinblick auf die modernen einseitigen Längenbestimmungen darf man auch nicht mehr den astronomischen Längen den Vorzug vor den astronomischen Azimuten geben. Man wird aber nach wie vor die erste Minimumbedingung vorziehen, weil die geodätischen Azimute wesentlich unsicherer sind als die geodätischen Längen und weil überdies die Rechnung aus den Längen sich einfacher gestaltet.

Wir bilden also zuerst die einfachen Mittelwerte:

$$(\varphi' - \varphi)_m = - 1''591, \quad (\lambda' - \lambda)_m = - 2''113, \quad (\alpha' - \alpha)_m = + 1''010$$

und damit die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} (\varphi'_k - \varphi_k)^* &= (\varphi'_k - \varphi_k) + \sin \ell \cos \varphi_0 (\alpha' - \alpha)_m \\ (\lambda'_k - \lambda_k)^* &= (\lambda'_k - \lambda_k) - \sin \ell \operatorname{tg} \varphi_k (\varphi' - \varphi)_m - \sin (\varphi_k - \varphi_0) \operatorname{sec} \varphi_k (\alpha' - \alpha)_m \\ (\alpha'_k - \alpha_k)^* &= (\alpha'_k - \alpha_k) - \sin \ell \operatorname{sec} \varphi_k (\varphi' - \varphi)_m, \end{aligned} \quad 8)$$

wobei als Nullpunkt sofort der durch einfache Mittelbildung gewonnene "Schwerpunkt" unserer 53 Stationen gilt:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 52^\circ 35' 24'' \\ \lambda_1 &= 14^\circ 03' 11''\end{aligned}\quad 9)$$

Statt des Index 0 ist hier wie auch in den folgenden Paragraphen die jeweilige Nummer des betreffenden Partialsystemes verwendet, was wohl kaum zu Irrtümern Anlaß geben kann. Wie schon a.a.O., §2 ausgeführt wurde, führt die obige Minimumbedingung für die restlichen Lotabweichungen allgemein auf die Lösungen:

$$\begin{aligned}[\cos^2 \ell] d\varphi_0 &= [\cos \ell (\varphi'_\kappa - \varphi_\kappa)^*] \\ [\cos^2 \varphi_\kappa] d\lambda_0 &= [\cos^2 \varphi_\kappa (\lambda'_\kappa - \lambda_\kappa)^*],\end{aligned}\quad 10)$$

wobei fast in allen Fällen in der ersten Gleichung  $\cos \ell = 1$  gesetzt werden darf. Die restlichen Lotabweichungen werden:

$$\begin{aligned}\Delta \varphi_\kappa &= (\varphi'_\kappa - \varphi_\kappa)^* - \cos \ell d\varphi_0 \\ \Delta \lambda_\kappa &= (\lambda'_\kappa - \lambda_\kappa)^* - d\lambda_0.\end{aligned}\quad 11a)$$

Weil ferner wegen 4) und 8) die restliche azimutale Lotabweichungskomponente:

$$\Delta \alpha_\kappa = (\alpha'_\kappa - \alpha_\kappa)^* - \cos \ell \cos \varphi_0 \sec \varphi_\kappa d\alpha_0 = (\alpha'_\kappa - \alpha_\kappa)^* - b d\alpha_0 \quad 11b)$$

wird, folgt für die Netzverschwenkung  $d\alpha_0$  aus der Minimumbedingung für die restlichen Laplaceschen Widersprüche:

$$\bar{w}_\kappa = \Delta \alpha_\kappa - \Delta \lambda_\kappa \sin \varphi_\kappa = [(\alpha'_\kappa - \alpha_\kappa)^* - \Delta \lambda \sin \varphi_\kappa] - b d\alpha_0 = c - b d\alpha_0 \quad 12).$$

unmittelbar:

$$d\alpha_0 = \frac{[bc]}{[bb]} \quad 10a)$$

Da übrigens die 8 fiktiv ergänzten Lotabweichungen in Azimut das Ergebnis um weniger als 0"01 abändern, können wir uns auf die tatsächlich gegebenen 45 Widersprüche beschränken und finden folgende Systemkonstanten der Verschiebung und Verdrehung:

$$\begin{aligned}d\varphi_1 &= - 1''594 \\ d\lambda_1 &= - 2.160 \\ d\alpha_1 &= + 1.01\end{aligned}\quad 13)$$

die sich nur ganz geringfügig von den Mittelwerten unterscheiden. Die Orientierung des Netzes ist recht gut, was nach den über das astronomische Ausgangsazimut gemachten Bemerkungen als ein glücklicher Zufall bezeichnet werden darf.

Der neugewählte deutsche Fundamentalpunkt Potsdam, Helmerturm, weist, wie ein Blick in die Tabelle 1 lehrt, einen Laplaceschen Restwiderspruch  $\bar{w} = - 1''77$  auf. Ein merklicher geodätischer Orientierungsfehler ist wegen der geringen Entfernung von Rauenberg kaum anzunehmen. Man hat es daher wohl mit einer Unstimmigkeit in der astronomischen Azimut- und Längenmessung zu tun, deren Verbesserungen an die Bedingung:

$$\delta \alpha_p' - \delta \lambda_p' \sin \varphi_p = + 1''77$$

geknüpft sind, ohne daß eine Trennung der beiden Unbekannten möglich ist. Unabhängig davon ergeben sich aber aus den Komponenten dieser "absoluten" Lotabweichung die plausibelsten geodätischen Ausgangswerte in Potsdam gemäß  $\varphi = \varphi' - \Delta\varphi$ ,  $\lambda = \lambda' - \Delta\lambda$ ,  $\alpha = \alpha' - \Delta\alpha$ , (das astr. Azimut Golmberg ist  $154^{\circ}47'33''61$ ):

$$\begin{aligned}\varphi_p &= 52^{\circ} 22' 52''37 \\ \lambda_p &= 13 03 59.02 \\ \alpha_p &= 154 47 33.24.\end{aligned}\tag{14}$$

Selbstverständlich findet man diese Werte auch durch Addition der nach Potsdam übertragenen Elemente 14) zu den derzeitigen Ausgangsdaten 3). Im Vergleich dazu gibt Kohlschütter<sup>5)</sup> als beste Sekundenwerte an:

$$\varphi_p = 51''728, \quad \lambda_p = 59''078, \quad \alpha_p = 31''513.$$

In dem um  $1''73$  kleineren Azimut kommt der Laplacesche Restwiderspruch zur Geltung, da Kohlschütter die Azimutkorrektion aus der theoretischen Beziehung  $d\alpha = d\lambda \sin \varphi$  herleitet.

Glücklicherweise ist der Restwiderspruch im eigentlichen Fundamentpunkt Rauenberg klein ( $\bar{w} = + 0''22$ ). Wir haben daselbst die absoluten Lotabweichungen:

$$\Delta\varphi = + 1''75, \quad \Delta\lambda = + 3''24\tag{15)}$$

gefunden, denen wir die älteren Berrothschen<sup>6)</sup> Werte:

$$\Delta\varphi = + 2''40, \quad \Delta\lambda = + 3''32\tag{15a)}$$

gegenüberstellen wollen. Dies möge an dieser Stelle genügen.

Ganz allgemein kommt den Laplaceschen Restwidersprüchen besondere Bedeutung zu. Sie decken ja jene Mängel der astronomischen Beobachtungen auf, die sich z. B. bei der Verwendung der Laplaceschen Azimute als schädlich erweisen können. Sie ermöglichen mithin die Ausschaltung fehlerhafter astronomischer Beobachtungen, am besten durch Nachmessungen, noch vor den definitiven Rechenarbeiten für den Zusammenschluß der europäischen Landesnetze.

5) E. Kohlschütter: Die Koordinaten des Zentralpunktes der deutschen Triangulationen, Zeitschr. f. Verm. Wesen, 53. Band, Stuttgart 1924, Seite 321/4.

6) A. Berroth: Die gebräuchlichen Ellipsoide und die Lotabweichungen, Veröff. d. Preuß. Geod. Inst., Neue Folge 86, Berlin 1922.

Tabelle 1 : Partialsystem Deutschland .

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Memel	55°43'40.55	46°29'	- 5°74'	21°05'47.62	56°48'	- 8°86'			- 4.07	- 6.52		
2. Knivsberg	55 08 04.55	12.05	- 7.50	9 26 36.36	35.37	+ 0.99	+ 7.20	+ 6.39	- 5.97	+ 2.88	+ 5.90	+ 3.54
3. Wittenberg	54 48 58.77	63.64	- 4.87	17 56 37.40	33.97	+ 3.43	+ 7.07	+ 4.27	- 3.23	+ 5.66	+ 6.19	+ 1.56
4. Königsberg	54 42 50.50	52.58	- 2.08	20 29 44.70	49.83	- 5.13	- 1.58	+ 2.61	- 0.41	- 2.79	- 2.33	- 0.05
5. Arkona	54 40 40.48	44.02	- 3.54	13 26 20.86	17.16	+ 3.70	+ 6.64	+ 3.62	- 1.95	+ 5.76	+ 5.55	+ 0.85
6. Rüst	54 39 42.02	49.19	- 7.17	9 53 09.99	09.33	+ 0.66	+ 6.06	+ 5.52	- 5.63	+ 2.58	+ 4.80	+ 2.69
7. Revekol	54 39 20.55	26.63	- 6.08	17 12 48.50	44.78	+ 3.72	+ 4.98	+ 1.95	- 4.45	+ 5.93	+ 4.07	- 0.77
8. Bakenberg	54 35 53.64	57.38	- 3.74	13 07 09.98	07.40	+ 2.58	+ 6.81	+ 4.71	- 2.16	+ 4.63	+ 5.70	+ 1.93
9. Püttgarden	54 30 16.98	21.71	- 4.73	11 13 07.35	07.26	+ 0.09			- 3.17	+ 2.07		
10. Kucklingsberg	54 27 37.23	37.18	+ 0.05	21 57 07.83	18.93	-11.10	- 4.96	+ 4.07	+ 1.73	- 8.69	- 5.63	+ 1.44
11. Priemberg	54 25 30.63	35.21	- 4.58	17 38 48.05	50.25	- 2.20	+ 0.95	+ 2.74	- 2.94	+ 0.04	+ 0.07	+ 0.04
12. Heinrichsberg	54 25 20.63	25.24	- 4.61	11 16 53.34	56.39	- 3.05			- 3.05	- 1.06		
13. Rugard	54 25 20.37	24.28	- 3.91	13 26 51.42	47.77	+ 3.65	+ 7.69	+ 4.72	- 2.32	+ 5.72	+ 6.60	+ 1.95
14. Großenbrode	54 23 07.81	11.38	- 3.57	11 06 30.00	30.12	- 0.12			- 2.02	+ 1.86		
15. Kiel	54 20 28.18	35.11	- 6.93	10 08 52.02	53.21	- 1.19	+ 3.49	+ 4.46	- 5.39	+ 0.76	+ 2.25	+ 1.64
16. Hessestein	54 19 41.86	46.67	- 4.81	10 32 49.17	49.49	- 0.32	+ 5.22	+ 5.48	- 3.27	+ 1.64	+ 4.00	+ 2.67
17. Mellin	54 18 27.17	33.65	- 6.48	17 05 46.18	46.37	- 0.19	+ 2.78	+ 2.93	- 4.85	+ 2.03	+ 1.87	+ 0.23
18. Stralsund	54 18 05.67	10.80	- 5.13	13 02 20.96	19.08	+ 1.88	+ 6.48	+ 4.95	- 3.55	+ 3.94	+ 5.38	+ 2.18
19. Helgoland	54 10 48.80	55.23	- 6.43	7 52 56.62	60.10	- 3.48	+ 3.87	+ 6.69	- 4.92	- 1.61	+ 2.53	+ 3.84
20. Borkum	53 35 17.94	21.92	- 3.98	6 40 14.01	16.82	- 2.81			- 2.49	- 0.95		
21. Wilhelmshaven	53 31 52.25	57.00	- 4.75	8 08 45.32	46.03	- 0.71	+ 3.47	+ 4.04	- 3.24	+ 1.20	+ 2.17	+ 1.20
22. Waldau	53 31 15.88	21.69	- 5.81	19 13 42.99	57.08	-14.09	- 7.65	+ 3.68	- 4.16	-11.76	- 8.44	+ 1.02
23. Leistberg	53 28 15.42	21.10	- 5.68	15 29 30.62	33.88	- 3.26	- 1.71	+ 0.91	- 4.07	- 1.08	- 2.68	- 1.81
24. Springberg	53 11 00.94	07.06	- 6.12	16 36 59.22	60.52	- 1.30	- 0.52	+ 0.52	- 4.50	+ 0.94	- 1.43	- 2.18
25. Schönsee	53 09 26.22	27.08	- 0.86	18 53 52.89	60.98	- 8.09	- 4.13	+ 2.34	+ 0.80	- 5.77	- 4.93	- 0.31
26. Turmberg (Nitz)	53 08 33.29	37.96	- 4.67	16 05 44.22	49.02	- 4.80	- 1.53	+ 2.31	- 3.05	- 2.58	- 2.46	- 0.39
27. Bärfelde	53 02 47.97	49.68	- 1.71	15 21 07.92	07.47	+ 0.45	+ 3.86	+ 3.50	- 0.10	+ 2.64	+ 2.90	+ 0.79
28. Rauenberg	52 27 12.19	12.02	+ 0.17	13 22 06.03	04.93	+ 1.10	+ 3.83	+ 2.96	+ 1.75	+ 3.24	+ 2.79	+ 0.22
29. Götzerberg	52 26 14.12	14.13	+ 0.01	12 43 43.46	43.79	- 0.33	+ 0.13	+ 0.39	+ 1.57	+ 1.79	- 0.94	- 2.36
30. Potsdam	52 22 54.81	53.95	+ 0.86	13 04 01.72	01.15	+ 0.57	+ 1.42	+ 0.97	+ 2.44	+ 2.70	+ 0.37	- 1.77
31. Golmberg	52 01 07.11	02.54	+ 4.57	13 20 39.33	40.81	- 1.48	+ 0.78	+ 1.95	+ 6.15	+ 0.68	- 0.25	- 0.78
32. Meiseberg	51 54 61.45	59.94	+ 1.51	15 27 35.86	40.69	- 4.83	- 1.58	+ 2.22	+ 3.12	- 2.60	- 2.51	- 0.47
33. Brooken	51 48 10.34	01.58	+ 8.76	10 37 05.91	03.05	+ 2.86	+ 6.93	+ 4.68	+10.31	+ 4.93	+ 5.78	+ 1.91
34. Schellenberg	51 39 55.77	54.43	+ 1.34	15 51 26.15	27.78	- 1.63	+ 1.61	+ 2.89	+ 2.96	+ 0.63	+ 0.70	+ 0.21
35. Totenberg	51 31 50.22	49.04	+ 1.18	16 36 60.25	59.87	+ 0.38	+ 1.67	+ 1.37	+ 2.81	+ 2.67	+ 0.79	- 1.29
36. Göttingen	51 31 48.20	47.67	+ 0.53	9 56 33.14	38.34	- 5.20	- 0.45	+ 3.62	+ 2.07	- 3.15	- 1.62	+ 0.84
37. Leipzig	51 20 16.49	15.60	+ 0.89	12 22 29.68	26.53	+ 3.15	+ 2.37	- 0.09	+ 2.46	+ 5.30	+ 1.31	- 2.82
38. Großhain	51 18 20.05	22.30	- 2.25	13 33 15.48	21.37	- 5.89	- 2.82	+ 1.78	- 0.66	- 3.70	- 3.83	- 0.94
39. Breslau	51 06 55.82	54.06	+ 1.76	17 02 11.02	08.79	+ 2.23	+ 5.93	+ 4.19	+ 3.39	+ 4.54	+ 5.08	+ 1.55

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$\omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{\omega}$
40. Zoben	50°51'59.28	54.80	+ 4.48	16°42'26.90	34.81	- 7.91			+ 6.11	- 5.60		
41. Lausche	50 50 59.70	60.61	- 0.91	14.38 56.56	55.49	+ 1.07	- 0.08	- 0.91	+ 0.69	+ 3.31	- 1.03	- 3.60
42. Ubagsberg	50 50 53.20	50.66	+ 2.54	5 57 07.10	12.78	- 5.68	- 3.92	+ 0.48	+ 4.01	- 3.73	- 5.24	- 2.35
43. Schneekoppe	50 44 20.84	13.49	+ 7.35	15 44 28.44	30.81	- 2.37	- 0.17	+ 1.66	+ 8.97	- 0.09	- 1.07	- 1.00
44. Bonn	50 43 44.80	44.87	- 0.07	7 05 48.50	54.85	- 6.35	- 0.10	+ 4.82	+ 1.42	- 4.36	- 1.37	+ 2.00
45. Giegowitz	50 28 40.68	40.36	+ 0.32	18 34 10.80	16.00	- 5.20	- 3.03	+ 0.98	+ 1.97	- 2.82	- 3.80	- 1.63
46. Wiesohwa	50 23 48.41	48.17	+ 0.24	18 45 41.83	49.51	- 7.68	- 2.78	+ 3.14	+ 1.89	- 5.29	- 3.54	+ 0.54
47. Ostroppa	50 16 31.38	32.36	- 0.98	18 35 06.18	13.55	- 7.37	- 4.91	+ 0.76	+ 0.67	- 4.98	- 5.67	- 1.84
48. Bischofskoppe	50 15 42.15	30.70	+11.45	17 25 51.83	51.18	+ 0.65			+13.08	+ 3.00		
49. Schneeberg	50 12 35.47	32.43	+ 3.04	16 50 52.98	59.20	- 6.22			+ 4.67	- 3.89		
50. Langenfeld	50 11 37.14	34.39	+ 2.75	18 08 49.02	51.67	- 2.65	- 1.87	+ 0.17	+ 4.39	- 0.27	- 2.65	- 2.44
51. Mannheim	49 29 10.96	15.39	- 4.43	8 27 36.13	38.16	- 2.03	- 0.37	+ 1.17	- 2.92	+ 0.05	- 1.55	- 1.59
52. Straßburg	48 34 56.69	58.13	- 1.44	7 45 00.51	03.89	- 3.38	- 3.53	- 1.00	+ 0.06	- 1.28	- 4.72	- 3.75
53. Münohen	48 08 45.22	47.78	- 2.56	11 36 30.22	28.47	+ 1.75	+ 1.06	- 0.24	- 1.00	+ 3.98	+ 0.04	- 2.93
1. Goldapperberg	54 16 58.33	58.18	+ 0.15	22 17 32.07	44.27	-12.20	-10.17	- 0.26	+ 1.82	- 9.76	-10.82	- 2.90
2. Thurmberg	54 13 26.78	31.86	- 5.08	18 07	32.38		+ 3.25		- 3.45		+ 2.39	
3. Trunz	54 13 11.76	14.15	- 2.39	19 32	11.96		+ 6.83		- 0.74		- 7.62	
4. Gollenberg	54 12 25.80	30.77	- 4.97	16 13	46.44		+ 5.82		- 3.35		+ 4.87	
5. Dietrichshagen	54 06 30.16	32.05	- 1.89	11 45	55.32		+ 4.24		- 0.32		+ 3.08	
6. Kernsdorf	53 33 05.05	06.92	- 1.87	19 56	33.45		-12.10		- 0.22		-12.86	
7. Moschlin	52 15 31.58	27.98	+ 3.60	16 50	18.68		- 0.51		+ 5.22		- 1.39	
8. Rosenthal	51 08 10.07	09.08	+ 0.99	17 02 11.26	08.79	+ 2.47			+ 2.61	+ 4.77		
9. Annaberg	50 27 24.80	26.51	+ 1.71	18 10 10.81	18.44	- 7.63			- 0.08	- 5.27		
10. Trockenberg	50 24 43.89	42.85	+ 1.04	18 52 35.60	39.99	- 4.39	- 2.54	+ 0.84	+ 2.68	- 2.00	- 3.29	- 1.75
11. Rudgershagen	50 20 01.44	01.29	+ 0.15	18 24 49.02	56.16	- 7.14			+ 1.79	- 4.77		
12. Jankowitz	50 09 44.88	43.95	+ 0.93	18 23 47.54	54.03	- 6.19			+ 2.57	- 4.12		

## 2.

## Zweites Partialsystem : Böhmen und Mähren.

Da die Resultate der modernen astronomischen Messungen des tschechoslowakischen Staates im böhmisch-mährischen Raume leider nicht zur Verfügung stehen, müssen wir auf die ältere Militärtriangulierung der österreichisch-ungarischen Monarchie zurückgreifen. Zur Anfelderung dieser Triangulierung dienten zehn Punkte an der Nordgrenze Böhmens, deren Koordinaten im Reichsdreiecksnetz teils dem von Thilo<sup>7)</sup> durchgeführten preussisch-sächsischen Zusammenschluß, teils dem 5. Bande der "Hauptdreiecke" entnommen werden konnten, wclch letztere Werte übrigens zwecks Reduktion auf das neuere System des deutschen Gesamtnetzes die genäherten Korrekturen  $d\varphi = - 0''01$  und  $d\lambda = - 0''08$  erfahren haben. Die österreichischen Koordinaten sind natürlich dem 1. Bande der "Ergebnisse"<sup>8)</sup>, für Großenhain und Jauernik dem "Meridianbogen Großenhain-Kremsmünster-Pola"<sup>9)</sup> entnommen. Um die Berechnung der Maßstabs- und Azimutänderung genügend zu versichern, wurde noch der österreichische Fundamentalpunkt Hermannskogel als 11. Punkt einbezogen. Die österreichischen Ferrolängen wurden sofort mittels der Konstanten  $- 17^{\circ} 40'$  den deutschen Greenwiclilängen angenähert. In der folgenden Tabelle 2 der Vergleichspunkte sind den Punktnamen die Nummern im System der Ergebnisse beigesetzt.

T a b e l l e 2 .

	$\varphi_D$	$\varphi_{MT}$	$\nu_{\varphi}$	$\lambda_D$	$\lambda_{MT}$	$\nu_{\lambda}$
Großenhain	51°18'22"304	21°15'55"	+1"149	13°33'21"368	18°9'14"	+2"454
H. Schneeberg (26)	50 47 39.288	38.122	+1.166	14 06 37.157	34.599	+2.558
Lausche (25)	50 51 00.637	59.438	+1.199	14 38 55.480	52.900	+2.580
Jauernik	51 05 43.306	42.086	+1.220	14 53 58.119	55.562	+2.557
Jeschken (24)	50 44 01.949	00.722	+1.227	14 59 12.962	10.371	+2.591
Schneekoppe (13)	50 44 13.49.	12.207	+1.28.	15 44 30.81.	28.266	+2.54.
Schneeberg (11)	50 12 30.66.	29.243	+1.42.	16 50 58.60.	55.921	+2.68.
Bischofskoppe (127)	50 15 28.26.	26.781	+1.48.	17 25 51.10.	48.425	+2.67.
Hursky (125)	49 51 09.20.	07.672	+1.53.	17 57 44.62.	41.826	+2.79.
Roy (128)	49 51 09.58.	08.024	+1.56.	18 34 61.40.	58.487	+2.91.
Hermannskogel (103)	48 16 16.554	15.290	+1.264	16 17 44.171	41.060	+3.111

Wählt man den tschechischen Fundamentalpunkt Dablitz (23) bei Prag

7) Thilo : "Koordinaten der sächsischen Hauptdreieckspunkte im deutschen Einheitssystem", Beilage 1 zum Jahresbericht des Reichsamtes f. Landesaufnahme für die Zeit vom 1.10.1922 - 31.3.1924.

8) Ergebnisse der Triangulierungen des Mil.-geogr. Institutes Wien, Bd.1, Wien 1901.

9) R. Schumann- F. Hopfner : Der Meridianbogen Großenhain-Kremsmünster-Pola ,Astr.-geod. Arbeiten Österreichs, Neue Folge, Band 1, Wien 1922.

zum Ursprung, dessen Koordinaten im System der "Ergebnisse" sind :

$$\begin{aligned}\varphi &= 50^{\circ} 08' 12'' 597 \\ \lambda &= 14 27 56.106,\end{aligned}\tag{16}$$

so liefert das Verfahren von Helmert-Thilo daselbst die Elemente :

$$\begin{aligned}d\varphi &= + 1'' 194 \\ d\lambda &= + 2.687 \\ d\alpha &= - 7.67 \\ k &= - 152 \cdot 10^{-9}\end{aligned}\tag{17}$$

für die Transformation der Militärtriangulierung in das System der deutschen Landesaufnahme. Dem Wert  $d\lambda$  entspricht eine Verkürzung der österr. Ferrolängen um  $17^{\circ}39'57''313$ , d.h. der direkte Übergang von den Ferrolängen auf Greenwich erfolgt bei Verwendung der bekannten Albrechtschen Konstanten  $17^{\circ}39'46''02$  durch weitere Subtraktion von  $11''293$  in Dablit. Die Maßstabskorrektion, 15 cm auf 1000 km, darf vollständig vernachlässigt werden. Die durch den Übergang auf das verkleinerte Besselsche Ellipsoid vollzogene Verkürzung des deutschen Maßstabes um 58 E<sub>7</sub> vermittelt also einen glatten Übergang zur österr.-ung. Militärtriangulierung, deren Maßstab in Böhmen durch die Ausgangsbasis von Josefstadt bestimmt ist. Die Darstellung ist gut, die Summe [vv] von 126.72 auf 0.06 gesunken.

Wir übertragen obige Elemente auf den Schwerpunkt des Systems der folgenden 43 astronomischen Stationen :

$$\begin{aligned}\varphi_2 &= 49^{\circ} 45' 09'' \\ \lambda_2 &= 14 41 05\end{aligned}\tag{18}$$

und finden :

$$\begin{aligned}d\varphi &= + 1'' 213 \\ d\lambda &= + 2.772 \\ d\alpha &= - 7.61 ,\end{aligned}\tag{17a}$$

womit die geodätischen Koordinaten der astronomischen Punkte im deutschen System berechnet wurden. Diese Stationen<sup>10)</sup> sind leider fast durchwegs nur Lotabweichungspunkte, d.h. es fehlt die astronomische Längenbestimmung. Zwecks besserer Verteilung wurden den 4 Laplaceschen Punkten Großenhain, Lausche, Schneekoppe und Dablit noch der Hermannskogel und die im Prager Meridian gelegene Station Kremsmünster beigelegt. Dadurch wurde erreicht, daß der Schwerpunkt der nunmehr 6 Laplaceschen Punkte fast vollständig mit dem Gesamtschwerpunkt zusammenfällt. Aus diesem Grunde und weil überdies das Mittel der 6 Laplaceschen Widersprüche sehr gut mit dem entsprechenden Mittel im Partialsystem

-----  
10) K.Ledersteger : Das Lotabweichungssystem der österreichisch-ungarischen Militärtriangulierung, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, Berlin 1943, Seite 78 - 105. Diese Arbeit enthält die erste Anwendung des hier wiederholt gebrauchten genäherten Ausgleiches eines Lotabweichungssystemes.

Deutschland übereinstimmt, konnten  $d\varphi$  und  $d\alpha$  gemäß der Minimumforderung für die restlichen Lotabweichungen und  $d\lambda$  nach dem Minimumprinzip für die restlichen 6 Widersprüche abgeleitet werden.<sup>11)</sup> Demnach liefert das in Tabelle 3 zusammengestellte System die Schwerpunkts-Korrekturen :

$$\begin{aligned} d\varphi_2 &= - 1''110 \\ d\lambda_2 &= - 2.991 \\ d\alpha_2 &= + 0.32 \end{aligned} \quad 19)$$

Infolge der geringen Zahl der Laplaceschen Punkte empfiehlt sich namentlich hinsichtlich der Längenkorrektur eine Überprüfung dieses Ergebnisses. Wir übertragen zu diesem Zweck die Elemente des 1. Partialsystems Deutschland von seinem Schwerpunkt in den Punkt 18) und finden :

$$\begin{aligned} d\varphi &= - 1''601 \\ d\lambda &= - 2.217 \\ d\alpha &= + 0.93 \end{aligned} \quad a)$$

Andrerseits hatte die gesamte österr.-ungarische Militärtriangulierung im Hermannskogel die Elemente :

$$d\varphi = - 0''64, d\lambda = - 0''61^{12)}, d\alpha = - 7''19$$

ergeben, die im böhmisch-mährischen Schwerpunkt für den Übergang von der MT zum absoluten System in :

$$d\varphi = - 0''774, d\lambda = - 0''874, d\alpha = - 7''38$$

übergehen. Zusammen mit der Transformation 17a) der MT in das deutsche System erhält man daraus für die Umwandlung des deutschen Systems in das absolute System :

$$\begin{aligned} d\varphi &= - 0''774 - 1''213 = - 1''987 \\ d\lambda &= - 0.874 - 2.772 = - 3.646 \\ d\alpha &= - 7.38 + 7.61 = + 0.23 \end{aligned} \quad b)$$

Vergleich von 19) mit a) und b) zeigt, daß die direkt ermittelte Längenkorrektur schön in der Mitte zwischen den beiden Übertragungswerten liegt. Die Orientierung hat sich verbessert, hingegen fällt eine kleine Divergenz in  $d\varphi$  auf, die offenbar eine Folge regional systematischen Verhaltens und des Einflusses der fehlerhaften Referenzfläche ist.

-----

11) a.a.O. 1), Abschnitt 1.

12) Bezogen auf Ferrolängen lautete die Längenverschiebung = - 14''59. Es ist also bei gleichzeitigem Übergang auf Greenwich : = - 17° 39' 46''02 - 14''59 = - 17° 40' 00''61.

Tabelle 3 : Partialsystem Böhmen und Mähren .

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi'-\varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda'-\lambda)$	$(\alpha'-\alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{w}$
1. Großhain	51°18'20.05	22.30	- 2.25	13°33'15.48	21.37	- 5.89	- 0.55	+ 4.05	- 1.14	- 0.91	- 2.94	+ 1.38
2. Jauernik	51 05 42.59	43.31	- 0.72	14 53	58.12		+ 4.46		+ 0.39	+ 4.14		
3. Leusche	50 51 59.70	60.61	- 0.91	14 38 56.56	55.49	+ 1.07	+ 4.31	+ 3.46	+ 0.20	+ 3.98	+ 4.05	+ 0.84
4. H. Schneeberg	50 47 36.47	39.29	- 2.82	14 06	37.16		+ 2.88		- 1.71	+ 2.54		
5. Sohneekoppe	50 44 20.84	13.49	+ 7.35	15 44 28.44	30.81	- 2.37	- 1.01	+ 0.82	+ 8.46	- 1.30	+ 0.64	- 1.80
6. Jeschken	50 44 02.89	01.95	+ 0.94	14 59	12.96		- 5.81		+ 2.05	- 6.13		
7. Bernstein	50 34 15.57	18.66	- 3.09	13 27	58.84		+11.30		- 1.98	+10.94		
8. Donnersberg	50 33 22.94	21.51	+ 1.43	13 55	59.47		- 0.31		+ 2.54	- 0.66		
9. Bösig	50 32 25.13	24.64	+ 0.49	14 43	18.91		- 2.63		+ 1.60	- 2.95		
10. Žbán	50 12 17.60	17.17	+ 0.43	13 45	13.00		+ 0.55		+ 1.54	+ 0.20		
11. Sadeká	50 08 15.68	18.52	- 2.84	14 58	38.01		+ 1.42		- 1.73	+ 1.11		
12. Dabltz	50 08 13.62	13.79	- 0.17	14 27 57.08	58.79	- 1.71	+ 1.09	+ 2.40	+ 0.94	+ 0.76	+ 1.27	- 0.21
13. Kunetická hora	50 04 52.39	51.79	+ 0.60	15 48	55.01		- 1.74		+ 1.71	- 2.03		
14. Čebon	50 00 52.72	54.90	- 2.18	13 00	13.81		+ 2.54		- 1.07	+ 2.17		
15. Tillyenberg	49 59 08.81	08.50	+ 0.31	12 30	15.72		- 2.01		+ 1.42	- 2.40		
16. Vysoka	49 56 40.33	36.79	+ 3.54	15 11	25.24		+ 0.40		+ 4.65	+ 0.09		
17. Peony	49 54 56.54	54.98	+ 1.56	14 47	19.99		+ 3.67		+ 2.67	+ 3.35		
18. Roy	49 51 09.81	09.58	+ 0.23	18 35	01.38		- 0.21		+ 1.34	- 0.41		
19. Brno	49 49 24.84	25.37	- 0.53	13 40	20.78		+ 3.28		+ 0.58	+ 2.93		
20. Studeny vrah	49 48 23.85	22.26	+ 1.59	14 05	06.72		- 0.22		+ 2.70	- 0.56		
21. Spálava	49 46 45.10	44.51	+ 0.59	15 44	00.39		- 3.68		+ 1.70	- 3.97		
22. Böhmerwall	49 40 02.48	03.63	- 1.15	12 59	09.35		- 1.99		- 0.04	- 2.36		
23. Tok	49 39 20.14	24.62	- 4.48	13 50	48.57		+ 1.04		- 3.37	+ 0.75		
24. Mezy vratl	49 36 09.99	11.16	- 1.17	14 40	22.18		+ 1.44		- 0.06	+ 1.12		
25. Neretein	49 35 11.76	15.98	- 4.22	17 13	08.24		+ 0.50		- 3.11	+ 0.26		
26. Roßberg	49 32 24.24	29.37	- 5.13	14 14	33.31		+ 2.43		- 4.02	+ 2.10		
27. Blažkov	49 29 39.44	38.73	+ 0.71	15 49	53.79		- 4.33		+ 1.82	- 4.61		
28. Doubrava	49 25 56.31	59.13	- 2.82	13 12	16.49		- 1.00		- 1.71	- 1.36		
29. Svidnik	49 23 34.50	38.29	- 3.79	14 57	40.27		- 3.85		- 2.68	- 4.16		
30. Čerkov	49 22 59.05	63.84	- 4.79	12 47	07.08		- 2.38		- 3.68	- 2.75		
31. Voliní vrah	49 22 24.39	27.81	- 3.42	13 58	46.34		+ 2.13		- 2.31	+ 1.79		
32. Ambrozny	49 21 31.07	34.70	- 3.63	16 05	00.46		+ 1.31		- 2.52	+ 1.04		
33. Spitzberg	49 18 46.86	45.58	+ 1.28	15 30	47.23		- 7.03		+ 2.39	- 7.32		
34. Kamejk	49 13 59.48	61.84	- 2.36	14 17	48.87		- 0.98		- 1.25	- 1.31		
35. Rapotio	49 11 22.20	27.70	- 5.50	16 16	03.48		+ 5.69		- 4.39	+ 5.42		
36. Hora	49 10 16.16	17.62	- 1.46	15 42	16.81		+ 0.33		- 0.35	+ 0.05		
37. Arber	49 06 43.26	49.20	- 5.94	13 08	14.39		- 4.91		- 4.83	- 5.18		
38. Vetrník	49 01 17.42	18.17	- 0.75	14 35	07.72		- 2.75		+ 0.36	- 3.07		
39. Kubany	48 59 31.47	32.10	- 0.63	13 49	09.28		+ 3.98		+ 0.48	+ 3.64		
40. Mayenberg	48 52 09.72	13.42	- 3.70	16 39	08.58		+ 5.98		- 2.59	- 5.73		
41. Kohout	48 46 12.39	10.57	+ 1.82	14 35	03.78		- 3.42		+ 2.93	- 3.73		
42. Hermannskogel	48 16 15.13	16.55	- 1.42	16 17 50.11	44.17	- 5.94	+ 7.33	+ 2.90	- 0.31	+ 7.07	+ 8.98	+ 0.37
43. Kreussmünster	48 03 23.05	21.76	+ 1.29	14 07 53.66	60.53	- 6.87	- 3.17	+ 1.94	+ 2.40	- 3.49	- 3.88	- 0.60

## 3.

## Drittes Partialsystem : Slowakei.

Vor mehreren Jahren wurde das slowakische Netz vom Reichsamt für Landesaufnahme zusammen mit dem Südteil des polnischen Meridians in  $24^{\circ}$  Länge von Zubowice bis Stoj nach der Finsterwalderschen Feldermethode an das Reichsdreiecksnetz angeschlossen. Als Nahtpunkte wurden Čupi und Maydenberg im "NiederdonauNetz", Ziar, Raca, Parac und Budin im "Weichselnetz", Zubowice und Grabowa im Norden, Stoj und Kamionka im Süden des erwähnten Teilstückes des polnischen Meridians verwendet. Es erfuhr dabei das slowakische Netz eine negative Verdrehung um  $4''5$  und eine Maßstabvergrößerung um 105 logarithmische Einheiten der 7. Dezimale ( $E_7$ ), während der polnische Meridian um  $2''7$  positiv verschwenkt und um  $58 E_7$  verkürzt wurde. Schon lange ist bekannt, daß namentlich der Nordosten des Reichsdreiecksnetzes um rund 20 m zu weit nach Osten vorgeschoben ist und daß der Maßstab Polens bei der Anfelderung eine durchschnittliche Vergrößerung um ca.  $170 E_7$  erfahren hat. Infolge dieses viel zu großen Maßstabes reichte das Süden des polnischen Meridians zu weit nach Süden und hemmte dadurch die notwendige negative Verschwenkung des slowakischen Netzes. Es ist leicht einzusehen, daß auch die starke Streckung der Slowakei und die positive Verdrehung des polnischen Meridians eine Folge des zu großen Netzmaßstabes sind. Somit erscheint es ratsam, die Lage des Angelpunktes Stoj auf gänzlich unabhängigem Wege zu bestimmen und daraus die Orientierung und den Maßstab des slowakischen Netzes abzuleiten. Wir benützen hierzu die Längengradmessung in  $48^{\circ}$  Breite, deren östliche Linien Galle<sup>13)</sup> berechnet hat.

Der österreichische Fundamentalpunkt Hermannskogel hat im Reichsdreiecksnetz die Koordinaten :

$$\begin{aligned} \varphi &= 48^{\circ} 16' 16''5541 && 20 \text{ a)} \\ \lambda &= 16 17 44.1714 \end{aligned}$$

und das Ausgangsazimut Hermannskogel nach Hundsheimer den Wert :

$$\alpha = 107^{\circ} 31' 37''35 \quad 20 \text{ b)}$$

Das Anschlußnetz für die astronomische Station Laaerberg I, das in dem 23. Band der "Astronomisch-geodätischen Arbeiten des Militärgeogr. Institutes Wien" (Budapest 1915) auf Seite 190 - 193 und ebenso in der erwähnten Längengradmessung, Seite 69 ff behandelt ist, führt im Hermannskogel auf den Winkel Hundsheimer - Laaerberg =  $41^{\circ} 07' 23''818$  und damit für die Seite Hermannskogel - Laaerberg auf :

-----  
13) A. Galle : "Die Längengradmessung in  $48^{\circ}$  Breite zwischen Astrachan und Brest", 1. Heft, Berlin, 1923 (Veröff. des Preuss. Geodätischen Institutes.)

$$\begin{aligned}\alpha &= 148^{\circ} 39' 01''168 \\ \log s &= 4.165 9396.9 .\end{aligned}$$

Dann folgt für Laaerberg :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 09' 31''3536 \\ \lambda &= 16 23 53.1185\end{aligned}$$

und für die Seite Laaerberg - Hundsheimer :

$$\begin{aligned}\alpha &= 93^{\circ} 49' 59''24 \\ \log s &= 4.607 3143 .\end{aligned}$$

Um nun eine möglichst absolute Orientierung zu erreichen, überlegen wir folgendermaßen : Das bestorientierte System der MT (siehe 10, Seite 96) hat im Hermannskogel die plausiblen Ausgangswerte :

$$\begin{aligned}\varphi_H &= 48^{\circ} 16' 14''65 \\ \lambda_H &= 16 17 40.45 \\ \alpha_H &= 107 31 34.50\end{aligned}\quad (21)$$

ergeben. Die Beibehaltung der deutschen Länge ( $\Delta\lambda = + 3''72$ ) erzeugt einen systematischen Widerspruch  $w = \Delta\lambda \cdot \sin \varphi = + 2''78$ , der nicht azimutal gedeutet werden darf. Die absolute Orientierung verlangt wegen 10 b) und 11) eine Azimutverringerng um  $2''85$ , also für die Richtung Hundsheimer in Laaerberg :

$$\alpha = 93^{\circ} 49' 56''39$$

gegenüber dem astronomischen Wert :

$$\alpha' = 93^{\circ} 50' 05''37$$

Zusammen mit der astronomischen Länge :

$$\lambda' = 16^{\circ} 24' 01''65$$

erhält man in schöner Übereinstimmung mit dem Sollwert im Hermannskogel den Laplaceschen Widerspruch :

$$w = (65''37 - 56''39) - (61''65 - 53''12) \sin \varphi_L = + 2''63 .$$

Entnimmt man noch dem Dreieck 4 auf Seite 73 der "Längengradmessung" den Winkel Hundsheimer - Széchenyihegy, so findet man für die Seite Laaerberg - Széchenyihegy :

$$\begin{aligned}\alpha &= 109^{\circ} 50' 44''51 \\ \log s &= 5.317 1244 .\end{aligned}$$

Da die Linie bereits in der "Längengradmessung" berechnet ist, brauchen wir bloß die aus den geänderten Ausgangsdaten resultierenden Änderungen des End-

punktes abzuleiten und finden in Széchényihegy :

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 29' 43''39 \\ \lambda &= 18 59 22.94 \\ (\alpha' - \alpha) &= + 8''07\end{aligned}$$

Mit der zugehörigen astronomischen Länge  $\lambda = 18^{\circ} 59' 31''67$  folgt der Widerspruch:

$$w = + 8''07 - 8''73 \cdot 0.7372 = + 1''63 ,$$

während sein theoretischer Wert  $3''72 \cdot 0.7372 = + 2''74$  ist. Mithin muß das geodätische Azimut der folgenden Teilstrecke um weitere  $1''11$  verkleinert werden. Aus dem astronomischen Azimut Széchényihegy - Nagyszal =  $18^{\circ} 06' 35''37$  ergibt sich demnach geodätisch :  $18^{\circ} 06' 26''19$  und gemäß Längengradmessung, Seite 75 für die Linie von Széchényihegy nach Strazsahalom :

$$\begin{aligned}\alpha &= 67^{\circ} 11' 22''28 \\ \log s &= 5.226 6351 .\end{aligned}$$

Die Variation der geodätischen Elemente gibt schließlich für Strazsahalom :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 03' 51''23 \\ \lambda &= 21 04 27.38 \\ (\alpha' - \alpha) &= + 3''43 .\end{aligned}$$

Wegen der astronomischen Länge  $\lambda' = 21^{\circ} 04' 24''62$  ist der Widerspruch  $+ 5''48$  gegenüber dem Sollwert  $+ 2''77$ . Bei rein geodätischer Deutung müßte die azimutale Lotabweichungskomponente durch eine Vergrößerung des geodätischen Azimutes um  $2''71$  auf  $+ 0''72$  verkleinert werden. Verschiedenen Anzeichen zufolge liegt hier aber ein größerer Fehler im astronomischen Azimut vor. Auch verlangt, wie sich später noch erweisen wird, die absolute Orientierung des slowakischen Netzes im Gegenteil noch eine nördlichere Lage des Punktes Stoj, also eine Verkleinerung des geodätischen Azimutes in Strazsahalom. Wir kommen hierauf nochmals zurück.

Läßt man demnach die Lotabweichung in Azimut ungeändert, stellt also dem astronomischen Azimut von Strazsahalom nach Frankhgy  $\alpha' = 318^{\circ} 42' 11''97$  den geodätischen Wert  $318^{\circ} 42' 08''54$  gegenüber, so findet man gemäß "Ergebnisse", Band 2, Punkt 610 und "Längengradmessung", Seite 80 für die letzte Teilstrecke Strazsahalom - Stoj :

$$\begin{aligned}\alpha &= 67^{\circ} 39' 35''45 \\ \log s &= 5.227 6239\end{aligned}$$

und schließlich durch geodätische Übertragung für Stoj :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 37' 20''09 \\ \lambda &= 23 11 37.59 .\end{aligned} \quad 22)$$

Das Gegenazimut Stoj - Strazsahalom =  $249^{\circ} 14' 36''64$  und das Dreieck 6 auf Seite 78 der Längengradmessung liefern für die Endseite des polnischen Meridians Stoj - Kamionka :

$$\begin{aligned}\alpha &= 102^{\circ} 08' 02''.39 \\ \log s &= 4.519 5124\end{aligned}\quad 23)$$

Dem stehen die Koordinaten aus der eingangs erwähnten Anfelderung des Reichsamtes für Landesaufnahme gegenüber :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 37' 19''.57 \\ \lambda &= 23 11 38''.18\end{aligned}\quad 22 a)$$

und für die Seite Stoj - Kamionka :

$$\begin{aligned}\alpha &= 102^{\circ} 08' 10''.49 \\ \log s &= 4.519 5294\end{aligned}\quad 23 a)$$

wobei der Logarithmus der Seite zwecks Verwandlung vom legalen in das internationale Maß um  $58 E_7$  vergrößert wurde.

Von den Nahtpunkten dieser Anfelderung stehen bloß die deutschen Koordinaten von Cupi und Maydenberg zur Verfügung :

$$\begin{aligned}\text{Cupi} \quad \varphi &= 48^{\circ} 48' 33''.6965, & \lambda &= 17^{\circ} 20' 52''.5086 \\ \text{Maydenberg} \quad \varphi &= 48 52 13.4165, & \lambda &= 16 39 09.0425.\end{aligned}$$

Rechnet man damit beidemals die geodätischen Linien nach Stoj, so findet man für den Übergang von der Anfelderung des Reichsamtes zur neuen Lage von Stoj :

$$\begin{aligned}\text{aus Maydenberg} : d\alpha &= - 6''.29, & d(\log s) &= - 124 E_7 \\ \text{aus Cupi} &: d\alpha &= - 7.13, & d(\log s) &= - 136 E_7\end{aligned}$$

Daß sich aus 23) und 23 a) der Unterschied in der Seitenlänge mit  $170 E_7$  ergibt, ist nur scheinbar ein Widerspruch. Denn die Koordinaten der früheren Anfelderung beziehen sich auf das originale Besselsche Ellipsoid. Dem bereits einheitlich durchgeführten Übergang auf das verkleinerte Ellipsoid entspricht aber eine Verkürzung um  $58 E_7$ , so daß die gesamte Verkürzung tatsächlich  $188 E_7$  beträgt.

Für die notwendige Drehstreckung halten wir den Mittelpunkt der Linie Cupi - Maydenberg :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 50' 23''.55 \\ \lambda &= 17 00 00''.75\end{aligned}\quad 24)$$

fest und haben in ihm die Transformationselemente für die Reichsamtskoordinaten des slowakischen Netzes :

$$\begin{aligned}d\varphi &= d\lambda = 0 \\ d\alpha &= - 6''.71 \\ k &= - 130 E_7 = - 2994 \cdot 10^{-8}.\end{aligned}\quad 25)$$

Bei der geringen Breitenausdehnung des Netzes und der Beschränkung auf zwei Dezimalen lassen sich die Transformationsformeln entsprechend vereinfachen :

$$\begin{aligned}d\varphi_k &= - 2994 \varphi_s \cdot 10^{-8} + 4.43 \sin l \\ d\lambda_k &= - \{ 1971 l'' + 3253 \varphi_s \} \cdot 10^{-8} \sec \varphi_k \\ d\alpha_k &= - 1971 l'' \cdot \operatorname{tg} \varphi_k \cdot 10^{-8} - 4.416 \cos l \sec \varphi_k\end{aligned}\quad 26)$$

Damit erhalten wir das in Tabelle 4 zusammengestellte Lotabweichungssystem von 38 Laplaceschen Punkten. Es zerfällt durch die Lücke zwischen den Längen  $20^{\circ} 07'$  und  $21^{\circ} 28'$  von selbst in eine östliche und westliche Hälfte. Trotz der starken systematischen Verschiedenheit aller drei Lotabweichungskomponenten in diesen beiden Hälften, die wohl durch den Einfluß der Beskiden und des Tatrassivs bedingt sind, sind die mittleren Laplaceschen Widersprüche fast gleich. Man findet folgende einfache Mittelwerte :

$$\begin{aligned} \text{Westhälfte : } (\varphi' - \varphi)_m &= - 3''34, & (\lambda' - \lambda)_m &= - 6''44, & (\alpha' - \alpha)_m &= - 2''26 \\ \text{Osthälfte : } &= + 1.76, & &= - 1.53, & &= + 1.24 \end{aligned}$$

Hingegen bestätigen die mittleren Laplaceschen Widersprüche  $+ 2''63$  und  $+ 2''39$  die Güte des tschechoslowakischen Einheitsnetzes und der mit dem Zirkumzenital von Nušl - Frič und einem Universale durchgeführten astronomischen Ortsbestimmungen.

Die Berechnung des "absoluten" Systems nach dem Näherungsverfahren liefert schließlich im Schwerpunkt :

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= 48^{\circ} 27' 27'' \\ \lambda_3 &= 20 44 38 \end{aligned} \quad 27)$$

die Korrekturen :

$$\begin{aligned} d\varphi_3 &= - 1''192 \\ d\lambda_3 &= - 4.374 \\ d\alpha_3 &= - 0.66 \end{aligned} \quad 28)$$

Man erkennt, daß der beträchtliche Orientierungsfehler der früheren Anfelderung durch die Transformation nach 26) zum Großteil eliminiert ist. Speziell in Stoj folgt nach 26) eine Azimutkorrektur von  $- 7''14$ , so daß man aus 23 a) für die Seite Stoj - Kamionka das Azimut  $102^{\circ} 08' 03''35$  erhält. Mit den Elementen 28) folgt ferner in Stoj für die "absolute" Orientierung  $d\alpha = - 0''74$ . Wir dürfen also für diese Seite aus dem slowakischen Partialsystem als Endwert des Azimutes :

$$\alpha = 102^{\circ} 08' 02''61 \quad 29)$$

beibehalten.

Anhangsweise seien noch einige Notizen über das tschechoslowakische Fundamentalnetz ( Grundnetz ) gemacht. Dieses Netz wurde in Mähren, Schlesien und in der Slowakei vollständig neu aufgebaut, in Böhmen und der Karpatho-Ukraine jedoch auf insgesamt 64 Punkten die Stationsergebnisse der österreich-ungarischen Militärtriangulierung für den Neuausgleich nach dem Verfahren Křovak herangezogen. Das ausgeglichene Netz wurde sodann in Böhmen nach dem Minimumprinzip für die restlichen Klaffungen in die Ergebnisse der MT eingepaßt. Es darf demnach der Hermannskogel auch als tschechoslowakischer Fundamentalpunkt gelten. Ferner wurde die österreichische Längenzählung nach Ferro beibehalten. Die Verbindung mit Deutschland ist durch die seinerzeitige Einbeziehung des "Protektorates" und gemeinsame tschechisch - deutsche Messungen vollständig. Über die Verbindung mit dem rumänischen und polnischen Netze ist in Band 5 der Travaux de la Section de Géodésie eingehend berichtet. Zwischen den beiden Teilen der polnischen Verbindung besteht ein Grenzzug von niederer Ordnung. Die

Tabelle 4. : Partialsystem Slowakei .

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Zobor	48°20'46"03	50°14' - 4°11	18°06'29"11	39°99' - 10°88	- 4°12	+ 4°01	- 2°92	- 6°57	- 3°54	+ 1°37		
2. Kaponikai	47 56 01.50	01.50 - 0.00	18 07 38.22	44.37 - 6.15			+ 1.19	- 1.84				
3. Dlha hora	48 03 29.16	31.51 - 2.35	18 23 48.50	57.00 - 8.50	- 4.52	+ 1.80	- 1.16	- 4.18	- 3.94	- 0.83		
4. Velky Inoveo	48 24 31.47	39.11 - 7.64	18 32 37.98	45.55 - 7.57	- 0.78	+ 4.88	- 6.45	- 3.25	- 0.19	+ 2.24		
5. Ptaonik	48 37 31.44	32.10 - 0.66	18 38 07.23	13.92 - 6.69	+ 2.92	+ 7.94	+ 0.53	- 2.37	+ 3.52	+ 5.29		
6. Alsoshegy	47 59 37.29	39.26 - 1.97	18 42 51.04	63.55 - 12.51	- 5.40	+ 3.90	- 0.78	- 8.18	- 4.81	+ 1.27		
7. Plesivec	47 49 58.36	60.72 - 2.36	18 46 49.19	58.25 - 9.06	- 3.26	+ 3.46	- 1.17	- 4.73	- 2.67	+ 0.84		
8. Horenovo	48 47 13.35	14.20 - 0.85	18 47 05.62	14.12 - 8.50	- 8.65	- 2.26	+ 0.34	- 4.17	- 8.05	- 4.91		
9. Sitno	48 24 10.87	14.93 - 4.06	18 52 42.23	46.63 - 4.40	- 0.07	+ 3.22	- 2.87	- 0.07	+ 0.53	+ 0.58		
10. Stalovo	48 31 29.86	29.40 + 0.46	18 56 55.65	57.62 - 1.97	- 0.06	+ 1.42	+ 1.65	+ 2.36	+ 0.55	- 1.22		
11. Velestur	48 42 29.31	43.61 - 5.30	19 00 19.62	22.20 - 2.58	- 6.87	- 4.93	- 4.11	+ 1.75	- 6.26	- 7.58		
12. Krizna	48 52 33.86	39.66 - 5.80	19 04 47.66	52.27 - 4.61	- 1.89	+ 1.58	- 4.61	- 0.28	- 1.28	- 1.07		
13. Drahe	48 37 38.36	41.16 - 2.80	19 12 33.69	42.59 - 8.90	- 4.22	+ 2.46	- 1.61	- 4.56	- 3.61	- 0.18		
14. Prieono	48 26 25.82	26.27 - 0.45	19 15 09.66	17.91 - 8.25	- 4.90	+ 1.27	+ 0.74	- 3.91	- 4.29	- 1.36		
15. Oertez	48 46 09.58	08.01 + 1.57	19 27 35.22	44.42 - 9.20	- 5.23	+ 1.69	+ 2.76	- 4.86	- 4.61	- 0.95		
16. Bradlo	48 25 27.90	33.75 - 5.85	19 27 44.41	47.28 - 2.87	+ 0.86	+ 3.01	- 4.66	+ 1.47	+ 1.48	+ 0.38		
17. Polana	48 38 11.63	15.51 - 3.88	19 29 00.75	09.47 - 8.72	- 2.22	+ 4.32	- 2.69	- 4.38	- 1.60	+ 1.69		
18. Jasenina	48 32 43.04	52.56 - 9.52	19 44 07.32	09.89 - 2.57	+ 3.50	+ 5.43	- 8.33	+ 1.78	+ 4.13	+ 2.80		
19. Nagy Buoo	48 18 24.75	28.10 - 3.35	19 52 23.34	30.40 - 7.06	- 4.03	+ 1.24	- 2.16	- 2.71	- 3.40	- 1.38		
20. Trstje	48 39 01.66	07.51 - 5.85	19 59 21.20	26.22 - 5.02			- 4.66	- 0.66				
21. Tubahegy	48 21 05.96	09.36 - 3.40	20 04 16.04	20.05 - 4.01	+ 2.43	+ 5.43	- 2.21	+ 0.35	+ 3.07	+ 2.81		
22. Kvelsky vrah	48 30 47.49	52.79 - 5.30	20 07 21.42	23.07 - 1.65	+ 1.50	+ 2.74	- 4.11	+ 2.71	+ 2.14	+ 0.11		
23. Simonka	48 56 48.55	46.34 + 2.21	21 28 13.98	11.66 + 2.32	+ 5.03	+ 3.28	+ 3.40	+ 6.71	+ 5.72	+ 0.66		
24. Vihorlat	48 53 32.54	31.82 + 0.72	22 06 50.73	58.83 - 8.10	- 2.69	+ 3.41	+ 1.91	- 3.69	- 1.98	+ 0.80		
25. Poprlyony vrah	48 46 21.34	20.91 + 0.43	22 21 08.45	11.16 - 2.71	+ 0.26	+ 2.30	+ 1.62	+ 1.70	+ 0.98	- 0.30		
26. Putka ohomeo	48 32 03.57	05.54 - 1.97	22 23 44.79	49.91 - 5.12	- 1.16	+ 2.68	- 0.78	- 0.71	- 0.45	+ 0.08		
27. Zapsonsky vrah	48 16 54.86	55.35 - 0.49	22 27 58.41	61.14 - 2.73	- 0.49	+ 1.64	+ 0.70	+ 1.68	+ 0.22	- 1.03		
28. Makovia	48 39 38.35	38.42 - 0.07	22 35 55.51	55.53 - 0.02	+ 2.36	+ 2.38	+ 1.12	+ 4.40	+ 3.08	- 0.22		
29. Beregi nagyhegy	48 11 27.80	29.91 - 2.11	22 41 13.50	20.08 - 6.58	+ 0.57	+ 5.47	- 0.92	- 2.16	+ 1.29	+ 2.90		
30. Nagyhegy	48 25 14.28	14.55 - 0.27	22 45 10.20	12.92 - 2.72	- 1.54	+ 0.49	+ 0.92	+ 1.70	- 0.82	- 2.09		
31. Polonina runa	48 48 07.47	03.27 + 4.20	22 48 41.58	43.90 - 2.32	- 3.37	- 1.62	+ 5.39	+ 2.10	- 2.64	- 1.06		
32. Stoj	48 37 21.96	20.09 + 1.87	23 11 32.58	37.59 - 5.01	+ 0.43	+ 4.19	+ 3.06	- 0.58	+ 1.17	+ 1.60		
33. Ostry vrah	48 15 19.83	17.90 + 1.93	23 14 08.22	18.35 - 10.13	- 7.60	- 0.04	+ 3.12	- 5.70	- 6.86	- 2.61		
34. Siroky vrah	48 04 28.59	24.75 + 3.84	23 17 52.49	50.06 + 2.43	+ 4.34	+ 2.53	+ 5.03	+ 6.86	+ 5.08	- 0.03		
35. Kaulonka	48 33 37.48	31.98 + 5.50	23 37 58.59	54.85 + 3.74	+ 5.63	+ 2.83	+ 6.69	+ 8.18	+ 6.38	+ 0.25		
36. Menul	48 18 53.41	52.60 + 0.81	23 40 58.49	58.91 - 0.42	+ 0.62	+ 0.93	+ 2.00	+ 4.02	+ 1.37	- 1.63		
37. Bliznioa	48 13 28.11	24.12 + 3.99	24 14 10.50	03.63 + 6.87	+ 8.32	+ 3.20	+ 5.18	+ 11.32	+ 9.09	+ 0.64		
38. Ozorna hora	48 02 58.96	51.39 + 7.57	24 37 54.84	48.80 + 6.04	+ 9.06	+ 4.57	+ 8.76	+ 10.50	+ 9.84	+ 2.02		

polnische und rumänische Verbindung überdecken sich in einem Dreieck. Im Osten der Slowakei gehören einige Dreiecke dem internationalen Eismeer-Mittelmeer-Meridian an. Eine weitere Verbindung der beiden polnischen Anschlüsse war geplant und noch vor dem Kriege zum Teil ausgeführt. Einen Teil dieser Verbindung haben noch die Deutschen während des Krieges erkundet. Gut ist auch der tschechisch-österreichische Anschluß. Hingegen besteht noch keinerlei Verbindung mit dem neuen ungarischen Netz.

---

## Viertes Partialsystem : Polen.

Die Bearbeitung Polens stößt auf besonders große Schwierigkeiten. Es liegen nämlich polnische Originalkoordinaten nur für 6, Koordinaten des Berliner Reichsamtes für Landesaufnahme hingegen für 11 Laplacesche Punkte vor. Bei der den letzteren zugrundeliegenden Anfelderung des polnischen Netzes wurden die ursprünglichen Kränze unter Zuziehung deutscher Messungen in verschiedene Teilnetze umgewandelt und schrittweise nach dem Verfahren von Helmert- Thilo an das Reichsdreiecksnetz herangeführt. Die im Osten dieses Netzes bereits bemerkbaren Verdrehungen sowie andere Umstände hatten ein beträchtliches Anwachsen des Maßstabes zur Folge, das aber selbst wieder keineswegs gleichmäßig vor sich ging, sondern starke regionale Verschiedenheiten aufweist. Im Ganzen gesehen ist das Ergebnis dieser Anfelderung also durch zwei Umstände charakterisiert : 1. Aus dem Vergleich mit den polnischen Grundlinien ergab sich eine mittlere Vergrößerung des Maßstabes um rund  $170 \text{ E}_7^{14)}$ , im wesentlichen derselbe Betrag, den das slowakische Netz erlitt. Jedoch ist der Fehler ziemlich ungleichmäßig, was zum Teil durch den Umstand bedingt ist, daß sich das ostpreußische Netz weiter nach Osten erstreckt als die alten Reichsgrenzen im Süden. 2. Das angefelderte polnische Netz ist um rund 4" positiv verschwenkt, was bereits in der 2. Teiluntersuchung der Orientierung des Reichsdreiecksnetzes in dem systematischen Laplaceschen Restwiderspruch  $w = - 4''35$  zum Ausdruck kam.<sup>15)</sup>

Übrigens weisen aber die deutsche Anfelderung und das polnische Netz infolge der gänzlich verschiedenen Bearbeitung auch beträchtliche rein geodätische Differenzen auf, so daß es unmöglich ist, aus dem spärlich vorliegenden Material ein klares Bild zu gewinnen. An Stelle der schrittweisen Aneinanderreihung und Einpassung flächenhafter Teilnetze treten ja in der polnischen Originalarbeit kettenförmige Kränze mit weitgehender Berücksichtigung der Laplaceschen Bedingungen. Es erscheint daher zweckentsprechend, das umfangreichere Material der deutschen Anfelderung gänzlich unabhängig von den polnischen Originalkoordinaten zu verarbeiten und letztere bloß zur Überprüfung der Ergebnisse heranzuziehen.

Wenn wir die oben erwähnten Fehler beseitigen wollen, müssen wir das Netz im Süden des internationalen Meridians festhalten, entsprechend negativ verschwenken und im Maßstab verkürzen. Dadurch geht freilich der Zusammenhang mit dem deutschen Netz im Westen und besonders im Norden verloren. Doch werden auf diese Weise die Elemente des Partialsystemes sicher verbessert und vor allem die aus der systematischen Verdrehung folgenden Laplaceschen Widersprüche be-

14) K. Levasseur : "Die Erweiterung des Reichsdreiecksnetzes über Polen."

15) K. Ledersteger : Die Orientierung des Reichsdreiecksnetzes, zweite Teiluntersuchung. Nachr. aus dem Reichsvermessungsdienst, Jg. 1944, Seite 34 - 43.

seitigt. Eine Revision des 1. Partialsystems Deutschland erübrigt sich aber, da es genügend ausgedehnt und namentlich in den zentral gelegenen Teilen einwandfrei ist.

Wir befreien zunächst das südliche Teilstück des polnischen Eismeer-Mittelmeermeridians vom Anschlußzwang an die Slowakei, indem wir mit den Koordinaten von Zubowice :

$$\begin{aligned}\varphi &= 50^{\circ} 36' 11''.24.. \\ \lambda &= 23 35 15.70.. \end{aligned}$$

und den bei der Anwendung der Feldermethode innerhalb des polnischen Meridians erhaltenen Koordinaten von Stoj :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 37' 19''.5729 \\ \lambda &= 23 11 38.1639 \end{aligned}$$

die geodätische Linie Zubowice - Stoj rechnen :

$$\alpha = 187^{\circ} 30' 34''.66, \quad \log s = 5.346 6190.0$$

Diese Linie drehen wir negativ um  $2''.74$  bei gleichzeitiger Verlängerung um  $584 E_8$ , um die in § 3 erwähnte Drehstreckung rückgängig zu machen. Man erhält so die vom Anschlußzwang freien Koordinaten von Stoj :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 37' 19''.465 \\ \lambda &= 23 11 38''.288 \end{aligned} \quad 30)$$

die wir genähert aus der Streckung um 2.98 m und der Querverschwenkung von 2.95 m abgeleitet haben. Die Elemente der Befreiung vom Anschlußzwang sind somit :

$$\begin{aligned}d\varphi &= - 0''.108 \\ d\lambda &= + 0.124 \\ d\alpha &= - 2.74 \\ k &= + 584 E_8 = + 1345 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad 31)$$

Die so entstandene südöstlichere Lage von Stoj bedingt, daß die 456 km lange Linie von der Mitte der Seite Čupi - Maydenberg nach Stoj um 2.6 m verlängert wird, also die für die Slowakei notwendige negative Reduktion  $k = - 2994 \cdot 10^{-8}$  auf  $k = - 3564 \cdot 10^{-8}$  oder logarithmisch von  $- 130 E_7$  auf  $- 155 E_7$  anwächst. Da aber der Maßstab in östlicher Richtung zunimmt, dürfte es im Hinblick auf die Lage des Meridians angezeigt sein, die slowakische Korrektur  $- 130 E_7$  im Mittel auch für Polen beizubehalten. Aus diesem Grunde dürfen wir uns mit den vorstehenden Abschätzungen begnügen.

Was schließlich die Orientierung betrifft, können wir genähert das polnische Azimut der Seite Stoj - Kamionka, wie es aus dem Zusammenschluß mit der Slowakei hervorging :

$$\alpha = 102^{\circ} 08' 09''.28$$

um  $2''.74$  verringern, um es vom Anschlußzwang zu befreien :  $\alpha = 06''.54$ . Der Vergleich mit der aus dem slowakischen Netz abgeleiteten absoluten Orientierung (29) gibt

eine weitere Verschwenkung um  $d\alpha = - 3''93$  gegenüber dem obigen Restwiderspruch  $d\alpha = - 4''35$ . Wir wählen demnach für Polen die auf Stoj bezogenen Transformationsselemente :

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 0''625 \\ d\lambda &= - 0.698 \\ d\alpha &= - 4.15 \\ k &= - 2994 \cdot 10^{-8} ; \end{aligned} \quad 32)$$

$d\varphi$  und  $d\lambda$  folgen dabei aus der Differenz von 30) und 22). Für den im Südteil des Meridians gelegenen Laplaceschen Punkt Jaroszyce superponieren sich diese Elemente mit den Elementen 31). Die Umrechnung der 11 Laplaceschen Punkte von den Koordinaten  $\varphi_R$  und  $\lambda_R$  der Anfelderung des Reichsamtes gestaltet sich mithin wie folgt :

T a b e l l e 5 .

	$\varphi_R +$	$d\varphi_R = \varphi$	$\lambda_R +$	$d\lambda_R = \lambda$
1. Dziedzinka	55°42'17".18	+0".07	17".25	27°30'05".49 -2".07 03".42
2. Kopciowka	53 33 18.83	+0.13	18.96	23 53 58.16 -1.37 56.79
3. Borkowo	53 23 22.46	+0.05	22.51	21 58 19.13 -1.15 17.98
4. Omlynce	53 18 04.54	+0.29	04.83	26 42 45.01 -1.63 43.38
5. Skopowka	52 30 46.76	+0.27	47.03	24 36 04.05 -1.30 02.75
6. Borowa Gora	52 28 35.52	+0.11	35.63	21 02 13.95 -0.93 13.02
7. Wolka Brodnicka	52 19 51.46	+0.41	51.87	27 01 04.13 -1.52 02.61
8. Sobotka	50 46 57.07	+0.32	57.39	21 40 35.16 -0.79 34.37
9. Zubowice	50 36 11.24	+0.43	11.67	23 35 15.70 -0.96 14.74
10. Losien	50 21 25.82	+0.14	25.96	19 20 14.86 -0.47 14.39
11. Jaroszyce	49 14 09.80	+0.54	10.34	23 58 09.92 -0.73 09.19

Zu bemerken ist dazu noch, daß für den nahe der Dreiländerecke Deutschland, Slowakei und Polen gelegenen Punkt Losien die Umrechnung auch nach den Formeln 26) erfolgte und das Mittel eingeführt wurde.

Nach diesen Vorbereitungen sind wir in der Lage, das Lotabweichungssystem in Tabelle 6 aufzustellen. Der mittlere Laplacesche Widerspruch +2''51 ist etwas kleiner als der analoge Widerspruch im 1. Partialsystem; er bestätigt aber im wesentlichen die Güte der Orientierung. Die Berechnung des "absoluten" Minimalsystems führt schließlich auf die Elemente :

$$\begin{aligned} d\varphi_4 &= - 2''599 \\ d\lambda_4 &= - 3.565 \\ d\alpha_4 &= - 0.32 , \end{aligned} \quad 33)$$

giltig für den Schwerpunkt :

$$\begin{aligned} \varphi_4 &= 52^\circ 12' 17'' \\ \lambda_4 &= 23 45 19 \end{aligned} \quad 34)$$

( Tabelle 6 )

Tabelle 6 : Partialsystem Polen .

	$\varphi$	$\varphi$	$(\varphi'-\varphi)$	$\lambda$	$\lambda$	$(\lambda'-\lambda)$	$(\alpha-\alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Dziedzinka	55°42'11.31	17°25	-5°94	27°29'58.05	63°42	-5°37	-3°21	+1°23	-3°35	-1°56	-2°56	-1°28
2. Kopcówka	53 33 14.00	18.96	-4.96	23 53 48.89	56.79	-7.90	-4.80	+1.55	-2.36	-4.33	-4.46	-0.98
3. Borkowo	53 23 16.97	22.51	-5.54	21 58 12.35	17.98	-5.63	+2.21	+6.73	-2.94	-2.17	+2.40	+4.15
4. Omlynče	53 18 00.32	04.83	-4.51	26 42 41.48	43.38	-1.90	-0.50	+1.02	-1.91	+1.85	+0.05	-1.43
5. Skopowka	52 30 42.05	47.03	-4.98	24 35 53.78	62.75	-8.97	-5.59	+1.53	-2.38	-5.36	-5.21	-0.96
6. Borowa Gora	52 28 32.85	35.63	-2.78	21 02 12.12	13.02	-0.90	+2.46	+3.17	-0.18	+2.50	+2.58	+0.59
7. Wolka Brodnicka	52 19 52.12	51.87	+0.25	27 00 59.00	62.61	-3.61	-2.23	+0.63	+2.85	+0.15	-1.67	-1.79
8. Sobotka	50 46 56.42	57.39	-0.97	21 40 34.59	34.37	+0.22	+2.45	+2.28	+1.63	+3.67	+2.61	-0.23
9. Zubowice	50 36 10.59	11.67	-1.08	23 35 14.72	14.74	-0.02	+2.46	+2.48	+1.52	+3.54	+2.76	+0.02
10. Losien	50 21 27.22	25.96	+1.26	19 20 12.77	14.39	-1.62	+3.50	+4.75	+3.85	+1.70	+3.49	+2.18
11. Jaroszyce	49 14 11.03	10.34	+0.69	23 58 04.56	09.19	-4.63	-1.24	+2.27	+3.29	-1.05	-0.93	-0.13

Nunmehr wollen wir untersuchen, welche Schlüsse das polnische Originalsystem gestattet.<sup>16)</sup> Dieses System hat den nördlich von Warschau gelegenen Fundamentalpunkt Borowa Gora mit den auf das Besselsche Ellipsoid übernommenen Ausgangsdaten :

$$\begin{aligned} \varphi &= 52^{\circ} 28' 32''.85 & 35) \\ \lambda &= 21 02 12.12 \\ \text{Az. Modlin : } \alpha &= 261 53 15.9 . \end{aligned}$$

Die Kränze, deren Knotenstellen mit Grundlinien und Laplaceschen Punkten dotiert sind, waren bei Kriegsausbruch erst zum geringeren Teil fertiggestellt, so daß unmittelbare, für eine anfelderung geeignete Vergleichspunkte nur am Südrand des Westpreußischen Netzes längs einer 109 km langen Naht vorlagen.

Tabelle 7 : Deutsch - polnische Vergleichspunkte .

	$\varphi_D$	=	$\varphi_P$	+	$v_\varphi$	$\lambda_D$	=	$\lambda_P$	+	$v_\lambda$
Fahneberg	52°56'28.1383		25°47'18		+2.6665	18°30'42.8703		41°84'37		+1.0266
Kulmsee	53 11 16.2430		13.5915		+2.6515	18 36 59.2323		58.1844		+1.0479
Golau	53 07 13.8928		11.2463		+2.6465	19 02 02.0911		01.0343		+1.0568
Lopathen	53 20 55.1250		52.4849		+2.6401	19 00 15.8275		14.7632		+1.0643
Fichtenberg	53 13 31.1841		28.5495		+2.6346	19 28 43.2615		42.1851		+1.0764
Kauernik	53 23 21.6340		19.0070		+2.6270	19 35 53.0441		51.9611		+1.0830
Prion	53 15 19.5248		16.8986		+2.6262	20 03 13.5763		12.4844		+1.0919

Aus der Linie Fahneberg - Prion folgt weiter für den Anschluß Polens :

$$d\alpha = + 1.844 , \quad d \log s = - 36.4 E_7 .$$

Zusammen mit der vorweggenommenen Verkürzung des deutschen Maßstabes um 58  $E_7$  bedeutet dies für den Übergang zum originalen deutschen System auf dem originalen Besselschen Ellipsoid tatsächlich eine geringe Vergrößerung um 22  $E_7$ . In dieser Naht stimmen also die beiden Netzmaßstäbe noch gut überein.

16) Alle hier verwendeten polnischen Originalkoordinaten sind den Landesberichten in den "Travaux de la Section de Géodésie" entnommen.

Andrerseits stehen die polnischen Originalkoordinaten von 6 Laplace-schen Punkten zur Verfügung, die folgendes Bild ergeben :

Tabelle 8 : Ursprüngliche Lotabweichungen im polnischen System .  
( Grade und Minuten können aus Tabelle 6 ergänzt werden. )

	$\varphi'$	$\varphi_p$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda_p$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$
Kopciowka	14°00	16°11	-2°11	48°89	55°90	-7°01	-5°65	-0°01
Omlyně	00.32	01.96	-1.64	41.48	42.35	-0.87	-0.70	0.00
Skopowka	42.05	44.16	-2.11	53.78	61.81	-8.03	-6.38	-0.01
Borowa Gora	32.85	32.85	0.00	12.12	12.12	0.00	0.00	0.00
Wolka Brodnicka	52.12	48.98	+3.14	59.00	61.55	-2.55	-2.83	-0.81
Sobotka	56.42	54.55	+1.87	34.59	33.40	+1.19	+1.53	+0.61

Die kleinen Laplaceschen Widersprüche sind eine Folgeerscheinung der Verwertung der Laplaceschen Bedingungen. Stellt man für diese Punkte die ursprünglichen azimutalen Lotabweichungskomponenten im polnischen System und im oben berechneten 4. Partialsystem einander gegenüber, so sind die polnischen geodätischen Azimute um über 1" zu groß. Der Anschluß an das westpreußische Netz würde also bereits eine gesamte Fehlerorientierung von + 3" bedingen, die sich bei der Anfelderung des Reichsamtes in der Folge noch weiter verschärft hat.

Zur weiteren Überprüfung ziehen wir die dem Eismeer-Meridian angehörende Linie Skopowka - Kopciowka heran. Die polnischen Originalkoordinaten ergeben :

$$\alpha = 338^{\circ} 11' 28''11 ; \quad \log s = 5.097 4485$$

und die Koordinaten unseres Partialsystems :

$$\alpha = 338^{\circ} 11' 27''55 ; \quad \log s = 5.097 4475 .$$

Es scheint also im Partialsystem eine geringe Überkompensation des Maßstabfehlers eingetreten zu sein. Davon abgesehen, bestätigt die Linie die Berechtigung der angenommenen Verkürzung und zeigt außerdem, daß die Orientierung des polnischen Teilbogens des internationalen Meridians recht gut ist.

Schließlich vergleichen wir die polnischen und die neuen deutschen Koordinaten der 6 astronomischen Punkte.

Tabelle 9 : Deutsch - polnische astron. Vergleichspunkte.

	$\varphi_p = \varphi_p + \delta\varphi$	$\lambda_p = (\lambda_p + \delta\lambda) - v_{\lambda}$	$\overline{\delta\lambda}$						
Kopciowka	18°96	16°11	+2°85	56°79	55°90	+0°89	+0°02	+0°91	3
Omlyně	04.63	01.96	+2.87	43.38	42.35	+1.03	-0.17	+0.86	5
Skopowka	47.03	44.16	+2.87	02.75	01.81	+0.94	-0.00	+0.94	4
Borowa Gora	35.63	32.85	+2.78	13.02	12.12	+0.90	+0.20	+1.10	1
Wolka Brodnicka	51.87	48.98	+2.89	02.61	01.55	+1.06	-0.18	+0.88	6
Sobotka	57.39	54.55	+2.84	34.37	33.40	+0.97	+0.15	+1.12	2

Die Differenz  $\delta\varphi$  ist nahezu konstant. ( $\delta\varphi_m = + 2^{\circ}85$ ). Es ist demnach keine relative Verdrehung erkennbar. Berücksichtigt man ferner den Einfluß  $v_{\lambda}$  dieser meridionalen Verschiebung  $v_{\lambda, \kappa} = + 2^{\circ}843 \sin^{\circ} \lg \varphi_{\kappa}$  auf die Längen, so zeigen die  $\overline{\delta\lambda}$

einen von West nach Ost fallenden kleinen Gang. Zu diesem Zwecke sind in der letzten Kolonne der Tabelle 9 die Punkte nach zunehmender Länge durchnummeriert. Für die Berechnung des Korrektionsgliedes dient natürlich der Schwerpunkt  $\varphi = 52^{\circ}29'33''$ ,  $\lambda = 24^{\circ}09'24''$  als Bezugspunkt. Die beiden Randpunkte 1 und 6, die zufällig fast im gleichen Parallel liegen, haben im polnischen und deutschen System die Längendifferenz  $5^{\circ}58'49''.81$  und  $49''.59$ ; dem entspricht eine Verkürzung der 407 km langen Linie um 4.16 m oder um  $44 E_7$  beim Übergang vom polnischen Originalnetz zu unserem Partialsystem. Wieder tritt also eine Überkompensation des deutschen Maßstabfehlers in Erscheinung. Ihre Berücksichtigung würde aber die Klaffung zwischen dem Partialsystem und dem Reichsdreiecksnetz noch weiter vergrößern, weshalb davon Abstand genommen wurde.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Orientierung des polnischen Originalnetzes gut ist, daß aber gegenüber dem hier berechneten Partialsystem und dem eigentlichen Reichsdreiecksnetz regional verschiedene Maßstabsdifferenzen auftreten, über die bei dem geringen Material kein abschließendes Urteil gefällt werden kann.

Über die weiteren Anschlüsse des polnischen Netzes an die Nachbarstaaten ist noch zu erwähnen, daß die Verbindung mit Litauen und Lettland hergestellt ist. Letztere stellt übrigens den Ursprung des internationalen Meridians dar, der sich östlich von Wilna mit der russisch-skandinavischen Gradmessung von Struve - Tenner schneidet und Polen zwischen  $23^{\circ}$  und  $27^{\circ}$  Länge östl. Greenwich durchzieht. Im Süden Polens enthält er das rumänisch - tschechische Verbindungsnetz. Die Verbindung mit der Tschechoslowakei besteht im Gebiet der Dreiländerecke südwestlich und südlich von Krakau und im Osten, wie soeben gesagt, im Gebiet des Eismeer-Meridians.

5.

## Fünftes Partialsystem : Ungarn .

In Ungarn hat man im wesentlichen drei Triangulierungen zu unterscheiden:

1. die alte Triangulierung (1860 - 80), deren Positionen mit den Positionen der Spezialkarte 1 : 75000 in Übereinstimmung stehen. Ursprung dieses "Budapester stereographischen Systems" ist der Ostturm der ehemaligen Sternwarte auf dem Blocksberg (Gellerthege) mit den Koordinaten:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 29' 14''.93 \\ \lambda &= 36 42 51.69 \text{ östl. Ferro,}\end{aligned}$$

die von der alten Sternwarte Wien geodätisch abgeleitet worden waren. Als Ausgangsazimut diente die Richtung nach dem Széchenyiberg:

$$\alpha = 100^{\circ} 47' 14''.34.$$

2. die neue Triangulierung (ab 1908), die die Grundlage der neuen Zylinderprojektion bildet und in der die Ausgangswerte für Gellerthege:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 29' 09''.6380 \\ \lambda &= 36 42 53.5733\end{aligned}$$

durch geodätische Übertragung der neuen astronomischen Beobachtung vom Széchenyihegy gewonnen wurden. Die Änderung des Azimuts:

$$\alpha = 100^{\circ} 47' 07''.90$$

blieb nebenbei bemerkt in den neuen topographischen Karten unberücksichtigt, so daß zwischen der Zylinderprojektion des Katasters und den neuen stereographischen Karten im Nullpunkt ein Richtungsunterschied von 6''44 klappt.

3. die neueste Triangulierung (ab 1918), die auf einer gänzlichen Neuanlage des Netzes basiert und bei Ausbruch des zweiten Weltkrieges noch nicht abgeschlossen war.

Da das derzeit noch in Gebrauch stehende Netz (2.) leider nicht koordinatenmäßig vorliegt, benützen wir als Brücke die das ungarische Gebiet betreffenden Teile der letzten österreichisch-ungarischen Militärtriangulierung, wie sie in den beiden ersten Bänden der "Ergebnisse" niedergelegt sind. Dieses System hat im Norden mit dem slowakischen und ebenso im Westen mit dem österreichischen Netz eine größere Reihe gemeinsamer Punkte. Auch hier muß allerdings wieder betont werden, daß im allgemeinen eine Untersuchung der Punktidentitäten unmöglich ist. Größere Abweichungen in der Lage würden durch ein Herausfallen aus den Differenzenreihen natürlich aufgedeckt; kleinere müssen wir in Kauf nehmen. Sie werden aber kaum die Transformationselemente beeinflussen. Als Sollkoordinaten dienen im Norden die in § 3 gewonnenen Werte

unseres Partialsystemes der Slowakei, im Westen die Koordinaten des erweiterten "Reichsdreiecksnetzes", wie es während des Krieges berechnet wurde. Der Vergleich mit den Koordinaten der MT ist in der folgenden Tabelle 10 auf drei Dezimalen gegeben. Die Punktnummern der MT sind bequemlichkeitshalber vorangestellt. Die Ferrolängen der MT wurden mit der Konstanten  $- 17^{\circ}40'$  den deutschen Greenwiclängen angenähert.

Tabelle 10 : Die Randpunkte des ungarischen Anschlusses.

	$\varphi_D$	$\varphi_{MT}$	$v_\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_{MT}$	$v_\lambda$
110, Zobor	48°20'50".14.	48°7'11	+1".43.	18°06'39".99.	36°8'15	+3".17.
137, Križna	48 52 39.66.	38.106	+1.55.	19 04 52.27.	49.210	+3.06.
602, Tubahegy	48 21 09.36.	07.778	+1.58.	20 04 20.05.	16.857	+3.19.
619, Popričný vrh	48 46 20.91.	19.298	+1.61.	22 21 11.16.	08.146	+3.01.
628, Stoj	48 37 20.09.	18.434	+1.66.	23 11 37.59.	34.576	+3.01.
594, Bliznica	48 13 24.12.	22.343	+1.78.	24 14 03.63.	00.696	+2.93.
593, Czorna hora	48 02 51.39.	49.564	+1.83.	24 37 48.80.	45.872	+2.93.
100, Hundsheimer	48 07 58.929	57.636	+1.293	16 56 27.188	24.027	+3.161
99, Geschriebenstein	47 21 12.896	11.621	+1.275	16 36 08.779	05.521	+3.258
221, Hochstraden	46 50 47.011	45.771	+1.240	15 56 01.400	58.079	+3.321
215, Bacher	46 29 42.427	41.219	+1.208	15 29 20.406	17.081	+3.325
209, Ivanšica	46 10 55.317	54.135	+1.182	16 07 45.166	41.884	+3.282

Diese 12 Punkte sind für die Anfelderung der MT in Ungarn aus der wesentlich größeren Zahl der Vergleichspunkte ausgewählt worden. Als Ursprung diente sofort der Schwerpunkt des aus 19 Stationen bestehenden astronomischen Netzes:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ}49'36'' \\ \lambda &= 20\ 35\ 53\ .\end{aligned}\quad 36)$$

Nach dem Verfahren von Helmert-Thilo ergeben sich als Transformationselemente für die Militärtriangulierung:

$$\begin{aligned}d\varphi &= + 1".553 \\ d\lambda &= + 3.130 \\ d\alpha &= - 5.709 \\ k &= - 928.10^{-8} = - 40 E_7\end{aligned}\quad 37)$$

Wie zu erwarten war, ist der Maßstab der MT etwas zu groß. Die Darstellung ist für unsere Zwecke ausreichend, die  $[vv]$  nach einer mit  $d\varphi = + 1".47$  und  $d\lambda = + 3".14$  durchgeführten Parallelverschiebung von 1.87 auf 0.21 gesunken.

Um die Sicherheit des Partialsystemes zu erhöhen, wurden alle astronomischen Stationen der alten MT im ganzen ungarisch-galizischen Raume verwendet. Das System überdeckt sich daher teilweise mit dem slowakischen Partialsystem und reicht in das heutige Polen hinein. Um ferner eine bessere Verteilung der Laplaceschen Punkte zu erzielen, wurde im Westen noch der Hermannskogel eingeschlossen, hingegen die Station Laaerberg, deren Mitnahme ursprünglich geplant war, wieder fallen gelassen. Dadurch sank die Zahl der Stationen auf 18, was auch eine geringe Verschiebung des Schwerpunktes zur

Folge hatte. Seine Koordinaten im neuen System des erweiterten deutschen Netzes sind:

$$\begin{aligned}\varphi_5 &= 47^\circ 48' 32'' \\ \lambda_5 &= 20 \quad 49 \quad 56\end{aligned}\quad 36a)$$

Diese kleine Verschiebung gegenüber dem Punkt 36) beeinflusst die Elemente 37) noch nicht merklich, so daß sich eine Übertragung erübrigt.

Zunächst sind die MT - Koordinaten der astronomischen Punkte in das deutsche System zu transformieren. Mit 37) ergeben sich die ausreichenden Näherungsausdrücke:

$$\begin{aligned}d\varphi_K &= +1''553 \cos \ell - 928 \varphi_5'' \cdot 10^{-8} + 3''847 \sin \ell \\ d\lambda_K &= +3''130 + 1''553 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell - 623 \ell'' \cdot \sec \varphi_K \cdot 10^{-8} - 2768 \varphi_5'' \sec \varphi_K \cdot 10^{-8} \\ d\alpha_K &= +1''553 \sec \varphi_K \sin \ell - 623 \ell'' \operatorname{tg} \varphi_K \cdot 10^{-8} - 3''8355 \cos \ell \sec \varphi_K\end{aligned}\quad 38)$$

Ausgangswerte und Resultat der Umrechnung, die sich außer auf die Koordinaten auch auf die azimutalen Lotabweichungskomponenten erstreckte, wobei für letztere die Angaben der unter Anmerkung 10 zitierten Arbeit entnommen wurden, sind in Tabelle 11 zusammengestellt.

Tabelle 11 : Die Umrechnung der MT des ungarischen Raumes.

	$\varphi_{MT}$	$\varphi_D$	$\lambda_{MT}$	$\lambda_D$	$(\alpha - \alpha)_{MT}$	$(\alpha' - \alpha)_D$
358, Krakau	50°03'51"116	52°483	19°57'27"419	30°171	- 2°95	+ 3°07
406, Lemberg	49 50 43.645	45.361	24 02 55.783	58.599		
429, Grzymalow Mo- gila	49 19 23.140	25.001	25 57 42.924	45.829	+ 4.08	+ 9.85
116, Lopenik	48 55 02.122	03.449	17 47 02.743	05.721	-10.70	- 4.83
621, Nagyhegy	48 25 12.892	14.569	22 45 09.872	12.909	- 7.97	- 2.23
110, Zobor	48.20 48.711	50.078	18 06 36.815	39.879	-12.88	- 7.08
446, Czernowitz	48 17 55.649	57.541	25 55 30.945	34.004	-13.05	- 7.40
103, Hermannskogel	48 16 15.290	16.537	16 17 41.060	44.150	0.00	+ 5.81
610, Straszahalom	48 03 49.648	51.225	21 04 24.230	27.323	- 1.67	+ 4.06
581, Szatmar Nema- ti	47 47 35.071	36.778	22 52 41.585	44.712		
104, Magoshegy	47 34 43.190	44.554	17 39 39.658	42.840	- 6.03	- 0.31
232, Széchenyihegy	47 29 41.953	43.409	18 59 19.758	22.944	+ 5.09	+10.79
99, Geschriebens- stein	47 21 11.621	12.908	16 26 05.521	08.747	- 1.89	+ 3.82
222, Sághegy	47 13 55.433	56.771	17 07 02.798	06.036	- 2.94	+ 2.75
558, Castei	46 33 10.711	12.554	24 23 23.889	27.173	- 6.82	- 1.32
243, Czerháhegy	46 21 45.415	46.882	18 40 33.483	36.811	- 7.98	- 2.40
533, Kronstadt	45 39 04.693	06.647	25 35 42.671	46.081	- 0.79	+ 4.59
495, Lagerdorf	44 58 48.123	49.819	21 18 54.014	57.542	-14.79	- 9.38

Von diesen Punkten gehören Nagyhegy und Zobor bereits dem Partialsystem 3 an. Die astronomische Länge von Zobor ist aus Tabelle 4 übernommen, nicht aber die Länge von Nagyhegy, weil der dortige Laplacesche Widerspruch auf einen Längenfehler von etwa 2" hindeutet. Ferner wurde für Zobor die alte Lotabweichung in Azimut (-7°08) und der Neuwert (-4°12) gemittelt (-5°60). Die Laplaceschen Widersprüche der Tabelle 12 führen auf den Mittelwert +2°40, der übrigens noch mit Einschluß des Widerspruchs  $w = +1''06$  auf Laerberg,

also aus 8 Werten, errechnet wurde. Da dieser Mittelwert sehr plausibel ist, konnte mit ihm in Lemberg und Szatmar Nemati die fehlende Lotabweichung in Azimut ergänzt werden. Ebenso ließ sich aus diesem Mittelwert die Lotabweichung in Länge für die neun "Lotabweichungspunkte" berechnen, auf denen bloß  $\varphi$  und  $\alpha$  astronomisch beobachtet wurden. Für Nagyhegy resultierte speziell ( $\lambda' - \lambda$ ) = - 6"19 gegenüber dem Neuwert = 2"72, der demnach tatsächlich absolut genommen um 2" - 3" zu klein sein dürfte.

Das so ergänzte System führt auf die reinen Mittelwerte  $d\varphi_5 = -0"78$ ,  $d\lambda_5 = -3"36$  und  $d\alpha_5 = +0"01$ . Wegen des Verschwindens von  $d\alpha$  vereinfachen sich die Formeln 8) und wir erhalten schließlich nach 10) bis 12) die Systemkonstanten:

$$\begin{aligned} d\varphi_5 &= - 0"743 \\ d\lambda_5 &= - 3"422 \\ d\alpha_5 &= - 0"06 \end{aligned} \quad 39)$$

Die ursprünglichen und definitiven Lotabweichungen sind der Tabelle 12 zu entnehmen.

Tabelle 12 : Partialsystem Ungarn.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Krakau	50°03'51"87	52"48	- 0361	19°57'34"42	30"17	+ 4525	+ 3"07	- 0"19	+ 0"13	+ 7"65	+ 3"11	- 2"76
2. Lemberg	49 50 44.62	45.36	- 0.74	24 02 48.11	58.60	-10.49	(- 5.62)	(+ 2.40)	0.00	- 7.02	- 5.49	(- 1.12)
3. Grzymalow Mogila	49 19 25.32	25.00	+ 0.32	25 57	45.83	(+ 9.82)	+ 9.85		+ 1.06		+10.02	
4. Lopenik	48 55 00.59	03.45	- 2.86	17 47	05.72	(- 9.59)	- 4.83		- 2.12		- 4.81	
5. Nagyhegy	48 25 15.57	14.57	+ 1.00	22 45	12.91	(- 6.19)	- 2.23		+ 1.74		- 2.12	
6. Zobor	48 20 45.68	50.08	- 4.40	18 06 29.11	39.88	-10.77	- 5.60	+ 2.45	- 3.66	- 7.38	- 5.58	- 0.07
7. Czernowitz	48 17 57.77	57.54	+ 0.23	25 55 21.15	34.00	-12.85	- 7.40	+ 2.19	+ 0.97	- 9.36	- 7.24	- 0.25
8. Hermannkogel	48 16 15.13	16.54	- 1.41	16 17 50.11	44.15	+ 5.96	+ 5.81	+ 1.37	- 0.67	+ 9.32	+ 5.79	- 1.17
9. Straszalton	48 03 48.02	51.23	- 3.21	21 04 24.62	27.32	- 2.70	+ 4.06	+ 6.07	- 2.47	+ 0.73	+ 4.13	+ 3.59
10. Szatmar Nemati	47 47 37.01	36.78	+ 0.23	22 52 33.99	44.71	-10.72	(- 5.54)	(+ 2.40)	+ 0.97	- 7.27	- 5.44	(- 0.05)
11. Nagyhegy	47 34 47.08	44.55	+ 2.53	17 39	42.84	(- 3.67)	- 0.31		+ 3.27		- 0.30	
12. Széchenyihegy	47 29 37.52	43.41	- 5.89	18 59 31.67	22.94	+ 8.73	+10.79	+ 4.35	- 5.15	+12.13	+10.82	+ 1.88
13. Genschriebenstein	47 21 10.11	12.91	- 2.80	16 26	08.75	(+ 1.93)	+ 3.82		- 2.06		+ 3.81	
14. Saghegy	47 13 56.72	56.77	- 0.05	17 07	06.04	(+ 0.48)	+ 2.75		+ 0.69		+ 2.75	
15. Castei	46 33 09.12	12.55	- 3.43	24 23	27.17	(- 5.12)	- 1.32		- 2.69		- 1.19	
16. Csarhathegy	46 27 48.86	46.88	+ 1.98	18 40	36.81	(- 6.63)	- 2.40		+ 2.72		- 2.37	
17. Kronstadt	45 39 10.68	06.65	+ 4.03	25 35 49.85	46.08	+ 3.77	+ 4.59	+ 1.89	+ 4.77	+ 7.25	+ 4.74	- 0.44
18. Lagerdorf	44 58 50.81	49.82	+ 0.99	21 18	57.54	(-16.67)	- 9.38		+ 1.73		- 9.31	

Von großem Interesse ist noch der nicht in das ungarische Partialsystem einbezogene Angelpunkt Stoj und die Seite Stoj - Kamionka. Im 2. Band der Ergebnisse sind für diese Seite gegeben:

$$\alpha = 102^\circ 08' 05"140, \quad \log s = 4.519 5280,$$

welche Werte bei der Anfelderung Ungarns in:

$$\alpha = 102^\circ 07' 59"388, \quad \log s = 4.519 5239 \quad 40)$$

übergeführt werden. Aus dem ungarischen Partialsystem folgt also das "absolute" Azimut:

$$\alpha = 102^{\circ} 07' 59''33,$$

41)

das sich für die Orientierung des rumänischen Westmeridians von besonderer Bedeutung erweisen wird. Allerdings darf nicht übersehen werden, daß dies Identität des Punktes voraussetzt, die freilich sehr wahrscheinlich ist.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß die nördliche Ausdehnung des ungarischen Partialsystemes leider eine Annäherung seines Schwerpunktes an den Schwerpunkt des slowakischen Partialsystemes zur Folge hätte. Aber im Hinblick auf die räumliche Beschränkung des letzteren ist eine derartige Kontrolle nichtsdestoweniger erwünscht.

---

6.

## Sechstes Partialsystem : Rumänien.

Zur Anfelderung Rumäniens stehen einige Punkte im Osten des slowakischen Netzes und eine Reihe von Punkten der österr.-ung. Militärtriangulierung zur Verfügung, die auch dem rumänischen Westmeridian angehören. Rumänische Originalkoordinaten liegen lediglich für acht astronomische Stationen vor. Hingegen wurde seinerzeit der rumänische Westmeridian als Teil des internationalen Eismeer-Mittelmeer-Meridians in das "Europäische Einheitssystem Potsdam" (EEP) einbezogen. Auf Grund des rumänischen Winkelausgleichs erfolgte die Koordination unmittelbar auf dem Besselschen Ellipsoid mit den Ausgangsdaten :

$$\begin{array}{l} \text{Stoj} \quad : \quad \varphi = 48^{\circ} 37' 19'' 5345 \quad , \quad \lambda = 23^{\circ} 11' 38'' 1298 \\ \text{Kamionka} : \quad \varphi = 48^{\circ} 33' 31'' 4308 \quad . \quad \lambda = 23^{\circ} 37' 55'' 4184 \end{array} \quad 42)$$

in möglichst absoluter Orientierung und unter numerischer Beibehaltung des rumänischen Maßstabes, was in Wirklichkeit einer Vergrößerung um  $58 E_7$  gleichkam, da die Seitenlängen im EEP legale Meter auf dem originalen Besselschen Ellipsoid darstellten. Azimut und Länge der Ausgangsseite Stoj - Kamionka sind :

$$\alpha = 102^{\circ} 08' 01'' 48 \quad , \quad \log s = 4.519 \ 5163 \quad . \quad 43)$$

Für dieselbe Seite hat sich im slowakischen System die absolute Orientierung  $\alpha = 02'' 61$  (29) und im ungarischen System aus der transformierten MT :  $\alpha = 59'' 33$  (41) ergeben. Gibt man dem räumlich viel ausgedehnteren ungarischen Partialsystem das doppelte Gewicht, so erhält man als wahrscheinlichste Ausgangsorientierung des Westmeridians :

$$\alpha = 102^{\circ} 08' 00'' 42 \quad 44)$$

Für die definitive Festlegung des Westmeridians verwenden wir als Vergleichswerte eine der Tabelle 4 entnommene Punktgruppe in der Ostslowakei, sowie 9 Punkte der MT, die zuerst innerhalb des ungarischen Systems mit den Formeln 38) transformiert wurden. Die ursprünglichen Ferrolängen sind wieder sofort durch Subtraktion von  $17^{\circ} 40'$  den deutschen Greenwichlängen angeglichen worden. In der folgenden Tabelle 13 sind den Punktnummern und Namen aus dem 2. Band der "Ergebnisse" die neueren rumänischen Bezeichnungen beige gesetzt, natürlich ohne vollständige Gewähr der Punktidentitäten.

( Tabelle 13 )

Für die Umrechnung des rumänischen Westmeridians vom EEP in das neue System des erweiterten Reichsdreiecksnetzes erhalten wir jetzt gemäß Tabelle 14 nach dem Verfahren von Helmert-Thilo im Punkte Stoj die Elemente :

Tabelle 13 : Vergleichspunkte des Westmeridians.

	$\varphi$	$\lambda$	$MT$	$+$	$\Delta$	$=$	$\varphi_D, \lambda_D$
597, Ciclul Vulturului	$\varphi = 47^\circ$		23' 36"		4691	$+ 1''$	$38''$ 175
= Ciclul Vulturilor		$\lambda = 22$	39		42.3047	$+ 3.189$	$= 45.494$
573, Magura			46		54 50.7144	$+ 1.694$	$= 52.409$
= Magura Corbesti			22		14 57.7049	$+ 3.258$	$= 60.963$
571, Plesul			46		32 09.3772	$+ 1.702$	$= 11.079$
= Plesul			22		10 39.2509	$+ 3.312$	$= 42.563$
570, Drocea			46		11 27.9884	$+ 1.715$	$= 29.704$
= Drocea			22		12 06.7667	$+ 3.360$	$= 10.127$
514, Mogura			45		44 52.5600	$+ 1.724$	$= 54.284$
= Magura Surduk			22		06 43.4509	$+ 3.422$	$= 46.873$
505, Piatra Nedej			45		09 11.9383	$+ 1.739$	$= 13.677$
= Piatra Nedei			22		02 29.9979	$+ 3.502$	$= 33.500$
496, Antina Livadia			44		49 31.4024	$+ 1.711$	$= 33.113$
= Antina Livada			21		27 10.6846	$+ 3.548$	$= 14.233$
501, Moldavica			44		46 28.6234	$+ 1.730$	$= 30.354$
= Moldavita			21		43 04.0097	$+ 3.554$	$= 07.564$
502, Kukujoava	$\varphi = 44$		31		59.4024	$+ 1.765$	$= 61.167$
= Kukuevo		$\lambda = 22$	07		02.6864 <sup>*)</sup>	$+ 3.585$	$= 06.271$

Tabelle 14 : Vergleichspunkte für die Umrechnung des Westmeridians.

	$\varphi_{soll} = EEP + \Delta\varphi$	$\lambda_{soll} = EEP + \Delta\lambda$	$\varphi_D$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$d\lambda$
1. Stoj	48°37'20"09. 19'535 + 0'555	23°11'37"59. 38'130 - 0'540	20'116 - 0'026	37'518 + 0.072		
2. Kamionka	48 33 31.98. 31.431 + 0.549	23 37 54.85. 55.418 - 0.568	32.024 - 0.044	54.846 + 0.004		
3. Nagyhegy	48 25 14.55. 13.975 + 0.575	22 45 12.92. 13.424 - 0.504	14.527 + 0.023	12.794 + 0.126		
4. Mencul	48 18 52.60. 52.034 + 0.566	23 40 58.91. 59.491 - 0.581	52.612 - 0.012	58.942 - 0.032		
5. Ostri vrh	48 15 17.90. 17.326 + 0.574	23 14 18.35. 18.906 - 0.556	17.884 + 0.016	18.327 + 0.023		
6. Bliznica	48 13 24.12. 23.540 + 0.580	24 14 03.63. 04.251 - 0.621	24.131 - 0.011	03.752 - 0.122		
7. Beregi N.	48 11 29.91. 29.323 + 0.587	22 41 20.08. 20.592 - 0.512	29.857 + 0.053	19.976 + 0.104		
8. Siroky	48 04 24.75. 24.156 + 0.594	23 17 50.06. 50.633 - 0.573	24.704 + 0.046	50.073 - 0.013		
9. Ciclul V.	47 23 38.175 37.664 + 0.511	22 39 45.494 46.110 - 0.616	38.144 + 0.031	45.555 - 0.061		
10. Magura	46 54 52.409 51.984 + 0.425	22 15 00.963 01.595 - 0.632	52.417 - 0.008	01.046 - 0.083		
11. Plesul	46 32 11.079 10.713 + 0.366	22 10 42.563 43.166 - 0.603	11.118 - 0.039	42.641 - 0.078		
12. Drocea	46 11 29.704 29.322 + 0.382	22 12 10.127 10.693 - 0.566	29.704 - 0.000	10.196 - 0.069		
13. Mogura	45 44 54.284 53.971 + 0.313	22 06 46.873 47.409 - 0.536	54.320 - 0.036	46.939 - 0.066		
14. Piatra N.	45 09 13.677 13.378 + 0.299	22 02 33.500 33.888 - 0.388	13.685 - 0.008	33.457 + 0.043		
15. Antina Liv.	44 49 33.113 32.851 + 0.262	21 27 14.233 14.664 - 0.431	33.115 - 0.002	14.214 + 0.019		
16. Moldavica	44 46 30.354 30.081 + 0.273	21 43 07.564 07.925 - 0.361	30.351 + 0.003	07.498 + 0.066		
17. Kukujoava	44 32 01.167 00.885 + 0.282	22 07 06.271 06.585 - 0.314	01.153 + 0.014	06.204 + 0.067		

$$d\varphi = + 0''581$$

$$d\lambda = - 0.612$$

$$d\alpha = - 3.07$$

$$k = + 1867 \cdot 10^{-8}$$

45)

\*) Die Ferrolänge ist infolge eines Druckfehlers in Band 2 der "Ergebnisse" mit  $40^\circ$  statt richtig mit  $39^\circ$  angegeben!

Die Maßstabvergrößerung  $k$  entspricht einer Änderung der Seitenlogarithmen um  $+ 81 E_7$ . Sie stimmt gut mit der bereits aus der Seite Stoj - Kamionka hervorgehenden Vergrößerung überein, wie der Vergleich der Seitenlogarithmen 40) und 43) zeigt. Der originale rumänische Maßstab, der auf den vier Grundlinien Slovača, Satu Mare, Lugoș und Paraćin des Eismeermeridians beruht, erfährt also gegenüber dem EEP eine weitere Vergrößerung um  $23 E_7$ . Es zeigt sich, daß die dort vorgenommene Maßstabglättung bereits recht gute Ergebnisse geliefert hatte. Eine vollständige Umrechnung des ganzen Westmeridians mittels der Elemente 45) fällt aus dem Rahmen der vorliegenden Arbeit heraus. Selbstverständlich ist, daß die auf Grund der Neubeobachtungen ausgeglichene Kette nur als geschlossenes Feld behandelt werden darf. Doch schon unsere wenigen Vergleichspunkte gestatten einen interessanten Schluß. Die Endwerte der Umrechnung  $\varphi_0$  und  $\lambda_0$  weisen in den Längen gegenüber den Sollwerten systematische Reste  $\delta\lambda$  auf, die erkennen lassen, daß der neue Westmeridian relativ zur transformierten MT im Mittelteil nach Osten ausgebogen ist. Ist diese Erscheinung tatsächlich der neuen rumänischen Kette zuzuschreiben, so muß das Azimut der südlichen Endseite Moldavica - Kukujoava, in der der Westmeridian in den serbischen Teilbogen des internationalen Eismeer-Mittelmeer-Meridians übergeht, zu groß sein. Dafür spricht der Umstand, daß im EEP das Azimut dieser Übergangsseite eine negative Korrektur von  $6''$  erforderte, während die jetzige Anfelderung bloß  $\delta\alpha = -3''$  ergab. Die Seite Moldavica - Kukujoava spielt übrigens für den Anschluß von Serbien und Bulgarien eine ähnliche wichtige Rolle, wie die nördliche Ausgangsseite Stoj - Kamionka für die Einbeziehung von Polen und Rumänien. Wir wollen daher gleich hier die aus der Umrechnung hervorgehende Seite Moldavica - Kukujoava notieren :

$$\alpha = 130^\circ 06' 16.723 \quad , \quad \log s = 4.618 3072 \quad . \quad 46)$$

Die innerhalb des ungarischen Partialsystemes transformierte Seite der MT ("Ergebnisse", Bd.2, Seite 58) wird demgegenüber :

$$\alpha = 130^\circ 06' 14.778 \quad , \quad \log s = 4.618 3049 \quad . \quad 46 a)$$

Wir wenden uns nunmehr dem astronomischen Material zu. Eine Gegenüberstellung der astronomischen und geodätischen Daten für acht Stationen findet sich auf Seite 106/7 des Bulletin géodésique Nr.53, Jänner - März 1937. Für die zwei Stationen Antina Livada und Kukuevo sind übrigens im rumänischen Landesbericht für die Tagung der Union géodésique et géophysique internationale in Lissabon 1933 ( Travaux, Tome 11/2 ) beträchtlich abweichende geodätische Werte gegeben, die aber wesentlich besser in das vorliegende System des Westmeridians passen und daher hier verwendet werden.

Die rumänischen geodätischen Originalkoordinaten beziehen sich auf das Ellipsoid Hayford. Für die Transformation vom Hayfordschen auf das verkleinerte Besselellipsoid :

$$\frac{da}{a} = -0.0001 5534 \quad , \quad d\alpha = -2423.10^{-8} \quad 47)$$

wählen wir Moldavica zum Ursprung. Mit den Formeln :

$$\begin{aligned} d\varphi_k &= -\varphi_s \frac{da}{a} + (2l'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_s \sin^2 \varphi_M) d\alpha \\ d\lambda_k &= -l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_k \frac{da}{a} - l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_k \sin^2 \varphi_0 d\alpha \\ d\alpha_k &= +d\lambda_k \sin \varphi_k + \frac{l''}{\rho^2} \cdot \cos^3 \varphi_M d\alpha \end{aligned} \quad 48)$$

berechnen wir die Tabelle 15, die außer den Koordinaten auch die Lotabweichungen in Azimut enthält. Von diesen Stationen gehören Antina Livada, Moldavica und Kukuoevo dem Westmeridian an. Außerdem können wir noch den nördlichen Basisendpunkt von Roman und Cernautsi (Czernowitz) mittels der Längengradmessung in  $48^{\circ}$  Breite in unserem neuen System genähert berechnen. Wir knüpfen dazu wieder bei Strazsahalom an. In der in § 5 transformierten MT hatte Strazsahalom die Koordinaten :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 03' 51''23 \\ \lambda &= 21 04 27,32\end{aligned}\quad (\text{Tabelle 12})$$

und die azimutale Lotabweichung :

$$(\alpha' - \alpha) = + 4''06 .$$

Tabelle 15 : Rumänische Koordinaten.

	$\varphi_{HAYF.}$	$\varphi_{BESSEL}$	$\lambda_{HAYF.}$	$\lambda_{BESSEL}$	$(\alpha' - \alpha)_H$	$d\alpha$	$(\alpha' - \alpha)_B$
1.Cernautsi	$48^{\circ}18'05''4281$	07.2228	$25^{\circ}55'28''8512$	31.5558	$- 4''65$	$+ 2''01$	$- 6''66$
2.Roman	47 02 38.8698	39.9775	26 52 37.8181	41.0561	$- 2.37$	$+ 2.36$	$- 4.73$
3.Sarata	46 00 24.7630	25.2329	29 39 25.6205	30.5090	$- 8.40$	$+ 3.51$	$-11.91$
4.Lugoj	45 41 17.1598	17.6300	21 53 02.7708	02.8725	$+ 2.09$	$+ 0.07$	$+ 2.02$
5.Antina Liv.	44 49 43.1542	43.1801	21 27 11.4860	11.3263			
6.Moldavica	44 46 40.4211	40.4211	21 43 04.6431	04.6431			
7.Kukuoevo	44 32 11.3647	11.2402	22 07 03.1584	03.3982			
8.Balcic	43 25 50.6064	49.8084	28 09 48.0629	51.8587	$+ 6.19$	$+ 2.62$	$+ 3.57$

Mit diesen Daten läßt sich die auf Seite 76 der "Längengradmessung" berechnete Linie Strazsahalom - Roman ( 451 km ) entsprechend transformieren. Dem astronomischen Azimut  $102^{\circ} 25' 55''33$  stellen wir das geodätische Azimut  $51''27$  gegenüber und finden mit den Korrekturen für die Galleschen Ausgangselemente :

$$d\varphi = - 0''54, \quad d\lambda = + 9''10, \quad d\alpha = + 7''12, \quad k = + 2548.5 \cdot 10^{-8}$$

für Roman :

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 02' 30''30 \\ \lambda &= 26 52 43.19 \\ (\alpha' - \alpha) &= - 4''63\end{aligned}\quad (49)$$

Die Längengradmessung enthält noch die beiden Linien Strazsahalom - Czernowitz und Czernowitz - Roman, aus denen wir Neuwerte für den Laplaceschen Punkt Czernowitz ableiten können. Mit dem astr. Azimut Strazsahalom - Czernowitz  $84^{\circ} 03' 02''34$  ( Seite 81' ) ergeben sich die Korrekturen :

$$d\varphi = - 0''54, \quad d\lambda = + 9''10, \quad d\alpha = - 7''51, \quad k = + 13273 \cdot 10^{-9}$$

für die Galleschen Ausgangswerte der 361 km langen Linie und man findet für Czernowitz :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 17' 57''65 \\ \lambda &= 25 55 33.77 \\ (\alpha' - \alpha) &= - 5''52\end{aligned}\quad (50)$$

Als Rechenkontrolle für 49) und 50) dient die Linie Czernowitz - Roman (Seite 83)

Infolge der unabhängigen Rechnung und der Änderung der geodätischen Unterlagen bei Galle weichen die Werte 50) von den im ungarischen Partialsystem berechneten Werten natürlich ab (siehe Tabelle 12).

Nunmehr können wir an die Transformation der auf das Besselsche Ellipsoid umgerechneten rumänischen Originalkoordinaten schreiten. Wir stellen zunächst diese und die "deutschen" Vergleichswerte einander gegenüber (Tabelle 16).

Tabelle 16 : Vergleichspunkte.

	$\varphi_D$	$\varphi_R$	$\Delta\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_R$	$\Delta\lambda$
1. Czernowitz	48°17'57".65.	67°22'	- 9".573	25°55'33".77.	31°55'	+ 2".214
2. Roman	47 02 30.30.	39.978	- 9.678	26 52 43.19.	41.056	+ 2.134
3. Antina Livada	44 49 33.115	43.180	-10.065	21 27 14.214	11.326	+ 2.888
4. Moldavica	44 46 30.351	40.421	-10.070	21 43 07.498	04.643	+ 2.855
5. Kukuevo	44 32 01.153	11.240	-10.087	22 07 06.204	03.398	+ 2.806

Wählt man Moldavica zum Ursprung und schließt zwecks besserer Verteilung Antina Livada aus, so gibt eine erste Parallelverschiebung mit  $\Delta\varphi_0 = - 10".070$  und  $\Delta\lambda_0 = + 2".855$  jene Reste  $d\varphi$  und  $d\lambda$ , die aus der Verdrehung und Maßstabsänderung erklärt werden müssen :

Czernowitz	: $d\varphi = + 0".464$ ,	$d\lambda = + 0".185$
Roman	: $+ 0.347$ ,	$+ 0.356$
Moldavice	: $0.000$ ,	$0.000$
Kukujova	: $- 0.017$ ,	$- 0.020$ .

Mit Beschränkung auf diese beiden Unbekannten liefert schließlich das Verfahren von Helmert-Thilo folgende Transformationselemente für die auf das Besselsche Ellipsoid umgerechneten rumänischen Koordinaten :

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= - 10".070 \\
 d\lambda &= + 2.855 \\
 d\alpha &= - 2.191 \\
 k &= + 2702 \cdot 10^{-8} = + 117.3 E_7
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

Diese Elemente beruhen fast gänzlich auf den beiden langen Linien Moldavica - Czernowitz und Moldavica - Roman. Sie gestatten demnach, soweit sie überhaupt bei dem geringen Material als verlässlich gelten dürfen, eine Überprüfung des frei koordinierten Westmeridians. Vor allem hat der Maßstab gegenüber der Umrechnung der MT um weitere  $36 E_7$  zugenommen. Die transformierten rumänischen Koordinaten liefern für die Linie Moldavica - Kukujova :

$$\alpha = 130^\circ 06' 13".47 , \quad \log s = 4.618 3119 , \tag{46 b)}$$

während die rumänischen Originalkoordinaten ergeben :

$$\alpha = 130^\circ 06' 15".66 , \quad \log s = 4.618 3002 . \tag{46 c)}$$

Das Azimut ist um mehr als 2" gesunken. Auch diese Tatsache spricht wieder für die Durchbiegung der isoliert und ohne Verwendung eines Laplaceschen Azimutes ausgeglichene Meridiankette. Der Gesamtausgleich des aus drei Meridian - und drei Parallelkreisketten bestehenden rumänischen Netzes mildert offenbar diese Erscheinung. Besonders auffallend ist der beträchtliche Breitenunterschied zwi-

schen den "deutschen" und rumänischen Koordinaten. Leider ist eine Erklärung aus der meridionalen Lotabweichung im Fundamentalpunkt Bukarest, Westpfeiler der Militärischen Sternwarte, mangels der Unterlagen nicht möglich. An dieser Stelle sind gleich noch einige Bemerkungen über das rumänische Netz am Platze. Der Hauptpunkt liegt in der südlichen Parallelkreiskette, der sogenannten Donaukette, die in rund  $44^{\circ}$  Breite verläuft; Bukarest hat die Breite  $44^{\circ}25'$ . Die nördliche Parallelkreiskette, der Parallel von Roman, liegt längs der Linie Satmar - Roman - Kischinew im Gebiet der Längengradmessung in  $48^{\circ}$  Breite. Die Linie Czernowitz - Roman gehört gleichzeitig dem rumänischen Mittelmeridian, dem Meridian von Bukarest, an. Eine direkte Verbindung mit Bulgarien besteht noch nicht. Die Verbindung mit Polen, der Tschechoslowakei, dem alten Ungarn und Jugoslawien vermittelt, wie bereits hinlänglich hervorgehoben, der Westmeridian.

Die Umrechnung der Koordinaten und azimutalen Lotabweichungen von Tabelle 15 mit den Elementen 51) ermöglicht endlich die Gegenüberstellung der astronomischen und geodätischen Daten in Tabelle 17. In sämtlichen Vergleichspunkten dieser Tabelle werden die "deutschen" Werte durch die transformierten rumänischen ersetzt. Die Lotabweichung in Azimut steigt in Roman gegenüber 49) um  $3''12$  und in Czernowitz gegenüber 50) um  $1''98$ . Auch dies bestätigt wieder, daß das geodätische Azimut in Strassahalom eher verkleinert als um  $2''71$  vergrößert werden müsste (siehe § 3, Seite 22). Ferner ist die astr. Länge von Czernowitz gegenüber dem Galleschen Ausgleichswert (Seite 17), der im ungarischen Partialsystem verwendet wurde, um  $3''02$  vergrößert.

Ausgehend von den transformierten rumänischen Koordinaten von Roman :

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 02' 30''30 \\ \lambda &= 26 52 43.24 \\ (\alpha' - \alpha) &= - 1''51 \quad , \end{aligned} \quad 49 \text{ a)}$$

gestattet die Längengradmessung jetzt noch die Einbeziehung von Kischinew und Nikolajew. Letzterer Punkt liegt allerdings bereits auf russischem Boden, hat aber als südlicher Endpunkt des Leningrader Meridians große Bedeutung. Die auf Seite 86 berechnete, 149 km lange Linie Roman - Kischinew gibt mit dem astr. Azimut  $89^{\circ} 55' 43''24$  und den Ausgangsdaten 49 a) die Korrekturen :

$$d\varphi = + 0''53, \quad d\lambda = + 2''16, \quad d\alpha = - 0''38, \quad k = - 134 \cdot 10^{-8}$$

der von Galle eingeführten Werte und damit für Kischinew :

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 01' 35''91 \\ \lambda &= 28 50 17.47 \\ (\alpha' - \alpha) &= + 0''38 \end{aligned} \quad 52)$$

Schließlich erhält man aus der 239 km langen Linie Kischinew - Nikolajew (Seite 90) wegen des astronomischen Azimuts  $90^{\circ} 16' 32''97$  die Korrekturen :

$$d\varphi = + 0''54, \quad d\lambda = + 2''17, \quad d\alpha = + 1''54, \quad k = + 1927 \cdot 10^{-8}$$

und damit für Nikolajew :

$$\begin{aligned}\varphi &= 46^{\circ} 58' 23''75 \\ \lambda &= 31 58 37.06 \\ (\alpha' - \alpha) &= - 0''72 \end{aligned} \quad 53)$$

Um das Lotabweichungssystem noch zu erweitern, wurden die auf rumänischem Boden liegenden Punkte Szatmar Nemati, Castei und Kronstadt (Brasso) vom ungarischen Partialsystem der MT sowie die beiden südöstlichsten Punkte des slowakischen Partialsystems, Mencul und Bliznica, übernommen. Da letztere bereits zur Anfelderung des Westmeridians Verwendung fanden, können ihre transformierten Koordinaten der Tabelle 14 entnommen werden. Die neuen azimutalen Lotabweichungskomponenten gehen aus den astronomischen Azimuten :

$$\begin{aligned} \text{Mencul - Kamionka} &= 352^{\circ} 05' 25.39 \\ \text{Bliznica - Mencul} &= 284 07 53.45 \end{aligned}$$

und den vom EEP mittels 45) transformierten geodätischen Azimuten hervor. Da Castei und Szatmar Nemati schon früher zu fingierten Laplaceschen Punkten ergänzt wurden, stehen jetzt 11 Laplacesche Widersprüche zur Mittelbildung zur Verfügung. Trotz der verhältnismäßig großen Streuung kann mit Hilfe dieses Mittelwertes :

$$w_m = + 3.82 \quad (54)$$

die Lotabweichung in Länge auf dem Punkt Lugoj und die Lotabweichung in Azimut auf dem Punkt Moldavica ergänzt werden. Die östlich und westlich von Moldavica gelegenen Punkte Antina Livada und Kukuevo, auf denen gleichfalls nur  $(\varphi^L - \varphi)$  und  $(\lambda^L - \lambda)$  vorliegen, werden schon mit Rücksicht auf die bessere Punktverteilung weggelassen.

Tabelle 17 : Partialsystem Rumänien .

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Cernausti	48° 17' 57.777	57.64	+0.13	25° 55' 24.717	33.82	- 9.65	- 3.54	+3.66	+0.97	- 4.95	- 3.96	-0.26
2. Roman	47 02 29.49	30.30	-0.81	26 52 36.28	43.24	- 6.96	- 1.51	+3.58	+0.03	- 2.25	- 1.90	-0.25
3. Kischinew	47 01 35.37	35.91	-0.54	28 50 15.23	17.47	- 2.24	+ 0.38	+2.02	+0.30	+ 2.50	+ 0.04	-1.79
4. Nikolajew	46 58 21.30	23.75	-2.45	31 58 25.86	37.06	-11.20	- 0.72	+7.46	-1.61	- 6.41	- 0.99	+3.69
5. Bareta	46 00 12.28	15.57	-3.29	29 39 22.92	32.66	- 9.74	- 8.26	-1.25	-2.45	- 4.99	- 8.58	-4.99
6. Lugoj	45 41 06.04	07.67	-1.63	21 52	65.66	(+ 0.64)	+ 4.28	(+3.82)	-0.79		+ 3.80	
7. Moldavica	44 46 28.39	30.35	-1.96	21 42 53.04	67.50	-14.46	(- 6.36)	(+3.82)	-1.12	- 9.82		
8. Balic	43 25 33.80	39.83	-6.03	28 09 52.87	54.34	- 1.47	+ 6.83	+7.84	-5.19	+ 3.26	+ 6.49	+4.25
9. Szatmar Nem.	47 47 37.01	36.78	+0.23	22 52 33.99	44.71	-10.72	(- 5.54)	+2.40	+1.07	- 6.07	(- 6.02)	(-1.52)
10. Castei	46 33 09.12	12.55	-3.43	24 23	27.17	(- 5.12)	- 1.32	+2.40	-2.59	(- 0.45)	- 1.76	(-1.43)
11. Kronstadt	45 39 10.68	06.65	+4.03	25 35 49.85	46.08	+ 3.77	+ 4.59	+1.89	+4.87	+ 8.46	+ 4.19	-1.86
12. Mencul	48 18 53.41	52.61	+0.80	23 40 58.49	58.94	- 0.45	+ 4.77	+5.11	+1.64	+ 4.21	+ 4.30	+1.16
13. Bliznica	48 13 28.11	24.13	+3.98	24 14 10.50	03.75	+ 6.75	-11.94	+6.91	+4.82	+11.42	+11.49	+2.97
14. Antina Liv.	44 49 36.59	33.12	+3.47	21 26 56.55	74.30	-17.75			+4.31			
15. Kukuevo	44 31 57.48	61.16	-3.68	22 06 54.15	66.23	-12.08			-2.84			

Insgesamt umfasst unser Lotabweichungssystem 13 wirkliche und fingierte Laplacesche Punkte. Im Schwerpunkt :

$$\begin{aligned} \varphi_6 &= 46^{\circ} 35' 52'' \\ \lambda_6 &= 25 50 00 \end{aligned} \quad (55)$$

ergeben sich als 1. Näherungen aus den einfachen arithmetischen Mitteln  $d\varphi = -0.844$ ,  $d\lambda = -4.681$ ,  $d\alpha = +0.426$  und nach dem üblichen Verfahren schließlich :

$$\begin{aligned}d\varphi_6 &= - 0''843 \\d\lambda_6 &= - 4.696 \\d\alpha_6 &= + 0.41\end{aligned}$$

56)

Bemerken wollen wir noch, daß der Mittelwert 54) gegenüber dem bisherigen Verhalten in den anderen Partialsystemen um mehr als 1" zu groß ist. Das deutet darauf hin, daß die negative Azimutkorrektion in 51) absolut genommen zu groß ist. Dies bewirkt auch das Ansteigen der azimutalen Lotabweichung in Roman und Czernowitz. Es kann daher kaum einem Zweifel unterliegen, daß diese Erscheinung auf den Maßstabdifferenzen zwischen dem rumänischen Netz und der Längengradmessung in 48° Breite beruht.

---

## Siebentes Partialsystem: Jugoslawien .

Das jugoslawische Fundamentalnetz wurde bekanntlich auf einer Reihe identischer Punkte aufgebaut, die von der öster.-ungar. Militärtriangulierung mitsamt ihren geographischen Koordinaten übernommen wurden. Diese Punkte liegen begreiflicherweise in der Westhälfte des Landes, und zwar im Gebiet des alten Wiener Meridians und am Ostrand Bosniens, wo die annähernd meridional verlaufende Linie Konjuh - Dzep Brdo - Veliki Stolac - Borovac - Maglic - Bjelasica als Ausgang für den Aufbau des neuen Netzes in Serbien diente. Der eigentliche Fundamentalpunkt des am Besselschen Ellipsoid berechneten Netzes ist mithin der Hermannskogel. Jedoch ging Jugoslawien zur Längenzählung nach Greenwich über, indem es die österr. Ferrolängen mittels der Albrechtschen Konstanten -  $17^{\circ}39'46''02$  umrechnete.

Unabhängig von diesen im System der "Ergebnisse der Triangulierungen des M.G.I.Wien" liegenden Netz 1.Ordnung wurden in den Jahren 1931 - 1938 zwei internationale Arbeiten auf dem Hayfordschen Ellipsoid berechnet. Es ist dies einmal der serbische Teilbogen des Eismeer-Mittelmeer-Meridians, der sich unter Einbeziehung von 6 Grundlinien von der Seite Moldavica - Kukujoiva im Norden bis zur Seite Perister - Kajmak Čalan an der griechischen Grenze erstreckt und zusammen mit der östlich anschließenden serbisch - bulgarischen Verbindungskette die ideale Verbindung mit Rumänien, Bulgarien und Griechenland liefert. Die zweite Kette, der jugoslawische Parallel in  $45^{\circ}$  Breite, verbindet den Eismeermeridian mit dem alten Wiener Meridian und stellt in weiterer Folge die Verbindung mit dem italienischen Netz in Venetia Julia dar. Letztere Verbindung wurde von den Italienern 1942 mittels der neuen dalmatinischen Kette erweitert, die eng mit dem Wiener Meridian zusammenhängt und mit diesem vor allem den Übergang über die mittlere Adria bei Pelagosa gemeinsam hat. Der Mittelteil der Kette führt über die der dalmatinischen Küste vorgelagerte Inselgruppe. Diese Kette schließt also einen Ring um die nördliche Adria und ist daher von großer Bedeutung für den künftigen Europa-Zusammenschluß.

Für eine geschlossene Anfelderung des jugoslawischen Fundamentalnetzes an unser neues Einheitssystem steht im Norden des Landes eine rund 600 km lange Naht zur Verfügung, die im wesentlichen aus drei Teilen besteht. Im Westen liegt das sogenannte "untersteirische Hauptdreiecksnetz" unmittelbar in den noch vom Berliner Reichsamt für Landesaufnahme berechneten Koordinaten vor. Im Mittelteil der Naht können die mit den Elementen 37) innerhalb des ungarischen Teilsystemes transformierten Koordinaten der MT als Sollwerte dienen. Im Osten liegen schließlich die drei Punkte Antina Livada, Moldavica und Kukujoiva in transformierten Koordinaten des rumänischen Westmeridians vor, die auch für die Einbeziehung Rumäniens als Sollwerte dienen.

Zur Anfelderung wurden 8 Punkte verwendet, deren jugoslawische Koordinaten und Sollwerte in Tabelle 18 enthalten sind.

Tabelle 18 : Vergleichspunkte für die Anfelderung Jugoslawiens.

	$\varphi_{soll} = \varphi_{jug} + \Delta\varphi$				$\lambda_{soll} = \lambda_{jug} + \Delta\lambda$			
1. Elegoš	46°09'55"631	54"527	+ 1"104	14°06'54"718	65"499	- 10"781		
2. Vel.Kopa	46 30 26.437	25.246	+ 1.191	15 11 59.728	70.427	- 10.699		
3. Jerusalem	46 28 37.386	36.166	+ 1.220	16 11 22.471	33.066	- 10.595		
4. Vis	45 53 60.478	59.094	+ 1.384	17 07 45.158	55.703	- 10.545		
5. Trojnas	45 49 35.755	34.254	+ 1.501	18 48 35.532	46.087	- 10.555		
6. Klarija	45 44 43.243	47.607	+ 1.636	20 47 32.938	43.492	- 10.554		
7. Moldavica	44 46 30.351	28.568	+ 1.783	21 43 07.498	18.243	- 10.745		
8. Kukujsava	44 31 61.153	59.344	+ 1.809	22 07 06.204	16.945	- 10.741		

Die Längendifferenzen erweisen sich im Mittelteil systematisch um ca 0"2 größer als in der östlichen und westlichen Randzone. Diese Erscheinung hat zwei Ursachen:

1. Im Westen wurden die Punkte Vis, Humka, Cepelis, Priseka, Alie und Kucerina mit unveränderten Koordinaten von der MT übernommen. Bei dem Neuausgleich des nordwestlich liegenden Gebietes erhielten aber die alten Punkte im neuen jugosl. Netz stetig nach Westen anwachsende geodätische Längen, wie es einer Verkürzung der Seitenlängen entspricht. Im westlichsten Punkt Elegoš (169) erreicht die Differenz:

$$\lambda_{jug.} - \lambda_{MT} = 14^{\circ}07'05"4990 - 05"3169 = + 0"1821 . \quad 57a)$$

2. Aber auch im Osten sind die jugosl. Längen größer als die Längen der MT, wie der Punkt Moldavica (501) beweist:

$$\lambda_{jug.} - \lambda_{MT} = 21^{\circ}43'18"2430 - 17"9897 = + 0"2533 . \quad 57b)$$

Es bestätigt demnach die jetzt auftretende Längendifferenz in Tabelle 18 umgekehrt die Güte der Orientierung des rumänischen Westmeridians, bei dessen Umrechnung vom E.E.P. (Tabelle 14) die nördliche slowakische Punktgruppe die negative Verschwenkung etwas abgebremst hat. Die Übereinstimmung dieser Längen mit dem jugosl. Neuausgleich der Nordwestecke des Landes und die schon mehrfach erwähnte Krümmung des rumänischen Westmeridians, die im Süden zumindest qualitativ denselben Effekt hervorruft, legt daher den Schluß nahe, daß der Fehler hauptsächlich in den südlichen Teilen der alten MT, also besonders im Parallel von Esseg gelegen ist.

Wir nehmen zunächst eine Parallelverschiebung im genäherten Mittelpunkt der Naht  $\varphi = 45^{\circ}30'$ ,  $\lambda = 18^{\circ}07'$  vom Betrage  $d\varphi = + 1"453$ ,  $d\lambda = -10"652$  an und übertragen diese Elemente auf den zentral gelegenen nördlichsten Punkt der bosnisch - serbischen Naht, Konjuh:

$$\begin{aligned} \varphi &= 44^{\circ} 18' 06"3836 \\ \lambda &= 18 33 03.8393 \end{aligned} \quad 58)$$

und finden:  $d\varphi = + 1"45$ ,  $d\lambda = - 10"64$ . Mit den ausreichenden Formeln:

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= + 1"4496 \cos \\ d\lambda_K &= -10"6400 + 1"445 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell \end{aligned} \quad 59)$$

erhält man die geänderten jugosl. Koordinaten  $\bar{\varphi}$  und  $\bar{\lambda}$  und damit die neue Gegenüberstellung mit den Sollwerten, die wir sofort auf die Sekundenbeträge beschränken:

Tabelle 19 : Vergleichswerte nach der Parallelverschiebung.

	$\varphi_D = \bar{\varphi} + d\varphi_K$			$\lambda_D = \bar{\lambda} + d\lambda_K$		
1. Blegoš	55:631	55:972	- 0:341	54:718	54:743	- 0:025
2. Vel.Kopa	26.437	26.693	- 0.256	59.728	59.698	+ 0.030
3. Jerusalem	37.386	37.614	- 0.228	22.471	22.363	+ 0.108
4. Vis	00.478	00.543	- 0.065	45.158	45.026	+ 0.132
5. Trojnas	35.755	35.704	+ 0.051	35.532	35.454	+ 0.078
6. Klarija	43.243	43.056	+ 0.187	32.938	32.910	+ 0.028
7. Moldavica	30.351	30.015	+ 0.336	07.498	07.682	- 0.184
8. Kukujeva	01.153	00.791	+ 0.362	06.204	06.394	- 0.190

In zweiter Annäherung mit entsprechend vereinfachten Gleichungen gibt jetzt das Verfahren von Helmert-Thilo die Transformationselemente in Konjuh:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 1:5708 \\
 d\lambda &= - 10.4505 \\
 d\alpha &= - 5.533 \\
 k &= - 1728 \cdot 10^{-8} = 75 E_7 .
 \end{aligned}
 \tag{60}$$

Die  $[vv]$  ist von 1.147 auf 0.112 gesunken; diese verhältnismäßig große Restsumme zeigt, daß die Darstellung unter dem systematischen Verhalten der Längendifferenzen leidet. Wir unterziehen daher das Ergebnis noch einer weiteren Diskussion. Überträgt man die ungarischen Transformationselemente 37) der MT nach Konjuh, so findet man:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 1:5338 \\
 d\lambda &= - 10.3465 \\
 d\alpha &= - 5.3850 \\
 k &= - 928 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}
 \tag{61}$$

Der Unterschied in  $d\lambda$  ist natürlich durch den andersartigen Übergang von Ferro auf Greenwich bedingt. Man sieht abermals deutlich, daß der Anschluß an die transformierte MT in Ungarn die Längenkorrektur vergrößert. Schließt man die drei Stationen Vis, Trojnas und Klarija aus, so ist das Mittel der Längenreste + 0:0734, also:

$$d\lambda = - 10:4505 - 0:0734 = - 10:5239 .
 \tag{62}$$

Was die Zunahme der Maßstabänderung  $k$  betrifft, so zeigt bereits die in der Mittelbreite  $46^{\circ}30'$  verlaufende Naht von Blegoš bis Moldavica bei einer Längendifferenz  $7^{\circ}36'13''$ , d.h. einer Länge von 583.59 km eine Zunahme von  $0:0609 = 1.30 \text{ m}$  beim Übergang von der MT zum jugosl. Fundamentalnetz, wie aus den zwei Werten 57) hervorgeht. Dem entspricht ein  $k = - 222 \cdot 10^{-8}$ , so daß die nötige Verkürzung dadurch von  $928 \cdot 10^{-8}$  auf  $1150 \cdot 10^{-8}$  ansteigt. Eine wesentlich exaktere Überprüfung des Maßstabes gestatten aber die beiden internationalen

Arbeiten:

a) Im jugosl.Parallel wurde die Seite Bijela Lasica - Velebitska Plješevica<sup>17)</sup> aus den vier Grundlinien:

Paraćin :	log s =	4.695 84 135
Vrsac :		4.695 84 214
Negotin :		4.695 84 928
Loznica :		4.695 85 810

abgeleitet und der Ausgleichswert 4.695 84 667 gefunden. Dem steht die alte Seite der MT: 4.695 85 623 gegenüber. Die Verkürzung beträgt mithin -95.6 E7, wovon ein kleiner Teil durch den Neuausgleich der jugosl.Nordwestecke vorweggenommen ist.

b) Für den Meridianbogen Moldavica - Kajmak Čalan wurde auf dem Hayford-schen Ellipsoid abgeleitet:

Moldavica	:	$\varphi = 44^{\circ}46'28''5680$ ,	$\lambda = 21^{\circ}43'18''2430$	63)
Kajmak Čalan	:	$\varphi = 40\ 55\ 50.6863$ ,	$\lambda = 21\ 47\ 29.5523$	
		$s = 427\ 064.725\ m.$		

Da die Ausgangswerte von Moldavica mit den Werten der Landesvermessung auf dem Besselschen Ellipsoid übereinstimmen, könnte mit den Landeskoordinaten von Kajmak Čalan:

$$\varphi = 40^{\circ}55'48''5055, \quad \lambda = 21^{\circ}47'29''3087$$

nach der Besselschen Methode die entsprechende Linie in der Landesvermessung bestimmt werden. Einfacher macht man bei festgehaltenen Ausgangswerten in Moldavica den Ellipsoidübergang 47) und findet mit 48) die Koordinaten von Kajmak Čalan:

$$\varphi = 40^{\circ}55'48''7420, \quad \lambda = 21^{\circ}47'29''5918 \quad 64a)$$

auf dem verkleinerten Bessel ellipsoid. Vergleich mit 64) gibt bei Vernachlässigung der Reduktion auf den Meridian, daß der Punkt in der Landesvermessung um  $0:2365 = 7.30\ m$  südlicher liegt, d.h. die Linie um  $7.30\ m$  länger ist, was eine negative Korrektur  $k = -1703 \cdot 10^{-8}$  erfordert. Dies stimmt sehr schön mit dem Wert 60) überein. Es ist somit der Betrag der Verkürzung wie auch die Gleichartigkeit des Maßstabes im Parallel und Meridian bestätigt. Mit Rücksicht auf 60) und 62) setzen wir daher die Transformationselemente für die jugosl.Landesvermessung in Konjuh mit:

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 1:571 \\ d\lambda &= - 10.524 \\ d\alpha &= - 5.53 \\ k &= - 1728 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad 65)$$

fest.

-----

17) Travaux de l'Association Internationale de Géodésie, Tagung Edinbourg 1936, Tome 13/2.

Schließlich bleibt noch die Erörterung der Ausgangsseite Moldavica-Kukujova des serbischen Teilbogens im internationalen Meridian. Diese Seite ist in der jugosl.Landesvermessung:

$$\alpha = 130^{\circ} 06' 18''78, \quad \log s = 4.618 3140. \quad (66a)$$

Mit den Elementen 65) findet man in Moldavica aus 63) die Sekundenwerte  $\varphi = 30^{\circ}330$ ,  $\lambda = 07^{\circ}548$ , während für die Seite folgt:

$$\alpha = 130^{\circ} 06' 13''19, \quad \log s = 4.618 3065. \quad (66b)$$

Die rumänisch transformierte Seite 46 b) erweist sich als zu groß- dank der Unsicherheit der Elemente 51) - und die aus dem E.E.P. transformierte Seite 46) in der Länge richtig, aber infolge der Biegung der rumänischen Westkette im Azimut um  $3^{\circ}04$  zu groß. Diese Biegung zwingt also zu einer sprunghaften Korrektur beim Übergang vom rumänischen zum serbischen Teilbogen des Eismeermeridians. Sie wirkt sich aber für den Zusammenschluß von Rumänien und Bulgarien längs der Donaugrenze günstig aus, weil das Azimut in 46 b) bis auf  $0^{\circ}28$  mit dem Azimut 66 b) zusammenstimmt. Dies ist von großer Bedeutung, da es das einzige Bedenken gegen die geplante Diskontinuität zerstreut. Selbstverständlich wird der Sprung am kleinsten, wenn wir zuerst die Linie 46) des vom E.E.P. transformierten Westmeridians um  $d\alpha = -3^{\circ}04$  negativ verschwenken und um  $7 E_7$  ( $k = -161.10^{-8}$ ) zwecks Angleichung an 66 b) verkürzen, und so dann die für Kukujova erhaltenen Koordinatenänderungen  $\Delta\varphi = -0^{\circ}020$ ,  $\Delta\lambda = +0^{\circ}016$  entsprechend auf beide Punkte aufteilen. An Stelle der Werte  $\varphi_D, \lambda_D$  aus Tabelle 16 tritt demnach:

$$\begin{aligned} \text{Moldavica: } \varphi &= 44^{\circ}46'30''361, \quad \lambda = 21^{\circ}43'07''490 \\ \text{Kukujova: } \varphi &= 44 32 01.143 \quad \lambda = 22 07 06.212, \end{aligned}$$

welche Koordinaten als Schlußwerte innerhalb des rumänischen Westmeridians gelten dürfen.

Der serbische Meridian und die jugoslawisch - bulgarische Verbindungskette wurden natürlich in das E.E.P. einbezogen und wir erhalten die besten Endwerte und zugleich die nötigen Ausgangsdaten für den folgenden Anschluß des bulgarischen Netzes, wenn wir diese beiden Ketten als geschlossenes Feld an die transformierte jugoslawische Landesvermessung anfeldern, wozu neun Punkte genügen werden. Die Vergleichspunkte der Tabelle 20 gestatten wegen der Kleinheit der Breitenverschiebung und wegen der idealen Erstreckung

Tabelle 20 : Vergleichspunkte des serbischen Meridians.

	$\varphi_{jug}$	$\varphi_{transf}$	E.E.P.	$\Delta\varphi$	$\lambda_{jug}$	$\lambda_{transf}$	E.E.P.	$\Delta\lambda$	$d\varphi_k$	$d\lambda_k$
1. Moldavica	44°46'28"568	30°330	30°066	+ 0°264	21°43'18"243	07°548	07°907	- 0°359	+ 0°083	- 0°029
2. Biljanica	44 06 41.428	43.230	42.995	+ 0.235	21 42 17.893	07.289	07.593	- 0.304	+ 0.054	+ 0.026
3. Rtanj	43 46 33.405	35.241	35.004	+ 0.237	21 53 55.795	45.229	45.538	- 0.309	+ 0.056	+ 0.021
4. Tren	43 10.59.545	61.438	61.280	+ 0.158	22 10 36.590	26.093	26.387	- 0.294	- 0.023	+ 0.036
5. Vlazna	42 47 27.203	29.104	28.950	+ 0.154	21 56 66.582	56.143	56.453	- 0.310	+ 0.027	+ 0.020
6. Kozjak	42 18 34.819	36.749	36.579	+ 0.170	21 55 61.541	51.164	51.481	- 0.317	- 0.011	+ 0.013
7. Bogoslovac	41 45 52.320	54.289	54.146	+ 0.143	22 00 62.253	51.942	52.260	- 0.318	- 0.038	+ 0.012
8. Livade	41 19 39.899	41.872	41.734	+ 0.138	21 39 19.359	09.115	09.490	- 0.375	- 0.043	- 0.045
9. Kajmak Čalan	40 55 48.506	50.512	50.382	+ 0.130	21 47 29.309	19.107	19.493	- 0.386	- 0.051	- 0.056

im Meridian folgendes vereinfachtes Verfahren. Wir nehmen im Schwerpunkt:

$$\varphi_0 = 42^\circ 46' , \quad \lambda_0 = 21^\circ 52' \quad (67)$$

die Parallelverschiebung:

$$\begin{aligned} d\varphi_0 &= + 0''181 \\ d\lambda_0 &= - 0.330 \end{aligned} \quad (68a)$$

vor und finden die Reste  $d\varphi_k$  und  $d\lambda_k$ . Da der Verlauf der Reste  $d\lambda_k$  erkennen läßt, daß  $d\alpha_0$  sehr klein ist, bestimmen wir sodann  $k$  aus den Gleichungen  $d\varphi_k = b'' \cdot k$  und hierauf die Verdrehung aus den Gleichungen  $d\lambda_k = \frac{b''}{\rho''} \sec \varphi_k d\alpha_0$  u. finden:

$$\begin{aligned} k &= + 9826 \cdot 10^{-9} = + 42.6 \text{ E}_7 \\ d\alpha_0 &= + 0''494 . \end{aligned} \quad (68b)$$

Der Wert für  $k$  paßt sehr gut zur Ausgangsseite Moldavica - Kukujsava des serbischen Meridians, die im E.E.P. durch  $\log s = 4.618 \ 3033$  gegeben ist. Das Resultat der Transformation ( $\log s = 4.618 \ 3076$ ) weicht also bloß um  $4 \text{ E}_7$  von  $46$ ) ab. Dabei ist zu beachten, daß das E.E.P. auf dem originalen Bessel-ellipsoid in legalen Metern berechnet ist. Gegenüber dem E.E.P. tritt mithin nur eine kleine Verkürzung um  $15 \text{ E}_7$  ein, was die Güte der dortigen Maßstabglättung bestätigt.

Die neueren astronomischen Messungen aus den jugosl. Landesberichten in den "Travaux" der U.G.G. können leider nur zum geringeren Teil für das Partialsystem herangezogen werden. Denn diese Messungen fanden vielfach nicht auf Punkten 1. Ordnung statt, so daß die geodätischen Koordinaten unbekannt sind. Auf den Punkten 1. Ordnung wurden überdies wiederholt die Azimute von Richtungen niederer Ordnung bestimmt, die somit aus dem gleichen Grunde unbrauchbar sind. Ferner mußte der Laplacesche Punkt Beli-kamen wegen eines ungeklärt großen Widerspruchs ausgeschieden werden. So mußte auch hier wieder auf das ältere Material der Öster.-ungar. Militärtriangulierung zurückgegriffen werden, das noch um einige Lotabweichungspunkte aus dem ungarischen Landesbericht in Band 13/1 der "Travaux" vermehrt werden konnte. Insgesamt stehen 39 Stationen zur Verfügung, von denen bloß sieben Laplacesche Punkte sind, noch dazu mit Einschluß der südlichen Laplaceschen Punkte der MT, die schon Albrecht wegen ihrer großen Widersprüche von seiner Ausgleichung des europäischen Längennetzes ausgeschieden hatte.

Für die Aufstellung des Lotabweichungssystemes liegen die Punkte Bacher, Golica, Donati, Ivanšica, Blegoš, Krimberg, Sljemen und Ivanič des "untersteirischen Netzes" unmittelbar in deutschen Koordinaten vor. Die Punkte Wurmfeld und Kranichsfeld liegen genügend nahe dem Punkte Bacher, so daß sie, obwohl nicht im jugosl. Fundamentalnetz enthalten, mit den gleichen Verschiebungen wie Bacher aus den "Ergebnissen" transformiert werden konnten. Alle übrigen Punkte wurden mit Hilfe der Elemente 65) aus der Landesvermessung in unser neues Einheitssystem umgerechnet. Für die der alten MT angehörenden Punkte konnte ferner die Lotabweichung in Azimut der in Anmerkung 10 zitierten Arbeit entnommen und mittels  $d\alpha_k$  nach der Formel  $(\alpha' - \alpha)_{MT} - d\alpha$  in das neue System übergeführt werden. Für die Neupunkte in Serbien sind die geodätischen Azimute teils in den "Travaux" veröffentlicht, teils mußten sie

aber aus den Koordinaten berechnet werden. Die Ausgangswerte sowie das Ergebnis der Transformation sind in der folgenden Tabelle 21 zusammengestellt.

Tabelle 21 : Die Umrechnung der astr.Punkte des jugosl.Netzes 1.0..

	$\varphi_{jug.}$	$\varphi$	$\lambda_{jug}$	$\lambda$	$(\alpha' - \alpha)_{MT}$	$(\alpha' - \alpha)$
1. Bacher	46°29'41"224	42°427	15°29'31"054	20°406	+ 4"55	+10"27
2. Golica	46 29	31.708	14 03	22.759	- 8.56	- 2.86
3. Wurmberg	46 28	29.309	15 48	55.356	- 5.37	+ 0.35
4. Kranichfeld	46 28	15.795	15 41	13.041	+ 4.28	+10.00
5. Donati	46 15 46.820	48.004	15 44 49.987	39.364	- 7.56	- 1.86
6. Ivanšica	46 10 54.123	55.317	16 07 55.741	45.166		
7. Blegoš	46 09 54.527	55.631	14 07 05.499	54.718	- 6.78	- 1.11
8. Krimberg	45 55 43.741	44.843	14 28 32.947	22.224	- 4.78	+ 0.87
9. Sljemen	45 53 58.113	59.275	15 57 08.760	58.190		
10. Ivanič	45 44 33.780	34.949	16 25 06.409	55.900	-11.22	- 5.56
11. Pljesevica	45 44 14.885	16.167	15 40 23.509	12.894	- 2.93	+ 2.72
12. Oklinak	45 43(24.782)	26.039	15 16(49.758)	39.161	- 7.97	- 2.33
13. Općina	45 40(57.356)	58.511	13 46(52.924)	42.394	-16.32	-10.70
14. Triest	45 38(38.78 )	39.94	13 46(45.97 )	35.49	-17.49	-11.88
15. Kozil	45 36(26.095)	27.408	16 00(35.342)	24.733		
16. Petrovac	45 18 59.887	61.205	15 48 34.914	24.353		
17. Montauro	45 15(03.087)	04.266	13 43 53.961	43.492	-12.93	- 7.35
18. Peterwardein	45 14 28.611	30.215	19 52 23.639	12.940	- 3.60	+ 2.03
19. Dubica	45 12 18.068	19.461	16 48 12.385	01.801	- 8.26	- 2.65
20. Priseka	45 12 14.188	15.547	16 18 10.222	59.658		
21. Središki Vis	45 08 13.417	15.134	21 25 04.981	54.244		
22. Hum	45 08 10.052	11.353	15 23 41.732	31.213	- 7.75	- 2.13
23. Lagerdorf	44 58 48.051	49.772	21 19 08.301	57.590	-14.79	- 9.18
24. Pola	44 51(56.652)	57.863	13 51(02.123)	51.703	- 6.80	- 1.26
25. Gola Pljes.	44 47 40.721	42.067	15 45 10.985	00.498		
26. Paracin	43 50 31.571	33.369	21 25 12.797	02.238		
27. Sarajevo	43 48 10.074	11.660	18 19 46.859	36.410	- 8.42	- 2.93
28. Sibenica	43 42 51.654	53.061	16 39 38.941	28.602	- 8.09	- 2.63
29. Monte Hum	43 01 47.650	49.131	16 07 05.992	55.725	-11.98	- 6.58
30. Hisar	42 59 08.896	10.784	21 56 15.387	04.924		
31. Lisica	42 44 41.193	43.059	21 23 53.906	43.491		
32. Ragusa	42 38 30.265	31.909	18 06 26.614	16.323	-15.04	- 9.66
33. Kozjak	42 18 34.819	36.749	21 56 01.541	51.164		
34. Ramno	42 11 27.428	29.332	21 27 02.443	52.096		
35. Bogoslovac	41 45 52.320	54.289	22 01 02.253	51.942		
36. Strumica	41 28 22.578	24.61	22 44 17.215	06.92		
37. Mali Konj.	41 20 19.583	21.541	21 28 02.367	52.126		
38. Perister	41 00 10.464	12.423	21 11 22.275	12.084		
39. Kajmak Čalan	40 55 48.506	50.512	21 47 29.309	19.107		

-----  
Bei jenen Punkten, die im jugosl.Netz 1.0. nicht vorkommen, sind die Ausgangswerte den "Ergebnissen" entnommen und die Sekundenwerte eingeklammert.

Das jugosl. Partialsystem ist in Tabelle 22 enthalten. Dort sind auch gegebenenfalls die Punktnummern der "Ergebnisse der Triangulierungen des M.G.I.Wien" in Klammern beige setzt.

Wiewohl die Streuung in den ursprünglichen Laplaceschen Widersprüchen verhältnismäßig groß ist, ist das Mittel  $w_m = + 2''42$  recht plausibel. Mit ihm wurde nach 6) die Lotabweichung in Azimut auf Veliko Središki Vis ergänzt. Da in Triest die meridionale Lotabweichungskomponente fehlt, wurden aus den übrigen 38 Stationen die Mittelwerte:

$$(\varphi' - \varphi)_m = - 3''63, \quad (\alpha' - \alpha)_m = - 1''77$$

gebildet und auf den Schwerpunkt:

$$\begin{aligned} \varphi_7 &= 44^\circ 29' 53'' \\ \lambda_7 &= 17 34 03 \end{aligned} \quad 69)$$

bezogen. Für einen ersten Näherungswert der Längenverschiebung wurden alle fehlenden longitudinalen Lotabweichungskomponenten hypothetisch mittels 6) berechnet und aus allen 39 Stationen  $(\lambda' - \lambda)_m = - 6''46$  gefunden. Die zweite Bedingung 7) liefert jetzt:

$$\begin{aligned} d\varphi_7 &= - 3''641 \\ d\alpha_7 &= - 1.984 \end{aligned} \quad 70a)$$

und die Minimumbedingung für die restlichen Laplaceschen Widersprüche :

$$d\lambda_7 = - 6''254 . \quad 70b)$$

Letzterer Wert wird doppelt kontrolliert, und zwar geben die 7 unmittelbaren Widersprüche  $d\lambda = - 6''355$ , während alle 39 Werte  $(\lambda' - \lambda)$  nach der 1. Bedingung 7)  $d\lambda = - 6''68$  liefern.

Zum erstenmal tritt bei diesem Partialsystem eine größere Azimutkorrektur auf. Dies ist aber offensichtlich regional bedingt. Denn die überwiegende Mehrzahl der astr. Stationen liegt entweder in der Nähe der Meeresküste, wo der unter dem Einfluß der Adria nach Osten ansteigende Geoidverlauf systematisch negative  $\eta$  - Komponenten der Lotabweichungen erzeugt, oder in der südlichen Hälfte des internationalen Meridians, wo eine ähnliche Erscheinung durch das östlich bis über 2900 m ansteigende Rhodopegebirge erklärt wird. Selbstverständlich ist das sprunghafte Ansteigen der negativen Längenkorrektur auf dieselben Ursachen zurückzuführen. Es ist also sehr bedauerlich, daß im Innern des Landes fast keine astronomischen Stationen zur Verfügung stehen.

Tabelle 22 : Partialsystem Jugoslawien.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w'$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{w}$
1. Ba cher (215)	46°29'39.00	42.743	- 3.443	15°02.9'	20.741	(+10.82)	+10.27		+ 0.26	+12.113		
2. Golica (163)	46 29 33,08	31.71	+ 1.37	14 03	22.76	(- 7.28)	- 2.86		+ 5.09	- 1.13		
3. Wurnberg (216)	46 28 22,75	29.31	- 6.56	15 48	55.36	(- 2.86)	+ 0.35		- 2.88	+ 2.24		
4. Kraniohfeld (218)	46 28 09,98	15.79	- 5.81	15 41	13.04	(+10.46)	+10,00		- 2.12	+11.88		
5. Donati (214)	46 15 45,56	48.00	- 2.44	15 44	39.36	(- 5.93)	- 1.86		+ 1.25	+ 0.02		
6. Ivanišica (209)	46 10 56,11	55.32	+ 0.79	16 07	45.17	(+16.00)	+13,80		+ 4.47	+15.71		
7. Blegoe (169)	46 09 45,83	55.63	- 9.80	14 06	54.72	(- 4.90)	- 1.11		- 6.08	+ 0.61		
8. Krimberg (172)	45 55 47,57	44.84	+ 2.73	14.28	22.22	(- 2.16)	+ 0.87		+ 6.44	+ 2.62		
9. Sljemen (212)	45 53 56,29	59.28	- 2.99	15 56	58.19	(- 3.65)	- 0.20		+ 0.69	+ 1.69		
10. Ivaniš (210)	45 44 32,82	34.95	- 2.13	16 24	55.90	(-11.15)	- 5.56		+ 1.54	- 3.64		
11. Plješevica (196)	45 44 04,99	16.17	-11.18	15 40	12.89	(+ 0.42)	+ 2.72		- 7.49	+ 4.57		
12. Oklinak (195)	45 43 21,06	26.04	- 4.98	15 16	39.16	(- 6.64)	- 2.33		- 1.27	- 0.51		
13. Opšina (177)	45 40 51,27	58.51	- 7.24	13 46	42.39	(-18.34)	-10,70		- 3.51	- 9.02		
14. Trieste (712)	45 38	39.94		13 46	16.85	35.49	-18.64	-11,88	+ 1.45	-10,20	-12.58	- 1.21
15. Kozil (211)	45 36 25,03	27.41	- 2.38	16 00	24.73	(+ 4.85)	+ 5.88		+ 1.30	+ 7.76		
16. Petrovac (197)	45 19 00,54	01.00	- 0.46	15 48	24.38	(- 4.95)	- 1.10		+ 3.22	+ 0.75		
17. Montauro (182)	45 14 57,64	64.27	- 6.63	13 43	43.49	(-13.76)	- 7.35		- 2.90	- 5.69		
18. Peterwardein (476)	45 14 32,71	30.21	+ 2.50	19 52	12.94	(- 0.55)	+ 2.03		+ 6.08	+ 4.25		
19. Dubica (201)	45 12 21,66	19.46	+ 2.20	16 48	01.80	(- 7.15)	- 2.65		+ 5.86	- 0.71		
20. Prišeka (198)	45 12 13,89	15.55	- 1.66	16 17	59.66	(+ 4.10)	+ 5.33		+ 2.01	+ 7.22		
21. Vel. Središki Vis	45 08 15,92	15.13	+ 0.79	21 24	44.70	54.24	- 9.54	(- 4.34)	(+ 2.42)	+ 4.33	(- 1.99)	- 3.01 (+ 0.14)
22. Hum (192)	45 08 09,55	11.13	- 1.58	15 23	31.17	(- 6.42)	- 2.13		+ 2.11	- 0.32		
23. Lagerdorf (495)	44 58 50,81	49.77	+ 1.04	21 18	57.59	(-16.41)	- 9.18		+ 4.58	- 6.85		
24. Pola (187)	44 51 48,39	57.86	- 9.47	13 50	44.55	51.70	- 7.15	- 1.26	+ 3.78	- 5.74	+ 0.40	- 1.12 + 1.19
25. Gola Plješevica (191)	44 47 40,57	42.07	- 1.50	15 44	54.37	60.50	- 6.13	- 2.54	+ 1.78	+ 2.19	- 0.71	+ 0.02 - 0.72
26. Parađin	43 50 31,38	33.37	- 1.99	21 25	02.24	(-15.16)	- 8.02		+ 1.55	- 5.72		
27. Sarajewo (266)	43 48 15,00	11.66	+ 3.34	18 19	33.50	36.41	- 2.91	- 2.93	- 0.92	+ 6.96	- 0.90	+ 3.35 - 3.22
28. Sibenica (299)	43 42 43,68	53.06	- 9.38	16 39	28.60	(- 7.31)	- 2.63		- 5.72	- 0.75		
29. Monte Hum (304)	43 01 45,30	49.13	- 3.83	16 06	55.73	(-13.19)	- 6.58		- 0.15	- 4.77		
30. Hiear	42 59 12,77	10.78	+ 1.99	21 56	04.92	(- 2.74)	+ 0.55		+ 5.51	+ 2.58		
31. Lisioe	42 44 41,85	43.06	- 1.21	21 23	43.49	(-11.54)	- 5.41		+ 2.33	- 3.16		
32. Ragusa (319)	42 38 10,52	31.91	-21.39	18 06	04.10	16.32	-12.22	- 9.66	- 1.42	-17.76	- 7.69	- 6.03 - 3.63
33. Kozjak	42 18 33,26	36.75	- 3.49	21 55	51.16	-18.11	- 9.77		+ 0.03	- 7.49		
34. Banno	42 11 24,33	29.33	- 5.00	21 26	52.10	- 6.97	- 2.27		- 1.47	- 0.04		
35. Bogoslovac	41 45 52,17	54.29	- 2.12	22 00	51.94	(+ 5.42)	+ 6.03		+ 1.40	+ 8.30		
36. Strumica	41 28 15,77	24.61	- 8.84	22 43	56.24	66.92	-10.68	+ 0.87	- 7.94	- 5.34	+ 3.19	- 4.28 + 6.02
37. Mali Konjare	41 20 14,91	21.54	- 6.63	21 27	34.00	52.13	-18.13	- 7.64	+ 4.33	- 3.10	- 5.43	-11.81 + 2.37
38. Perister	41 00 10,60	12.42	- 1.82	21 11	12.08	(-17.77)	- 9.24		+ 1.72	- 7.07		
39. Kajmak Čalan	40 55 41,62	50.51	- 8.89	21 47	19.11	(-13.66)	- 6.53		- 5.37	- 4.31		

## 8.

## Achstes Partialsystem : Bulgarien.

Die Einbeziehung Bulgariens in unser neues Einheitssystem würde sich am einfachsten gestalten, wenn man vom EEP ausgeht. Da die diesbezüglichen Originalarbeiten aber schwer zugänglich sind, dürfte sich eine gedrängte Neuberechnung empfehlen, die überdies als direkte Lösung den Vorzug verdient.

Für die Festlegung und bestmögliche Orientierung des bulgarischen Netzes auf dem Hayfordschen Ellipsoid fand Wl.Hristow<sup>18)</sup> auf Grund von 9 Lotabweichungspunkten und der Längenbestimmung Potsdam - Sofia für den in der Nähe von Sofia gelegenen Fundamentalpunkt Černi wrech (16) die Ausgangswerte :

$$\begin{aligned}\varphi &= 42^{\circ} 33' 54''5526 \\ \lambda &= 23 19 51.0997\end{aligned}\quad 71 \text{ a)}$$

und für das Azimut nach Meci kamek (11) :

$$\alpha = 309^{\circ}55' 21''752 \quad 71 \text{ b)}$$

Das Netz wurde für das EEP mit den Elementen :

$$\frac{da}{a} = - 0.0001 4200 \quad , \quad d\alpha = - 0.0000 2423$$

nach den Formeln 48) auf das originale Besselellipsoid transformiert. In der folgenden Tabelle 23 sind die bulgarischen Koordinaten und die Umrechnungswerte für die 6 der jugosl.-bulgarischen Verbindungskette angehörenden Nahtpunkte sowie für die 19 astronomischen Stationen des zu berechnenden Partialsystems zusammengestellt. Da wir diese Umrechnungswerte für das verkleinerte Besselellipsoid beibehalten, sind damit automatisch die Netzseiten um 58 E<sub>7</sub> verkürzt. Die beigefügten azimutalen Lotabweichungskomponenten sind zum Teil gleichfalls vom Hayfordschen Ellipsoid transformiert, ansonst aber mit Hilfe der unmittelbar auf dem Besselschen Ellipsoid berechneten geodätischen Azimute gewonnen.

Transformiert man jetzt die 6 Nahtpunkte auf Grund der Elemente 68) aus dem EEP, so sind damit die Vergleichswerte für die Anfelderung des bulgarischen Netzes gegeben. Diesen Sollwerten sind in Tabelle 24 die bulgarischen Koordinaten auf dem Besselellipsoid gegenübergestellt. Wir wählen den ungefähr in der Mitte der Naht gelegenen Punkt Rui (4) zum Ursprung und schöpfen den Einfluß der genäherten Parallelverschiebung :

$$d\varphi = - 3''932 \quad , \quad d\lambda = + 0''917$$

ab; das Verfahren von Helmert - Thilo führt sodann auf die definitiven Transformationselemente :

-----

18) Wl.K.Hristow : "Wie das bulgarische Triangulationsnetz orientiert ist.", Jahrbuch des Geogr.Inst. Sofia, 1932

Mühlig und Hristow : "Bestimmung der Längendifferenz Potsdam - Sofia, 1933.

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= - 3''9283 \\
 d\lambda &= + 0.9193 \\
 d\alpha &= + 1.048 \\
 k &= + 1505 \cdot 10^{-8} = + 65.3 E_7.
 \end{aligned}
 \tag{72}$$

Die tatsächliche Vergrößerung des bulgarischen Netzes beträgt demnach + 7.6 Einheiten der 7.log.Dezimale, um  $15 E_7$  weniger als im EEP. Die Azimutkorrektion ist gegenüber dem EEP um rund 0.5 größer, entsprechend der gleichen positiven Verschwenkung des serbischen Meridians (68 b).

Tabelle 23 : Bulgarische Koordinaten, Ellipsoid Hayford und Bessel.

	$\varphi_{HAYFORD}$	$\varphi_{BESSEL}$	$\lambda_{HAYFORD}$	$\lambda_{BESSEL}$	$(\alpha' - \alpha)_B$
Tabija (47)	43°49'15"9499	16"5096	25°58'20"4371	21"9516	- 2"18
Tabijeto (15)	43 48 29.6237	30.1949	23 16 21.0416	21.0368	- 4.26
Kavlaka (19)	43 44 02.0336	02.5702	23 37 13.0624	13.2530	
Nadlipackata (33)	43 23 26.8325	27.2059	24 45 33.2106	34.0365	- 0.13
Kalakoc (46)	43 23 11.9123	12.2700	26 05 35.5008	37.0720	- 0.53
Borovanska (18)	43 21 59.4791	59.8460	23 44 40.0162	40.2750	
Igina livada (22)	43 20 50.6771	51.0336	24 12 21.0956	21.6119	
Suhindolski (36)	43 12 03.3450	03.6278	25 09 39.2175	40.2646	+ 4.03
Manastir Peter (45)	43 05 57.1905	57.4210	25 41 57.8663	59.2111	+ 1.55
Sakar (51)	43 00 59.2686	59.4526	26 20 39.9507	41.6519	- 1.02
Golemo Stidowo (60)	42 45 23.2146	23.2766	26 32 10.1448	11.9449	- 1.84
Sofia (13)	42 41 49.0632	49.1234	23 19 58.0600	58.0886	
Černi wrech (16)	42 33 54.5526	54.5526	23 16 51.9603	51.9603	- 1.18
Asanov wrech (59)	42 27 04.3416	04.2619	26 40 55.7473	57.6189	- 2.74
Nischana (53)	42 25 06.5378	06.4516	26 07 12.5729	14.1344	- 1.04
Vojnica (30)	42 24 19.0881	19.0121	24 24 53.6897	54.3132	+ 4.16
Kitka (42)	42 19 40.2766	40.1588	25 16 25.9262	27.0207	- 3.42
Kalekovec (38)	42 13 23.2774	23.1158	24 48 58.1748	59.0165	+ 4.51
Korudschiza (54)	41 58 47.8045	47.5234	25 45 10.2870	11.6371	+ 4.57
Babin nos (6)	43 43 05.7899	06.3175	22 24 25.7089	25.2181	
Midschor (5)	43 23 47.3542	47.7344	22 40 48.1830	47.8471	
Ruj (4)	42 51 50.9948	51.1303	22 34 40.6047	40.2153	
Meci Kamek (11)	42 47 21.9678	22.0700	22 54 58.5650	58.3632	
Milevska plan. (3)	42 33 59.4261	59.4251	22 26 30.4392	29.9765	
Konjovska b. (12)	42 20 43.2941	43.1935	22 50 31.2272	30.9860	
Leschko (1)	41 55 47.6937	47.4043	22 54 46.8052	46.6043	

Tabelle 24 : Die jugoslawisch - bulgarische Verbindungsnaht.

	$\varphi_{EEP}$	$\varphi_{SOLL}$	$\varphi_B$	$d\varphi_B$	$\lambda_{EEP}$	$\lambda_{SOLL}$	$\lambda_B$	$d\lambda_B$
Babin nos	43°43'02"2235	02"435	06"318	- 3"883	22°24'26"4551	26"157	25"218	+ 0"939
Midschor	43 23 43.6285	43.826	47.734	- 3.908	22 40 49.0713	48.780	47.847	+ 0.933
Ruj	43 51 47.0360	47.216	51.130	- 3.914	22 34 41.4380	41.136	40.215	+ 0.921
Milevska planina	42 33 55.3200	55.489	59.425	- 3.936	22 26 31.1975	30.887	29.977	+ 0.910
Konjovska bandera	42 20 39.0728	39.233	43.194	- 3.961	22 50 32.1902	31.892	30.986	+ 0.906
Leschko	41 55 43.2675	43.412	47.404	- 3.992	22 54 47.8002	47.500	46.604	+ 0.896

Die Umrechnung der astronomischen Punkte mit diesen Elementen liefert bereits das in Tabelle 25 aufgestellte Lotabweichungssystem.

Tabelle 25 : Partialsystem Bulgarienz.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi'-\varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda'-\lambda)$	$(\alpha'-\alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Tabija	43°49'19.5el	125.59	+ 6.242	25°58'15.30	22.96	- 7.56	- 3.05 + 2.18	+ 3.73	- 1.41	- 2.51	- 1.53	
2. Tabijeto	43 48 27.71	26.31	+ 1.40	23 16 13.80	21.97	- 8.17	- 5.28 + 0.38	- 1.29	- 1.90	- 4.36	- 3.05	
3. Kavlaka	43 43 59.28	58.68	+ 0.60	23 37 07.80	14.18	- 6.38	(- 0.99)(+ 3.42)	- 2.09	- 0.13			
4. Nadlipackmta	43 23 27.82	23.28	+ 4.54	24 45 30.00	34.95	- 4.95	- 1.06 + 2.34	+ 1.85	+ 1.25	- 0.24	- 1.10	
5. Kalakoš	43 23 10.40	08.33	+ 2.07	26 05 31.80	37.97	- 6.17	- 1.39 + 2.85	- 0.62	- 0.03	- 0.66	- 0.64	
6. Borovanska mogila	43 21 62.49	55.93	+ 6.56	23 44 36.60	41.20	- 4.60	(+ 0.28)(+ 3.42)	+ 3.87	+ 1.64			
7. Igina livada	43 20 50.62	47.11	+ 3.51	24 12 11.40	22.53	- 11.13	(- 4.22)(+ 3.42)	+ 0.82	- 4.91			
8. Subindoleki wrech	43 11 62.57	59.69	+ 2.88	25 09 39.00	41.17	- 2.17	+ 3.12 + 4.61	+ 0.19	+ 4.01	+ 3.91	+ 1.17	
9. Manastir Sv. Peter	43 05 58.01	53.46	+ 4.55	25 41 54.90	60.11	- 5.21	+ 0.67 + 4.23	+ 1.86	+ 0.94	+ 1.42	+ 0.78	
10. Sekar	43 00 59.79	55.49	+ 4.30	26 20 36.30	42.54	- 6.24	- 1.85 + 2.41	+ 1.61	- 0.12	- 1.14	- 1.06	
11. Golemo Stidovo	42 45 18.97	19.30	- 0.33	26 32 08.55	12.82	- 4.27	- 2.66 + 0.24	+ 3.02	+ 1.84	- 1.96	- 3.21	
12. Sofia	42 41 51.20	45.18	+ 6.02	23 19 58.06	59.00	- 0.94	(+ 2.78)(+ 3.42)	+ 3.33	+ 5.31			
13. Černi wrech	42 33 54.62	50.60	+ 4.02	23 16	52.87	(- 8.29)	- 2.19 (+ 3.42)	+ 1.33		- 1.29		
14. Asanov wrech	42 27 04.14	00.26	+ 3.88	26 40 47.55	58.49	- 10.94	- 3.55 + 3.83	+ 1.19	- 4.84	- 2.87	+ 0.40	
15. Hishana	42 25 03.70	02.46	+ 1.24	26 07 07.05	15.01	- 7.96	- 1.88 + 3.49	- 1.45	- 1.84	- 1.16	+ 0.08	
16. Vojnica	42 24 12.94	15.04	- 2.10	24 24 51.60	55.21	- 3.61	+ 3.23 + 5.66	- 4.79	+ 2.58	+ 4.06	+ 2.32	
17. Kitka	42 19 34.49	36.17	- 1.68	25 16 19.20	27.90	- 8.70	- 4.30 + 1.56	- 4.37	- 2.55	- 3.53	- 1.82	
18. Kalkovec	42 13 18.91	19.12	- 0.21	24 48 54.75	59.90	- 5.15	+ 3.60 + 7.06	- 2.90	+ 1.02	+ 4.40	+ 3.71	
19. Korudohiza	41 58 47.00	43.51	+ 3.49	25 45 07.50	12.51	- 5.01	+ 3.72 + 7.07	+ 0.80	+ 1.12	+ 4.46	+ 3.71	

Bei der geringen Längen- und Breitenausdehnung darf im Schwerpunkt :

$$\begin{aligned}\varphi_B &= 42^\circ 56' 46'' \\ \lambda_B &= 25 00 18\end{aligned}\quad 73)$$

die Breitenverschiebung mit dem unmittelbaren arithmetischen Mittel der meridionalen Lotabweichungskomponenten identifiziert werden. Im Punkte Černi wrech (16) fehlt die astr. Längenbestimmung und in den vier Punkten Kavlaka, Borovanska, Igina livada und Sofia die Azimutmessung. Wir ersetzen für die Berechnung der Korrekturen vorübergehend die zugehörigen Lotabweichungskomponenten mit dem mittleren Laplaceschen Widerspruch aus den restlichen 14 Punkten  $w_m = + 3''42$  und erhalten nach dem bisherigen Näherungsverfahren schließlich :

$$\begin{aligned}d\varphi_B &= + 2''693 \\ d\lambda_B &= - 6.178 \\ d\alpha_B &= - 0.80\end{aligned}\quad 74)$$

Wie in Rumänien fällt auch hier der größere Mittelwert der ursprünglichen Laplaceschen Widersprüche auf. Im 1. Teilsystem Deutschland war  $w_m = + 2''68$ , verursacht durch den Umstand, daß in Rauenberg die Ausgangslänge um 1''10 und das Ausgangsazimut um 3''83 gegenüber den neueren astronomischen Werten zu klein waren. Schlägt man die Abweichung des Widerspruchs in Rauenberg vom Mittelwert gänzlich auf das Azimut, so ist das geodätische Azimut im Schwerpunkt des Systems um 3''55 zu klein. Diese beiden Fehler wirken sich im Schwerpunkt des bulgarischen Teilsystemes, wie eine genäherte Übertragung beweist, mit :

$$w = d\alpha - d\lambda \sin \varphi = + 2''90 - 0''24 \times 0.6813 = + 2''74$$

aus. Entsprechende Verlässlichkeit des obigen Mittelwertes vorausgesetzt, darf man also schließen, daß hier relativ zum Kern unseres Einheitsnetzes eine kleine Verdrehung von etwa 0"7 eingetreten ist.

Zum Schluß bereiten wir noch die Anfelderung Griechenlands vor, indem wir die 6 identischen Punkte der im Jahre 1933 hergestellten griechisch-bulgarischen Verbindung umrechnen. Die Naht verläuft fast ideal im Parallel 41° 20' und hat eine Längenerstreckung von 2° 45'. Die Umrechnung erfolgte zunächst auf das Besselsche Ellipsoid und sodann mit den aus den Elementen 72) folgenden Formeln :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= - 3''928 \cos l - 1505 \cdot 10^{-8} \varphi_5 - 0''7709 \sin l \\ d\lambda_K &= + 0''9193 - 3''9141 \operatorname{tg} \varphi_K \sin l + 1103 \cdot 10^{-8} l \cdot \sec \varphi_K + 508 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_K \end{aligned}$$

Tabelle 26 : Die griechisch - bulgarische Verbindung.

	$\varphi_{HAYF.}$	$\varphi_{BESSEL}$	$\varphi_D$	$\lambda_{HAYF.}$	$\lambda_{BESSEL}$	$\lambda_D$
1. Demir Kapou	41° 19' 18" 8647	18" 3006	14" 282	23° 07' 23" 2213	23" 1359	24" 010
2. Ali Botouch	41 22 42.2127	41.6739	37.652	23 37 23.1354	23.3204	24.196
3. Kaintchal	41 31 29.2466	28.7717	24.749	24 17 44.2100	44.7600	45.634
4. Tchingene Hisar	41 21 40.9438	40.3922	36.355	24 47 13.9677	14.7822	15.648
5. Kartaldague	41 13 15.5374	14.9181	10.867	25 18 33.4433	34.5378	35.397
6. Djami	41 18 34.9550	34.3694	30.317	25 52 49.4567	50.8610	51.718

## 9.

## Neuntes Partialsystem : Griechenland.

Das neue griechische Fundamentalnetz wurde in den Jahren 1889 - 1930 beobachtet, jedoch nicht einheitlich ausgeglichen. Bezugsfläche ist das Besselsche Ellipsoid. Die Fortsetzung des Eismeer-Mittelmeer-Meridians wurde in den Jahren 1927 - 30 ausgeführt. Dabei wurden die vorhandenen Punkte 1. Ordnung verwendet, jedoch die Dreiecke unter Einbeziehung sämtlicher Diagonalen neu gebildet. Die Verbindung mit Kreta als Abschluß des Eismeermeridians erfolgte 1930. Der internationale Meridian stellt längs der Linie Perister - Kajmak Čalan - Keçi Kaja - Visoka Čuka eine ideale Verbindung mit Jugoslawien dar; die Naht hat bei der Mittelbreite  $41^{\circ} 06'$  eine Längenausdehnung von  $1^{\circ} 36'$  und ergibt zusammen mit der griechisch - bulgarischen Verbindung eine fast 400 km lange Anschlußlinie für die Anfelderung Griechenlands an unser Einheitssystem. Der Punkt Kajmak Čalan kann übrigens nicht herangezogen werden, weil das serbische und griechische Zentrum um etwa 100 m auseinanderliegen und die Zentrierungselemente unbekannt sind. Transformiert man die restlichen 3 Punkte mittels der Elemente 68) aus dem EEP :

	$\varphi_{EEP}$	$\varphi_D$	$\lambda_{EEP}$	$\lambda_D$
Perister	$41^{\circ} 00' 12'' 2829$	$12'' 406$	$21^{\circ} 11' 12'' 4772$	$12'' 102$
Keçi Kaja	$41 09 34.2975$	$34.419$	$22 12 43.2747$	$42.939$
Visoka Čuka	$41 19 36.8632$	$36.987$	$22 46 57.6421$	$57.330$

so stehen für die Anfelderung insgesamt 9 Punkte zur Verfügung. Da die griechischen Längen auf den Fundamentalpunkt Athen, Sternwarte, bezogen sind, werden sie mit dem Mittelwert der zwei astronomischen Längenbestimmungen daselbst :  $1^h 34^m 51^s 825 = 23^{\circ} 42' 57'' 37$  auf Greenwich umgerechnet. Damit findet man die Gegenüberstellung der "deutschen Sollwerte" und der griechischen Originalkoordinaten in Tabelle 27 und nach dem Verfahren von Helmert - Thilo die auf Ali Bouch bezogenen Transformationselemente :

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 2''.8116 \\
 d\lambda &= + 18.3048 \\
 d\alpha &= + 3.647 \\
 k &= + 9384 \cdot 10^{-9} = + 40.7 E_7.
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

Vergleichsweise sei erwähnt, daß bei der Transformation in das frühere EEP die Maßstabkorrektur -  $22 E_8$  betrug, was wegen der gleichzeitigen Verwandlung in legale Meter einer tatsächlichen Vergrößerung um  $55.5 E_7$  gleichkommt. Da die Darstellung ziemlich schlecht ist, seien hier ausnahmsweise die Restklaffungen im Sinne (Ist - Soll) =  $d\varphi\lambda$  mit angeführt. Sie haben in den beiden Randpunkten Perister und Djami den gleichen Sinn und die Absolutbeträge 1.97, resp. 2.81 m. Sie sind wohl auf die innere Spannung des unausgeglichenen Netzes zurückzuführen.

( Tabelle 27 )

Tabelle 27 : Die griechische Anfelderungsnaht.

	$\varphi_D$	$\varphi_G$	$d\varphi_G$	$\delta\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_G$	$d\lambda_G$	$\delta\lambda$
1.Peristeri	41°00'12".406	09°521	+ 27885	- 0°027	21°10'72".102	54°092	+ 18°010	- 0°076
2.Porta (Keçi Kaja)	41 09 34.419	31.547	+ 2.842	- 0.029	22 12 42.939	24.764	+ 18.175	+ 0.012
3.Neon Trithnes (Visoka Cuka)	41 19 36.987	34.137	+ 2.850	± 0.000	22 46 57.330	39.056	+ 18.274	+ 0.038
4.Demir Kapou	41 19 14.282	11.427	+ 2.855	+ 0.021	23 07 24.010	05.725	+ 18.285	+ 0.024
5.Ali Botouch	41 22 37.652	34.816	+ 2.836	+ 0.024	23 37 24.196	05.830	+ 18.366	+ 0.061
6.Kain Teal	41 31 24.749	21.933	+ 2.816	+ 0.031	24 17 45.634	27.227	+ 18.407	+ 0.038
7.Tchingenes Hisar(Koula)	41 21 36.355	33.578	+ 2.777	+ 0.023	24 46 75.648	57.228	+ 18.420	+ 0.028
8.Kartaldague	41 13 10.867	08.135	+ 2.732	+ 0.008	25 18 35.397	16.989	+ 18.408	- 0.011
9.Djami	41 18 30.317	27.669	+ 2.648	- 0.051	25 52 51.718	33.349	+ 18.369	- 0.100

An astronomischen Messungen stehen außer einigen Polhöhen nur 5 Laplacesche Punkte, nämlich die Sternwarte Athen und vier Basisendpunkte zur Verfügung. Im Fundamentpunkt Athen tritt ein ursprünglicher Laplacescher Widerspruch auf, obwohl die Längen von ihm aus gezählt werden. Denn das verwendete Azimut Athen - Parnes =  $359^{\circ}46'13''.30$  ist um  $3''.52$  größer als der im Jahre 1938 neu bestimmte astronomische Wert. Überhaupt ist geplant, die neuen astronomischen Daten :

$$\begin{aligned}\varphi' &= 37^{\circ} 58' 18''.68 \\ \lambda' &= 23^{\circ} 42' 58''.82 \text{ östl. Greenwich} \\ \alpha' &= 359^{\circ} 46' 09''.78\end{aligned}\quad 76)$$

als Ausgangswerte bei der definitiven Netzausgleichung zugrunde zu legen.

Wir transformieren zunächst die griechischen geodätischen Originalkoordinaten in unser Einheitssystem :

	$\varphi_G$	$\varphi_D$	$\lambda_G$	$\lambda_D$	$(\alpha' - \alpha)_G$	$d\alpha$
Drama, S.B.E.P.	41°03'51".0270	53°807	24°03'24".7853	43°097	+ 8".69	+ 3".67
Corfu, S.B.E.P.	39 37 24.8238	27.752	19 47 29.6355	47.509	- 3.36	+ 3.22
Larissa, Nw.B.E.P.	39 37 16.67..	19.478	22 27 37.46..	55.533	- 3.04	+ 3.45
Athen, Sternwarte	37 58 20.1000	22.791	23 42 57.3700	75.410	- 3.52	+ 3.48
Kreta, S.B.E.P.	35 05 28.5371	31.032	25 49 19.8099	37.769	+ 8.07	+ 3.51

und berechnen anschließend das kleine Partialsystem in Tabelle 28.

Tabelle 28 : Partialsystem Griechenland.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1.Drama	41°03'52".37	53.81	- 1244	24°03'43".05	43".10	- 0°05'	+ 5°02' + 5°05'	+ 8°01' + 14°84'	+ 7°50'	- 2°25'		
2.Corfu	39 37 12.68	27.75	- 15.07	19 47 28.05	47.51	- 19.46	- 6.58 + 5.83	- 5.52 - 5.23	- 5.07	- 1.73		
3.Larissa	39 37 12.60	19.48	- 6.88	22 27 30.90	55.53	- 24.63	- 6.49 + 9.22	+ 2.61 - 10.03	- 4.40	+ 2.00		
4.Athen	37 58 18.68	22.79	- 4.11	23 42 57.37	75.41	- 18.04	- 7.00 + 4.10	+ 5.35 - 3.35	- 4.70	- 2.63		
5.Kreta	35 05 11.17	31.03	- 19.86	25.49 27.00	37.77	- 10.77	+ 4.56 + 10.75	- 10.47 + 4.03	+ 7.20	+ 4.89		

Die auf den Schwerpunkt :

$$\begin{aligned}\varphi_g &= 38^{\circ} 40' 31'' \\ \lambda_g &= 23^{\circ} 10' 28''\end{aligned}\quad 77)$$

bezogenen Korrekturen lauten :

$$\begin{aligned}
 d\varphi_g &= - 9^{\text{m}}47^{\text{s}}4 \\
 d\lambda_g &= - 14.650 \\
 d\alpha_g &= - 2.21
 \end{aligned}
 \tag{78}$$

Die schweren Mängel dieses rein formal berechneten Teilsystems sind offenbar. Die kleine Ausdehnung und Punktzahl ist mit großen Widersprüchen gepaart. Besonders verdächtig erscheinen in dieser Hinsicht die beiden Punkte Larissa und Kreta und es muß einer späteren Überprüfung aus der Gesamtzahl der Partialsysteme vorbehalten bleiben, ob diese Punkte nicht besser auszuschließen sind. Der große primäre mittlere Widerspruch  $w_m = + 6^{\text{m}}99$  ist viel eher auf astronomische Beobachtungsfehler als auf die Fehler der geodätischen Orientierung zurückzuführen. Ausserdem zeigt das kleine Griechenland dank seiner Lage im Mittelmeerbecken einen deutlichen Geoidanstieg von Süd nach Nord und von West nach Ost, sodaß in obigen Elementen auch stark regionale Einflüsse stecken.

Das griechische Netz ist mit dem italienischen Netz im Dodekanes und mit dem neuen albanischen Netz verbunden. Letztere Verbindung ist wichtig für die Einbeziehung Albaniens in das erweiterte deutsche System, die wir der Vollständigkeit halber ausführen wollen, wenn auch keine astronomischen Messungen zur Bildung eines Partialsystems vorliegen.

## Der Anschluß Albaniens .

Die in den Jahren 1930 - 32 durchgeführte Triangulation 1.0. des M.G.I. in Florenz diente ursprünglich nur als Grundlage für die topographische Neuaufnahme des Landes. Dementsprechend liegen bloß Näherungskoodinaten vor, die zumeist nur auf 0.'01 genau angegeben sind. Da eine Verbindung mit der jugoslawischen Landesvermessung fehlt, muß für den Anschluß an das neue deutsche System auf die albanische Küstentriangulation des alten M.G.I. Wien zurückgegriffen werden. Günstiger liegen die Verhältnisse im Süden, wo gleichfalls von den Italienern während des Krieges die Verbindung mit der griechischen Landestriangulation hergestellt wurde.

Die albanische Küstentriangulation des M.G.I. Wien schließt mit der Seite Velki grad - Tmor unmittelbar an das Südende des alten Wiener Meridians an und erstreckt sich in schmalen Dreiecken bis zu den Inseln Fano und Corfu, auf denen sie drei Punkte mit dem griechischen Netz gemeinsam hat. Die beiden Punkte Velki grad und Tmor dürfen wir mit den Elementen 65) für die jugoslawische Landesvermessung umrechnen, da sie den Punkten 281, Babina Gomila und 312, Sv.Ivan benachbart sind, die mit unveränderten Koordinaten von der MT in das neue jugoslawische Netz übernommen wurden. Es ist somit:

	$\varphi_{MT}$	$\varphi_D$	$\lambda_{MT}$	$\lambda_D$
Tmor (285)	42°50'01".0647	02°680	17°51'51".8007	41°495
Velki grad (313)	42 44 20.7344	22.334	17 33 33.5502	23.236 .

Die beigeetzten Zahlen sind wieder die Punktnummern aus dem 1. Bande der "Ergebnisse". Die Längen sind mit der Albrechtschen Konstanten von Ferro auf Greenwich umgerechnet.

Die albanisch - griechische Naht erstreckt sich vom Grenzberg Qukapesit (Grammos) in süd-südöstlicher Richtung über den Monte Smolicas bis zum Monte Peristeri, wendet sich dann aber scharf nach Westen, enthält den Punkt Pandokrator (San Salvatore) auf der Insel Corfu und endet im Punkt Othoni auf der Insel Fano. Die beiden letzten Punkte gehören also sowohl der MT wie auch den neuen griechischen und albanischen Landestriangulationen an. Ein weiterer Punkt auf Corfu, Kerkyra, gehört nicht mehr dem albanischen Netz an, kann aber für die Anfelderung der alten Küstentriangulation herangezogen werden. Die Sollwerte für diese 6 Punkte werden mittels der Elemente 75) aus den griechischen Originalkoordinaten gewonnen:

	$\varphi_G$	$\varphi_D$	$\lambda_G$	$\lambda_D$
Grammos	40°20'50".4394	53°349	20°46'36".7300	54°733
Smolicas	40 05 17.3024	20.197	20 55 21.2862	39.281
Peristeri	39 40 59.2136	62.085	21 07 13.5900	31.569
Pandokrator	39 44 43.7017	46.631	19 52 11.1380	29.026
Othoni	39 50 35.4606	38.414	19 23 03.6357	21.494
Kerkyra	39 37 20.9539	23.876	19 55 43.7320	61.615

Das Verfahren von Helmert-Thilo liefert jetzt für die Umrechnung der albanischen Küstentriangulation von der österr.-ungar. MT die auf Velki grad bezogenen Transformationselemente:

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 1''5905 \\ d\lambda &= -10.3117 \\ d\alpha &= - 8.63 \\ k &= + 228.10^{-8} \end{aligned} \quad 79)$$

Tabelle 29 : Die Transformation der albanischen Küstentriangulation.

	$\varphi_{SOLL}$	$\varphi_{MT}$	$d\varphi$	$\lambda_{SOLL}$	$\lambda_{MT}$	$d\lambda$	$Kl.$
1.Tmor	42°50'02"680	01"065	+ 1"615	17°51'41"495	51"801	-10"306	0.33 m
2.Velki grad	42 44 22.334	20.734	+ 1.600	17 33 23.236	33.550	-10.314	0.29
3.Othoni	39 50 38.414	36.694	+ 1.720	19 23 21.494	31.263	- 9.769	2.52
4.Pandokrator	39 44 46.631	44.785	+ 1.846	19 52 29.026	38.661	- 9.635	0.81
5.Kerkyra	39 37 23.876	22.026	+ 1.850	19 56 01.615	11.182	- 9.567	1.61

Die Darstellung ist leidlich; die restlichen Klaffungen in Metern sind in der letzten Spalte der vorstehenden Tabelle ausgewiesen.

Für die Anfelderung Albaniens lassen sich in der Küstenkette vier möglicherweise identische Punkte angeben, die wir zur Gewinnung weiterer Vergleichswerte mittels 79) von der MT umrechnen:

	$\varphi_{MT}$	$\varphi_D$	$\lambda_{MT}$	$\lambda_D$
Durazzo	41°19'54"4848	56"271	19°25'44"6795	34"714
Mali Barzes	41 18 42.5205	44.332	19 39 56.1557	46.202
Mali Biçerit	41 07 24.6323	26.425	19 30 22.6917	12.769
Guri Gomares	40 54 20.0740	21.871	19 33 48.2225	38.344

Damit sind alle Unterlagen für die Einbeziehung Albaniens vorbereitet. Die albanische Triangulation hat den Hauptpunkt Tirana mit den Ausgangskordinaten:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \varphi = 41^\circ 20' 12''810 \\ \lambda &= 0 \quad 00 \quad 00.000 \\ \lambda' &= 19 \quad 46 \quad 45.285 \end{aligned} \quad 80)$$

Der Meridian von Tirana dient somit als Nullmeridian. In der folgenden Tabelle 30 ist jedoch sofort als Näherungswert für die Länge im deutschen System 19°47'19"60 verwendet. Die neun Vergleichspunkte dieser Tabelle liefern in Tirana die Elemente:

$$\begin{aligned} d\varphi &= + \quad \quad 9''321 \\ d\lambda &= \quad 19^\circ 47' 19''665 \\ d\alpha &= + \quad \quad 16''77 \\ k &= - 477.10^{-8} = - 20.7 \text{ Eg} \end{aligned} \quad 81)$$

Tabelle 30 : Die Anfelderung des albanischen Fundamentalnetzes.

	$\varphi_{\text{SOLL}}$	$\varphi_A$	$d\varphi$	$\lambda_{\text{SOLL}}$	$\lambda_A$	$d\lambda$	Kl.
1. Durazzo	41°19'56"271	46"83.	+ 9"441	19°25'34"714	34"58.	+ 0"134	3.02 m
2. Mali Barzes	41 18 44.332	35.10.	+ 9.232	19 39 46.202	46.10.	+ 0.102	3.90
3. Mali Biçerit	41 07 26.425	16.98.	+ 9.445	19 30 12.769	12.88.	- 0.111	2.23
4. Guri Gomares	40 54 21.871	12.59.	+ 9.281	19 33 38.344	38.39.	- 0.046	3.62
5. Grammos	40 20 53.349	44.122	+ 9.227	20 46 54.733	54.901	- 0.168	3.31
6. Smolikas	40 05 20.197	11.001	+ 9.196	20 55 39.281	39.554	- 0.273	3.18
7. Peristeri	39 40 62.085	52.986	+ 9.099	21 07 31.569	31.919	- 0.350	1.95
8. Pandokrator	39 44 46.631	37.360	+ 9.271	19 52 29.026	29.692	- 0.666	3.73
9. Othoni	39 50 38.414	29.047	+ 9.367	19 23 21.494	22.215	- 0.721	4.55

Die Darstellung ist sehr schlecht, wie die Restklaffungen der letzten Spalte beweisen. Es liegt dies wohl in der genäherten Berechnung des Landesnetzes begründet. Daß die Ursache nicht in mangelnder Punktidentität zu suchen ist, geht aus den Klaffungen in den sicher identischen Punkten der griechisch - albanischen Naht hervor. Die Klaffungen sind hier sogar etwas größer als im E.E.P.. Es ist dies offenbar darauf zurückzuführen, daß dort Jugoslawien nicht einheitlich transformiert, sondern in drei Felder zerlegt wurde.

Mit den Elementen 81) ergeben sich aus 80) für die einzige astronomische Station Tirana die unmittelbaren Lotabweichungskomponenten:

$$(\varphi' - \varphi) = - 9"32, \quad (\lambda' - \lambda) = - 34"38$$

und durch Anschluß an das jugoslawische Partialsystem gemäß 70):

$$\Delta\varphi = - 5"74, \quad \Delta\lambda = - 28"15.$$

Mit der Anfelderung Albaniens ist der Südostrum abgeschlossen. Das ältere "Europäische Einheitssystem Potsdam" konnte wiederholt nutzbringend verwertet werden und hat die Einrechnungen der Landesnetze vielfach erleichtert. Das Verhältnis der beiden Systeme wurde aber nur andeutungsweise gestreift und es scheint daher gerechtfertigt, wenn hier noch einige Bemerkungen angeschlossen werden, die die Notwendigkeit der Neuberechnung, aber auch die Vorzüge des älteren Systemes erweisen. Das E.E.P. beruht auf einem Polygonrahmen, während hier die Landesnetze der Reihe nach flächenhaft zusammengeschlossen werden konnten. Das frühere Verfahren war gewählt worden, um eine Extrapolation der Fehler des über Polen und die Slowakei ausgedehnten Reichsdreiecksnetzes zu vermeiden. Durch eine weitgehende Heranziehung der astronomisch-geodätischen Kontrollmöglichkeiten konnte eine beträchtliche Fehlorientierung des Eismeer-Meridians vermieden werden und durch eine ausgedehnte Maßstabglättung die Auswirkung des zu großen Maßstabes im östlichen Reichsdreiecksnetz wenigstens teilweise kompensiert werden. Dies zwang allerdings zu sprunghaften Korrekturen, die in Anbetracht des rein kartographischen Zweckes tragbar erschienen, jedoch zur Folge hatten, daß zwecks besserer Verteilung der Fehler die Landesnetze von Ungarn und Jugoslawien in mehrere Felder unterteilt werden mußten. All diese Mängel konnten hier natürlich vermieden und gleichzeitig die früheren astronomisch-geodätischen Überlegungen im wesentlichen bestätigt werden.

## Zehntes Partialsystem : Österreich.

Das auf dem Besselschen Ellipsoid berechnete österreichische Fundamentalnetz steht mit der Militärtriangulierung der alten Donaumonarchie in noch engerer Beziehung als das tschechoslowakische Grundnetz und die jugoslawische Landesvermessung. Die meisten, in der Natur noch vorhandenen Punkte wurden mit unveränderten Koordinaten übernommen, so daß sich die Operationen 1. Ordnung der Republik bisher auf Ersatz der verlorenen Punkte und eine stellenweise Verkleinerung der Dreiecke durch Einlegung neuer Punkte beschränkte. Daneben ist aber seit Jahren eine planmäßige Neubeobachtung im Gange, die bis nach Kriegsausbruch fortgesetzt wurde. Der Zusammenschluß der österreichischen Triangulierung 1. O. mit dem Reichsdreiecksnetz erfolgte nicht in einem Guß, sondern etappenweise nach dem Verfahren von Helmert-Thilo unter Zuziehung von Neumessungen. Es ist daher strenge nicht möglich, eine geschlossene Transformationsformel aufzustellen. Dies ist aber für die Bildung des Lotabweichungssystems notwendig, da das astronomische Material im wesentlichen aus zwei Teilen besteht, nämlich den Messungen des alten österreichischen Gradmessungsbureaus und des M.G.I. Wien und den neueren Lotabweichungspunkten des Bundesvermessungsamtes.

Das derzeitige Netz 1. O. liegt unmittelbar in Koordinaten des Reichsamtes für Landesaufnahme vor. Hier konnten also die Lotabweichungen in Breite und Länge direkt gebildet werden. Für das ältere Material der MT nehmen wir aber die Werte in den Tabellen 1 und 2 der unter Anmerkung 10) zitierten Arbeit zum Ausgang. Hier mußten also die Koordinaten im deutschen System vielfach durch Transformation gewonnen werden. Hinsichtlich der azimutalen Lotabweichungskomponenten gilt dies ganz allgemein, um die zeitraubende Neuberechnung der geodätischen Azimute aus den Koordinatendifferenzen zu ersparen. Für die Ableitung der Transformationselemente sind wir dank der geschilderten Verhältnisse nicht an die eigentliche Naht an der Nordgrenze Österreichs gebunden. Es wurden vielmehr 10 gut über das Land verteilte Punkte ausgewählt, die die nötigen Vergleichswerte zu liefern haben. Dabei wurden ebenso wie in § 2 die österreichischen Ferrolängen zunächst durch Subtraktion von  $17^{\circ} 40'$  den deutschen Greenwichlängen angenähert. Die Vergleichswerte sind in Tabelle 31 gegeben; Wie in früheren Fällen sind die Punktnummern der MT, System der "Ergebnisse", in Klammern beigelegt.

( Tabelle 31 )

Der Ausgleich nach Helmert - Thilo liefert sofort im Schwerpunkt der 66 verwendeten astronomischen Stationen, dessen Koordinaten im deutschen System :

$$\begin{aligned} \varphi_{10} &= 47^{\circ} 29' 55'' & 82) \\ \lambda_{10} &= 13 45 18 \end{aligned}$$

sind, die Elemente für die Transformation der Militärtriangulierung und der österr. Landesvermessung in das Reichsdreiecksnetz :

Tabelle 31 : Die Transformation der MT in Österreich.

	$\varphi_0$	$\varphi_5$	$d\varphi$	$\lambda_0$	$\lambda_5$	$d\lambda$	$KL$
1. Pfänder (704)	47°30'29.6101	28°76'16	+ 0.8485	9°46'52.4507	49°42'27	+ 3.0280	0.486 m
2. Birchkogel (675)	47 13 58.0514	57.1345	+ 0.9169	11 00 00.7656	57.6511	+ 3.1145	0.028
3. Großglockner (150)	47 04 31.0308	30.0145	+ 1.0163	12.41 43.6558	40.4490	+ 3.2068	0.591
4. Schafberg (144)	47 46 38.4412	37.3614	+ 1.0798	13 26 07.6827	04.5564	+ 3.1263	0.451
5. Gerlitzen (161)	46 41 43.7101	42.6101	+ 1.1000	13 54 57.6154	54.3195	+ 3.2959	0.525
6. Viehberg (60)	48 33 40.6683	39.4845	+ 1.1838	14 37 30.2836	27.2847	+ 2.9989	0.783
7. Hermanskogel (103)	48 16 16.5541	15.2900	+ 1.2641	16 17 44.1714	41.0600	+ 3.1114	0.342
8. Ötscher (83)	47 51 45.6913	44.5003	+ 1.1910	15 12 15.7489	12.5987	+ 3.1502	0.225
9. Schöckl (98)	47 11 56.0830	54.8745	+ 1.2085	15 28 03.2042	59.9472	+ 3.2570	0.169
10. Bacher (215)	46 29 42.4272	41.2189	+ 1.2083	15 29 20.4062	17.0813	+ 3.3249	0.477

$$d\varphi = + 1''1004$$

$$d\lambda = - 17^{\circ} 40' + 3''1543$$

$$d\alpha = - 5''525$$

$$k = + 244 \cdot 10^{-8} = + 10.6 E_7$$

83)

Die Darstellung ist für die Zwecke des Lotabweichungssystems vollständig ausreichend, die maximale Restklaffung 78 cm. Für die mit den Transformationsformeln :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= + 1''1004 \cos \ell + 244 \cdot 10^{-8} \varphi_5 + 3''7443 \sin \ell \\ d\lambda_K &= + 3''1543 + 1''097 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell + 165 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_K - 2679 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_K \\ d\alpha_K &= + 1''100 \sec \varphi_K \sin \ell + 165 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_K - 3''7329 \cdot \cos \ell \sec \varphi_K \end{aligned}$$

umgerechneten Punkte sind im folgenden die Ausgangswerte aus den "Ergebnissen" angeführt.

Jauerling (84)	48°20'24.5713	33°00'21.2195	östl. Ferro
Kleinmünchen (62)	48 15 40.6945	31 59 08.0181	
Laaerberg (709)	48 09 29.92	34 03 49.99	
Kremsmünster (711)	48 03 20.62	31 47 57.43	
Spindeleben (74)	47 55 40.7057	32 21 47.9120	
Wr. Neustadt (92)	47 47 28.8576	33 52 43.0897	
Liezen (78)	47 34 09.6091	31 54 14.6207	
Wechsel (97)	47 31 51.1115	33 34 53.8280	
St. Peter (162)	46 37 28.7967	31 59 34.8391	
Sigmundskron (715)	46 28 53.46..	28 58 08.77..	
Wurmberg (216)	46 28 28.1009	33 28 52.0309	
Kranichsfeld (218)	46 28 14.5866	33 21 09.7165	
Sonnblick	47 03 16.4180	30 37 29.4701	

Für die Punkte Laaerberg, Kremsmünster, Sigmundskron wurden die Koordinaten bereits für das "Lotabweichungssystem der österr.-ung. Militärtriangulierung" aus den Anschlußnetzen berechnet. Die zum Schluß angeführte Station Sonnblick ist gleichfalls als nicht 1.0. in den Ergebnissen nicht enthalten. Die mit den österreichischen Koordinaten berechneten Lotabweichungen in Azimut sind in der folgenden Tabelle 32 mit angegeben.

( Tabelle 32 )

Tabelle 32 : Partialsystem Österreich.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda$	$(\alpha' - \alpha)_0$	$(\alpha' - \alpha)_D$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$
1. Spittlmais (89)	48°47'15.734	21.21	- 5.87	15°56'38.69	- 2.19	+ 3.79	- 7.79	+ 5.13
2. Buschberg (102)	48 34 37.74	40.48	- 2.74	16 23 51.77	- 1.75	+ 3.79	- 4.67	+ 5.50
3. Viehberg (60)	48 33 36.46	40.67	- 4.21	14 37 30.28	- 3.02	+ 2.59	- 6.10	+ 4.39
4. Jauerling (84)	48 20 21.41	25.78	- 4.37	15 20 24.30	- 6.24	- 0.68	- 6.28	+ 1.07
5. Hermannkogel (103)	48 16 15.13	16.55	- 1.42	16 17 44.17	0.00	+ 5.51	- 3.35	+ 7.21
6. Kleinfirnhoeh (62)	48 15 34.79	41.74	- 6.95	14 19 11.08	-12.79	- 7.20	- 8.84	- 5.40
7. Laaerberg (709)	48 09 32.23	31.20	+ 1.03	16 23 53.13	+ 1.63	+ 7.13	- 0.90	+ 8.82
8. Hundsheimer (100)	48 07 60.13	58.93	+ 1.20	16 56 27.19	- 7.45	- 1.75	- 0.74	- 0.08
9. Schöpfpl (90)	48 05 22.24	18.86	+ 3.38	15 54 57.97	- 3.99	+ 1.52	+ 1.46	+ 3.24
10. Kremmünster (711)	48 03 23.05	21.75	+ 1.30	14 08 00.52	-10.54	- 4.97	- 0.58	- 3.17
11. Amninger (95)	48 02 51.08	53.98	- 2.90	16 14 52.65	+ 2.05	+ 7.54	- 4.83	+ 9.24
12. Haunsberg (145)	47 54 57.85	56.59	+ 1.26	12 59 52.84	-13.98	- 8.38	- 0.60	- 6.53
13. Ötacher (83)	47 51 50.12	45.69	+ 4.43	15 12 15.75	-17.08	-11.57	+ 2.52	- 9.83
14. Wr. Neustadt (92)	47 47 33.19	30.12	+ 3.07	16 12 46.28	+ 0.68	+ 6.15	+ 1.14	+ 7.84
15. Schneeberg (96)	47 46 32.98	27.19	+ 5.79	15 48 42.67	- 2.80	+ 2.68	+ 3.87	+ 4.39
16. Voralpe (73)	47 44 54.07	50.87	+ 3.20	14 44 16.31	-17.17	-11.65	+ 1.30	- 9.89
17. Liesen (78)	47 34 06.22	10.68	- 4.46	14 14 17.75	- 9.74	- 4.19	- 6.32	- 2.36
18. Wechael (97)	47 31 48.65	52.35	- 3.70	15 54 57.04	- 2.30	+ 3.15	- 5.62	+ 4.85
19. Pfänder (704)	47 30 28.60	29.61	- 1.01	9 46 52.45	-21.73	-16.08	- 2.80	-14.09
20. Schöckl (98)	47 11 49.99	56.08	- 6.09	15.28 03.20	- 5.04	+ 0.39	- 8.00	+ 2.10
21. Saualpe (160)	46 51 11.53	15.80	- 4.27	14 39 10.31	- 9.22	- 3.79	- 6.16	- 2.05
22. Hochstraden (221)	46 50 47.44	47.01	+ 0.43	15 56 01.40	- 7.57	- 2.19	- 1.49	- 0.51
23. St. Peter (162)	46 37 24.70	29.93	- 5.23	14 19 38.13	- 8.19	- 2.77	- 7.12	- 1.03
24. Baoher (215)	46 29 39.00	42.43	- 3.43	15 29 20.41	+ 4.55	+ 9.91	- 5.34	+11.59
25. Golioa (163)	46 29 33.08	31.71	+ 1.37	14 03 22.76	- 8.56	- 3.16	- 0.51	- 1.41
26. Sigmundskron (715)	46 28 49.11	54.39	- 5.28	11 18 12.00	- 8.81	- 3.31	- 7.10	- 1.43
27. Wurmburg (216)	46 28 22.75	29.33	- 6.58	15 48 55.39	- 5.37	- 0.02	- 8.50	+ 1.65
28. Kranichsfeld (218)	46 28 09.98	15.80	- 5.82	15 41 13.07	+ 4.28	+ 9.63	- 7.74	+11.30
29. Donati (214)	46 15 45.56	48.00	- 2.44	15 44 39.36	- 7.56	- 2.23	- 4.36	- 0.56
30. Mairhofberg (68)	48 21 53.58	66.52	-12.94	13 55 54.98	-22.87	-17.26	-14.82	-15.44
31. Hochschachen	48 20 04.05	11.50	- 7.45	13 29 53.09	-17.12	-11.50	- 9.32	- 9.66
32. Hofbrunn (640)	48 09 39.21	40.11	- 0.90	13 36 45.27	-13.81	- 8.21	- 2.77	- 6.38
33. Steiglberg	48 06 02.87	03.13	- 0.26	13 21 35.40	- 8.48	- 2.88	- 2.13	- 1.04
34. Spindel leben (74)	47 55 46.58	41.87	+ 4.71	14 41 51.03	-16.60	-11.06	+ 2.81	- 9.29
35. Hochbuchberg (69)	47 55 11.65	04.34	+ 7.31	14 17 49.65	-14.24	- 8.69	+ 5.42	- 6.90
36. Traunstein (70)	47 52 37.87	26.57	+11.30	13 50 29.26	-11.68	- 6.12	+ 9.42	- 4.31
37. Schafberg (144)	47 46 51.01	38.68	+12.33	13 26 07.10	-14.36	- 8.79	+10.46	- 6.96
38. Großer Friel (71)	47 43 15.37	04.04	+11.33	14 03 54.09	- 7.72	- 2.18	+ 9.45	- 0.39
39. Großer Fyrhgass (72)	47 39 17.38	12.64	+ 4.74	14 23 57.48	-12.04	- 6.52	+ 2.85	- 4.74
40. Hochschwab (82)	47 37 09.57	08.43	+ 1.14	15.08 39.70	- 7.67	- 2.18	- 0.77	- 0.44
41. Lugauer (79)	47 33 39.97	21.09	+18.88	14 43 37.75	- 1.82	+ 3.68	+16.98	+ 5.44
42. Grob wand (155)	47 30 24.22	13.57	+10.65	13 30 54.55	-15.39	- 9.86	+ 8.78	- 8.04
43. Birnhorn	47 28 17.45	32.00	-14.55	12 44 06.23	- 0.66	+ 4.90	-16.40	+ 6.75
44. Rofan (655)	47 27 36.46	30.56	+ 5.90	11 47 40.54	+10.01	+15.60	+ 4.07	+17.49
45. Gr. Bösenstein (75)	47 26 25.16	38.99	-13.83	14 24 19.60	- 5.08	+ 0.42	-15.72	+ 2.19
46. Hochkönig	47 25 09.76	15.92	- 6.16	13 03 50.58	5.84	- 0.30	- 8.02	+ 1.53
47. Ödwarapitze (666)	47 24 60.27	48.03	+12.24	11 25 32.64	-14.95	- 9.36	+10.41	- 7.45
48. Hochvogel (691)	47 22 60.42	52.36	+ 8.06	10 26 16.65	-19.48	-13.86	+ 6.26	-11.90
49. Rettenstein (148)	47 20 14.15	02.00	+12.15	12 17 51.63	- 5.87	- 0.31	+10.31	+ 1.56
50. Giffersberg (662)	47 16 25.17	07.41	+17.76	11 44 39.84	+ 8.98	+14.55	+15.93	+16.44
51. Muttekopf (692)	47 16 07.89	05.80	+ 2.09	10 39 10.59	- 6.30	- 0.70	+ 0.28	+ 1.24
52. Hochgolling (156)	47 15 50.25	61.38	-11.13	13 45 44.33	-10.52	- 5.02	-13.01	- 3.23
53. Birchkogel	47 13 74.95	58.05	+16.90	11 00 00.77	-27.87	-22.28	+15.08	-20.36
54. Reibrachkopf (149)	47 13 26.35	17.07	+ 9.28	12 56 36.74	+ 2.30	+ 7.82	+ 7.42	+ 9.65
55. Mosermandl	47 12 25.78	25.35	+ 0.43	13 23 50.49	-14.38	- 8.87	- 1.44	- 7.06
56. Seile (665)	47 11 49.90	34.74	+15.16	11 19 34.73	+21.95	+27.52	+13.34	+29.43
57. Hüttelalkogel (653)	47 11 27.27	07.99	+19.28	12 12 32.03	- 7.83	- 2.29	+17.44	- 0.43
58. Stanskogel (696)	47 10 29.87	27.30	+ 2.57	10 18 21.74	- 4.06	+ 1.54	+ 0.77	+ 3.50
59. Grobgloomer (150)	47 04 31.18	31.03	+ 0.15	12 41 43.66	- 1.75	+ 3.77	- 1.70	+ 5.61
60. Rothbleiskopf (104)	47 04 07.86	01.01	+ 6.85	10 31 47.57	- 7.93	- 2.35	+ 5.04	- 0.41
61. Zirbitzkogel (158)	47 03 47.26	51.40	- 4.14	14 34 08.41	- 9.91	- 4.46	- 6.03	- 2.71
62. Sonnblek	47 03 28.36	17.46	+10.90	12 57 32.55	- 3.15	+ 2.36	+ 9.04	+ 4.18
63. Ankogel (151)	47 03 07.91	06.42	+ 1.49	13 15 00.03	-11.97	- 6.47	- 0.38	- 4.66
64. Habicht (668)	47 02 50.20	40.79	+ 9.41	11 17 27.02	+12.82	+18.38	+ 7.59	+20.28
65. Hohe Geige (688)	47 00 26.66	20.14	+ 6.52	10 54 35.63	-12.17	- 6.60	+ 4.71	- 4.68
66. Glookturn (687)	46 53 44.47	38.56	+ 5.91	10 40 00.13	-28.03	-22.47	+ 4.10	-20.54

Das astronomische Material dieser Tabelle ist in zwei Gruppen angeordnet. Es umfaßt 29 Stationen der MT und 37 Stationen des Bundesvermessungsamtes. Die Behandlung nach unserem Näherungsverfahren liefert :

$$\begin{aligned} d\varphi_{10} &= + 1''876 \\ d\alpha_{10} &= - 1.80 \end{aligned} \quad 84 \text{ a)}$$

Größte Vorsicht erfordert jedoch die Ableitung der Längenkorrektion. Schließt man nämlich den Laaerberg als zu nahe dem Triangulierungshauptpunkt Hermannskogel gelegen aus, so bleiben bloß drei Laplacesche Punkte über. Um in Anbetracht dieser geringen Punktzahl wenigstens den Einfluß der astronomischen Beobachtungsfehler herabzudrücken, verwenden wir die in Tabelle 4 der oben erwähnten Abhandlung<sup>10)</sup> abgeleiteten astronomischen Verbesserungen  $d\alpha'$  und  $d\lambda'$  und finden damit die verbesserten ursprünglichen Lotabweichungen und Widersprüche :

Hermannskogel	$d\alpha' = + 0''02$	$d\lambda' = 0''00$	$(\alpha' - \alpha) = + 5''53$	$(\lambda' - \lambda) = + 5''94$	$w = + 1''10$
Laaerberg	+ 0.28	- 0.05	+ 7.41	+ 8.47	+ 1.10
Kremsmünster	+ 0.89	- 0.17	- 4.08	- 7.03	+ 1.15
Pfänder	+ 3.03	- 0.56	- 13.05	- 19.35	+ 1.22

Der mit Ausschluß von Laaerberg bestimmte mittlere Widerspruch wird + 1.16 und der Ausgleich dieser drei Widersprüche führt auf :

$$d\lambda_{10} = - 3''986 \quad 84 \text{ b)}$$

Damit ergeben sich die definitiven Lotabweichungen und Widersprüche :

Hermannskogel	$\Delta\alpha = + 7''23$ (+ 7.21)	$\Delta\lambda = + 9''87$ (+ 9.66)	$\bar{w} = - 0''14$
Laaerberg	+ 9.10 (+ 9.09)	+ 12.39 (+ 12.20)	- 0.13
Kremsmünster	- 2.28 (- 2.53)	- 3.03 (- 3.40)	- 0.03
Pfänder	- 11.06 (- 11.77)	- 15.22 (- 15.97)	+ 0.16

Zum Vergleich sind die Resultate des Lotabweichungssystems der alten Donaumonarchie in Klammern beige setzt. Die Übereinstimmung ist auffallend gut, wenn man bedenkt, daß die Beschränkung auf die reinen Alpengebiete eigentlich einen stärkeren Einfluß des regionalen Verhaltens erwarten läßt. Tatsächlich ist dies auf die geringe Zahl der Laplaceschen Punkte und vor allem darauf zurückzuführen, daß die Stationen nicht auf dem Alpenkamm liegen und besonders der Pfänder steil gegen das Bodenseebecken abfällt. Die meridionale Komponente zeigt schon ein ganz anderes Verhalten; der Breitenverschiebung 84 a) steht im gesamten österreichisch-ungarischen System  $d\varphi = - 0''64$  gegenüber. Das österr. Partialsystem darf gar nicht "absolut" sein, wenn nicht bei der späteren Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides für Europa der Einfluß der Alpen mehr oder weniger unterdrückt werden soll. Man erkennt hieraus die geophysikalische Notwendigkeit einer größeren, gut verteilten Gruppe von Laplaceschen Punkten, die auch im Programm des Bundesvermessungsamtes vorgesehen ist. Bei dem wesentlich spärlicheren Material des BVP, wie es für die früheren Untersuchungen vorlag, schien es angezeigt, die Alpenstörung zu umgehen. Ein gut verteiltes, flächenhaftes Netz astronomischer Punkte wird hingegen auch ohne isostatische Reduktion ein sicheres Resultat verbürgen.

Die Fragwürdigkeit des letzten Resultates (84 b) kommt schon im ursprünglichen Widerspruch zum Ausdruck. In § 8 wurde als Sollwert des mittleren Widerspruchs  $+ 2''74$  abgeleitet. Seine Änderung ist klein von höherer Ordnung und darf daher vernachlässigt werden. Zusammen mit  $d\alpha_{10} = - 1''80$  führt dieser Sollwert auf ein  $d\lambda_{10} = - 6''16$ , d.h. auf einen um  $2''17$  kleineren Betrag für die Längenverschiebung. Diese Differenz kann wohl kaum aus einer relativen Verdrehung des österreichischen Netzes gegenüber dem Ausgangs-Teilsystem Deutschland erklärt werden. Die Ursache kann daher allein in dem mehr zufälligen Verhalten der wenigen Laplaceschen Punkte Österreichs, besonders aber im Einfluß des Pfänder liegen, der das regional systematische Bild der Osthälfte der Alpen stört.

Die Ableitung einer möglichst absoluten Lotabweichung im Fundamentalpunkt Hermannskogel kann erst an späterer Stelle versucht werden. Wie wir gesehen haben, ergibt sich die Ostwestkomponente fast vollständig gleich wie im Lotabweichungssystem der Militärtriangulierung. Doch darf dies nicht zu dem Fehlschluß verleiten, daß die absolute Lotabweichung bereits gefunden ist; in der meridionalen Komponente tritt nämlich gegenüber dem System der MT eine Differenz von fast  $4''$  auf.

Hinsichtlich der geodätischen Verbindungen Österreichs mit den Nachbarstaaten darf auf die betreffenden Paragraphe verwiesen werden, um unnötige Wiederholungen zu vermeiden.

---

## Elftes Partialsystem : Italien .

Das italienische Fundamentalnetz ist in den Jahren 1861 - 95 hergestellt worden. Es wurde in 18 Teilnetzen berechnet, wobei als Ursprung für Norditalien und einen Teil Mittelitaliens Genua, für das restliche Mittelitalien Rom, Monte Mario, für Süditalien und Sizilien Castanea delle Furie bei Messina und für Sardinien Guardia Vecchia diente. Der Anschluß von Tunis erfolgte 1876, der Anschluß der Maltesischen Inseln an Sizilien 1900 und der Anschluß von Sardinien 1902. Für den Anschluß von Korsika steht bloß ein einziger Punkt zur Verfügung, so daß Maßstab und Orientierung des korsischen Netzes unverändert übernommen werden müssen. Noch vor dem 1. Weltkrieg erfuhr das Hauptnetz eine durchgreifende Neubearbeitung, deren Ergebnisse auf den Nullpunkt Genua bezogen sind und in den beiden Bänden "Elementi della rete geodetica fondamentale", Florenz 1908 u. 1919, niedergelegt wurden. Die im Friedensvertrag erworbenen Gebiete Südtirol (Venezia Tridentina) und Krain (Venezia Giulia) wurden in das Fundamentalnetz einbezogen. Speziell für die Einbeziehung von Südtirol diente die einzige gemeinsame Seite Monte Peralba-Birkenkofl. Als neuer Nullpunkt gilt Rom, Monte Mario, mit den astronomischen Werten (1905):

$$\begin{aligned}\varphi' &= 41^{\circ} 55' 25''.528 \\ \lambda' &= 12 27 06.840 \\ \text{Azimut nach Soratte} &= 6 35 00.97\end{aligned}\quad 85a)$$

Die geodätischen Längen sind auf den Nullmeridian Monte Mario bezogen. Aus den astronomischen Längenunterschieden ergeben sich für Rom im System der Albrechtschen Längenausgleichung folgende Einzelwerte:

Turin	$7^{\circ}41'47''.25 + 4^{\circ}45'19''.68$	$= 12^{\circ}27'06''.93$
Genua	$8 55 19.20 + 3 31 48.39$	$= 12 27 07.59$
Arcetri	$11 15 19.50 + 1 11 49.85$	$= 12 27 09.35$
Florenz	$11 15 37.50 + 1 11 28.89$	$= 12 27 06.39$
Bologna	$11 21 07.20 + 1 05 59.76$	$= 12 27 06.96$
Padua	$11 52 17.25 + 0 34 50.30$	$= 12 27 07.55$
Triest	$13 46 13.80 - 1 19 04.51$	$= 12 27 09.29$
Neapel	$14 15 21.00 - 1 48 11.26$	$= 12 27 09.74$
Catania	$15 05 09.00 - 2 37 59.77$	$= 12 27 09.23$

Die italienische geodätische Kommission setzte 1940 fest:

$$\begin{aligned}\varphi &= 41^{\circ}55'25''.51 \\ \lambda &= 0 00 00.00 \\ \lambda' &= 12 27 08.40 \\ \text{Azimut nach Soratte} \quad \alpha &= 6 35 00.88\end{aligned}\quad 85b)$$

Seit 1947 dient neben dem Besselschen Ellipsoid auch das Hayfordsche Ellipsoid als Referenzfläche. Die geographischen Koordinaten der Punkte 1.0. liegen im neuen System Rom auf beiden Bezugsflächen vor.

Ergänzend seien gleich an dieser Stelle einige Bemerkungen über die geodätische Verbindung mit den Nachbarstaaten gemacht. Die Verbindung mit Österreich wurde im Jahre 1943 durch Einbeziehung der italienischen Punkte Weißkugel und Tribulaun in das österreichische Netz erweitert. Sie können mangels der nötigen Unterlagen für die folgende Anfelderung leider nicht verwendet werden. Die Verbindung mit Frankreich besteht in dem Viereck Pointe du Four - Aiguille Rouge - Grande Rochere - Becca di Toss des Heilbronnerischen Alpenmeridians. Für den Zusammenschluß mit der Schweiz stehen nach Anfelderung des Alpenmeridians neun Punkte zur Verfügung. Ferner liegen Neumessungen aus den Jahren 1926 - 36 vor. Die Verbindung mit Jugoslawien erfolgt über die 1942 gemessene neue dalmatinische Kette. Schließlich nimmt die Verbindung mit Albanien ihren Ausgang von der Seite Saseno - Fano, die durch einige lange Sichten mit dem italienischen Festland verbunden ist. Die albanisch - griechische Verbindung vermittelt dann die Möglichkeit eines Anschlusses von Griechenland und des italienischen Netzes im Dodekanes.

Wie schon an anderer Stelle (l.c.1, §10) ausgeführt wurde, bildet die neue dalmatinische Kette<sup>19)</sup> ein wichtiges Glied für den Aufbau eines europäischen Einheitssystemes. Diese Kette hängt im Norden und Süden eng mit dem alten Wiener Meridian und dadurch mit dem jugoslawischen Landesnetz zusammen. Der alte Übergang über die mittlere Adria bei Pelagosa ist in ihr beibehalten und somit ein Ring um die nördliche Adria geschlossen. Begreiflicherweise muß dieser Ring die gesamte relative Spannung zwischen den beiden Landesnetzen aufdecken. Die Italiener haben daher die Kette in drei Abschnitte zerlegt; der Nordteil wurde über das neue Netz in Venezia Giulia eingerechnet, der Südteil über das große Adriaviereck Giovannichio - Tremiti - Monte Hum auf Lissa-San Giorgio. Die ganze Spannung in der Breite im Betrage von rund 18 m wurde durch Zwangsanschluß auf das kurze Mittelstück der Kette zwischen den Grenzseiten Osor 1942 - Veli Vrh na Krku im Norden und Zirje 1942 - Promina Velika im Süden verteilt, das dadurch eine Streckung um fast 0.1‰ (1dm pro km) erlitt.

Da leider weder französische noch Schweizer Vergleichspunkte zur Verfügung stehen, scheint sich die Einbeziehung Italiens in unser System am besten mittels der Seite Peralba - Birkenkofl und der Vergleichspunkte im Nord- und Südteil der dalmatinischen Kette durchführen zu lassen. Ein Versuch in dieser Richtung fiel aber ganz negativ aus. Abgesehen davon, daß ungewöhnlich große Restklaffungen in den Nahtpunkten verbleiben, ist es vor allem bedenklich, daß der Zwang einer einheitlichen starken Maßstabverkürzung für das ganze italienische Netz den Hauptpunkt Rom, Monte Mario zu weit nach Osten verschiebt. Dies hat nämlich eine negative Verschwenkung des Netzes um rund 2" zur Folge, während das Ergebnis unserer früheren Rechnungen (l.c.1, § 9) gerade umgekehrt eine positive Verschwenkung von etwa 4" erfordert, um eine absolute Orientierung zu gewährleisten. Dieser Sachverhalt legt folgendes Verfahren nahe. Der Südteil der dalmatinischen Kette wird wegen seiner kürzeren Verbindung mit Rom allein zur Ableitung der Verschiebungen  $d\varphi$  und  $d\lambda$  des

19) "Die Einbeziehung der neuen italienisch-dalmatinischen Kette in das Europäische Einheitssystem Potsdam und in die jugoslawische Landesvermessung," 1944, als Manuskript gedruckt.

Hauptpunktes verwendet und sodann das Adriaviereck fallen gelassen. Hierauf wird bei festgehaltener Lage von Monte Mario aus den nördlichen Nahtpunkten eine einheitliche Maßstabs- und Azimutkorrektur für das ganze italienische Netz abgeleitet.

Von den 11 Punkten des Südteils der dalmatinischen Kette sind 5, nämlich Promina velika, Mosor, Vela Straža na Solti, Sv. Nicola und Hum na Lastovu (S. Giorgio) identisch mit den alten Punkten der österreichischen Militärtriangulierung, die von den Jugoslawen mit unveränderten Koordinaten übernommen wurden. Vier weitere Punkte, die an Stelle von verlorenen Punkten der MT getreten sind, sind in der Kette und in der jugosl. Landesvermessung identisch. Von diesen neun Vergleichspunkten genügen fünf für die Ableitung der Transformationselemente. Sie wurden zuerst mittels 65) in das deutsche System umgerechnet. Für die Gegenüberstellung der so gewonnenen Sollwerte und der italienischen Koordinaten sind die auf Rom bezogenen Längen sofort durch Addition von  $12^{\circ}27'12''800$  den deutschen Längen angeglichen.

Tabelle 33 : Die Anfelderung des Südteils der dalmatinischen Kette

	$\varphi_{jug.}$	$\varphi_D$	$\varphi_I$	$d\varphi$	$\lambda_{jug.}$	$\lambda_D$	$\lambda_I$	$d\lambda$
Promina velika (292)	$43^{\circ}55'28''6678$	$30^{\circ}098$	$26^{\circ}946$	$+ 3''152$	$16^{\circ}10'29''1209$	$18''735$	$18''772$	$- 0''037$
Prapačnika II	$43\ 35\ 37.0371$	$38.488$	$35.311$	$+ 3.177$	$16\ 10\ 19.5366$	$.09.195$	$09.221$	$- 0.026$
Vela Straža (303)	$43\ 23\ 12.5402$	$14.010$	$10.821$	$+ 3.189$	$16\ 16\ 01.6882$	$51.370$	$51.379$	$- 0.009$
Sv. Nicola (305)	$43\ 08\ 39.7892$	$41.298$	$38.096$	$+ 3.202$	$16\ 36\ 08.8377$	$58.538$	$58.531$	$+ 0.007$
Hum (S. Giorgio, 308)	$42\ 45\ 04.9912$	$06.542$	$03.328$	$+ 3.328$	$16\ 51\ 55.4585$	$45.200$	$45.185$	$+ 0.015$

Für die Anfelderung diente Vela Straža als Nullpunkt. Nach einer ersten Breitenverschiebung um  $+ 3''189$  findet man daselbst die Elemente:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 3''1828 \\
 d\lambda &= 12^{\circ}27'12''7873 \\
 d\alpha &= - 1''539 \\
 k &= - 1091 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}
 \tag{86}$$

und durch Übertragung in Rom, Monte Mario:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 3''162, & \varphi &= 41^{\circ}55'28''672 \\
 d\lambda & & \lambda &= 12^{\circ}27'12.802.
 \end{aligned}
 \tag{87}$$

Für die Bestimmung von  $d\alpha$  und  $k$  verwenden wir jetzt die beiden Punkte Birkenkofl und Peralba sowie die drei Vergleichspunkte des nördlichen Kettenabschnittes, Osor 1942, Tuhobič und Blegaš. Die österr. Koordinaten der beiden ersten Punkte sind:

$$\begin{aligned}
 \text{Birkenkofl} &: \varphi = 46^{\circ}40'50''474, \lambda = 29^{\circ}55'27''342 \text{ östl. Ferro} \\
 \text{Peralba} &: \varphi = 46\ 37\ 48.131, \lambda = 30\ 23\ 13.454
 \end{aligned}$$

Da Birkenkofl auch unmittelbar in deutschen Koordinaten vorliegt, bietet die Umrechnung von Peralba keine Schwierigkeiten. Wir rechnen beide Punkte mit den Elementen 83) um und bringen die in Birkenkofl auftretenden Differenzen gegenüber den unmittelbaren deutschen Werten ( $d\varphi = - 0''136$ ,  $d\lambda = - 0''096$ ) auch an das Umformungsergebnis in Peralba an. Für die drei Punkte im Nordteil

der Kette bringt die folgende kleine Übersicht die jugoslawischen Ausgangswerte und die mit 65) abgeleiteten "Sollwerte":

	$\varphi_{jug}$	$\varphi_D$	$\lambda_{jug}$	$\lambda_D$
Elegas (169)	46°09'54"5270	55"675	14°07'05"4990	54"886
Tuhobič (184)	45 20 04.2140	05.450	14 38 47.1690	36.652
Osor 1942	44 40 17.9720	19.230	14 21 59.0690	48.654

Schließlich sind in Tabelle 34 neben den italienischen Originalkoordinaten - wobei die Längen sofort um 12°27'12"802 vergrößert sind - die infolge der Breitenverschiebung 87) geänderten Sekundenbeträge ausgewiesen. Die restlichen Differenzen müssen jetzt allein aus der Änderung des Azimuts und des Maßstabes erklärt werden.

Tabelle 34 : Die Ableitung der Azimut - und Maßstabskorrektion

	$\varphi_0$	$\varphi_i$	$\bar{\varphi}_i$	$d\varphi$	$\lambda_0$	$\lambda_i$	$\bar{\lambda}_i$	$d\lambda$
Birkenkofl	46°40'51"399	48"814	51"975	- 0"576	12°15'30"501	30"316	30"304	+ 0"197
Peralba	46 37 49.020	46.531	49.692	- 0.672	12 43 16.605	16.528	16.544	+ 0.061
Elegas	46 09 55.675	53.148	56.307	- 0.632	14 06 54.886	54.479	54.575	+ 0.311
Tuhobič	45 20 05.450	02.862	06.020	- 0.570	14 38 36.652	36.327	36.450	+ 0.202
Osor 1942	44 40 19.230	16.617	19.776	- 0.546	14 21 48.654	48.395	48.500	+ 0.154

Ausgleichung liefert:

$$\begin{aligned} d\alpha &= + 3"255 \\ k &= - 3587 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad 87a)$$

und man findet folgende für die Transformation der astronomischen Punkte ausreichende Formeln:

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 3"162 \cos \ell - 3587 \cdot 10^{-8} \varphi_s - 2"43 \sin \ell \\ d\lambda &= 12°27'12"802 + 3"15 \operatorname{tg} \varphi_\kappa \sin \ell - 2669 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_\kappa + 1578 \cdot 10^{-8} \varphi_s \sec \varphi_\kappa \\ d\alpha &= + 3"16 \sec \varphi_\kappa \sin \ell - 2669 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_\kappa + 2"422 \cos \ell \sec \varphi_\kappa. \end{aligned} \quad 88)$$

Hinsichtlich der geodätischen Originalkoordinaten und der unmittelbaren azimutalen Lotabweichungskomponenten darf hier auf die wiederholt erwähnte Arbeit<sup>1)</sup> verwiesen werden. Von den dort angeführten 57 Stationen scheiden 11 aus, weil in ihnen nur eine Lotabweichungskomponente gegeben ist. Die mit einem Sternchen versehenen Lotabweichungen in Azimut (Tabelle 35) sind vom System Genua durch genäherte Interpolation umgerechnet. Der große Laplace'sche Widerspruch in Milano (l.c.1, § 9) konnte aus einem 10"-Fehler in der geodätischen Länge geklärt werden. Das Mittel der 13 Laplaceschen Widersprüche  $w_m = - 1"49$  bleibt hinter dem Sollwert + 2"7 über 1" zurück. Es läßt dies keinerlei sicheren Schluß zu. Die Differenz könnte durch eine geringfügige Änderung der Längenkorrektur in Rom beseitigt werden. Sehr auffallend ist die Häufung der großen positiven Lotabweichungen in Länge und Azimut im Nordwesten des Landes, die offenbar durch den Geoidabfall von den Hochalpen zur Poebene bedingt sind. Überhaupt muß bei der eigenartigen Gestalt des Lan-

des und seiner Lage im Mittelmeerraum größtes Augenmerk auf die Verteilung der astronomischen Punkte gerichtet werden, wenn man nicht ein ganz falsches Bild gewinnen will. Wir schließen daher die am Osthang der französischen Alpen gelegenen Stationen Mombarone, Mte Vesco, Mte Crea, Eremo di Cherasco, Mte Settepani und Capo Noli bei der Bearbeitung des Lotabweichungssystems aus. Durch den Laplaceschen Punkt Turin, der übrigens die größte positive Lotabweichung aufweist, sowie durch die Stationen Bric Torniola und Mondovi ist dem Charakter des westlichsten Oberitalien sicher genügend Rechnung getragen.

Insgesamt bleiben demnach 40 Stationen für die Auswertung des italienischen Partialsystems. Ergänzt man nach 6) die 8 fehlenden Azimute und die 19 fehlenden Längen, so findet man die Mittelwerte:

$$\begin{aligned} (\varphi' - \varphi)_m &= - 0^{\circ}43 \\ (\lambda' - \lambda)_m &= - 2.71 \\ (\alpha' - \alpha)_m &= - 0.31 \end{aligned} \quad 89)$$

Die mittleren Lotabweichungen in Breite und Azimut sind genügend klein, um die Formeln 8) sofort auf die Hauptglieder beschränken zu können.

In weiterer Folge findet man schließlich im Schwerpunkt der verwendeten 40 Stationen:

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= 42^{\circ} 26' 02'' \\ \lambda_{11} &= 12 10 28 \end{aligned} \quad 90)$$

die nur geringfügig von den ersten Näherungen abweichenden Reduktionen auf das absolute System:

$$\begin{aligned} d\varphi_{11} &= - 0^{\circ}432 \\ d\lambda_{11} &= - 2^{\circ}736 \\ d\alpha_{11} &= - 0^{\circ}34 \end{aligned} \quad 91)$$

Es zeigt sich also, daß die bei der Anfelderung aufgetauchten Bedenken gerechtfertigt sind und daß das eingeschlagene Verfahren auf eine annähernd absolute Orientierung geführt hat. Bei der ziemlich weitgehenden absoluten Orientierung des ganzen Netzverbandes bestätigt dies umgekehrt, daß die astronomischen Kontrollen bei der fortgesetzten Anfelderung nach dem Verfahren von Helmert-Thilo unerlässlich sind. Zum Schluß richten wir unsere Aufmerksamkeit noch auf den Laplaceschen Restwiderspruch im Fundamentalpunkt Rom, Monte Mario. Sein Betrag ist entgegengesetzt gleich dem bei Verwendung der italienischen Originalkoordinaten aufgetretenen mittleren Widerspruch, wie es natürlich sein muß. In ihm wirken sich ja die astronomischen Fehler der Ausgangswerte aus. Daß wir hier eine andere astronomische Länge für Rom eingeführt haben, ist belanglos, weil dieser Wechsel die astronomischen Längenunterschiede zwischen Rom und den übrigen Stationen nicht berührt.

Tabelle 35 : Partialsystem Italien.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Oderzo	45°46'48:50	58:18	- 9:68	12°29'	40:53 (+ 3:74)	+ 4:17			- 9:25		+ 4:53	
2. Monbarone	45 34 46.65	71.82	-25.17	7 53 64:13	37:45 +26.68				-24.74	+29:42		
3. Milano, Duomo	45 27 33.49	53.24	-19.75	9 11 27.34	24.89 + 2.45	+ 2.92	+ 1.17		-19.32	+ 5.19	+ 3.28	- 0:42
4. Monte Vesoo	45 19 05.57	29.15	-23.58	7 59 59.99	25.63 +34.36				- 6.48	+21.74		
5. Monte Crea	45 05 38.25	45.16	- 6.91	8 16 47.46	28.46 +19.00				+ 5.89	- 9.08		
6. Tortona	44 53 44.51	39.05	+ 5.46	8 52 07.52	19.34 -11.82	(- 6.85)			-23.15	+37.10		
7. Bric Torniola	44 49 22.90	23.82	- 0.92	7 58 44.28	35.57 + 8.71	(+ 7.63)			- 0.49	+11.45		
8. Eremo di Cherasco	44 36 26.92	11.94	+14.98	7 48 49.31	15.50 +33.81				+15.41	+36.55		
9. Mondovì	44 23 42.37	27.34	+15.03	7 49	47.72 (+17.28)	+13.58			+15.46		+13.93	
10. Monte del Telegr.	44 19 33.32	38.69	- 5.37	9 10	10.94 (-13.14)	- 7.69			- 4.94		- 7.34	
11. Monte Settepani	44 14 42.11	46.54	- 4.43	8 11	54.85	+13.61			- 4.00		+13.96	
12. Capo Noli	44 11 35.04	39.02	- 3.98	8 25	11.66	+17.40			- 3.55		+17.75	
13. Bertinoro	44 08 45.59	32.76	+12.83	12 08	25.62 (- 1.80)	+ 0.24			+13.26		+ 0.59	
14. Montaluro	43 54 43.34	33.44	+ 9.90	12 46 30.84	33.99 - 3.15	(- 0.69)			+10.33	- 0.41		
15. Monte Carpegna	43 48 22.83	08.83	+14.00	12 19	17.67 (+ 1.03)	+ 2.20*			+14.43		+ 2.55	
16. Monte Conero	43 33 15.92	08.20	+ 7.72	13 36 22.87	25.68 - 2.81	(- 0.45)			+ 8.15	- 0.07		
17. Alta S. Egidìo	43 18 46.98	41.92	+ 5.06	12 00	17.68 (- 9.55)	- 5.06			+ 5.49		- 4.72	
18. Lissa	43 01 45.20	48.87	- 3.67	16 06	55.51 (-18.31)	-11.00*			- 3.24		-10.66	
19. Monte Peglia	42 49 09.14	06.94	+ 2.20	12 12	39.46 (- 9.48)	- 4.95			+ 2.63		- 4.61	
20. Monte Cimino	42 24 30.81	29.00	+ 1.81	12 12	09.32 (- 9.95)	- 5.22			+ 2.24		- 4.88	
21. Monte Soratte	42 14 46.45	45.02	+ 1.43	12 30	12.45 (-10.98)	- 5.89			+ 1.86		- 5.55	
22. Ternoli	42 00 23.91	15.88	+ 8.03	14 59 49.05	53.15 - 4.10	(- 1.25)			+ 8.46	- 1.36		
23. Roma, Monte Mario	41 55 25.51	28.67	- 3.16	12 27 08.40	12.80 - 4.40	- 3.26	- 0.32		- 2.73	- 1.66	- 2.92	- 1.81
24. Fiumicino	41 46 14.64	17.18	- 2.54	12 13	45.90 (- 4.26)	- 1.35			- 2.11		- 1.02	
25. Monte Pisarello	41 28 36.11	40.57	- 4.46	12 36	34.48 (- 4.59)	- 1.55			- 4.03		- 1.22	
26. Monte Circeo	41 13 43.48	49.29	- 5.81	13 04	13.13 (- 4.20)	- 1.28			- 5.38		- 0.95	
27. Guardia Vecchia	41 13 20.60	22.82	- 2.22	9 23 59.50	61.49 - 1.99	+ 2.30*	+ 3.61		- 1.79	+ 0.75	+ 2.63	+ 2.14
28. Bari delle Puglie	41°08'24.04	20.99	+ 3.05	16 50	48.84 (- 2.96)	- 0.46			+ 3.48		- 0.13	
29. Isola di Ponza	40 52 55.98	64.05	- 8.07	12 57	28.61 (-10.35)	- 5.28			- 7.64		- 4.95	
30. Mte. Poi di Fic.	40 38 59.85	64.21	- 4.36	15 42	34.98 (-11.76)	- 6.17			- 3.93		- 5.84	
31. Base di Lecco, NO	40 14 45.64	52.18	- 6.54	18 07	..... (- 9.18)	- 4.44			- 6.11		- 4.11	
32. Cagliari	39 13 10.15	17.32	- 7.17	9 06 59.53	64.63 - 5.10	- 4.31	- 1.88		- 6.74	- 2.36	- 3.99	- 2.50
33. Castanea d. Furie	38 15 53.64	57.81	- 4.17	15.31	18.60 (-10.08)	- 4.75			- 3.74		- 4.43	
34. Catania, Oss.	37 30 12.93	15.87	- 2.94	15 04 68.17	50.80 +17.37	(+12.06)			- 2.51	+20.11		
35. Paolino	36 41 49.15	55.43	- 6.28	15 05 41.22	31.92 + 9.30	+ 8.88	+ 3.32		- 5.85	+12.04	+ 9.19	+ 1.99
36. Trieste, Oss. Astr.	45 38 35.51	40.54	- 5.03	13 46 12.91	32.93 -20.02	(-12.82)			- 4.60	-17.28		
37. Padova, Oss. Astr.	45 24 01.20	09.11	- 7.91	11 52 18.10	11.85 + 6.25	+ 7.42	+ 2.97		- 7.48	+ 8.99	+ 7.78	+ 1.38
38. Torino, Oss. Astr.	45 04 08.29	18.12	- 9.83	7 41 48.72	11.57 +37.15	+26.29	- 0.01		- 9.40	+39.89	+26.64	- 1.60
39. Bologna, Oss. Astr.	44 29 52.23	49.97	+ 2.26	11 21 08.64	13.83 - 5.19	- 2.10	+ 1.54		+ 2.69	- 2.45	- 1.75	- 0.03
40. Genua, Inst. R. Mar.	44 25 08.22	12.16	- 3.94	8 55 20.01	21.83 - 1.82	+ 0.29	+ 1.56		- 3.51	+ 0.92	+ 0.64	+ 0.00
41. Firenze, I. C. M.	43 46 49.47	40.22	+ 9.25	11 15 39.51	40.21 - 0.70	+ 0.88	+ 1.36		+ 9.68	+ 2.04	+ 1.23	- 0.18
42. Aretri, Oss. Astr.	43 45 14.87	03.67	+11.20	11 15 18.55	19.63 - 1.08	+ 2.46	+ 3.21		+11.63	+ 1.66	+ 2.81	+ 1.66
43. Livorno, R. d. Nav.	43 31 47.30	41.35	+ 5.95	10.18 22.63	32.27 - 9.64	- 5.88	+ 0.76		+ 6.38	- 6.90	- 5.54	- 0.79
44. Napoli Cap., Oss.	40 51 45.70	52.43	- 6.73	14 15 19.66	25.51 - 5.85	(- 2.34)			- 6.30	- 3.11		
45. Garleforts, Oss.	39 08 09.00	13.82	- 4.82	8 18	46... (-10.28)	- 5.00*			- 4.39		- 4.68	
46. Palermo, Oss.	38 06 54.71	51.84	+ 2.87	13 21 22.61	15.82 + 6.79	+ 6.33	+ 2.14		+ 3.30	+ 9.53	+ 6.65	+ 0.77

\*) Die Azimute sind vom System Genua durch genäherte Interpolation gewonnen.

## Zwölftes Partialsystem : Schweiz.

Für die Anfelderung der Schweiz stehen leider nur wenige Vergleichspunkte im Gebiet des Bodensees zur Verfügung. Unmittelbar in deutschen und Schweizer Koordinaten liegen nur die beiden Punkte Pfänder und Gäbris vor. Die deutschen Koordinaten des Schweizer Zentrums auf Säntis konnten aus der Angabe errechnet werden, daß dieses neue Zentrum 70 cm südlich vom verlorenen österreichischen Gradmessungspunkt liegt. Auf dem Punkt Frastanzer Sand liegen das Schweizer und das österr. Zentrum um rund 650 m. auseinander, ohne daß die Zentrierungselemente bekannt sind. Hingegen ließ sich eine ähnliche Schwierigkeit auf der deutschen Station Hersberg beheben, weil die Kenntnis der 1937 gemessenen zentrierten Winkelwerte im Bodenseedreieck Pfänder - Hersberg - Gäbris die Berechnung der Schweizer Koordinaten des deutschen Zentrums Hersberg aus der Basis Pfänder - Gäbris ermöglichte.

Das auf dem Besselschen Ellipsoid berechnete Schweizer Fundamentalmessnetz hat den Ursprung Bern :

$$\begin{aligned} \varphi' = \varphi &= 46^{\circ}57'08''.66 && 92 \text{ a)} \\ \lambda &= 0 \text{ } 00 \text{ } 00.00 \end{aligned}$$

Die astr. Azimute nach den Punkten Röthi, Gurten und Chasseral wurden aus Plantamours Azimutmessung des Blitzableiters des Hauses auf Gurten  $\alpha' = 180^{\circ}00'37''.59$  abgeleitet. ("Schweizer Dreiecksnetz", Band 5, Seite 189/90). Die Schweiz hat das modernste Längennetz, das in die Albrechtsche Längenausgleichung eingerechnet wurde. Aus dem Vergleich der so gewonnenen Greenwichlängen mit den geodätischen Längenunterschieden gegenüber Bern wurde 1936 für die neue Landeskarte der Schweiz die Länge des Nullpunktes der Landesvermessung :

$$\lambda = 7^{\circ} 26' 20''.0000 \quad 92 \text{ b)}$$

ermittelt<sup>20)</sup>. Die spätere direkte Einbeziehung von Bern in das astronomische Längennetz ergab durch Ausgleichung des Dreiecks Zürich - Gurten - Bern schließlich<sup>21)</sup>:

$$\lambda' = 29^{\text{m}} 45^{\text{s}}.500 = 7^{\circ} 26' 22''.500 \text{ östl. Gr.} \quad 92 \text{ c)}$$

Im folgenden sind durchwegs die Schweizer geodätischen Längen mit 92 b) auf Greenwich umgerechnet, so daß im Ursprung Bern eine Lotabweichung in Länge im Betrage von + 2''5 auftritt.

20) "Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz", Band 21, 1936, Seite 242 - 244.

21) Bericht der Schweizer Geodätischen Kommission für die Tagung der U.G.G. in Washington, 1939.

Unsere leider unmittelbar benachbarten vier Vergleichspunkte :

	$\varphi_D$	$\varphi_S$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_S$	$d\lambda$
Hersberg	47°40'08"9392	10°7936	- 1"8544	9°21'02"5434	00°7940	+ 1"7494
Pfänder	47 30 29.6101	31.4503	- 1.8402	9 46 52.4507	50.7369	+ 1.7138
Gäbris	47 22 55.8496	57.6862	- 1.8362	9 28 07.7874	06.0343	+ 1.7531
Säntis	47 15 00.8278	02.66..	- 1.83..	9 20 39.5188	37.75..	+ 1.77..

liefern die auf Gäbris bezogenen Elemente :

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= - 1"8361 \\
 d\lambda &= + 1.7512 \\
 d\alpha &= - 1.564 \\
 k &= - 1735 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}
 \tag{93}$$

Ihre Übertragung in den Schwerpunkt des aus 50 Punkten bestehenden Teilsystems, dessen deutsche Koordinaten sind :

$$\begin{aligned}
 \varphi_{12} &= 46^\circ 53' 57'' \\
 \lambda_{12} &= 7 55 16
 \end{aligned}
 \tag{94}$$

ergibt daselbst die für die Umrechnung der astronomischen Punkte verwendeten Formeln :

$$\begin{aligned}
 d\varphi_K &= - 1"8333 \cos \ell - 1735 \cdot 10^{-8} \varphi_S'' + 0"964 \sin \ell \\
 d\lambda_K &= + 1"9495 - 1"828 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell - 1185 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{sec} \varphi_K - 682 \cdot 10^{-8} \varphi_S'' \operatorname{sec} \varphi_K \\
 d\alpha_K &= - 1"833 \operatorname{sec} \varphi_K \sin \ell - 1185 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_K - 0"961 \cos \ell \operatorname{sec} \varphi_K
 \end{aligned}
 \tag{95}$$

Das gesamte Material der schweizerischen Polhöhen - und Azimutmessungen ist auf den Seiten 264 - 269 des 10. Bandes der "Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz", Zürich, 1907, zusammengestellt. Es umfaßt 15 Hauptstationen und 45 an das Hauptnetz angeschlossene Stationen. Hinzu treten die 12 Stationen des neuen Längennetzes, die in der Schlußabelle des 21. Bandes, Seite 244, zu finden sind, sowie die ältere Längenmessung auf dem Punkt Weissenstein (17. Band, Seite 95). Ausgeschlossen von der Bearbeitung wurden alle jene Punkte, auf denen bloß die Polhöhe beobachtet wurde, ferner die Längenstationen Bellinzona und Poschiavo, beides trigonometrische Punkte 4. Ordnung, auf denen keine zweite Lotabweichungskomponentegebildet werden kann, aus demselben Grunde Chur und schließlich die das zerstörte Meridiankreiszentrum in Basel ersetzende neue Station Basel - Binningen. Es stehen somit 50 astronomische Stationen, darunter mit Einschluß des Pfänder 11 Laplacesche Punkte zur Verfügung. Die Umrechnung der geodätischen Koordinaten und azimutalen Lotabweichungskomponenten ist in Tabelle 36 durchgeführt. Die Schweizer Originalkoordinaten sind für die Stationen des Hauptnetzes auf 4, für die angeschlossenen Stationen auf bloß 2 Dezimalen gegeben. Dementsprechend werden die Umrechnungswerte auf 3, resp. 2 Stellen ausgewiesen.

Weitere Polhöhenbestimmungen bis zum Jahre 1910 sind im 13. Bande der astr.-geod. Arbeiten veröffentlicht. Jüngeres Material an Lotabweichungspunkten ist leider noch nicht publiziert. Doch darf in diesem Zusammenhang nicht unerwähnt bleiben, daß die vorbildlichen Untersuchungen der Schweiz zum Problem der

Erdfigur durch das astronomische Nivellement im Meridian des St.Gotthard (Bd.19 und 20 der "Astr.-geod.Arbeiten") und im Parallel von Zürich (kurzer Bericht Hunzikers für die Tagung der U.G.G. in Washington 1939) eine überaus wertvolle Fortsetzung gefunden haben.

Tabelle 36 : Die Umrechnung der astronomischen Punkte der Schweiz.

	$\varphi_s$	$\varphi_D$	$\lambda_s$	$\lambda_D$	$(\alpha'-\alpha)_s$	$d\alpha$
Hohentwiel	47°45'57".8944	56°023	8°49'09".9608	11°760	+ 7".18	- 1".51
Hersberg	47 40 11.2615	09.405	9 21 00.9679	02.719	+ 0.40	- 1.56
Basel, Mer.-Zentr.	47 33 42.8156	40.935	7 34 51.1859	53.113	+ 0.12	- 1.39
Pfänder	47 30 31.4503	29.610	9 46 50.7369	52.451		
Lägern	47 28 58.4068	56.545	8 24 03.6854	05.537	+ 4.50	- 1.47
Wiesen	47 24 13.7283	11.863	7 52 55.9245	57.829	+ 3.68	- 1.42
Gäbris	47 22 57.6858	55.850	9 28 06.0343	07.787	- 1.60	- 1.56
Zürich, Sternwarte	47 22 45.6565	43.804	8.33 04.1648	06.005	- 1.30	- 1.48
Hörnli	47 22 20.2212	18.376	8 56 32.2726	34.075	- 3.19	- 1.51
Chasseral	47 08 03.6527	01.791	7 03 34.2923	36.287	+ 7.59	- 1.33
Rigi	47 03 28.9565	27.123	8 29 08.6113	10.470	- 4.11	- 1.46
Napf	47 00 17.8037	15.964	7 56 25.2439	27.158	- 0.33	- 1.41
Neuchatel, Sternw.	47 00 06.2442	04.389	6 57 14.2324	16.242	+ 9.18	- 1.32
Bern	46 57 08.6600	06.816	7 26 20.0000	21.964	0.00	- 1.36
Gurten B.	46 55 06.9971	05.155	7 26 38.5733	40.538	+ 2.52	- 1.36
Suchet	46 46 25.2332	23.384	6 27 58.8463	60.911	+10.39	- 1.27
Berra	46 40 38.2112	36.380	7 11 03.1748	05.173	-10.61	- 1.33
Naye	46 25 59.0703	57.251	6 58 34.4054	36.432	-16.89	- 1.31
Dole	46 25 35.9625	34.130	6 05 58.8451	60.956	+ 8.04	- 1.23
Brig(Simplontunnel)	46 19 41.3484	39.552	8 00 17.0002	18.932	- 3.38	- 1.40
Genf, Sternwarte	46 12 03.6866	01.869	6 09 09.1006	11.213	- 1.35	- 1.23
Achenberg	47 35 18.32	16.45	8 15 40.08	41.94	+ 3.52	- 1.46
Egg (alt)	47 35 12.76	10.88	7 57 43.83	45.72	+ 4.30	- 1.43
Nollen A	47 29 41.95	40.10	9 07 23.14	24.92	+ 2.75	- 1.54
Hohentannen	47 27 17.12	15.28	9 18 22.77	24.53	- 0.49	- 1.55
Rämel	47 26 48.03	46.15	7 25 13.22	15.17	+ 0.93	- 1.37
Weissenstein	47 15 14.11	12.25	7 30 39.82	41.77	+ 3.92	- 1.38
Säntis	47 15 02.66	00.83	9 20 37.75	39.52	- 4.46	- 1.55
Luzern, Dreilinden	47 03 40.59	38.75	8 19 16.42	18.30	+ 1.44	- 1.45
Tete de Rang	47 03 23.62	21.76	6 51 24.26	26.28	+ 9.53	- 1.31
Lüscherz	47 02 32.04	30.19	7 09 45.88	47.87	+ 6.25	- 1.34
Frienisberg	47 01 44.55	42.70	7 20 19.49	21.46	+ 1.44	- 1.36
Chaumont	47 01 27.34	25.48	6 57 14.22	16.23	+ 9.44	- 1.32
Hammetschwand	47 00 05.93	04.10	8 23 55.55	57.42	+ 3.56	- 1.45
Portalban	46 54 59.85	58.00	6 57 14.24	16.25	+ 1.75	- 1.32
Briener Rothorn	46 47 18.28	16.45	8 02 50.22	52.13	- 2.76	- 1.41
Middes	46 46 13.03	11.19	6 57 12.90	14.92	- 1.64	- 1.31
Gurnigel	46 45 05.12	03.29	7 27 39.51	41.48	+ 6.53	- 1.36
Moudon	46 40 19.09	17.25	6 46 05.04	07.08	+ 1.86	- 1.30
Oberried	46 20 53.39	51.63	8 00 43.83	45.73	+ 2.77	- 1.45
Chalet sur Lau- sanne	46 33 40.53	38.70	6 38 54.75	56.80	+ 4.59	- 1.28

	$\varphi_s$	$\varphi_B$	$\lambda_s$	$\lambda_B$	$(\alpha' - \alpha)_s$	$d\alpha$
Rosswald	46°18'34"38	32°59	8°03'16"39	18°32	-14'79	- 1"40
Simplon	46 14 52.54	50.75	8 01 44.83	46.76	- 4.35	- 1.40
Iselle, Observ.	46 12 29.03	27.24	8 12 01.59	03.51	+11.41	- 1.41
Mognone	46 11 48.75	46.98	8 57 05.31	07.16	+ 5.24	- 1.48
Giubiasco	46 10 03.49	01.72	8 59 58.79	60.63	- 9.52	- 1.49
Cadenazzo	46 09 12.72	10.95	8 57 48.74	50.59	- 2.98	- 1.48
Tiglio	46 08 56.36	54.59	9 00 32.03	33.87	-15.15	- 1.49
Arpille	46 04 42.07	40.27	7 00 24.08	26.12	+ 9.08	- 1.30
Generoso	45 55 56.90	55.15	9 01 13.47	15.32	-12.83	- 1.48

Zur Aufstellung des Lotabweichungssystems in der folgenden Tabelle 37 ist zu bemerken, daß die Trennung in Haupt- und Nebenstationen fallen gelassen wurde. Ferner wurden wieder im österreichischen Punkt Pfänder die astronomischen Werte für Länge und Azimut um die auf Seite 68 eingeführten Korrekturen abgeändert. Der Mittelwert der 11 Laplaceschen Widersprüche  $w_m = + 2.16$  bleibt nur um 0"58 hinter dem Sollwert + 2.74 zurück. Wir schließen daraus, daß die Schweiz bei dem Anschluß keine systematische Verdrehung erfahren hat, also die Orientierung des Partialsystems einwandfrei ist. Die geringe Breiten- und Längenausdehnung des Netzes gestattet bei der Berechnung der Korrekturen auf das "absolute" System gewisse Vereinfachungen. Man findet aus den Polhöhen und Azimuten :

$$d\varphi_{12} = - 2"313$$

$$d\alpha_{12} = + 1.71$$

96)

und aus den 11 Laplaceschen Widersprüchen :

$$d\lambda_{12} = - 0.605 .$$

Letzterer Wert erfordert eine nähere Diskussion. Zunächst weicht der Schwerpunkt der 11 Laplaceschen Punkte nur um wenige Minuten vom Schwerpunkt 94) ab. Sodann stimmt der Betrag :

$$d\alpha_{12} - d\lambda_{12} \sin \varphi_{12} = + 2"15$$

fast vollständig mit dem mittleren Widerspruch + 2"16 überein. Mithin ist, die Konstanz dieses Mittelwertes vorausgesetzt, aus allen 50 Punkten sehr nahe das gleiche Ergebnis zu erwarten, wenn diese zu Laplaceschen Punkten ergänzt wären.

Besonderes Interesse beansprucht noch die Lotabweichung im Fundamentpunkt Bern. Um die relative Lotabweichung gegen Rauenberg zu bestimmen, müssen wir unseren Netzverband um die Beträge (siehe Tab.1)

$$d\varphi_0 = + 0"17 , d\lambda_0 = + 1"10 , d\alpha_0 = + 3"55$$

im Punkte Rauenberg verschieben und verdrehen. Die Korrekturen in Bern :

$$d\varphi_B = + 0"39 , d\lambda_B = + 0"56 , d\alpha_B = + 3"13$$

ergeben dann zusammen mit den ursprünglichen Lotabweichungskomponenten der letzten Tabelle die gesuchten Werte :

$$(\varphi' - \varphi)_B = + 1"45 , (\lambda' - \lambda)_B = - 0"02 , (\alpha' - \alpha)_B = - 1"77 .$$

Eine eindeutige Aufklärung des Laplaceschen Widerspruchs ist natürlich unmöglich. Es ist aber bemerkenswert, daß der Widerspruch vollständig verschwindet, wenn man dem aus dem gesamten Längennetz abgeleiteten Wert für die schweizerische Ausgangslänge 92 b) den Vorzug vor dem neueren Anschluß an die Nachbarstation

Tabelle 37 : Partialsystem Schweiz.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi'-\varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda'-\lambda)$	$(\alpha'-\alpha)$	$\omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{\omega}$	
1. Hohentwiel	47°45'44.83	56°02'	-11°19'	8°49'	11°76'	+ 8°29'			- 8°88'	+ 7°00'			
2. Hersberg	47 40 01.16	09.41	- 8.25	9 21	02.77	+ 1.96			- 5.94	+ 0.30			
3. Achenberg	47 35 04.76	16.45	- 12.09	8 15	41.94	+ 4.98			- 9.78	+ 3.26			
4. Egg (alt)	47 34 54.88	70.88	- 16.00	7 57	45.72	+ 5.73			- 13.69	+ 3.99			
5. Basel, Mor. Zentrum	47 33 35.85	40.94	- 5.09	7 34	51°52'	53.11	- 1.59	+ 2°68'	- 2.78	- 0.25	- 1°03'	+ 0°51'	
6. Pfänder	47 30 28.60	29.61	- 1.01	9 46	33.10	52.45	- 13.05	+ 1.22	+ 1.30	- 14.67	- 18.69	- 0.89	
7. Hollen A	47 29 39.53	40.10	- 0.57	9 07	24.92	+ 4.29			+ 1.74	+ 2.63			
8. Mägern	47 28 48.67	56.55	- 7.88	8 24	05.54	+ 5.97			- 5.57	+ 4.27			
9. Schentannen	47 27 19.03	15.28	+ 3.75	9 18	24.53	+ 1.06			+ 6.06	- 0.59			
10. Rümli	47 26 45.34	46.15	- 0.81	7 25	15.17	+ 2.30			+ 1.50	+ 0.54			
11. Wiesen (Wisenberg)	47 24 06.81	11.86	- 5.05	7 52	57.83	+ 5.10			- 2.74	+ 3.37			
12. Gührli	47 22 60.27	55.85	+ 4.42	9 28	07.65	07.79	- 0.14	+ 0.06	+ 6.73	- 1.68	+ 0.51	- 2.06	
13. Zürich, Sternwarte	47 22 38.29	43.80	- 5.51	8 33	04.29	06.01	- 1.72	+ 0.18	+ 1.45	- 3.20	- 1.51	- 1.11	- 0.69
14. Rürli	47 22 18.49	18.38	+ 0.11	8 56	34.09				+ 2.42	- 3.35			
15. Weissenstein	47 15 02.82	12.25	- 9.43	7 30	41.73	41.77	- 0.04	+ 5.30	+ 5.33	- 7.12	+ 3.55	+ 0.53	+ 3.16
16. Shtis	47 15 07.00	00.83	+ 6.47	9 20	39.52				- 2.91	- 4.56			
17. Chasseral	47 07 52.75	61.79	- 9.04	7 03	36.29				+ 8.92	- 6.73	+ 7.15		
18. Luzern, Dreilinden	47 05 42.65	38.75	+ 3.90	8 19	18.30				+ 2.89	+ 6.21	+ 1.19		
19. Rigi	47 05 41.33	27.12	+ 14.21	8 29	05.69	10.47	- 4.78	+ 0.85	+ 16.52	- 4.34	- 4.16	- 1.29	
20. Tete de Rang	47 05 12.91	21.76	- 8.85	6 51	26.28				+ 10.84	- 6.54	+ 9.06		
21. Eücherz	47 02 23.57	30.19	- 6.62	7 09	47.87				+ 7.59	- 4.31	+ 5.83		
22. Friesenberg	47 01 42.87	42.70	+ 0.17	7 20	21.46				+ 2.80	+ 2.48	+ 1.05		
23. Chamont	47 01 09.49	25.48	- 15.99	6 57	16.23				+ 10.76	- 15.68	+ 8.98		
24. Napf	47 00 21.15	15.96	+ 5.19	7 56	27.16				+ 1.08	+ 7.50	- 0.64		
25. Neuchatel, Sternw.	46 59 50.61	64.39	- 13.78	6 57	26.77	16.24	+ 10.53	+ 2.80	- 11.47	+ 8.72	+ 11.09	+ 0.61	
26. Baumsteinsand	47 00 19.64	04.10	+ 15.54	8 23	57.42				+ 5.01	+ 17.85	+ 3.32		
27. Bern	46 57 08.66	06.82	+ 1.84	7 26	22.50	21.96	+ 0.54	+ 0.97	+ 4.15	- 0.39	+ 1.12	- 1.21	
28. Gurten B	46 55 10.07	05.15	+ 4.92	7 26	40.47	40.54	- 0.07	+ 3.88	+ 3.93	+ 7.23	+ 2.14	+ 0.51	+ 1.77
29. Portalban	46 54 54.53	58.00	- 3.47	6 57	16.25				+ 3.07	- 1.16	+ 1.30		
30. Brienzar Rothorn	46 47 22.21	16.45	+ 5.76	8 02	52.13				- 1.35	+ 8.07	- 3.05		
31. Snobet	46 46 15.83	23.38	- 7.55	6 28	00.91				+ 11.66	- 5.24	+ 9.86		
32. Middel	46 46 14.22	11.19	+ 3.03	6 57	14.92				- 0.33	+ 5.34	- 2.10		
33. Gurnigel	46 45 20.23	03.29	+ 16.94	7 27	41.48				+ 7.89	+ 19.25	+ 6.15		
34. Berra	46 40 45.65	36.38	+ 9.27	7 11	05.17				- 9.28	+ 11.58	- 11.03		
35. Bondon	46 40 16.60	17.25	- 0.65	6 46	07.08				+ 3.16	+ 1.66	+ 1.38		
36. Chalot sur Lausanne	46 33 34.67	38.70	- 4.03	6 38	56.80				+ 5.87	- 1.72	+ 4.08		
37. Naye	46 25 58.40	57.25	+ 1.15	6 58	56.43				- 15.58	+ 3.46	- 17.74		
38. Dole	46 25 25.25	34.13	- 8.88	6 06	00.96				+ 9.27	- 6.57	+ 7.46		
39. Oberried	46 20 34.75	51.63	- 16.88	8 00	45.73				+ 4.22	- 14.57	+ 2.58		
40. Brieg, Simplon-	46 19 35.79	39.55	- 3.76	8 00	12°59'	18.53	- 6°04'	+ 2°39'	- 1.45	- 3.68	- 5°41'	+ 0°23'	
41. Rosswald tunnel	46 18 33.17	32.59	+ 0.58	8 03	18.32				- 13.39	+ 2.89	- 15.08		
42. Simplon	46 18 59.54	50.75	+ 8.79	8 01	46.76				- 2.95	+ 11.10	- 4.83		
43. Iselle, Oberer v.	46 12 25.76	27.24	- 1.48	8 12	03.51				+ 12.82	+ 0.83	+ 11.15		
44. Genf, Sternw.	46 11 59.30	61.87	- 2.57	6 09	08.16	11.21	- 3.05	- 0.12	+ 2.08	- 0.26	- 1.91	- 2.49	- 0.11
45. Morgone	46 11 21.87	46.98	- 25.11	8 57	07.16				+ 6.72	- 22.80	+ 5.09		
46. Giubiasco	46 09 57.24	61.72	- 4.48	9 00	00.63				- 8.03	- 2.17	- 9.66		
47. Cadenazzo	46 09 09.89	10.95	- 1.06	8 57	50.59				- 1.50	+ 1.25	- 3.13		
48. Tiglio	46 08 57.40	54.59	+ 2.81	9 00	33.87				- 13.66	+ 5.12	- 15.29		
49. Arpille	46 04 54.09	40.27	+ 13.82	7 00	26.12				+ 10.38	+ 16.13	+ 8.64		
50. Generoso	45 55 33.90	55.15	- 21.25	9 01	15.32				- 11.35	- 18.94	- 12.97		

Gurten gibt. Jedenfalls aber ist die relative Lotabweichung von Bern gegen Rauenberg sehr klein. Die meridionale Komponente dieser Lotabweichung wurde übrigens von Helmert bereits im Jahre 1887 mit  $+ 1''5$  angegeben.

Über den Anschluß der Schweiz an das italienische Fundamentalnetz wurde schon in § 12 das Nötige gesagt. Der österreichische und ein Teil des deutschen Anschlusses, zu dem noch die Punkte Hohentwiel und Feldberg gehören, wurden für die eingangs durchgeführte Anfelderung verwendet. Der Zusammenschluß mit Frankreich ist über Helbronners Alpenmeridian ermöglicht.

---

## Dreizehntes Partialsystem : Niederlande und Belgien.

Die geringe Ausdehnung Hollands und Belgiens und besonders der Umstand, daß in Belgien nur das spärliche Material der älteren astronomischen Ortsbestimmungen zur Verfügung steht, lassen es ratsam erscheinen, die Beneluxstaaten zu einem einzigen Teilsystem zu vereinigen. Weil die beiden Teile des deutsch-niederländischen Anschlusses eine sichere Anfoderung des holländischen Fundamentalnetzes an den "festen Schreiberschen Westen" des Reichsdreiecksnetzes ermöglichen, beginnen wir mit Holland. Die Neutriangulierung der Niederlande wurde in den Jahren 1885 - 1900 durchgeführt, die 1928 abgeschlossenen Berechnungsarbeiten standen unter der bewährten Leitung Heuvelinks. Als Referenzfläche diente das Besselsche Ellipsoid. Triangulierungshauptpunkt ist der Turm der Liebfrauenkirche in Amersfort; er definiert gleichzeitig den Nullmeridian. Es ist übrigens bemerkenswert, daß in diesem Fundamentpunkt keine astronomischen Beobachtungen vorliegen, vielmehr seine Position aus 14 Stationen 1. Ordnung so bestimmt wurde, daß das Mittel ihrer Lotabweichungen verschwindet. Ferner hat Heuvelink die Koordinaten des deutsch-niederländischen und des niederländisch-belgischen Anschlusses im Landesbericht für die Generalversammlung der Sektion Geodäsie der Internationalen Union in Prag 1927 auf dem Hayfordschen Ellipsoid bekanntgegeben, weshalb wir gezwungen sind, von dieser Neuberechnung des holländischen Netzes auf dem Madrider Ellipsoid auszugehen. Die Breite des Nullpunktes und das Ausgangsazimut Amersfort - Utrecht erfuhren auf dem Internationalen Ellipsoid geringe Änderungen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^{\circ} 09' 22''.345 \\ \lambda &= 0 \quad 00 \quad 00.000 \\ \alpha &= 248 \quad 35 \quad 20.257.\end{aligned}\quad 97)$$

Für die Transformation vom Hayfordschen auf das verkleinerte Beselellipsoid gelten die Elemente 47) und die Formeln 48), also:

$$\begin{aligned}d\varphi_x &= + 15534 \cdot 10^{-8} \varphi_s - 2423 \cdot 10^{-8} (26'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_s \sin^2 \varphi_M) \\ d\lambda_x &= + 10457 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_x.\end{aligned}\quad 98)$$

Diese Umrechnung der beiden Teile der deutsch-holländischen Naht ist in Tabelle 38 durchgeführt.

(Tabelle 38)

Die zugehörigen deutschen Koordinaten entnehmen wir dem 10. Bande der "Hauptdreiecke" (siehe Anmerkung 4). Für eine bequemere Gegenüberstellung werden die holländischen Längen um  $5^{\circ} 23' 15''.8$  vergrößert, d.h. genähert auf Greenwich umgerechnet (Tabelle 39).

Tabelle 38 : Die Transformation der deutsch-holländischen Naht vom Hayfordschen auf das Besselsche Ellipsoid.

	$\varphi$	$d\varphi$	$\lambda$	$d\lambda$
Hornhuizen	53°23'19"957	+ 0"676	+ 0°58'19"683	+ 0"614
Uithuizermeden	53 24 33.461	+ 0.686	+ 1 19 20.882	+ 0.835
Finsterwolde	53 11 53.565	+ 0.566	+ 1 42 51.606	+ 1.077
Oldenzaal	52 18 48.268	+ 0.080	+ 1 32 28.094	+ 0.349
Winterswijk	51 58 23.086	- 0.105	+ 1 19 58.862	+ 0.815
Hettenheuvel	51 55 19.788	- 0.130	+ 0 50 50.524	+ 0.517
Flierenberg	51 48 14.874	- 0.193	+ 0 32 15.814	+ 0.327
Venray	51 31 43.055	- 0.344	+ 0 35 17.215	+ 0.356
Nederweert	51 17 13.627	- 0.475	+ 0 21 39.001	+ 0.217
Übabsberg	50 50 50.054	- 0.714	+ 0 33 56.579	+ 0.337

Tabelle 39 : Vergleichspunkte für die Anfelderung der Niederlande.

	$\varphi_D$	$\varphi_N$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_N$	$d\lambda$
Hornhuizen	53°23'21"849	20.633	+ 1"216	6°21'36"039	36.097	- 0"058
Uithuizermeden	53 24 35.371	34.147	+ 1.224	6 42 37.457	37.517	- 0.060
Finsterwolde	53 11 55.374	54.131	+ 1.243	7 06 08.448	08.483	- 0.035
Oldenzaal	52 18 49.608	48.348	+ 1.260	6 55 44.878	44.843	+ 0.035
Winterswijk	51 58 24.256	22.981	+ 1.275	6 43 15.521	15.477	+ 0.044
Hettenheuvel	51 55 20.931	19.658	+ 1.273	6 14 06.903	06.841	+ 0.062
Flierenberg	51 48 15.949	14.681	+ 1.268	5 55 31.995	31.941	+ 0.054
Venray	51 31 43.999	42.711	+ 1.288	5 58 33.428	33.371	+ 0.057
Nederweert	51 17 14.454	13.152	+ 1.302	5 44 55.085	55.013	+ 0.067
Übabsberg	50 50 50.663	49.340	+ 1.323	5 57 12.779	12.716	+ 0.063

Nach einer vorhergehenden Parallelverschiebung um  $d\varphi = + 1"267$  liefert das Verfahren von Helmert-Thilo schließlich die auf Amersfort bezogenen Anfelderungselemente:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= + 1"2498 \\
 d\lambda &= + 5^{\circ}23'15"8368 \\
 d\alpha &= - 1"70 \\
 k &= - 11525 \cdot 10^{-9}
 \end{aligned}
 \tag{99}$$

Zusammen mit dem Ellipsoidübergang findet man daraus die Transformationsformeln:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_{\kappa} &= + 1"25 \cos \ell'' + 14382 \cdot 10^{-8} \varphi_5 + 1"046 \sin \ell'' - \\
 &\quad - 2423 \cdot 10^{-8} (2\ell'' \cos^2 \varphi_{\kappa} - \varphi_5 \sin^2 \varphi_{\kappa}) \\
 d\lambda_{\kappa} &= 5^{\circ}23'15"8368 + 1"244 \operatorname{tg} \varphi_{\kappa} \sin \ell'' + 9750 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_{\kappa} - \\
 &\quad - 824 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_{\kappa} \\
 d\alpha_{\kappa} &= + 1"25 \sec \varphi_{\kappa} \sin \ell'' + 9750 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_{\kappa} - 1"043 \sec \varphi_{\kappa} \cos \ell''
 \end{aligned}
 \tag{100}$$

Die letzte Gleichung ist für die spätere Umrechnung der azimutalen Lotabweichungskomponenten angeschrieben. Dabei konnte wegen der Beschränkung auf 2 Dezimalen das letzte Glied in 48) sofort unterdrückt werden.

Nunmehr sind wir in der Lage, die holländischen Koordinaten der belgisch-niederländischen Anschlußpunkte in unser deutsches System umzuformen. Die Ergebnisse dienen als Sollwerte für die Anfelderung Belgiens.

Tabelle 40 : Die Umrechnung der belgisch-holländischen Naht.

	$\varphi_{N, Hayf.}$	$d\varphi$	$\lambda_{N, H.}$	$d\lambda$
Aardenburg	51°16'26"937	+ 0.760	- 1°56'21"163	+ 5°23'14"739
Assenede	51 13 43.897	+ 0.746	- 1 38 01.624	+ 5 23 14.921
Hulst	51 16 54.078	+ 0.780	- 1 19 59.157	+ 5 23 15.094
Bergen op Zoom	51 29 43.831	+ 0.893	- 1 05 57.220	+ 5 23 15.219
Hoogstraten	51 24 06.332	+ 0.857	- 0 37 32.640	+ 5 23 15.504
Lommel, Turm	51 13 46.370	+ 0.781	- 0 04 21.552	+ 5 23 15.838

Die alte belgische Fundamentaltriangulierung war auf dem Delambreschen Ellipsoid berechnet worden. Den Nullmeridian definiert das Observatorium von Brüssel. Die Längen wurden positiv nach Westen gezählt. Dieses Netz wurde in den Jahren 1925 - 31 durch Nachmessungen etwas verbessert und zusammen mit dem luxemburgischen Netz nochmals streng und zwar auf dem Hayfordschen Ellipsoid ausgeglichen. Die Ergebnisse dieses Ausgleiches sind im 10. Band der "Travaux de la Section de Géodésie" veröffentlicht und gelten als Grundlage der folgenden Anfelderung. Hauptpunkt des Netzes ist das Signal Lommel:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \varphi = 51^\circ 10' 08''750 \\ \lambda &= + 0^\circ 56' 02''151 \\ \alpha' &= \alpha = 6^\circ 58' 47''050 \end{aligned} \quad 101)$$

Das Azimut bezieht sich auf die Richtung Lommel, Turm. Die Ausgangslänge wurde aus dem astronomisch-geodätischen Netz abgeleitet. Übrigens ist in 101) bereits der Sinn der Längenzählung umgekehrt (positiv nach Osten) und das Azimut um  $180^\circ$  abgeändert, um die südwestliche Zählung durch die hier durchwegs verwendete nordöstliche Zählung zu ersetzen. Leider sind weder die Ergebnisse der belgischen Neutriangulierung (1927 - 40) noch des neuen Netzes von Luxemburg, das zum Großteil 1940 - 42 von deutscher Seite beobachtet wurde, bekannt. Sie würden nicht nur den deutsch-belgischen Anschluß verbessern, sondern vor allem den belgisch-französischen Anschluß wesentlich erweitern, da das neue belgische Netz aus drei Ketten entlang der Landesgrenzen besteht.

Der alte deutsch-belgische Anschluß umfaßt die Punkte Nederweert, Ruremonde, Ubagsberg, Henri Chapelle und Jalhay, von denen die ersten drei auf niederländischem Boden liegen. Der Punkt Ruremonde muß ausgeschlossen werden, weil der als belgischer Punkt dienende Kirchturm 1892 abgebrannt ist und der als deutscher Punkt später gebaute Turmpfeiler nicht auf das alte Zentrum reduziert werden kann. Nicht identisch ist ferner der Punkt Henri Chapelle, doch sind hier die Zentrierungselemente gegeben. Für die Umrech-

nung der belgischen Koordinaten vom Hayfordschen auf das Besselsche Ellipsoid leiten wir die analog 98) gebildeten Ausdrücke ab:

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= +15534 \cdot 10^{-8} \varphi_5 - 2423 \cdot 10^{-8} (2\beta^2 \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) \\ d\lambda_K &= +10662 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_K \end{aligned} \quad 102)$$

Mit ihnen sind in Tabelle 41 alle 10 Vergleichspunkte umgeformt:

Tabelle 41 : Die Transformation der niederländisch-belgischen und deutsch-belgischen Naht vom Hayfordschen auf das Besselsche Ellipsoid.

	$\varphi_{HAYF.}$	$d\varphi$	$\lambda_{HAYF.}$	$d\lambda$
Aardenburg	51°16'27"877	+ 0.049	- 0°55'14"705	- 1"138
Assenede	51 13 44.846	+ 0.027	- 0 36 55.165	- 0.950
Hulst	51 16 55.010	+ 0.058	- 0 18 52.685	- 0.766
Berg-op-Zoom	51 29 44.735	+ 0.175	- 0 04 50.773	- 0.626
Hoogstraeten	51 24 07.850	+ 0.126	+ 0 23 33.734	- 0.333
Lommel, tour	51 13 47.334	+ 0.033	+ 0 56 44.773	+ 0.007
Nederweert	51 17 14.582	+ 0.064	+ 1 22 45.306	+ 0.273
Ubagsberg	50 50 51.019	- 0.176	+ 1 35 02.842	+ 0.395
Henri Chapelle	50 40 35.817	- 0.268	+ 1 33 05.361	+ 0.374
Jalhay	50 31 20.067	- 0.352	+ 1 41 37.560	+ 0.459

Für die Gegenüberstellung mit den Sollwerten, die für die deutsch-belgische Naht natürlich wieder dem 10. Bande der "Hauptdreiecke" entnommen wurden, konnten die belgischen Längen bequemlichkeitshalber durch Addition von 4°22'09"5 in erster Annäherung auf Greenwich bezogen werden.

Tabelle 42 : Die Vergleichspunkte für die Anfelderung Belgiens

	$\varphi_D$	$\varphi_B$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_B$	$d\lambda$
Aardenburg	51°16'27"697	27"926	- 0"229	3°26'53"576	53"657	- 0"081
Assenede	51 13 44.643	44.873	- 0.230	3 45 13.297	13.385	- 0.088
Hulst	51 16 54.858	55.068	- 0.210	4 03 15.937	16.049	- 0.112
Berg-op-Zoom	51 29 44.724	44.910	- 0.186	4 17 17.999	18.101	- 0.102
Hoogstraeten	51 24 07.789	07.976	- 0.187	4 45 42.864	42.901	- 0.037
Lommel, tour	51 13 47.151	47.367	- 0.216	5 18 54.286	54.280	+ 0.006
Nederweert	51 17 14.454	14.646	- 0.192	5 44 55.085	55.079	+ 0.006
Ubagsberg	50 50 50.663	50.843	- 0.180	5 57 12.779	12.737	+ 0.042
Henri Chapelle	50 40 35.348	35.549	- 0.201	5 55 15.298	15.235	+ 0.063
Jalhay	50 31 19.484	19.715	- 0.231	6 03 47.671	47.519	+ 0.152

Auch hier wurde zunächst eine Parallelverschiebung um  $d\varphi = - 0"200$  durchgeführt. Die für Lommel, Signal, giltigen Transformationselemente lauten:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= - && 0''1935 \\
 d\lambda &= + && 4^{\circ}22'09''5054 \\
 d\alpha &= - && 2''30 \\
 k &= + && 18436 \cdot 10^{-9}
 \end{aligned}
 \tag{103}$$

und die Umformungsgleichungen einschließlich des Ellipsoidüberganges:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_K &= -0''1935 \cos \ell + 17378 \cdot 10^{-8} \varphi_5 + 1''447 \sin \ell - \\
 &\quad - 2423 \cdot 10^{-8} (2\ell'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) \\
 d\lambda_K &= 4^{\circ}22'09''5054 - 0''193 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell + 11818 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_K - \\
 &\quad - 1116 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_K \\
 d\alpha_K &= -0''194 \sec \varphi_K \sin \ell + 11818 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_K - 1''443 \cos \ell \sec \varphi_K
 \end{aligned}
 \tag{104}$$

Diese Formeln reichen für eine dreistellige Rechnung aus.

Das von Heuvelink in dem oben erwähnten Bericht zusammengestellte astronomische Material der Niederlande umfaßt 14 Stationen mit Breite und Azimut und den Längenunterschied Leiden - Ubagsberg. Der Laplacesche Punkt Ubagsberg scheint schon im 1. Partialsystem auf. Von dort übernehmen wir auch noch die beiden Punkte Helgoland und Borkum. Wesentlich ungünstiger liegen die Verhältnisse für Belgien. Das alte belgische Netz hat außer Lommel, Brüssel und Nieuport keine weiteren astronomischen Punkte mit mindestens zwei Bestimmungsstücken. Die neue Triangulierung weist demgegenüber die Laplaceschen Punkte Nieuport, Anvers, La Houssiere, Philippeville, Jalhay, Habay und Cointe auf, von denen erst die Resultate auf Habay veröffentlicht, aber mangels der geodätischen Werte unverwendbar sind. Hingegen ist noch die französische Station Dunkerque in das alte belgische Netz einbezogen und besteht die Möglichkeit eines Anschlusses des Laplaceschen Punktes Rosendaelles-Dunkerque.

Wir rechnen zunächst in Tabelle 43 die in den beiden Netzen gegebenen astronomischen Punkte mit den Formeln 100) und 104) in das deutsche System um:

Tabelle 43 : Die Umrechnung der astronomischen Punkte von Holland und Belgien.

	$\varphi_N$	$\varphi_D$	$\lambda_N$	$\lambda_D$	$(\alpha' - \alpha)$	$d\alpha$
Ameland	53°27'30"453	32°373	+ 0°23'38"634	5°46'54"650	+ 3'68	- 1'55
Brandaris	53 21 40.735	42.595	- 0 10 22.656	5 12 53.014	+ 2.51	- 1.84
Groningen	53 13 13.367	15.177	+ 1 10 51.483	6 34 07.994	- 0.03	- 1.15
Leeuwarden	53 12 14.343	16.133	+ 0 24 08.915	5 47 24.948	+ 1.40	- 1.54
Sleen	52 46 37.161	38.747	+ 1 24 55.103	6 48 11.771	- 0.59	- 1.02
Schoorl	52 41 55.748	57.259	- 0 41 56.811	4 41 18.575	+ 0.30	- 2.07
Urk	52 39 43.721	45.231	+ 0 12 17.307	5 35 33.263	- 1.20	- 1.61
Wolberg	52 23 27.640	29.018	+ 0 31 52.490	5 55 08.636	+ 0.45	- 1.45
Harikerberg	52 14 12.187	13.495	+ 1 09 09.757	6 32 26.283	- 2.48	- 1.14
Leiden, Obs.	52 09 21.108	22.339	- 0 54 13.680	4 29 01.615		
Utrecht	52 05 30.071	31.283	- 0 15 57.202	5 07 18.479	+ 0.89	- 1.83
Zierikzee	51 39 04.799	05.761	- 1 28 21.652	3 54 53.336	+ 0.35	- 2.38
Sambeek	51 38 12.472	13.469	+ 0 34 38.684	5 57 54.888	- 3.78	- 1.44
Oirschot	51 30 16.563	17.482	- 0 04 48.239	5 18 27.582	+ 2.72	- 1.71

	$\varphi_B$	$\varphi_D$	$\lambda_B$	$\lambda_D$	$(\alpha' - \alpha)$	$d\alpha$
Dunkerque	51°02'13".064	12".692	- 1°59'32".950	2°22'34".599		
Nieuport	51 07 54.644	54.341	- 1 36 41.515	2 45 26.280	- 2".16	- 3".62
Brüssel, St. Josef	50 50 39.440	39.023	+ 0 00 08.372	4 22 17.275	- 2.77	- 2.77
Cassel	50 48 02.138	01.626	- 1 52 48.303	2 29 19.345		
Mont Kemmel	50 46 49.265	48.754	- 1 33 20.711	2 48 47.156		

Am Schluß dieser Tabelle sind die beiden Punkte Cassel und Mont Kemmel umgerechnet, weil sie zusammen mit dem auf Seite 64 des 2. Bandes der "Längenmessung in 52° Breite" (Veröff. d. Geod. Inst. Potsdam, Berlin 1896) gegebenen Dreieck:

Mont Kemmel :	37°50'17".22	log s = 4.415 9829
Rosendael :	67 40 52.98	4.594 3999
Nieuport :	74 28 52.30	4.612 0888

die Einrechnung von Rosendael in das belgische Netz gestatten. Mit obigen Koordinaten finden wir für die Seite Nieuport - Kemmel:

$$\alpha = 174^{\circ}15'13".17, \quad \log s = 4.594 4013.$$

Es muß nun allerdings betont werden, daß der Punkt Kemmel verloren ging und erst nach dem 1. Weltkrieg wieder aufgebaut wurde. Die in der Neuberechnung der alten belgischen Triangulation gegebenen Koordinaten von Kemmel dürften sich aber auf das alte Zentrum beziehen, weil das aus dem Jahre 1888 stammende astronomische Azimut von Nieuport nach Kemmel:  $\alpha' = 174^{\circ}15'14".58$  und das soeben berechnete geodätische Azimut bis auf wenige 0".01 dieselbe azimutale Lotabweichungskomponente ergeben, wie die direkte Umformung in Tabelle 43:

$$(\alpha' - \alpha)_{HAYF.} - d\alpha = (\alpha' - \alpha)_D = + 1".46.$$

Außerdem unterscheidet sich die berechnete Seite nur um 14 E<sub>7</sub> von der in der Längengradmessung ausgewiesenen Seite. Unter Verwendung der Dreiecksdaten ergibt sich also für die Linie Nieuport - Rosendael:

$$\alpha = 248^{\circ}44'05".47, \quad \log s = 4.415 9843$$

und damit für Rosendael in unserem System:

$$\begin{aligned} \varphi &= 51^{\circ} 02' 46".602 \\ \lambda &= 2 24 39.397. \end{aligned}$$

Schließlich ist in Rosendael das Azimut nach Cassel astronomisch gemessen:

$$\alpha' = 168^{\circ} 39' 54".90,$$

dem wir das aus den Koordinaten berechnete geodätische Azimut:  $168^{\circ}39'48".14$  gegenüberstellen können. Wir werden diesem Punkt nochmals im Teilsystem Frankreich begegnen.

Nach diesen vorbereitenden Rechnungen kann das vereinigte Partial-

Tabelle 44 : Partialsystem Niederlande und Belgien.

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{w}$
1. Helgoland	54°10'48.80	55.23	- 6.43	7°52'56.62	60.10	- 3.48	+ 3.87	+ 6.69	- 4.26	+ 2.20	- 1.29	+ 3.25
2. Borkum	53 35 17.94	21.92	- 3.98	6 40 14.01	16.82	- 2.81	(+ 0.48)		- 1.83		- 0.65	
3. Ameland	53 27 30.25	32.37	- 2.12	5 46	54.65		+ 5.23		+ 0.01	+ 3.46		
4. Brandaris	53 21 40.01	42.60	- 2.59	5 12	53.01		+ 4.35		- 0.47	+ 2.55		
5. Groningen	53 13 13.75	15.18	- 1.43	6 34	07.99		+ 1.12		+ 0.71	- 0.59		
6. Leeuwarden	53 12 15.28	16.13	- 0.85	5 47	24.95		+ 2.94		+ 1.28	+ 1.18		
7. Sleen	52 46 38.65	38.75	- 0.10	6 48	11.77		+ 0.43		+ 2.05	- 1.25		
8. Schoorl	52 41 54.83	57.26	- 2.43	4 41	18.58		+ 2.37		- 0.32	+ 0.56		
9. Urk	52 39 42.88	45.23	- 2.35	5 35	33.26		+ 0.41		- 0.22	- 1.34		
10. Wolberg	52 23 27.58	29.02	- 1.44	5 55	08.64		+ 1.90		+ 0.70	+ 0.18		
11. Harikerberg	52 14 12.79	13.50	- 0.71	6 32	26.28		- 1.34		+ 1.44	- 3.02		
12. Leiden, Obs.	52 09 19.80	22.34	- 2.54	4 29 02.39	01.61	+ 0.78	(+ 3.36)		- 0.43		+ 2.91	
13. Utrecht	52 05 28.58	31.28	- 2.70	5 07	18.48		+ 2.72		- 0.58	+ 0.96		
14. Zierikzee	51 39 03.56	05.76	- 2.20	3 54	53.34		+ 2.73		- 0.10	+ 0.92		
15. Sambeek	51 38 11.17	13.47	- 2.30	5 57	54.89		- 2.34		- 0.16	- 4.03		
16. Oirschot	51 30 16.85	17.48	- 0.63	5 18	27.58		+ 4.43		+ 1.49	+ 2.71		
17. Lommel, Signal	51 10 08.75	08.56	+ 0.19	4 22	09.51		+ 2.30		+ 2.30	+ 0.55		
18. Nieupoort	51 07 50.01	54.34	- 4.33	2 45 26.35	26.28	+ 0.07	+ 1.46	+ 1.41	- 2.26	- 0.40	+ 2.17	- 2.09
19. Rosendaal	51 02 41.86	46.60	- 4.74	2 24 38.60	39.40	- 0.80	+ 6.76	+ 7.38	- 2.68	+ 4.89	+ 1.29	+ 3.89
20. Dunkerque	51 02 08.90	12.69	- 3.79	2 22 31.24	34.60	- 3.36	(+ 0.13)		- 1.73		- 1.27	
21. Ubagsberg	50 50 53.20	50.66	+ 2.54	5 57 07.10	12.78	- 5.68	- 3.92	+ 0.48	+ 4.68	- 5.58	- 3.42	- 2.93
22. Brüssel, St. Josef	50 50 37.30	39.02	- 1.72	4 22	17.28		0.00		+ 0.38	- 1.75		

system Niederlande und Belgien (Tabelle 44) aufgestellt werden. Sein Schwerpunkt:

$$\begin{aligned}\varphi_{73} &= 52^{\circ} 13' 22'' \\ \lambda_{73} &= 5 \quad 12 \quad 14\end{aligned}\quad 105)$$

liegt nahe bei Amersfort. Das System hat leider nur 4 Laplacesche Punkte, so daß dem mittleren Widerspruch  $w_m = + 3''99$  kein allzu großes Vertrauen geschenkt werden darf. Wir ergänzen daher die drei fehlenden Lotabweichungen in Azimut nach 6) mit dem Sollwert  $+ 2''74$  und finden aus allen 22 Stationen mit dem Minimumprinzip für die restlichen Lotabweichungen:

$$\begin{aligned}d\varphi_{73} &= - 2''121 \\ d\alpha_{73} &= + 1.76\end{aligned}\quad 106a)$$

Die 7 vorhandenen Lotabweichungen in Länge geben dann nach dem Minimumprinzip für die restlichen Widersprüche:

$$d\lambda_{73} = - 2''161 \quad 106b)$$

und es erhebt sich die Frage, inwieweit dieses rein formal abgeleitete Ergebnis als gesichert gelten darf. Denn das Mißverhältnis in der Punktzahl und der Verteilung sowie die ziemlich große Streuung in den Laplaceschen Punkten gibt Anlaß zu berechtigten Bedenken. Nun stimmt aber der Wert 106 b) fast vollständig mit dem Mittel der 7 longitudinalen Lotabweichungskomponenten überein. Setzt man ferner voraus, daß keine nennenswerte Verdrehung relativ zum Partialsystem Deutschland eingetreten ist, hält also an dem mittleren Widerspruch  $+ 2''74$  fest, so folgt aus der Relation  $d\alpha_{73} - d\lambda_{73} \sin \varphi_{73} = + 2''74$  für  $d\lambda_{73} = - 1''24$ . Aus derselben Gleichung würde sich umgekehrt mit 106 b) eine Verdrehung von  $- 0''73$  ergeben. Eine derartige kleine Änderung der Orientierung ist immerhin möglich. Im Südwesten Belgiens ist eine negative Verschwenkung sogar wahrscheinlich, wie sich bei Erörterung des französischen Anschlusses zeigen wird. Man erkennt sie schon aus dem zu großen Widerspruch in Rosendael.

Behalten wir demnach 106 b) als plausibel bei, so fällt die Übereinstimmung dieses Wertes mit der Längenverschiebung im Teilsystem Deutschland auf. Da wir im Osten ein Anwachsen der Längenverschiebung konstatieren konnten, das darauf hindeutet, daß die Achse des Besselschen Referenzellipsoides zu klein ist, haben wir westlich vom Ausgangspunkt natürlich die entgegengesetzte Erscheinung zu erwarten. Aber in den Korrekturen unserer Teilsysteme drückt sich neben dem Einfluß in den Parametern der Referenzfläche auch das regionale Verhalten im Verlauf des Geoides aus. An der Ostküste des atlantischen Ozeans ist nun mit einem Anstieg des Geoids nach Osten, also mit vorwiegend negativen Lotabweichungen in Länge und Azimut zu rechnen. Sind demnach die geodätischen Längen infolge der zu kurzen Achse des Besselschen Ellipsoides im Westen zu klein, so wirkt dies dem Geoidanstieg gerade entgegen und es ist möglich, daß sich die beiden Wirkungen bis zu einem gewissen Grade kompensieren. Zum Schluß sei noch darauf hingewiesen, daß die Azimutkorrektur 106 a) fast vollständig entgegengesetzt gleich der Verdrehung 99) ist, die Holland bei der Anfelderung erfahren hat. Es beweist dies, daß das niederländische Originalnetz innerhalb seines eigenen astronomischen Systems

"absolut" orientiert ist, was ja auch aus den über die Gewinnung der Ausgangsdaten in Amersfort gemachten Bemerkungen hervorgeht. Infolge der Erweiterung dieses Systems ist die Erscheinung in der Breitenkorrektur nicht so klar ausgeprägt.

---

15.

## Vierzehntes Partialsystem : Frankreich.

Der Anschluß Frankreichs an unseren Netzverband bietet wieder beträchtliche Schwierigkeiten, weil amtlich bisher nur der neue Meridian von Paris veröffentlicht wurde und darüber hinaus nur einige Ketten in Westfrankreich koordinatenmäßig vorliegen, vor allem der westliche Teil des neuen Parallels von Paris. Die alte französische Triangulierung weist aber große innere Spannungen auf und ist daher nur in beschränktem Umfang brauchbar. Diese alte, für ihre Zeit vorbildliche Triangulierung der Ingenieur-Geographen ist in den Bänden des "Mémorial du Dépôt Général de la Guerre" fortlaufend veröffentlicht worden. Sie wurde auf dem Ellipsoid von Delambre berechnet, dessen Ausmaße mit

$$\begin{aligned} a &= 6\,376\,985 \text{ m} \\ \alpha &= 1 : 308,64 = 0,0032\,4002 \end{aligned} \quad 107)$$

angegeben werden. Bald nach 1880 vollzog jedoch der Service Géographique den Übergang auf das Clarkesche Ellipsoid, das der neuen Triangulation zugrunde liegt :

$$\begin{aligned} a &= 6\,378\,249,2 \text{ m} \\ \alpha &= 1 : 293,466 = 0,0034\,0755 \end{aligned} \quad 108)$$

Auf die Unterscheidung des legalen und internationalen Meters brauchen wir nicht zu achten, wenn wir per definitionem die Abmessungen dieser beiden Ellipsoide in internationalem Maße verstehen und die restlichen aus den Koordinaten folgenden Differenzen in die Maßstabkorrektur aufnehmen. Hinsichtlich der neuen Ausgangsdaten im Fundamentalpunkt Pantheon :

$$\begin{aligned} \varphi &= 48^\circ 50' 46,5233 \\ \lambda &= + 0 00 34,6424 \\ \text{Azimut nach Rosny} &= 73 30 19,64 \end{aligned} \quad 109)$$

darf auf die Bemerkungen in der eingangs zitierten Arbeit (1) verwiesen werden. Für die Umrechnung der alten Triangulierung, bei der neben dem Ellipsoidübergang :

$$\frac{da}{a} = + 19\,821 \cdot 10^{-8} \quad , \quad d\alpha = + 16753 \cdot 10^{-8}$$

nur die Änderung der Ausgangswerte :

$$d\varphi_0 = - 2,064 \quad , \quad d\lambda_0 = + 0,039 \quad , \quad d\alpha_0 = + 1,824$$

berücksichtigt ist, sind im dritten Bande des "Mémorial du Service Géographique de l'Armée", Paris 1930, auf den Seiten 417 - 434 Tabellen mit doppeltem Eingang gegeben. Bemerkte muß noch werden, daß in den französischen Triangulierungswerken die Längen vom Cassinischen Meridian positiv nach Westen und die Azimute

südwestlich gezählt werden. In obigen Angaben ist der Zählssinn bereits umgekehrt.

Für die Meridiankette von Paris, die das Rückgrat der französischen Vermessungen bildet, ist der Vergleich der alten und neuen Werte in dem soeben erwähnten dritten Bande auf Seite 388 - 394 durchgeführt. Abgesehen von einer relativen Verbiegung zeigt sich, daß der alte Meridian eine positive Maßstabkorrektur erfordert, die nördlich von Paris, im sogenannten Meridian von Dünkirchen, wesentlich kleiner ist ( $k = + 2460 \cdot 10^{-8}$ ) als südlich. Die mittlere Maßstabänderung des Bogens Paris - Vernet beträgt nämlich:  $k = + 8360 \cdot 10^{-8}$ . Die mittleren Azimutverbesserungen sind im Norden  $\alpha = + 1''3$  und im Süden  $\alpha = - 28''3$ . Trotz dieser darin zum Ausdruck kommenden großen Maßstabs- und Orientierungsfehler der alten Dreiecksketten, müssen wir doch versuchen, die fehlenden neueren Unterlagen des deutsch - französischen Anschlusses bei Straßburg durch die alte Kette Brest - Paris - Straßburg zu überbrücken, wenn wir die Orientierung des gesamten französischen Netzes nicht allein aus den beiden Seiten des belgischen Anschlusses Dünkirchen - Cassel - Mont Kemmel ableiten wollen.

Die um 1830 von den Obersten Bonne und Henry gemessene Kette Brest - Paris - Straßburg weist in ihrem westlichen Teil eine Reihe sicher oder wahrscheinlich identischer Punkte mit dem neuen Parallel von Paris auf, für die die alten Koordinaten dem 9. Bande des "Mémorial du Dépôt de la Guerre", Seite 336/7 entnommen und auf das Clarkesche Ellipsoid transformiert wurden. Aus der Gegenüberstellung:

	$\varphi_{neu}$	$\varphi_{alt}$	$d\varphi$	$\lambda_{neu}$	$\lambda_{alt}$	$d\lambda$
Pantheon	48° 50' 46" 522	46" 522	0" 000	+ 0° 00' 34" 642	34" 642	+ 0" 000
Les Avaloirs	48 27 02.530	02.581	-0.051	- 2 28 50.916	50.710	- 0.206
Charlemagne	48 38 56.329	56.366	-0.037	- 2 46 28.705	28.418	- 0.287
La Herouse	48 26 21.901	22.014	-0.113	- 3 19 28.556	28.207	- 0.439
Menez-Belair	48 19 24.937	25.152	-0.215	- 4 55 11.739	11.211	- 0.528
Menez-Bre	48 34 34.917	35.255	-0.338	- 5 38 39.264	38.565	- 0.699

leiten wir bei weiter festgehaltenen Koordinaten des Pantheon ab:

$$d\alpha = - 2''74 \quad k = + 3291 \cdot 10^{-8} \quad (110)$$

Die Übertragung dieser Elemente auf den Ostabschnitt mag gewagt erscheinen, läßt sich aber mit den astronomischen Stationen Longeville und Vaudemont, für die die Neuwerte der geographischen Breite bekannt sind, als berechtigt erweisen. Von den Punkten des deutsch - französischen Anschlusses ist leider kein einziger mit einem Punkt der alten Kette identisch. Dies gilt auch für das Straßburger Münster, dessen Turm während des Krieges 1870 zerstört wurde. Es ist aber wahrscheinlich, daß die neue Turmspitze wenigstens soweit mit der alten zusammenfällt, daß durch die fiktive Annahme der Identität die Orientierung der Linie Paris - Straßburg nicht merkbar geändert wird. Die in Band 9, Seite 341 gegebenen Koordinaten der alten Turmspitze mußten zuerst mittels der erwähnten Tabelle vom Ellipsoid Delambre auf das Clarkesche Ellipsoid umgerechnet werden:

$$48^{\circ} 34' 54'' 701 \quad ; \quad + 5^{\circ} 24' 47'' 926 \quad .$$

Sodann erfolgte die Einrechnung in die neue Triangulierung auf Grund der Elemente 110) und die Transformation auf das Besselsche Ellipsoid. Für letztere

gelten wegen 48) und 108) die auf das Pantheon als Ursprung bezogenen Formeln:

$$\begin{aligned} d\varphi_{\kappa} &= + 13358 \cdot 10^{-8} \varphi_5 - 6478 \cdot 10^{-8} (2\ell'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) \\ d\lambda_{\kappa} &= + 11208 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_{\kappa}. \end{aligned} \quad 111)$$

und man findet :

$$48^{\circ}34'54''.639 \quad ; \quad + 5^{\circ}24'51''.886 .$$

Die drei Punkte des belgischen Anschlusses sind im dritten Bande des neuen "Mémorial" auf Seite 444 auf dem Hayfordschen Ellipsoid gegeben und werden mittels 47) und 48) auf das Besselsche Ellipsoid umgerechnet :

	$\varphi_{Hayford}$	$\varphi_{Bessel}$	$\lambda_{Hayford}$	$\lambda_{Bessel}$
Dunkerque:	51°02'08".2685	09".4466	+ 0°02'22".9041	22".9233
Cassel	50 47 57.3278	58.3776	+ 0 09 07.5127	07.6030
Kemmel (alt)	50 46 44.4375	45.4758	+ 0 28 35.0865	35.3822

Die zugehörigen deutschen Koordinaten entnehmen wir der Tabelle 43, für Straßburg dem 11. Bande der "Hauptdreiecke" der preussischen Landesaufnahme. Nach diesen Vorbereitungen erhält man die kleine Übersicht :

	$\varphi_D$	$\varphi_F$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_F$	$d\lambda$
Dunkerque	51°02'12".692	09".447	+ 3".245	2°22'34".599	34".923	- 0".324
Cassel	50 47 61.626	58.377	+ 3.249	2 29 19.345	19.603	- 0.258
Kemmel	50 46 48.754	45.476	+ 3.278	2 48 47.156	47.382	- 0.226
Straßburg	48 34 58.025	54.639	+ 3.386	7 45 04.426	03.886	+ 0.540

Hierin sind die französischen Längen bereits durch Addition von 2°20'12" genähert auf Greenwich umgerechnet. Die auf das Pantheon bezogenen Transformationselemente wurden jetzt doppelt berechnet, und zwar zuerst aus den belgischen Grenzpunkten allein und sodann mit Einschluß von Straßburg. Man findet :

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 3''.1942 && + 3''.1654 \\ d\lambda &= + 2^{\circ}20'12''.1479 && 11.9341 \\ d\alpha &= - 7''.80 && - 4''.06 \\ k &= + 590 \cdot 10^{-8} && + 1105 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

Die beiden Wertesysteme unterscheiden sich wesentlich nur in der Orientierung; denn die kleinere negative Verschwenkung im zweiten Falle bedingt natürlich eine kleinere positive Längenverschiebung des Pantheon, wenn der Méridienne de France in seinem Nordende festgehalten wird. Nun wissen wir bereits, daß der Meridian zu seiner "absoluten" Orientierung eine negative Verschwenkung um 3".3 erfordert.<sup>22)</sup> Das deutsche Teilsystem ergab demgegenüber eine positive Azimutkorrektur von 1".01. Immer unter der Voraussetzung, daß in beiden Systemen keine fühlbaren regionalen Einflüsse in Erscheinung treten, muß daher die Anfechtung des Pariser Meridians an unseren Netzverband auf eine negative Verdrehung von ungefähr 4".5 führen. Daß diese Überlegung der Hauptsache nach richtig ist, bestätigt die Einbeziehung des Straßburger Münsters, die damit ihren Zweck erfüllt hat. Sie beweist auch, daß in der Südwestecke des alten belgischen Netzes eine Fehlorientierung von etwa 3" - 4" vorliegt, die den großen Laplaceschen Widerspruch im Punkte Rosendael erklärt.

-----  
22) l.c.1, Abschnitt 16.

Führt man demnach in die Fehlergleichungen der drei belgischen Punkte definitiv  $k = + 590 \cdot 10^{-8}$  und  $d\alpha = - 4''5$  ein, so findet man für die beiden anderen Elemente im Mittel :

$$d\varphi = + 3''2023 \quad , \quad d\lambda = + 2^{\circ}20'11''9630 \quad . \quad (112)$$

Zusammen mit dem Ellipsoidübergang Clarke  $\rightarrow$  Bessel ergeben sich die folgenden Überführungsgleichungen für die neue französische Triangulierung :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= + 3''2023 \frac{M_0}{M_K} \cos \ell + 13948 \cdot 10^{-8} \varphi_5 + 2''97 \sin \ell - \\ &\quad - 6478 \cdot 10^{-8} (2 \ell \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) \\ d\lambda_K &= + 2^{\circ}20'11''963 + 3''202 \frac{M_0}{N_K} \operatorname{tg} \varphi_K \cdot \sin \ell + 11596 \cdot 10^{-8} \ell'' \sec \varphi_K - \\ &\quad - 2182 \cdot 10^{-8} \varphi_5 \sec \varphi_K \quad (113) \\ d\alpha_K &= 3''202 \sin \ell \sec \varphi_K + 11596 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{tg} \varphi_K - 2''9614 \cos \ell \sec \varphi_K - 895 \cdot 10^{-13} \ell \ell. \end{aligned}$$

Über die astronomischen Stationen des Meridians von Frankreich ist das Nötige schon in der soeben zitierten Arbeit gesagt worden. Wie dort ist an Stelle der in der Umgebung von Paris gelegenen Stationen das Pantheon als fingierter Laplacescher Punkt eingeführt worden. Hingegen wurde der Laplacesche Punkt Mont Valérien trotz des großen Widerspruchs bei der Berechnung des Lotabweichungssystems mit verwendet. Die auf den Pariser Nullmeridian bezogenen astronomischen Längen wurden mit dem Albrechtschen Ausgleichswert für den Längenunterschied Greenwich - Paris  $2^{\circ}20'13''98$  auf Greenwich umgerechnet. Im Ostabschnitt des Parallels von Paris liegen 6 astronomische Punkte, von denen wir Longville wegen der großen Lotabweichung in Azimut (fast  $19''$ ) ausschließen, da die Möglichkeit eines Fehlers besteht. Die Ergebnisse der astr. Beobachtungen im Westabschnitt des Parallels sind leider noch nicht veröffentlicht. Es sind bloß Länge und Breite auf dem jüngsten Laplaceschen Punkt Toussaines (1942) bekannt. Dieser Punkt wird die alte Station Brest, Tour St. Louis, ersetzen. Hier ist sie noch mitgenommen und zu diesem Zweck von der alten Triangulierung (Mémoires du Dépôt de la Guerre, Tome 9, Seite 336) wie oben Straßburg in das System der neuen Triangulierung eingerechnet. Die Umrechnung der astronomischen Punkte nach den Formeln (113) in Tabelle 45 erstreckt sich auch auf die azimutalen Lotabweichungskomponenten. Für Brest sind die astr. Daten der "Längengradmessung in  $48^{\circ}$  Breite" von Galle, 1. Heft, Seite 32, entnommen. Am Schluß sind die beiden Observatorien von Nizza und Marseille angeführt. Der Punkt St. Genis-Laval (Observ. Lyon) mußte wegen des viel zu großen Laplaceschen Widerspruchs ausgeschieden werden.

(Tabelle 45)

Wie man aus der Tabelle erkennt, waren mehrfach die geodätischen Längen der Punkte nicht gegeben. Sie konnten teils aus der alten Triangulierung abgeleitet werden, teils beruhen sie auf mehr oder minder genauen Schätzungen: doch dürften die ausgewiesenen Werte stets für die Berechnung des Lotabweichungssystems genügen. Die beiden fehlenden Nummern beziehen sich auf das Pantheon und das Straßburger Münster.

Das Teilsystem Frankreich ist in Tabelle 46 aufgestellt. Es zeigt leider eine sehr ungleichmäßige Verteilung der außerhalb des westeuropäischen Meridians gelegenen Stationen. Die hier fehlenden Stationen des westlichen Parallels von Paris werden das Bild wesentlich verbessern. Man findet im Schwerpunkt:

Tabelle 45 : Die Umrechnung der astr. Punkte Frankreichs.

	$\varphi_F$	$\varphi_D$	$\lambda_F$	$\lambda_D$	$(\alpha' - \alpha)_F$	$d\alpha_K$
1. Rosendael	51°02'42".443	46°26'27"	+ 0°04'27".682	+ 2°24'39".417	- 3".38	- 4".67
2. Dunkerque	51 02 08.519	12.697	+ 0 02 22.903	+ 2 22 34.615		
3. Libons	49 49 53.778	57.432	+ 0 24 31.666	+ 2 44 43.793	- 2.85	- 4.36
4. M. Valérien	48 52 26.282	29.490	- 0 07 18.444	+ 2 12 53.424	+ 3.36	- 4.58
6. Chevry	48 00 29.486	32.344	+ 0 17 03.305	+ 2 37 15.554	+ 0.16	- 4.28
7. Saligny-le-Vif	47 02 37.156	39.619	+ 0 25 38.452	+ 2 45 50.904	- 0.48	- 4.12
8. Arpheuille	46 13 34.089	36.216	+ 0 19 37.152	+ 2 39 49.622	- 3.24	- 4.12
9. La Bosse	46 10 32.114	34.237	+ 0 37 00.874	+ 2 57 13.542	+ 4.41	- 3.96
10. Sermur	45 58 36.680	38.698	+ 0 05 41.498	+ 2 25 53.841	- 6.66	- 4.21
11. Puy de Dome	45 46 21.329	23.293	+ 0 37 40.008	+ 2 57 52.723	- 0.38	- 3.93
12. Puy de Gué	45 45 11.200	13.118	- 0 06 51.218	+ 2 13 21.012	-10.94	- 4.30
13. Puy de Sancy	45 31 41.776	43.638	+ 0 30	+ 2 51	-10.24	- 3.97
14. Puy d'Usson	45 31 06.191	08.065	+ 0 49 13.467	+ 3 09 26.333	+ 4.67	- 3.82
15. Puy de Bort	45 23 57.912	59.704	+ 0 07 15.233	+ 2 27 27.654	- 8.69	- 4.16
16. Le Luguet	45 20 02.364	04.156	+ 0 38	+ 2 58	+ 2.43	- 3.90
17. Puy d'Aubassin	45 11 02.324	04.016	- 0 11 38.059	+ 2 08 34.180	+ 1.64	- 4.30
18. La Bastide	44 50 05.748	07.304	- 0 13 03.870	+ 2 07 08.391	- 3.21	- 4.29
19. Montsalvy	44 42 51.426	52.957	+ 0 10 01.713	+ 2 30 14.234	-10.16	- 4.09
20. Rodez	44 21 22.227	23.625	+ 0 14 13.293	+ 2 34 25.895	- 7.29	- 4.03
21. Carcassone	43 13 19.558	20.524	+ 0 00 48.704	+ 2 21 01.275	- 7.11	- 4.06
22. Rivesaltes	42 45 15.918	16.742	+ 0 31 46.678	+ 2 51 59.616	+ 1.82	- 3.79
23. Brest, St. Louis	48 23 20.170	22.671	- 6 49 35.812	- 4 29 28.496	- 6.49	- 8.21
24. Toussaines	48 22 21.412	23.957	- 6 17 21.208	- 3 57 13.521		
25. Chassericourt	48 31 18.982	22.144	+ 2 13 59	+ 4 34 13	- 0.45	- 3.23
26. Cotes Noires	48 37 21.949	25.166	+ 2 33	+ 4 53	- 2.25	- 3.06
27. Grand	48 22 44.064	47.195	+ 3 06 48.959	+ 5 27 03.128	- 4.37	- 2.73
28. Vaudemont	48 24 30.661	33.823	+ 3 44 00.551	+ 6 04 15.148	+ 0.50	- 2.39
29. Ban de Sapt	48 20 51.332	54.492	+ 4 40	+ 7 00	- 1.70	- 1.85
31. Nizza	43 43 34.031	35.360	+ 4 57 46.928	- 7 18 02.584	+ 5.88	- 1.69
32. Marseille	43 18 22.079	23.204	+ 3 03 31.056	+ 5 23 45.530	- 1.68	- 2.61

$$\begin{aligned}\varphi_{74} &= 46^{\circ} 45' 12'' \\ \lambda_{74} &= 2 56 55\end{aligned}\quad 114)$$

aus allen 32 Punkten :

$$\begin{aligned}d\varphi_{74} &= - 1''.514 \\ d\alpha_{74} &= + 1.522\end{aligned}\quad 115 a)$$

Dabei würden die beiden fehlenden azimutalen Lotabweichungskomponenten in Dünkirchen und Toussaines mit dem "Sollwert" des Widerspruchs + 2".74 gemäß Gleichung 6) ergänzt, weil das Mittel der 12 gegebenen Widersprüche + 2".47 nur geringfügig vom Sollwert abweicht. Allerdings ist die Streuung in den Widersprüchen verhältnismäßig groß, was eine größere Unsicherheit in der Ableitung der Längenkorrektur zur Folge hat. Aus den 12 Laplaceschen Punkten findet man :

Tabelle 46 : Partialsystem Frankreich .

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$\omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{w}$
1. Rosendaël	51°02'41"86	46°63'	- 4°77'	+ 2°24'38"53	39°42'	-0°89'	+ 1°29'	+ 1°98'	- 3°27'	- 0°39'	+ 0°16'	- 0°53'
2. Dunkerque	51 02 08,90	12.70	- 3.80	+ 2 22 31.24	34.61	-3.37	(+ 0.12)	(+ 2.74)	- 2.30		- 2.31	
3. Lihons	49 49 55,31	57.43	- 2.12	+ 2 44	43.79		+ 1.51		- 0.61	- 0.12		
4. Mont Valérien	48 52 27,34	29.49	- 2.15	+ 2 12 51.46	53.42	-1.96	+ 7.94	+ 9.41	- 0.65	+ 6.33	- 0.80	+ 6.93
5. Pantheon	48 50 46,52	49.72	- 3.20	+ 2 20 48.62	46.61	+2.01	+ 4.50	+ 2.99	- 1.70	+ 2.90	+ 3.17	+ 0.51
6. Chevry	48 00 31.62	32.34	- 0.72	+ 2 37	15.55		+ 4.44		+ 0.78	+ 2.87		
7. Saligny-le-Vif	47 02 40,00	39.62	+ 0.38	+ 2 45	50.90		+ 3.64		+ 1.89	+ 2.10		
8. Arpheuille S. Priest	46 13 40,14	36.22	+ 3.92	+ 2 39	49.62		+ 0.88		+ 5.42	- 0.64		
9. La Bosse	46 10 38,40	34.24	+ 4.16	+ 2 57	13.54		+ 8.37		+ 5.67	+ 6.86		
10. Sermur	45 58 41,45	38.70	+ 2.75	+ 2 25	53.84		- 2.44		+ 4.25	- 3.96		
11. Le Puy de Dome	45 46 28,01	23.29	+ 4.72	+ 2 57 56.35	52.72	+3.63	+ 3.55	+ 0.95	+ 6.23	+ 2.06	+ 4.93	- 1.47
12. Puy de Gué	45 45 12,74	13.12	-0.38	+ 2 13	21.01		- 6.64		+ 1.12	- 8.15		
13. Puy de Sancy	45 31 48,80	43.64	+ 5.16	+ 2 51			- 6.26		+ 6.67	- 7.75		
14. Puy d'Usson	45 31 10,50	08.06	+ 2.44	+ 3 09	26.33		+ 8.48		+ 3.96	+ 7.00		
15. Puy de Bort	45 23 54,86	59.70	- 4.84	+ 2 27	27.65		- 4.53		- 3.34	- 6.03		
16. Le Luguët	45 20 02,70	04.16	- 1.46	+ 2 58			+ 6.33		+ 0.05	+ 4.85		
17. Puy d'Aubassin	45 11 02,65	04.02	- 1.37	+ 2 08	34.18		+ 5.95		+ 0.13	+ 4.44		
18. La Bastide	44 50 00,60	07.30	- 6.70	+ 2 07	08.39		+ 1.09		- 5.20	- 0.42		
19. Montsalvy	44 42 50,35	52.96	- 2.61	+ 2 30	14.23		- 6.07		- 1.11	- 7.56		
20. Rodez	44 21 23,59	23.62	- 0.03	+ 2 34 17.17	25.89	-8.72	- 3.26	+ 2.84	+ 1.47	- 4.73	- 7.38	+ 0.43
21. Carcassone	43 13 19,82	20.52	- 0.70	+ 2,20 54.79	61.28	-6.49	- 3.05	+ 1.39	+ 0.80	- 4.50	- 5.11	- 1.00
22. Rivesaltes	42 45 14,78	16.74	- 1.96	+ 2 51 65.89	59.62	+6.27	+ 5.61	+ 1.35	- 0.45	+ 4.19	+ 7.68	- 1.02
23. Brest, Tour St. Louis	48 23 21,80	22.67	- 0.87	- 4 29.23.73	28.50	+4.77	+ 1.72	- 1.84	+ 0.49	- 0.14	+ 5.75	- 4.44
24. Toussaines	48 22 23,25	23.96	- 0.71	- 3 57 08.42	13.52	+5.10	(+ 6.55)	(+ 2.74)	+ 0.66		+ 6.09	
25. Chassericourt	48 31 20,01	22.14	- 2.13	+ 4 34	13.		+ 2.78		- 0.59	+ 1.28		
26. Cotes Noires	48 37 23,88	25.17	- 1.29	+ 4 53			+ 0.80		+ 0.26	- 0.70		
27. Grand	48 22 43,75	47.20	- 3.45	+ 5 27 04.67	03.13	+1.54	- 1.64	- 2.79	- 1.89	- 3.11	+ 2.83	- 5.23
28. Vaudemont	48 24 32,01	33.82	- 1.81	+ 6 04	15.15		+ 2.88		- 0.24	+ 1.44		
29. Ban de Sapt	48 20 54,58	54.49	+ 0.09	+ 7 00			+ 0.15		+ 1.70	- 1.22		
30. Straßburg, Münster, NW.	48 34 56,69	58.13	- 1.34	+ 7 45 00.51	03.89	-3.38	- 3.53	- 1.00	+ 0.16	- 4.91	- 2.05	- 3.37
31. Nizza, Observ.	43 43 17,27	35.36	-18.09	+ 7 18 01.90	02.58	-0.68	+ 7.57	+ 8.04	-16.50	+ 6.29	+ 0.81	+ 5.73
32. Marseille, Obs.	43 18 17,66	23.20	- 5.54	+ 5 23 37.73	45.53	-7.80	+ 0.93	+ 6.28	- 3.99	- 0.41	- 6.35	+ 3.95

$$d\lambda_{\#} = - 1''264 .$$

115 b)

Mit der Azimutkorrektur 115 a) und dem Sollwert des Widerspruchs resultiert demgegenüber  $d\lambda = - 1''631$ , was voraussetzt, daß keine Verdrehung gegenüber dem Partialsystem Deutschland eingetreten ist. Unsere Längskorrektur dürfte also innerhalb weniger 0''1 sicher sein.

Interessant ist noch der Vergleich der endgültigen Lotabweichungskomponenten für das Pantheon mit den Werten, die sich aus dem "absoluten" System des Meridians in der früheren Arbeit ergeben haben :

$$\Delta\varphi = - 2''33 , \quad \Delta\alpha = + 3''32 , \quad \Delta\lambda = + 3''16 .$$

Der größte Unterschied tritt in der meridionalen Komponente auf und beträgt 0''63. Der Laplacesche Widerspruch ergibt sich im jetzigen, erweiterten System um 0''4 kleiner. Bemerkenswert ist ferner der Punkt Rosendael. Sein Widerspruch ist im Teilsystem Niederlande-Belgien um mehr als 4'' größer, was sich zwanglos der Hauptsachenach aus dem dortigen zu kleinen geoutatischen Azimut erklärt und damit umgekehrt nochmals die Wahl unserer Orientierung (12) stützt. Eine weitere Stütze findet diese Orientierung in der Tatsache, daß die restliche azimutale Lotabweichungskomponente für Straßburg in den beiden Partialsystemen Deutschland und Frankreich gut zusammenstimmt. Übrigens zeigt sich namentlich in der Lotabweichung in Länge bereits der Einfluß der zu kleinen Achse unserer Referenzfläche.

Trotzdem also die Orientierung des Partialsystems gut zu sein scheint, darf dennoch der hier durchgeführte Zusammenschluß nur als Notbehelf angesprochen werden. Die neue französisch-belgische Verbindung erstreckt sich von Dünkirchen bis nach Luxemburg.<sup>23)</sup> Der deutsch-französische Anschluß von 1899, der die französische Seite Amance - Essey mit der deutschen Seite Donon - Bressoir verband, stellt einen kleinen Ausschnitt der Längengradmessung in 48° Breite dar, die als Teilbogen den Parallel von Paris enthält. Eine schöne Verbindung des französischen Netzes mit dem deutschen, schweizerischen und italienischen Netz vermittelt Helbronners "Französischer Alpenmeridian"<sup>24)</sup>, der ein wichtiges Bindeglied für das Projekt des Zusammenschlusses der europäischen Triangulationen bildet. Eine ältere Verbindung zwischen Frankreich und Italien ist durch die Kette vermittelt, die die Triangulierung von Korsika mit dem Meridienne de France verbindet.<sup>25)</sup> Diese Kette hat an der italienischen Riviera einige Punkte mit dem italienischen Fundamentnetz gemeinsam. Aus dem Verlauf von Koordinatendifferenzen kann mit größter Wahrscheinlichkeit der Schluß gezogen werden, daß die drei astronomischen Punkte Settepani, Capo Noli und Tortona ganz oder nahezu identisch sind. Da aber das Vergleichsmaterial fehlt, um dort die alte französische Triangulierung in das System der neuen Triangulierung überzuführen, konnte auch diese Verbindung nicht verwertet werden.

Bekanntlich stellt der Pariser Meridian einen Teilbogen des großen Westeuropäischen Meridians dar und verbindet somit Frankreich mit England und

23) Belgischer Landesbericht für die Generalversammlung der U.G.G. Madrid 1924, Travaux, Tome III, Paris 1926.

24) Paul Helbronner : "Mesure de l'Arc de Méridien dit des Alpes Françaises ....", Generalversammlung der U.G.G., Stockholm 1930, Travaux, Bd.7/1.

25) Perrier : "Mémoire sur la Nouvelle Triangulation de l'Île de Corse", Mémoires du Dépôt Général de la Guerre, Teil 10, Suppl., Paris 1875.

Spanien. Die Verbindung mit Spanien ist aber außer durch die Seite Canigou - Forceral des Meridians noch durch die Seite Maupas - Crabère gegeben, in der der Meridian von Lérida von der Pyrenäenkette Biarritz - Perpignan abzweigt. Da der Westeuropäische Meridian südlich vom Pyrenäenkamm bei der Basis von Vich nach Westen bis über Lérida hinaus abbiegt, läßt sich zur Versteifung des spanisch - französischen Anschlusses leicht das Polygon Lérida - Maupas-Crabère-Forceral-Canigou-Matagalls-Lérida schließen. Die Verbindung mit England ist durch das bekannte, 1861 beobachtete "Kanalnetz" gegeben, das im folgenden § zur Ableitung der Anfelderungselemente herangezogen wird.

---

## 15.

## Fünfzehntes Partialsystem : Großbritannien.

Als Hauptpunkt des englischen Netzes dient das Royal Observatory in Greenwich mit den Ausgangsdaten :

$$\begin{aligned} \varphi &= 51^{\circ} 28' 38.30 \\ \lambda &= 0 \ 00 \ 00.00 \\ \text{Azimut nach Chingford } \alpha &= 359 \ 59 \ 58.360 . \end{aligned} \quad 116)$$

Referenzfläche ist das Ellipsoid von Airy (1830). In Clarkes fundamentalem Werk über die "Principal Triangulation"<sup>26)</sup> sind aber bereits umfangreiche Untersuchungen über die Erdfigur angeschlossen und aus dem damaligen astronomisch-geodätischen Material Großbritanniens ein eigenes bestanschließendes Ellipsoid für das Inselreich sowie Verbesserungen für die geodätischen Ausgangselemente abgeleitet. Dieses Ellipsoid und die geänderten Ausgangswerte wurden wenige Jahre später der Berechnung der Verbindung mit dem Kontinent zugrundegelegt.<sup>27)</sup> Nach Helmert besteht zwischen dem 10-füssigen Stab der "Ordnance Survey" und dem internationalen Meter die Beziehung :

$$1 \text{ Yard} = 3 \text{ Fuß} = 0.9144 \ 0415 \text{ m}_{\text{int}} \quad 117)$$

und wir erhalten daher für die neue Referenzfläche :

$$\begin{aligned} a &= 20 \ 927 \ 005 \text{ feet} = 6 \ 378 \ 580.07 \text{ m} \\ \alpha &= 1 : 280.4 = 0.0035 \ 6633 \ 4 \end{aligned} \quad 118)$$

Selbstverständlich hätten wir ebensogut die Umrechnung nach dem legalen Verhältnis vornehmen können; denn bei gegebenen geographischen Koordinaten geht diese Differenz in die Maßstabkorrektur der Anfelderung ein. Gleichzeitig mit dem Übergang auf das Besselsche Ellipsoid :

$$\frac{da}{a} = -18545 \cdot 10^{-8} \quad , \quad d\alpha = -22356 \cdot 10^{-8}$$

machen wir sofort die Änderung der Ausgangswerte rückgängig :

$$d\varphi = -1.864 \quad , \quad d\alpha = +0.686$$

und finden so für die Koordinaten des Kanalnetzes die Transformationsformeln :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= -1.864 \cos \ell - 0.428 \sin \ell + 18545 \cdot 10^{-8} \varphi_S - \\ &\quad - 22356 (2\ell'' \cos^2 \omega_M - \varphi_S \sin^2 \varphi_M) \\ d\lambda_K &= -1.859 \operatorname{tg} \varphi_K \sin \ell + 3326 \cdot 10^{-8} \varphi_S \operatorname{sec} \varphi_K + 20073 \cdot 10^{-8} \ell'' \operatorname{sec} \varphi_K \end{aligned} \quad 119)$$

26) A.R. Clarke : "Account of the Principal Triangulation", Ordnance Trigonometrical Survey of Great Britain and Ireland, London 1858.

27) Sir Henry James : "Extension of the Triangulation of the Ordnance Survey into France and Belgium", London 1863.

die natürlich auf Greenwich bezogen sind. Diese Umrechnung ist in der folgenden Tabelle 47 durchgeführt.

Tabelle 47 : Die Umrechnung der englischen Koordinaten des Kanalnetzes.

	$\varphi$	$\varphi_B$	$\lambda$	$\lambda_B$
Fairlight	50°52'38"616	36'432	0°37'13"172	13'846
Coldham Hill	51 06 09.732	07.654	1 12 14.850	16.180
St.Peter's	51 21 55.031	53.087	1 25 11.346	12.929
Montlambert	50 42 60.706	58.421	1 39 08.576	10.382
St.Inglevert	50 52 13.663	11.455	1 42 18.459	20.332
Harlettes	50 42 59.481	57.188	1 58 30.470	32.631
Gravelines	50 59 12.389	10.230	2 07 38.052	40.399
Dunkirk	51 02 08.260	06.119	2 22 38.145	40.773
Cassel	50 47 57.311	55.046	2 29 22.700	25.434

Auch die Franzosen haben ihr Kanalnetz nicht auf der damaligen Bezugsfläche ihrer Landesvermessung, dem Delambreschen Ellipsoid, berechnet. Sie benützten vielmehr das Mittel aus den beiden neuesten Erdfiguren, nämlich dem Ellipsoid Struve und dem von der Ordnance Survey abgeleiteten Ellipsoid :

$$\begin{aligned} a &= 20\,926\,339 \text{ feet} = 6\,378\,232 \text{ m} \\ \alpha &= 1 : 294.31 = 0.0033\,9777 \end{aligned} \quad (120)$$

Die hier übernommene und damals anerkannte Umrechnungszahl zwischen engl. Fuß und Meter liegt zeitlich noch vor den bekannten "Comparisons of the Standards of Length" von Clarke (1866). Mithin ist dieses Meter weder mit dem legalen noch mit dem internationalen Meter identisch; den Unterschied nehmen wir in die Maßstabkorrektur auf. Nebenbei bemerkt kommt dieses Ellipsoid dem Clarkeschen Ellipsoid von 1880 schon recht nahe. Die französische Berechnung<sup>28)</sup> des Kanalnetzes unterscheidet sich aber von der alten Triangulierung Frankreichs noch dadurch, daß bereits der Übergang auf die neuen Ausgangswerte im Pantheon vollzogen ist. Da jedoch ohnedies die lokale Beziehung zwischen der alten und neuen Triangulierung im Gebiet des Kanalnetzes unbekannt ist, wählen wir Dünkirchen zum Ursprung für die Umrechnung vom Ellipsoid 120) auf das Besselsche Ellipsoid. Für die weitere Einrechnung in das deutsche System stehen leider nur die beiden Punkte Dunquerque und Cassel zur Verfügung, deren Sollkoordinaten aus dem mittels 113) transformierten Meridian von Paris hervorgehen. Diese Umformung ist für Dünkirchen bereits in Tabelle 45 durchgeführt und muß für Cassel noch nachgeholt werden :

$$\varphi = 50^{\circ}47'57"5459 \quad 61"622 \quad , \quad \lambda = + 0^{\circ}09'07"5114 \quad 2^{\circ}29'19"335 \quad .$$

Die Seite Dünkirchen - Cassel liefert jetzt die auf das Besselsche Ellipsoid bezogenen Transformationselemente für die französischen Koordinaten des Kanalnetzes :

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 4"359 \\ d\lambda &= + 2^{\circ}20'11"844 \\ d\alpha &= + 5"72 \\ k &= + 2816 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad (121)$$

28) Mémorial du Dépôt Général de la Guerre, Tome IX, Supplément : "La Jonction des Réseaux Géodésique de France et de l'Angleterre", Paris, 1865.

Diese Übergänge sind in Tabelle 48 in zwei-Etappen gegeben. Die erste Spalte in  $\varphi$  und  $\lambda$  enthält die auf Seite 81 des erwähnten Werkes<sup>28)</sup> gegebenen Koordinaten, die zweite Spalte die entsprechenden Werte auf dem Besselschen Ellipsoid und die dritte Spalte die Umformung in unser deutsches System auf Grund der Elemente 121).

Tabelle 48 : Die Transformation der französischen Koordinaten des Kanalnetzes.

	$\varphi_{alt}$	$\varphi_B$	$\varphi_D$	$\lambda_{alt}$	$\lambda_B$	$\lambda_D$
Fairlight	50°52'38"457	38"382	42"832	-1°43'03"083	04"117	0°37'07"359
Coldham Hill	51 06 09.675	09.701	14.139	-1 08 01.182	01.876	1 12 09.748
St.Peter's	51 21 55.020	55.161	59.613	-0 55 04.664	05.234	1 25 06.473
Mt.Lambert	50 43 00.700	00.561	04.933	-0 41 07.095	07.520	1 39 04.133
St.Inglevert	50 52 13.665	13.592	17.976	-0 37 57.234	57.630	1 42 14.057
Harlettes	50 42 59.508	59.369	63.721	-0 21 45.046	45.282	1 58 26.434
Gravelines	50 59 12.444	12.423	16.793	-0 12 37.434	37.582	2 07 34.206
Dunkerque	51 02 08.338	08.338	12.697	+0 02 22.771	22.771	2 22 34.615
Cassel	50 47 57.397	57.294	61.622	+0 09 07.440	07.506	2 29 19.335

Damit sind die Sollwerte für die Überführung der englischen Koordinaten in das neue Einheitssystem gefunden. Eine neuerliche Gegenüberstellung und die Ausweisung der Differenzen erübrigt sich. Ursprung der Anfelderung nach Helmert-Thilo bleibt Greenwich. Nach einer genäherten Parallelverschiebung mit  $d\varphi = + 6''5$  und  $d\lambda = - 6''5$  erhalten wir im zweiten Arbeitsgang für den Anschluß Englands auf dem Besselschen Ellipsoid :

$$\begin{aligned} d\varphi &= + 6''3925 \\ d\lambda &= - 6.7699 \\ d\alpha &= - 8.903 \\ k &= + 1795 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad 122)$$

Für die Transformation der Landeskoordinaten tritt hierzu natürlich der Übergang vom Referenzellipsoid der Principal Triangulation auf das Besselsche Ellipsoid. Da aber jetzt bereits über die Maßstabkorrektur des Netzes verfügt ist, müssen wir die Achse des Airyschen Ellipsoides gleichfalls nach 117) in internationale Meter umwandeln :

$$\begin{aligned} a &= 20\,923\,713 \text{ feet} = 6\,377\,576.67 \text{ m} \\ \alpha &= 1 : 299.325 = 0.0033\,4085 \end{aligned} \quad 123)$$

und finden für den Übergang :

$$\frac{da}{a} = - 2815 \cdot 10^{-8}, \quad d\alpha = + 192 \cdot 10^{-8}$$

Die Aufstellung der Umformungsgleichungen erübrigt sich, da leider die Originalkoordinaten nicht zur Verfügung stehen. Um wenigstens einigermaßen einen Ersatz für das fehlende Lotabweichungssystem zu schaffen, greifen wir auf den Westeuropäischen Meridian und die Längengradmessung in 52° Breite zurück.

In der Schumannschen Bearbeitung des Meridians sind die meridionalen Lotabweichungskomponenten für die 12 astronomischen Punkte des englischen Teil-

bogens auf dem Besselschen Ellipsoid und bezogen auf Paris angegeben. Setzt man in seinen Gleichungen<sup>29)</sup>:

	$\xi$	$\xi_P$	$u$	$v$	$\xi_B$
Saxavord	= 0.9980	+ 0.4310	+ 0.0007	- 7.587	; - 10.781
Balta	= 0.9981	+ 0.4282	- 0.0001	- 9.667	; - 12.861
Ben Hutig	= 0.9984	+ 0.3492	- 0.0187	- 2.608	; - 5.803
Cowhythe	= 0.9985	+ 0.3179	- 0.0238	+ 4.603	; + 1.408
Great Stirling	= 0.9986	+ 0.3101	- 0.0249	- 4.867	; - 8.063
Kellie Law	= 0.9988	+ 0.2663	- 0.0294	- 5.888	; - 9.804
Calton Hill	= 0.9988	+ 0.2558	- 0.0301	+ 1.412	; - 1.784
Durham	= 0.9990	+ 0.2131	- 0.0314	- 2.569	; - 5.866
Burleigh Moor	= 0.9990	+ 0.2060	- 0.0314	+ 0.381	; - 2.816
Clifton Beacon	= 0.9992	+ 0.1660	- 0.0300	- 0.059	; - 3.256
Arbury Hill	= 0.9994	+ 0.1216	- 0.0258	- 4.010	; - 7.208
Greenwich	= 0.9995	+ 0.0947	- 0.0219	- 3.240	; - 6.438

zunächst die Verbesserungen der Erdelemente :

$$\check{u} = 100\ 000 \frac{da}{a}, \quad v = 100\ 000 \, d\alpha$$

Null und setzt für das Pantneon aus Tabelle 46 den Wert  $\xi_P = - 3.20$  ein, so findet man die in der letzten Spalte ausgewiesenen Lotabweichungskomponenten. Das Minimalsystem dieser Komponenten erfordert eine geodätische Breitenverschiebung um  $d\varphi = - 6.106$ , wodurch die Breitenverschiebung der Anfelderung 122) fast vollständig aufgehoben wird.

Nunmehr führen wir in obige Gleichungen Greenwich als Nullpunkt ein, eliminieren also  $\xi_P$  mittels der Relation :

$$1.0005 \xi_G - 0.0947 u + 0.0219 v + 3.242 = \xi_P$$

und finden :

	$\xi$	$\xi_G$	$u$	$v$	
Saxavord	= 0.9985	+ 0.3365	+ 0.0226	- 4.351	
Balta	= 0.9986	+ 0.3337	+ 0.0218	- 6.431	
Ben Hutig	= 0.9989	+ 0.2547	+ 0.0032	+ 0.629	
Cowhythe	= 0.9990	+ 0.2233	- 0.0019	+ 7.840	
Great Stirling	= 0.9991	+ 0.2155	- 0.0030	- 1.630	
Kellie Law	= 0.9993	+ 0.1717	- 0.0075	- 2.650	
Calton Hill	= 0.9993	+ 0.1612	- 0.0082	+ 4.650	
Durham	= 0.9995	+ 0.1185	- 0.0095	+ 0.570	
Burleigh Moor	= 0.9995	+ 0.1114	- 0.0095	+ 3.620	
Clifton Beacon	= 0.9997	+ 0.0714	- 0.0081	+ 3.180	
Arbury Hill	= 0.9999	+ 0.0270	- 0.0039	- 0.770	

Da bereits aus den Absolutgliedern hervorgeht, daß  $\xi_G$  eine kleine Größe ist,

-----

29) R. Schumann : Der neue westeuropäische Meridianbogen, Verhandlungen der 15. Konferenz der Internationalen Erdmessung in Budapest (1906), Berlin 1908, Seite 244 - 261 . (Tabelle auf Seite 257 ) .

dürfen wir der Einfachheit halber seine Koeffizienten durchwegs 1 annehmen und erhalten im Ausgleichtswege bei festgehaltener Abplattung ( $v = 0$ ) :

$$\frac{da}{a} = + 0.0001 4148, \quad (a + da) = 5\,378\,299 \text{ m} \quad (124)$$

$$\xi_6 = - 2''.78$$

und für das Besselsche Ellipsoid :  $\xi_6 = - 0''.39$  und damit die Breitenverschiebung  $d\varphi_6 = - 6''.00$ . Selbstverständlich ist mit 124) das bestanschließende Ellipsoid trotz der schönen Annäherung an die Achse 118) noch nicht gefunden.

Die Längengradmessung in  $52^\circ$  Breite enthält ferner die beiden Linien Greenwich - Feaghmain und Greenwich - Haverfordwest<sup>50)</sup>. Feaghmain, die höchste Erhebung der Insel Valentia, ist der Anfangspunkt der Längengradmessung. Für die erste Linie entnehmen wir auf Seite 57 die geodätischen Daten :

Greenwich :	$\varphi = 51^\circ 28' 38''.30$	Feaghmain :	$\varphi = 51^\circ 55' 20''.33$
	$\lambda = 0\,00\,00.00$		$\lambda = -10\,20\,46.30$
	$\alpha = 278\,00\,46.51$		$\alpha = 89\,53\,05.75$
	$s = 716\,315.0 \text{ m}$		$(s + ds) = 716\,315.1 \text{ m}$

Mit den Korrekturen  $d\varphi$ ,  $d\lambda$ ,  $d\alpha$  aus 122) für Greenwich und  $k = 0$  folgt für Feaghmain :  $d\varphi = + 5''.29$ ,  $d\lambda = - 8''.23$ ,  $d\alpha = - 10''.71$ .

In Haverfordwest ist das astronomische Azimut nicht gemessen und wir können daher die geodätischen Azimute der Linie Greenwich - Haverfordwest außer acht lassen. Jetzt ist aber  $k = + 6313.10^{-8}$  und es folgt mit denselben Ausgangswerten für Greenwich in Haverfordwest :

$$\varphi = 51^\circ 47' 51''.70 + 5''.94 = 57''.64$$

$$\lambda = -4\,57\,46.40 - 8.66 = 55.06.$$

Damit ergeben sich für die drei Punkte endlich folgende Lotabweichungen :

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$
Greenwich	$51^\circ 28' 38''.30$	$44''.69$	$- 6''.39$	$359^\circ 59' 60''.00$	$53''.23$	$+ 6''.77$	$+ 8''.90$	$- 3''.60$
Haverfordwest	$51\,47\,51.77$	$57.64$	$- 5.87$	$- 4\,57\,46.40$	$55.06$	$+ 8.66$		
Feaghmain	$51\,55\,22.85$	$25.62$	$- 2.78$	$- 10\,20\,52.19$	$54.53$	$+ 2.34$	$+ 9.22$	$- 7.38$

und deren Mittelwerte :

$$(\varphi' - \varphi)_m = - 5''.01, \quad (\lambda' - \lambda)_m = + 5''.92.$$

Mit dem Sollwert des Widerspruches würde sich für die azimutale Komponente ergeben :

$$d\alpha = + 7''.37.$$

Es ist klar, daß dies alles nur Überschlagsrechnungen sind. Soweit das spärliche Material erkennen läßt, besteht hinsichtlich der  $\xi$ -Komponente zwischen Meridian und Parallel eine genügende Übereinstimmung. Was die azimutale Lotabweichung anlangt, sei daran erinnert, daß die Engländer aus ihrem Lotabweichungssystem mit 75 Bedingungsgleichungen auf dem bestanschließenden Ellipsoid das "absolute" Ausgangsazimut Greenwich - Chingford :

$$\alpha = 359^\circ 59' 58''.360 - 0''.686 = 57''.674$$

50) A.Börsch - L.Krüger : Die europäische Längengradmessung in  $52^\circ$  Breite von Greenwich bis Warschau, 2.Heft, Veröff.d.Geod.Inst.Potsdam, Berlin 1896.

abgeleitet haben. Ähnlich wie bei der Breite scheint also auch im Azimut der Großteil der durch die Anfelderung bedingten Verdrehung 122) durch den Übergang auf das absolute System wieder kompensiert zu werden. Dies verleiht obigen Werten für  $d\lambda$  und  $d\alpha$  eine gewisse Wahrscheinlichkeit. Was nun die große Azimutkorrektur anlangt, müssen wir in Betracht ziehen, daß schon wegen der zu kleinen Referenzfläche Längen- und Azimutverbesserung gegen Westen stetig zunehmen. Nimmt man überschlagsweise für die Verbesserung der Erdelemente  $da = + 500$  m, also  $\frac{da}{a} = + 7840 \cdot 10^{-8}$  und  $d\alpha = + 2423 \cdot 10^{-8}$  an, letzteres entsprechend dem Übergang auf die Hayfordsche Abplattung, und wandert im Parallel des Schwerpunkts des 1. Partialsystems nach Westen, so wird die zugehörige Längenkorrektur  $d\lambda = - 9369 \cdot 10^{-8} \cdot \ell''$ , mithin pro Längengrad  $+ 0''34$ . Die Längenkorrektur würde daher auf dem Wege von Greenwich bis Valentia allein wegen der Verbesserung der Erdelemente um  $+ 3''4$  zunehmen und die Azimutkorrektur in Übereinstimmung hiermit um  $+ 2''7$ .

Wenn wir daher obige Mittelwerte versuchsweise als Systemkorrekturen beibehalten :

$$\begin{aligned} d\varphi_{15} &= - 5''0 \\ d\lambda_{15} &= + 5.9 \\ d\alpha_{15} &= + 7.4 \end{aligned} \quad 125)$$

müssen wir sie auf den Mittelpunkt der Linie Greenwich - Feaghmain :

$$\begin{aligned} \varphi_{15} &= 51^{\circ}43'57'' \\ \lambda_{15} &= - 5^{\circ}06'18'' \end{aligned} \quad 126)$$

beziehen. Die Brauchbarkeit dieser approximativen Elemente kann nur aus der Kombination mit den übrigen Partialsystemen hervorgehen, während die beiden Laplaceschen Punkte Greenwich und Feaghmain im späteren umfassenden Lotabweichungssystem Verwendung finden.

## Sechzehntes Partialsystem : Ost - Spanien .

Leider kann die Anfelderung des spanischen Fundamentalnetzes nicht durchgeführt werden, weil die Originalkoordinaten nicht vorliegen. Lediglich für die westliche der beiden am Schluß des vorletzten Abschnittes erwähnten Verbindungen mit Frankreich, nämlich für die Seite Maupas - Crabère der Pyrenäenkette, findet sich im Landesbericht für die Tagung der U.G.G. in Madrid 1924 eine Gegenüberstellung der spanischen und französischen Werte:

	$\varphi_S$	$\varphi_F$	$\lambda_S$	$\lambda_F$	$\alpha_S$	$\alpha_F$
Maupas	42°42'04".78	07'35	4°13'58".71	56'87	241°32'50".17	90".75
Crabere	42 49 32.59	35.02	4 32 45.18	43.75	61 45 35.01	75.88.

Die Längen beziehen sich auf den Meridian von Madrid, doch ist nicht ersichtlich, welche Längendifferenz Madrid - Paris der Umrechnung der französischen Längen zugrundegelegt wurde. Ferner legt die große Azimutdifferenz von fast 41" die Vermutung nahe, daß die französischen Koordinaten der alten Triangulierung angehören. Aber abgesehen davon reicht selbstverständlich diese bloß 29 km lange Seite nicht für einen sicheren Zusammenschluß der beiden Triangulierungen aus.

Hingegen gestattet der Westeuropäische Meridian die Aufstellung eines Lotabweichungssystems für das östliche Spanien. Wir benützen hiezu die von Schumann (l.c.30, Seite 253) berechneten Linien mit den in der folgenden Tabelle 49 zusammengestellten astronomischen Azimuten und Seitenlängen:

	$\alpha'$ (hin)	$\alpha'$ (zurück)	log s
Rivesaltes - Lérida	236°26'16".72	54°56'00".47	5.350 251
Lérida - Montolar	271 36 14.47	90 22 17.51	5.189 495
Montolar - Javalon	185 51 26.94	5 44 04.14	5.197 516
Lérida - Desierto	196 38 44.18	16 15 27.66	5.248 918
Desierto - Javalon	277 51 29.54	96 55 25.97	5.095 250
Desierto - Mola	140 05 09.06	321 02 13.11	5.309 953
Javalon - Chinchilla	190 28 32.30	10 16 33.27	5.170 071
Chinchilla - Mola	94 38 30.85	276 41 10.55	5.454 796
Chinchilla - Tetica	198 11 45.99	17 46 30.33	5.288 851
Tetica - Roldan	127 16 22.71	307 34 33.86	4.749 461
Tetica - Conjuros	237 59 35.78	57 23 11.49	5.024 239

Mit den aus Tabelle 45 entnommenen "deutschen" Koordinaten findet man für die Seite Rivesaltes - Carcassone das geodätische Azimut 321°09'37".41, während bei Schumann das astronomische Azimut mit 321°09'43".61 angegeben ist. Mithin unterscheidet sich die azimutale Lotabweichungskomponente (+ 6".20) um 0".6 von dem Wert in Tabelle 46. Mit dem Mittel + 5".91 und dem astronomischen

Azimuth in der vorhergehenden Tabelle ergibt sich das geodätische Ausgangsazimuth für unsere Rechnung:

$$\text{Rivesaltes (Perpignan)} - \text{Lérida} = 236^{\circ} 26' 10''81 .$$

Vergleicht man jeweils das durch geodätische Übertragung gewonnene Endazimuth einer Seite mit dem astronomischen Azimuth bei Schumann, so ergibt sich in jedem Endpunkt die Lotabweichung in Azimuth und damit das geodätische Azimuth für die folgende Übertragung. Zu erwähnen ist noch, daß das berechnete Liniennetz zwei Vierecke mit einer gemeinsamen Seite (Javalon-Desierto) enthält. Um eine strenge Ausgleichung zu ersparen, wurde folgender Weg eingeschlagen. Ausgehend von Lérida wurde einerseits die Seite Lérida-Desierto, andererseits der Linienzug Lérida-Montolar-Javalon berechnet. Die aus den Koordinaten der Endpunkte Javalon und Desierto berechnete Seite stimmt in der Länge vollständig mit der Angabe in obiger Tabelle überein, verlangt jedoch eine positive Verdrehung um  $7''44$ , um den Seitenabschlußfehler des Vierecks zu tilgen. Weil dieser Verdrehung der annähernd im Parallel verlaufenden Linie eine Querverwenkung von 4.49 m entspricht, wurde die Seite Montolar-Javalon um 2.25 m verkürzt und die Seite Lérida-Desierto um denselben Betrag vergrößert. Damit ist auch der Winkelabschlußfehler von  $2''56$  gleichmäßig auf die beiden Punkte Javalon und Desierto aufgeteilt, was eine Mittelung der in diesen Punkten erhaltenen azimuthalen Lotabweichungen erfordert. Berechnet man jetzt die Seiten Javalon-Chinchilla und Desierto-Mola di Formentera und mit den erhaltenen Endpunktskoordinaten die Linie Chinchilla-Mola, so erweist sich diese 285 km lange Linie um 3.48 m zu groß. Hingegen verlangen die beiden Azimute dieser Linie bloß eine mittlere negative Korrektur von  $1''00$ . Eine derartige Verdrehung der Linie in Chinchilla bei festgehaltenem Azimuth Desierto-Mola verkürzt die Seite Chinchilla-Mola bereits um ein gutes Drittel des Fehlbetrages. Die Beseitigung des restlichen Abschlußfehlers von 2.3 m beeinflußt die Koordinaten der Punkte Chinchilla und Mola nur mehr um einige  $0''01$  und konnte für die Zwecke des Lotabweichungssystems vernachlässigt werden. In Anbetracht der Willkürlichkeit wurde die kleine Verdrehung der Linie Chinchilla-Mola weder bei der Bestimmung des Azimuths Chinchilla-Tetica noch für die azimuthale Lotabweichungskomponente in Mola berücksichtigt. Das Ergebnis der Rechnung ist in Tabelle 50 ausgewiesen.

Tabelle 50 : Die geodätischen Linien im spanischen Teilbogen des Westeuropäischen Meridians.

	$\varphi$	$\lambda$	Azimuth nach:	$\alpha$
Lérida	41°37'02''861	+ 0°37'35''926	Rivesaltes	54°55'55''06
			Desierto	196 38 38.77
			Montolar	271 36 09.06
Montolar	41 38 29.156	- 1 13 47.423	Lérida	90 22 08.99
			Javalon	185 51 18.42
Javalon	40 13 46.306	- 1 25 07.426	Montolar	5 43 52.83
			Desierto	96 55 13.38
			Chinchilla	190 28 20.36
Desierto	40 05 07.092	+ 0 01 51.267	Lérida	16 15 15.83
			Mola di F.	140 04 57.16
Chinchilla	38 55 07.436	- 1 43 43.626	Javalon	10 16 29.22
			Mola di F.	94 38 27.28
			Tetica	198 11 42.68

	$\varphi$	$\lambda$	Azimut nach:	$\alpha$
Mola di F.	38°39'55".011	+ 1°32'08".988	Chinchilla	276°41'11".50
			Desierto	321 02 14.55
Tetica	37 15 07.643	- 2 24 47.688	Chinchilla	17 46 22.58
			Roldan	127 16 14.96
			Conjuros	237 59 28.03
Roldan	36 56 40.388	- 1 54 41.148	Tetica	307 34 24.65
Conjuros	36 44 33.955	- 3 25 02.378	Tetica	57 23 12.72

Von diesen Punkten sind Lérida, Desierto und Tetica Laplacesche Punkte. Das Polygon Madrid-Biarritz-Paris-Perpignan (Rivesaltes)-Desierto hat Albrecht an seine "Ausgleichung des zentraleuropäischen Längennetzes" angehängt. Außerdem sind noch die zwei Längendifferenzen Madrid-Lérida = 17<sup>m</sup> 15<sup>s</sup> 578 und Madrid-Tetica = 5<sup>m</sup> 06<sup>s</sup> 425 gegeben, womit wir im Albrechtschen System finden:

Madrid	= - 3° 41' 16".35	(westlich Greenwich)
Tetica	= - 2 24 39.97	
Lérida	= + 0 37 37.32	(östlich Greenwich)
Desierto	= + 0 02 01.60	
Rivesaltes	= + 2 52 06.22	

Der Wert für Rivesaltes weicht geringfügig von dem in § 15 aus der Längendifferenz mit Paris gewonnenen Wert ab.

Um die Zahl der Laplaceschen Punkte etwas zu erhöhen, sind Carcasone und Rivesaltes in das ostspanische Partialsystem (Tabelle 51) aufgenommen. Von insgesamt 11 Stationen sind demnach 5 Laplacesche Punkte.

Der Ausgleich der Lotabweichungen liefert im Schwerpunkt:

$$\begin{aligned}\varphi_{16} &= 39^{\circ} 49' 30'' & 127) \\ \lambda_{16} &= - 0 25 41\end{aligned}$$

die Korrekturen:

$$\begin{aligned}d\varphi_{16} &= - 1''.533 & 128a) \\ d\alpha_{16} &= + 5.33\end{aligned}$$

Die kleine Streuung der Laplaceschen Widersprüche und die geringe Abweichung ihres Mittelwertes  $w_m = + 2''.97$  vom zu erwartenden "Sollwert" läßt die Ableitung der Längenkorrektur aus ihnen unbedenklich erscheinen:

$$d\lambda_{16} = + 3''.587. \quad 128b)$$

Tatsächlich stimmen auch  $d\alpha$  und  $d\lambda$  gut zusammen:

$$+ 5''.33 - 3''.587 \sin \varphi_{16} = + 3''.03,$$

so daß sich die Längenkorrektur nur wenig anders ergeben hätte, wenn alle Stationen Laplacesche Punkte wären. Hingegen läßt die notwendige Beschränkung auf das östliche Drittel der Pyrenäenhalbinsel und besonders die Küstennähe der Punkte Desierto, Roldan und Conjuros sowie die Inselstation Mola di

Tabelle 51 : Partialsystem Ost - Spanien

	$\varphi'$	$\varphi$	$(\varphi' - \varphi)$	$\lambda'$	$\lambda$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\alpha$	$\Delta\lambda$	$\bar{w}$
1. Carcassone	43°13'19"82	20°52'	- 0°70'	+ 2°20'54"79	61°28'	- 6°49'	- 3°05'	+ 1°39'	+ 1°03'	- 8°56'	- 10°44'	- 1.41
2. Rivesaltes	42 45 14.78	16.74	- 1.96	+ 2 51 65.89	59.62	+ 6.27	+ 5.61	+ 1.35	- 0.20	+ 0.16	+ 2.39	- 1.46
3. Montolar	41 38 32.19	29.16	+ 3.03	- 1 13	47.42		+ 8.52		+ 4.51	+ 3.01		
4. Lerida	41 37 01.87	02.86	- 0.99	+ 0 37 37.32	35.93	+ 1.39	+ 5.41	+ 4.48	+ 0.62	- 0.03	- 2.39	+ 1.56
5. Javalon	40 13 46.01	46.31	- 0.30	- 1 25	07.43		+11.95		+ 1.16	+ 6.55		
6. Desierto	40 05 02.32	07.09	- 4.77	+ 0 01 61.60	51.27	+10.33	+11.20	+ 4.55	- 3.20	+ 5.87	+ 6.72	+ 1.54
7. Chinchilla	38 55 09.83	07.44	+ 2.39	- 1 43	43.63		+ 3.31		+ 3.83	- 2.00		
8. Mola di F.	38 39 53.99	55.01	- 1.02	+ 1 32	08.99		- 1.44		+ 0.65	- 6.61		
9. Tetica	37 15 11.89	07.64	+ 4.25	- 2 24 39.97	47.69	+ 7.72	+ 7.75	+ 3.08	+ 5.64	+ 2.54	+ 4.39	- 0.12
10. Roldan	36 56 35.25	40.39	- 5.14	- 1 54	41.15		+ 9.21		- 3.71	+ 4.04		
11. Conjuros	36 44 22.31	33.96	-11.65	- 3.25	02.38		- 0.23		- 10.33	- 5.43		

Formentera einen stärkeren Einfluß des regionalen Geoidverlaufes vermuten.

Wiewohl der Mangel an Unterlagen den Anschluß Spaniens an Frankreich und in weiterer Folge die Einbeziehung Portugals in unseren Netzverband verhinderte, sei noch kurz erwähnt, daß dem spanischen Fundamentalnetz das Ellipsoid Struve:

$$a = 6\,378\,298.3 \text{ m} \quad 129)$$

$$v = 1 : 294.73$$

zugrundeliegt. Übrigens ermöglichte der Umstand, daß sich in einem 1905 erschienenen Buch<sup>31)</sup> genäherte geographische Koordinaten für die Totalitätszone einer Sonnenfinsternis fanden; eine kleine Überprüfung unserer Berechnungen. Wir transformieren die dort angegebenen Koordinaten von drei Punkten mittels der Elemente:

$$\frac{da}{a} = -14\,128 \cdot 10^{-8}, \quad d\alpha = -5017 \cdot 10^{-8}$$

auf das Besselsche Ellipsoid, wobei Desierto als Nullpunkt dient:

	$\varphi_{Struve}$	$\varphi_{Bessel}$	$\lambda_{Struve}$	$\lambda_{Bessel}$
Montolar	41° 38' 28".78	29" 37	+ 2° 27' 28".48	27".73
Javalon	40 13 46.51	46.56	+ 2 16 08.44	07.59
Desierto	40 05 07.38	07.38	+ 3 43 06.36	06.36

Die Längen beziehen sich wieder auf den Meridian der Sternwarte Madrid. Jetzt ergibt sich folgender kleiner Vergleich:

	$\varphi_D$	$\varphi_S$	$d\varphi$	$\lambda_D$	$\lambda_S$	$d\lambda$
Montolar	41° 38' 29".16	29" 37	- 0".21	- 1° 13' 47".42	48".62	- 1".20
Javalon	40 13 46.31	46.56	- 0.25	- 1 25 07.43	08.76	- 1.33
Desierto	40 05 07.09	07.38	- 0.29	+ 0 01 51.27	50.01	- 1.26

Dabei sind die spanischen Längen mit obigem astronomischen Längenunterschied Greenwich - Madrid auf Greenwich umgerechnet.

Damit muß unser Netzverband abgeschlossen werden. Die Gründe für den Ausschluß Nordeuropas und Rußlands sind bereits im Vorwort auseinandergesetzt. Es ist natürlich sehr bedauerlich, daß unser Netzverband deshalb wieder kein gesamteuropäisches Ergebnis liefert. Aber eine Erweiterung stößt nach Veröffentlichung des Ostseeringes auf keine Schwierigkeiten, falls der geplante Zusammenschluß der europäischen Landesnetze nicht so rasch vorwärtsschreiten sollte, wie es wünschenswert ist. Die Mängel des Netzverbandes wurden genügend hervorgehoben. Die Schlüsse, die daraus abzuleiten sind, und die Aufgabe, der er dienen soll, werden aber dadurch nicht wesentlich berührt. Bevor wir an die Ableitung der günstigsten Ausgangselemente und der Verbesserungen der Erd-elemente schreiten, ist eine Diskussion der aufgestellten Teilsysteme am Platz.

31) "Coordenadas Geograficas de pun tos comprendidos en la zona de la totalidad del Eclipse de Sol de 30 de Agosto de 1905", Madrid 1905.

## Die Diskussion der Elemente der Partialsysteme .

Bekanntlich ist ein nicht zu kleines Netz dann annähernd absolut orientiert, wenn aus der Berechnung des Minimalystems der Lotabweichungen wohl eine Parallelverschiebung, aber keine Verdrehung ( $d\alpha = 0$ ) resultiert. Da für gewöhnlich in den Landesnetzen die geodätischen Ausgangswerte im Fundamentalpunkt den astronomischen Beobachtungsergebnissen gleichgesetzt werden, ist ein solches Netz im allgemeinen nicht absolut orientiert. Dies ist nur dann der Fall, wenn entweder die Ausgangsorientierung durch einen reinen Azimutausgleich verbessert wird - so z.B. in Bulgarien - oder wenn zufällig das astronomische Ausgangsazimut derart fehlerhaft beobachtet ist, daß die Lotabweichung in Azimut mehr oder minder kompensiert erscheint. Dieser glückliche Zufall ist beim deutschen Netz eingetreten. Das ältere zur Orientierung verwendete Ausgangsazimut in Rauenberg ist um  $3''8$  zu klein, während sich als definitive Lotabweichung in Azimut im 1. Partialsystem der Wert  $+ 2''8$  ergab. Mithin ist das Reichsdreiecksnetz bis auf  $1''$  absolut orientiert. Dieser Azimutfehler zusammen mit der Änderung der astronomischen Ausgangslänge durch die spätere Albrechtsche Ausgleichung hat aber einen Laplaceschen Widerspruch  $w = +2''74$  zur Folge, der im ganzen Netzverband als fast konstanter Mittelwert aufscheint. Die Konstanz dieses Mittelwertes ist darauf zurückzuführen, daß die Laplaceschen Widersprüche in den übrigen Netzpunkten nicht nur von der Lotabweichung im Hauptpunkt, sondern auch von einem einheitlich konstanten Maßstabfehler des Netzes und, gemäß 48), bis auf kleine Größen höherer Ordnung auch von den Elementen der Referenzfläche unabhängig sind, abgesehen von einem geringen Einfluß einer fehlerhaften Abplattung.

Eine Änderung des Mittelwertes, die nicht durch rein individuelle Fehler der astronomischen Daten der zugrundeliegenden Laplaceschen Punkte erklärt werden kann, beweist dann aber relative Verdrehungen in den verschiedenen Teilen des großen Netzverbandes. Mithin kann die Gesamtorientierung an den mittleren Laplaceschen Widersprüchen der Teilsysteme geprüft werden. Wir vergleichen also den "Sollbetrag"  $w_m = d\alpha_K - d\lambda_K \sin \varphi_K = + 2''74$  mit den Einzelwerten:

Deutschland: $w_m = + 2''74$ ,	Griechenland : $w_m = + 6''94$
Böhmen + 2.60	Österreich + 1.14
Slowakei + 2.63	Italien + 1.51
Polen + 2.50	Schweiz + 2.15
Ungarn + 2.48	Niederlande + 3.46
Rumänien + 3.82	Frankreich + 2.44
Jugoslawien + 2.40	Großbritannien (+ 2.74)
Bulgarien + 3.41	Ost-Spanien + 3.03

Abgesehen von Griechenland scheint eine tatsächliche nennenswerte Verdrehung von etwa  $1''$  nur in Rumänien und Bulgarien einerseits und Italien

andererseits vorzuliegen. Sie ist in Rumänien und Bulgarien aus der Unsicherheit der Anfelderung zu erklären und in Bulgarien eine Folge des weiteren Anschlusses an den serbisch-rumänischen Übergang. Die annähernde Gleichheit der Abweichung für Bulgarien und Rumänien bestätigt übrigens, daß eine systematische Klaffung der beiden Landesnetze längs der Donaugrenze nicht zu fürchten ist. Anders liegen die Verhältnisse in Österreich. Der kleinere Mittelwert ist nicht auf eine Verdrehung zurückzuführen, was schon der Umstand beweist, daß die Erscheinung beim Anschluß der Schweiz wieder verschwindet. Sie ist vielmehr in der Unsicherheit der Längenkorrektion begründet. Dasselbe gilt für die Niederlande und Belgien, wo gleichfalls die zu geringe Zahl der Laplaceschen Punkte keine sichere Ableitung der Längenkorrektion gestattet. Gänzlich aus dem Rahmen fällt Griechenland. Die Tatsache, daß das griechische Netz nicht einheitlich ausgeglichen wurde, kann wohl eine Verdrehung beim Anschluß zur Folge haben. Die Restklaffungen an der serbisch-bulgarischen Naht und in weiterer Folge bei der Anfelderung Albaniens waren auffallend groß. Die innere Übereinstimmung der 5 Laplaceschen Punkte zeigt auch kein abnormales Bild. Trotzdem ist ein Orientierungsfehler von über 4" - eine Sekunde geht auf Konto der bulgarischen Naht - fraglich. Der Wert für England ist eingeklammert, weil er ja zwangsweise eingeführt wurde.

Während bei einem Einzelnetz oder in unserem Netzverband im zentralen Teilsystem Deutschland die Azimutkorrektion einen Einblick in die Güte der Orientierung gibt, ist dies bei den folgenden Partialsystemen nicht mehr der Fall. Denn mit zunehmender Entfernung vom Zentralpunkt werden die aus der Abweichung der Referenzfläche vom bestanschließenden Ellipsoid folgenden systematischen Unterschiede in den geodätischen und astronomischen Koordinaten immer größer. Nehmen wir fiktiv an, daß das Geoid mit seinem bestanschließenden Ellipsoid zusammenfällt und daß dieses gegenüber dem Besselschen Ellipsoid eine um 500 m größere Achse und die Abplattung des Hayfordschen Ellipsoides hat:

$$\frac{da}{a} = + 7840 \cdot 10^{-8}, \quad d\alpha = + 2423 \cdot 10^{-8},$$

so würden wir finden:

Deutschland	: $d\varphi = - 1^{\prime}59$	$d\lambda = - 2^{\prime}16$	$d\alpha = + 1^{\prime}01$
Böhmen	- 0.84	- 2.46	+ 0.86
Slowakei	- 0.50	- 4.55	- 0.68
Polen	- 1.46	- 5.77	- 1.82
Ungarn	- 0.34	- 4.57	- 0.65
Rumänien	+ 0.07	- 6.19	- 1.76
Jugoslawien	+ 0.45	- 3.47	+ 0.31
Bulgarien	+ 0.91	- 5.75	- 1.18
Griechenland	+ 1.78	- 5.08	- 0.43
Österreich	- 0.26	- 1.96	+ 1.29
Italien	+ 0.97	- 1.83	+ 1.51
Schweiz	+ 0.01	- 0.29	+ 2.53
Niederlande	- 1.27	+ 1.09	+ 3.60
Frankreich	+ 0.24	+ 1.32	+ 3.70
Großbritannien	- 0.63	+ 4.78	+ 6.49
Ost-Spanien	+ 2.02	+ 1.72	+ 3.86

Die hier eingeführten Verbesserungen der Erdelemente sind der früheren Untersuchung (Fußnote 1) entnommen und haben daher bereits eine große Wahrscheinlichkeit. Demnach wird das Bild des theoretischen Einflusses dieser Verbesserungen der Wahrheit ziemlich nahekommen. Die vorstehende Tabelle eröffnet daher die Möglichkeit, die aus dem tatsächlichen Geoidverlauf resultierenden regionalen Einflüsse auf die Elemente der einzelnen Partialsysteme abzuschätzen.

Die Korrekturen des Partialsystems Deutschland hängen aufs engste mit der Lotabweichung im alten Fundamentalpunkt Rauenberg und den astronomischen Fehlern, resp. Änderungen zusammen, die das Auftreten des mittleren Widerspruchs bedingen (siehe § 1 u. 8).

Im Teilsystem Böhmen und Mähren sind  $d\lambda$  und  $d\alpha$  um etwa eine halbe Sekunde kleiner; ob dies der kleinen Zahl Laplacescher Punkte zuzuschreiben ist oder regionale Einflüsse verrät, kann natürlich nicht entschieden werden.

Im 3. Partialsystem Slowakei stimmen  $d\lambda$  und  $d\alpha$  auffallend gut mit obigen theoretischen Werten überein. Die Breitenkorrektur - 1'2 ist um 0'7 kleiner; vermutlich hängt dies damit zusammen, daß das ostwestlich erstreckte Land im Norden durch den Gebirgszug der Beskiden begrenzt ist. Dieser bedingt nämlich einen Anstieg des Geoids nach Norden, weshalb die astronomischen Breiten kleiner sind und das Minimalsystem eine negative Breitenkorrektur erfordert.

Viel schwieriger liegen die Verhältnisse in Polen. Die Abnahme der Längen und Azimutkorrektur gegenüber Deutschland reduziert sich auf etwa 40%, was einer Achsenvergrößerung von bloß 200 m entsprechen könnte. Auch im älteren Europäischen Einheitssystem Potsdam folgt aus der alleinigen Kombination Ostelbien - Polen eine kleinere Achsenvergrößerung (l.c. 1, Abschnitt 13). Worauf die stärkere negative Breitenkorrektur zurückzuführen ist, läßt sich nicht sagen. Man würde eher umgekehrt einen Geoidanstieg von der Ostsee gegen Süden erwarten. Gegenüber einer Änderung der Ellipsoidelemente ist die Breitenkorrektur unempfindlich, weil die beiden Schwerpunkte 1 und 4 fast im selben Parallelkreis liegen.

Auch in Ungarn bleibt die Abnahme der Längen - und Azimutkorrektur gegenüber den obigen Tabellenwerten um etwa 40% zurück, was durch eine geringere Abweichung des bestanschließenden Ellipsoides von der verwendeten Referenzfläche erklärt werden könnte. Es ist dies weiter nicht verwunderlich, da sich die Partialsysteme räumlich weit überdecken.

In Rumänien ist die Azimutkorrektur, wie aus dem mittleren Widerspruch hervorgeht, um 1" zu groß. Berücksichtigt man dies, so beträgt die Abnahme der Längen - und Azimutverbesserung wie in Ungarn lediglich 60% unserer Tabellenwerte, was einer Achsenvergrößerung von rund 300 m gleichkommt. Die Breitenkorrektur bleibt um 0'9 hinter dem Tafelwert zurück, was durch die gleiche Erscheinung oder durch einen leichten Geoidanstieg gegen Norden erklärt werden könnte.

Hingegen sind in Jugoslawien die negativen Korrekturen für Länge und Azimut derart groß, daß sie nur durch eine ungefähr dreimal so große Achsenverbesserung, also durch die Annahme  $d\alpha = + 1500$  m befriedigt werden könnten, wenn man nicht an den Einfluß eines regional-systematischen Geoidverlaufes denkt. Der am Schluß des § 7 gebrachte Deutungsversuch hat daher viel Wahrscheinlichkeit für sich. Namentlich in der Westhälfte des Lotabweichungssystems muß infolge des Einflusses der Adria und des Mittelmeers mit

einem Geoidanstieg in nördlicher Richtung gerechnet werden, in Übereinstimmung mit der stark negativen Breitenverbesserung  $d\varphi$ , die bei Kombination mit dem zentralen Teilsystem Deutschland wieder stark verkleinernd auf die Achse des Ellipsoides einwirkt.

Das Elementensystem 74) von Bulgarien paßt, wenn man wie in Rumänien die rein geodätische Verdrehung berücksichtigt, in Länge und Azimut ziemlich gut in unsere Tabelle. In meridionaler Richtung ergibt sich eine Divergenz von ca. 1"5.

Das kleine Partialsystem Griechenland zeigt aber derart große Differenzen, daß es für die weiteren Untersuchungen besser ausgeschlossen wird. Stark regional-systematische Einflüsse scheinen sich hier mit geodätischen und astronomischen Fehlern zu superponieren, ohne daß sich infolge der kleinen Punktzahl eine plausible Trennung ermöglichen läßt.

Recht interessant sind die Korrekturen von Österreich. Die meisten Stationen liegen nördlich des Hauptkammes der Alpen, wo also das Geoid gegen Norden absinkt. Die größeren astronomischen Breiten führen aber auf eine positive Breitenkorrektur oder auf eine nördlichere Lage des Partialsystems. In absoluter Lage auf dem Besselschen Ellipsoid überdecken sich demnach das österreichische und deutsche Netz teilweise, was nur durch eine beträchtliche Vergrößerung der Achse rückgängig gemacht werden kann. Dehnt man andererseits das österreichische Lotabweichungssystem nach Süden aus, so daß die Stationen annähernd symmetrisch zum Alpenkamm liegen, wie es beim System der österreichisch - ungarischen Militärtriangulierung der Fall ist, so führt die durch die Alpen bedingt stärkere Krümmung des Geoids auf eine empfindliche Achsenverkürzung von 1.4 km. Denn in mittleren Breiten ist die Krümmung ziemlich unabhängig von der Abplattung, weshalb sich auch ein meridionaler Krümmungsunterschied fast gänzlich in der Achse auswirkt (siehe l.c. 1, Abschnitt 5 und 19). Auf die Unsicherheit der österreichischen Längenskorrektur wurde schon genügend hingewiesen. Die stark negative Azimutkorrektur kann zumindest teilweise durch ein Absinken des Geoids gegen Osten verursacht sein.

Zieht man in Italien die wahrscheinliche geodätische Verdrehung in Rechnung, so verraten die Abweichungen des Wertesystems 91) von den obigen hypothetischen Korrekturen den Geoidanstieg in nordöstlicher Richtung. Dieser bewirkt bei der absoluten Lagerung eine Zerreißen der Felder und führt daher bei der Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides wieder auf eine Achsenverkürzung.

Die Schweizer Längen- und Azimutkorrekturen passen recht gut in unsere Tabelle, namentlich wenn man entsprechend der Forderung des mittleren Laplaceschen Widerspruchs die Azimutkorrektur um 0"6 vergrößert. Die Differenzen der astronomischen und geodätischen Polhöhen schwanken zwischen + 17" und - 25", so daß ihr Mittelwert und damit die Breitenkorrektur bis zu einem gewissen Grade zufällig sind und daher keinen halbwegs sicheren Schluß gestatten.

Im Elementensystem der Niederlande und Belgiens ist, wie wir bereits wissen, die Längenskorrektur mit einer größeren Unsicherheit behaftet. Davon abgesehen bleiben die beiden, die  $\eta$ -Komponente der Lotabweichung repräsentierenden Korrekturen hinter unseren hypothetischen Werten um rund 2" zurück, was entweder auf einem kleineren Unterschied zwischen dem bestanschließenden und dem Besselschen Ellipsoid oder auf dem Geoidanstieg vom

atlantischen Ozean her beruhen kann.

Genau dieselben Erscheinungen und dieselben Deutungsmöglichkeiten haben wir im Partialsystem Frankreich vor uns. Auch die kleinere Breitenkorrektur wirkt wie im System der Niederlande wieder verkleinernd auf die Achse des bestanschließenden Ellipsoides.

In Großbritannien ist besonders die stark negative Breitenkorrektur auffallend. Längen- und Azimutkorrektur stimmen ziemlich gut zu den hypothetischen Werten; sie deuten auf eine noch stärkere Zunahme der Achse hin.

Im östlichen Teil Spaniens ist die Breitenkorrektur kleiner, die Längen- und Azimutkorrektur jedoch größer als die hypothetischen Werte der letzten Tabelle. Dies verrät ziemlich eindeutig den Geoidanstieg von Süd nach Nord und von Ost nach West, wie er aus der Lage der Pyrenäenhalbinsel im Mittelmeerraum zu erwarten ist.

Es ist selbstverständlich, daß jede Geoidundulation, die die Elemente eines Partialsystems beeinflusst, bei Kombination von nur zwei Teilsystemen durch eine Änderung der Referenzfläche gedeutet werden kann. Im Vorhergehenden wurde, teilweise stillschweigend, bei derartigen Deutungen des regional-systematischen Geoidverlaufes immer an die Kombination mit dem zentralen Teilsystem Deutschland gedacht. Zieht man aber beispielsweise drei benachbarte Teilsysteme in Betracht, in deren mittleren sich eine "Geoidstörung" auswirkt, so werden aus den Kombinationen 1-2 und 2-3 im Vorzeichen entgegengesetzte Verbesserungen der Erdelemente folgen. Ähnlich erklärt sich auch der scheinbare Widerspruch zwischen der österr.-ungar. MT und der Kombination unserer Partialsysteme 1-10. Setzt man aber in obigem Beispiel voraus, daß der Schwerpunkt des genügend ausgedehnten mittleren Teilsystemes innerhalb der Undulation des Geoides möglichst zentral liegt, so wird deren Einfluß auf die drei Korrekturen von vornherein weitgehend herabgedrückt. Man kann also durch eine sorgfältige Abgrenzung der Partialsysteme nach mehr physikalischen Gesichtspunkten und nicht nach den zufälligen Landesgrenzen eine ähnliche, die Geoidundulationen einebnende Wirkung erzielen wie durch isostatische Reduktion. Die Auswirkungen des regionalen Geoidverlaufes in den Elementen der Partialsysteme werden dann relativ klein und die Sicherheit in der Bestimmung des bestanschließenden Ellipsoides entsprechend erhöht. In der vorliegenden Arbeit konnte diesem Gesichtspunkt mangels eines Systems gut verteilter Laplacescher Punkte noch nicht Rechnung getragen werden.

## Die Genauigkeit der Helmertschen Differentialformeln.

Die beiden folgenden Schlußausgleichungen erstrecken sich über den ganzen Netzverband und es erhebt sich daher die Frage, welchen Fehler wir bei der Anwendung der Helmertschen Formeln auf lange geodätische Linien machen. Selbstverständlich hat es keine prinzipiellen Schwierigkeiten, die Genauigkeit durch weitere Entwicklung zu steigern. In jüngster Zeit hat diese Frage namentlich Hristow untersucht<sup>32)</sup> und Formeln entwickelt, die den Helmertschen an Genauigkeit überlegen sind. Seine Arbeit verfolgt in erster Linie den Zweck, bequeme Ausdrücke für die Umrechnung ganzer Landesnetze auf Grund von Anfelderungselementen und mit Einschluß eines Ellipsoidüberganges zu finden. Die Formeln haben die Gestalt :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= d\varphi_0 + c_{10}b'' + c_{01}l'' + c_{20}b''^2 + c_{11}b''l'' + c_{02}l''^2 + c_{12}b''l''^2 + c_{03}l''^3 \\ d\lambda_K &= d\lambda_0 + e_{10}b'' + e_{01}l'' + e_{20}b''^2 + e_{11}b''l'' + e_{02}l''^2 + e_{30}b''^3 + e_{21}b''^2l'' + e_{12}b''l''^2 + e_{03}l''^3 \end{aligned} \quad 130)$$

Dabei sind die Koeffizienten Funktionen der Anfelderungselemente im Ursprung und der Änderung der Ellipsoidkonstanten und für das ganze zu transformierende Feld konstant. Hingegen ist ihr Bau für die Berechnung von Einzelpunkten oder für die Berechnung der Linien zwischen je zwei Schwerpunkten unserer Teilsysteme zu kompliziert und daher in derartigen Fällen ohne Zweifel den Helmertschen Formeln der Vorzug zu geben.

Ein direkter Vergleich der Koeffizienten von Helmert und Hristow ist natürlich möglich und auch schon durchgeführt worden. Einen klareren Einblick gibt aber ein Vergleich der Auswertung der Helmertschen Differentialformeln mit den Ergebnissen der strengen Rechnung nach Bessels Verfahren bei sehr langen Linien. Zu diesem Zweck wurde die Linie zwischen den Punkten :

A	$\varphi_1 = 52^{\circ}00'00''000$ ,	$\lambda_1 = 0^{\circ}00'00''000$
B	$\varphi_2 = 38\ 00\ 00.000$ ,	$\lambda_2 = 26\ 00\ 00.000$

gewählt, die annähernd London mit einem Punkt des Ägäischen Meeres verbindet. Man findet :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 117^{\circ} 18' 40''667 \\ \alpha_2 &= 315\ 59\ 32.072 \\ s &= 2549\ 794.32\ \text{m} \end{aligned}$$

Mit dieser Linie nehmen wir unabhängig voneinander folgende vier Änderungen vor:

1. Die Linie wird im Anfangspunkt um 10" positiv verschwenkt.

-----

32) Wl.K.Hristow : "Änderung der geographischen Koordinaten infolge Umorientierung eines geodätischen Netzes und Übergang zum anderen Referenzellipsoid", Zeitschrift für Vermessungswesen, 1942, Seite 132 - 140.

2. Der Anfangspunkt wird im Meridian um 5" nach Norden verschoben.

3. Die Linie wird, entsprechend einer Änderung der Besselschen Achse um 1000 m, verlängert :

$$s' = s + d s = s (1 + k) = 2550 194.13 \text{ m} \quad \text{mit } k = + 15680 \cdot 10^{-8}$$

und dabei der Anfangspunkt und das Ausgangsazimut festgehalten.

4. Bei gleicher Verlängerung wird der Endpunkt und das Endazimut der Linie festgehalten.

In diesen vier Fällen ergeben sich die Änderungen der Elemente im Gegenpunkt :

1.  $d\varphi_2 = - 2''.726$  ,  $d\lambda_2 = - 3''.531$  ,  $d\alpha_2 = + 7''.037$
2.  $d\varphi_2 = + 4.485$  ,  $d\lambda_2 = + 1.730$  ,  $d\alpha_2 = + 2.795$
3.  $d\varphi_2 = - 9.340$  ,  $d\lambda_2 = + 11.401$  ,  $d\alpha_2 = + 7.019$
4.  $d\varphi_1 = + 5.944$  ,  $d\lambda_1 = - 18.651$  ,  $d\alpha_1 = - 14.697$

Rechnet man jedoch die Änderungen auf Grund der Gleichungen 4), so findet man etwas andere Ergebnisse. Die Abweichungen sind im Sinne von Verbesserungen der Näherungslösung der Reihe nach :

1.  $\delta(d\varphi_2) = - 0''.020$  ,  $\delta(d\lambda_2) = + 0''.222$  ,  $\delta(d\alpha_2) = + 0''.015$
2.  $\delta(d\varphi_2) = - 0''.020$  ,  $\delta(d\lambda_2) = + 0.021$  ,  $\delta(d\alpha_2) = + 0.013$
3.  $\delta(d\varphi_2) = + 0''.228$  ,  $\delta(d\lambda_2) = - 0.066$  ,  $\delta(d\alpha_2) = - 0.040$
4.  $\delta(d\varphi_1) = - 0.293$  ,  $\delta(d\lambda_1) = + 0.135$  ,  $\delta(d\alpha_1) = + 0.106$

Die größten Fehler sind mit dem Koeffizienten :

$$\varphi_s = \vartheta'' - \frac{\ell''}{4 \rho''} \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \quad (131)$$

verbunden. Sie könnten fast zum Verschwinden gebracht werden, wenn man auf die ursprüngliche Form :

$$\varphi_s = - \frac{s}{M_k} \cos \alpha_k \cdot \rho'' \quad (132)$$

zurückgreift. Mit ihr findet man im 3. und 4. Beispiel für die Änderung  $d\varphi$  - 9''.372, resp. + 6''.004, also  $\delta(d\varphi) = + 0''.032$  und - 0''.060. Die Ursache für den relativ großen Fehler liegt mithin darin, daß Helmert den ursprünglich abgeleiteten, aber wegen des Auftretens des Gegenazimuts höchst unbequemen Ausdruck rein sphärisch transformiert hat. Nach 131) wird  $\varphi_s = - 61018$ , resp. + 39782 statt richtig : - 59567 und + 37910, d.h. der Fehler beträgt im Mittel 3.6 %. Dem entspricht ein Fehler  $\delta k = - 564 \cdot 10^{-8}$  oder in der Achsenverbesserung rund 36 m. Bedenkt man, daß dieser Wert innerhalb der Unsicherheit in der Bestimmung der Achse des bestanschließenden Ellipsoides liegt und daß wir es mit einem Extremfall zu tun haben, sowohl hinsichtlich der Länge der geodätischen Linie als auch hinsichtlich des angenommenen Wertes von  $k$ , so dürfen wir diese Abweichungen ohneweiters tolerieren und den einfachen Ausdruck 131) beibehalten. Zu bemerken ist noch, daß der Fehler bei der späteren Mittelbildung aus Hin- und Rückgang für jede Linie nicht ausfällt, weil die Verbesserungen im 3. und 4. Beispiel entgegengesetztes Vorzeichen haben und die Mittelbildung wegen des gleichfalls entgegengesetzten Vorzeichens der Gleichungen in beiden Richtungen auf eine Subtraktion hinausläuft.

Ein ähnlich großer Fehler tritt noch im Koeffizienten  $\varphi_4$  auf, der die Änderung der Länge in Funktion der Azimutänderung angibt :

$$-\eta_4 = + \frac{\eta_5}{\rho''} \sec \varphi_K$$

Auch hier wird mit dem ursprünglichen Ausdruck :

$$\eta_4 = \frac{m}{N_K} \cos \alpha_K \sec \psi_K ,$$

in dem  $m$  die reduzierte Länge der geodätischen Linie darstellt, eine wesentlich bessere Übereinstimmung erzielt.

Eine Überprüfung des Einflusses einer Änderung der Abplattung erübrigt sich, teils wegen der zu erwartenden geringen Zunahme, teils wegen der relativ großen Unsicherheit in ihrer Bestimmung.

Derart lange Linien von rund 2500 km werden selbstverständlich nur bei der Ableitung der Verbesserungen der Erd Elemente auftreten. Hier werden aber die Fehler in den Koeffizienten weit übertönt durch die Auswirkungen der Geoidundulationen, die in die Ausgleichung wie zufällige Fehler eingehen. Schließlich sind die in unseren vier Fällen angenommenen Änderungen Extremwerte oder Majoranten der in den Partialsystemen vorkommenden Korrekturen. Das außerdem zu berechnende große Lotabweichungssystem hat seinen Schwerpunkt zum Ursprung, wodurch die extreme Länge der Linien bereits ungefähr auf die Hälfte herabsinkt. Wir dürfen also die Helmertschen Koeffizienten in ihrer üblichen Form beibehalten.

---

## Die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides.

In Abschnitt 3 der eingangs zitierten Abhandlung wurde der Beweis erbracht, daß der Schwerpunkt eines Lotabweichungssystems invariant ist gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang, d.h. daß das Lotabweichungssystem eines auf der vorgegebenen Referenzfläche bereits bestgelagerten und bestorientierten Netzes seinen Minimumcharakter nicht verliert, wenn der Schwerpunkt der astronomischen Stationen beim Ellipsoidübergang koordinatenmäßig festgehalten wird. Aus diesem Satz wurde ein einfaches Verfahren zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides aus den Elementen der Teilsysteme eines großen geodätischen Netzverbandes abgeleitet und an einem Dreieck und Viereck praktisch erprobt. Jede Verbindung der beiden Schwerpunkte je zweier Partialsysteme liefert eine eindeutige Lösung für die Verbesserungen der Erdelemente, wenn man sie abwechselnd in das andere Teilsystem einbezieht.

Wir stellen vorerst der leichteren Übersicht wegen die Koordinaten und die invarianten Korrekturen der Schwerpunkte unserer Teilsysteme zusammen, wobei wir die bisherige Numerierung trotz des Ausfalles von Griechenland beibehalten :

	$\varphi$	$\lambda$	$d\varphi$	$d\lambda$	$d\alpha$
1. Deutschland	52° 35' 24"	+ 14° 03' 11"	- 1.594	- 2.160	+ 1.01
2. Böhmen, Mähren	49 45 09	+ 14 41 05	- 1.110	- 2.991	+ 0.32
3. Slowakei	48 27 27	+ 20 44 38	- 1.192	- 4.374	- 0.66
4. Polen	52 12 17	+ 23 45 19	- 2.599	- 3.565	- 0.32
5. Ungarn	47 48 32	+ 20 49 56	- 0.743	- 3.422	- 0.06
6. Rumänien	46 35 52	+ 25 50 00	- 0.843	- 4.696	+ 0.41
7. Jugoslawien	44 29 53	+ 17 34 03	- 3.641	- 6.254	- 1.98
8. Bulgarien	42 56 46	+ 25 00 18	+ 2.693	- 6.178	- 0.80
10. Österreich	47 29 55	+ 13 45 18	+ 1.876	- 3.986	- 1.80
11. Italien	42 26 02	+ 12 10 28	- 0.432	- 2.736	- 0.34
12. Schweiz	46 53 57	+ 7 55 16	- 2.313	- 0.605	+ 1.71
13. Niederlande	52 13 22	+ 5 12 14	- 2.121	- 2.161	+ 1.76
14. Frankreich	46 45 12	+ 2 56 56	- 1.514	- 1.264	+ 1.52
15. Großbritannien	51 43 57	- 5 06 18	- 5.000	+ 5.900	+ 7.40
16. Ost-Spanien	39 49 30	- 0 25 41	- 1.533	+ 3.587	+ 5.33

Jedem dieser Schwerpunkte  $k$  kommen nun im beliebigen Teilsystem  $i$  die Korrekturen  $d\varphi_k'$  und  $d\lambda_k'$  zu, die sich mittels der beiden ersten Gleichungen 4) leicht berechnen lassen. Erweitert man diese Korrekturen um die von  $\frac{d\alpha}{\alpha}$  und  $d\alpha$  abhängigen Glieder 48) und setzt sie den invarianten Korrekturen des eigenen Systems gleich, so erhält man die gesuchten Bestimmungsgleichungen für die Verbesserungen der Erdelemente. Die prinzipielle Gleichberechtigung aller Partialsysteme erfordert aber, daß man das geschilderte Verfahren auch in umgekehrter Richtung anwendet, also ebenso den Punkt  $i$  in das Teilsystem  $k$  einbe-

zieht. Bei diesem Rückgang ändert die Breiten- und Längendifferenz ihr Vorzeichen und man darf daher aus leicht ersichtlichen Gründen für das Mittel aus Hin- und Rückgang in die Koeffizienten der beiden Unbekannten von vornherein an Stelle von  $\varphi_s$  einfacher die Breitendifferenz in Bogensekunden einführen :

$$\begin{aligned} d\varphi_K &= d\varphi'_K - b'' \frac{d\alpha}{\alpha} + (2 \cos^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi_m^2) \cdot b'' d\alpha \\ d\lambda_K &= d\lambda'_K - l'' \cos \varphi_i; \sec \varphi_K \left( \frac{d\alpha}{\alpha} + \sin^2 \varphi_i d\alpha \right) \end{aligned} \quad 133)$$

Für die Linie England - Bulgarien beispielsweise findet man so in beiden Richtungen die Breiten- und Längengleichungen :

$$\begin{aligned} + 2''693 &= - 6''637 + 31631 \frac{d\alpha}{\alpha} - 11946 d\alpha \quad (\text{hin}) \\ - 5.000 &= + 2.031 - 31631 \frac{d\alpha}{\alpha} + 11946 d\alpha \quad (\text{zurück}) \\ - 6.178 &= + 1.324 - 91713 \frac{d\alpha}{\alpha} - 56534 d\alpha \quad (\text{hin}) \\ + 5.900 &= - 7.993 + 128114 \frac{d\alpha}{\alpha} + 59468 d\alpha \quad (\text{zurück}) \end{aligned}$$

Durch paarweise Subtraktion findet man daraus die doppelten Mittel aus Hin- und Rückgang, die immer so gebildet werden, daß der Koeffizient der Achsenverbesserung positiv wird :

$$\begin{aligned} + 16''361 &= 63\ 262 \frac{d\alpha}{\alpha} - 23\ 892 d\alpha \\ + 21.395 &= 219\ 827 \frac{d\alpha}{\alpha} + 116\ 002 d\alpha \end{aligned}$$

Auf diese Weise erhalten wir aus sämtlichen Kombinationen der 15 Teilsysteme 105 Linien oder 210 Bestimmungsgleichungen. Einige dieser Linien laufen annähernd im Parallel oder Meridian und es empfiehlt sich daher, die Breitengleichungen der ersteren und die Längengleichungen der letzteren auszuschließen. Dadurch sinkt die Zahl der Gleichungen auf 190. Wegen der linearen Ungleichheit der Breiten- und Längensekunde werden alle Längengleichungen jeweils mit dem cos der Mittelbreite multipliziert. Es stehen sodann in der folgenden Tabelle die Längen- und Breitengleichungen jeder Linie immer nebeneinander. Übrigens kann man sie leicht dadurch unterscheiden, daß die beiden Unbekannten in den Breitengleichungen entgegengesetzt, in den Längengleichungen aber gleich bezeichnet sind. Wegen der Größe der Koeffizienten wurden in die Fehlergleichungen an Stelle der Verbesserungen der Erdelemente als Unbekannte die üblichen Beträge :

$$u = 10000 \frac{d\alpha}{\alpha}, \quad v = 10000 d\alpha$$

eingeführt und die Koeffizienten mit drei Dezimalen angegeben.

Tabelle 52 : Die Fehlergleichungen zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides.

	Breitengleichung	Längengleichung
1 - 2	2.043 u - 0.367 v - 0''978 = w	0.286 u + 0.173 v - 0''954 = w
1 - 3	2.975 - 0.633 - 0.824	3.074 + 1.822 - 3.998
1 - 4		4.263 + 2.675 - 1.871
1 - 5	3.442 - 0.789 - 1.766	3.140 + 1.840 - 1.331
1 - 6	4.314 - 1.124 - 1.672	5.540 + 3.175 - 2.769
1 - 7	5.826 - 1.835 + 4.132	1.697 + 0.933 - 5.334
1 - 8	6.944 - 2.467 - 8.499	5.392 + 2.870 - 5.636
1 - 10	3.666 - 0.870 - 6.493	
1 - 11	7.312 - 2.696 - 2.315	0.931 + 0.490 + 0.725
1 - 12	4.097 - 1.035 + 1.621	2.873 + 1.656 - 1.957

Breitengleichung				Längengleichung		
1 - 13				3.887	u + 2.440	v + 0.440 = w
1 - 14	4.202	u - 1.078	v + 0.158 = w	5.212	+ 2.995	- 0.959
1 - 15				8.463	+ 5.277	- 8.158
1 - 16	9.191	- 4.014	+ 1.055	7.414	+ 3.671	- 8.853
2 - 3	0.932	- 0.266	+ 0.187	2.857	+ 1.632	- 1.633
2 - 4	1.766	- 0.334	- 2.960	4.118	+ 2.480	- 0.274
2 - 5	1.399	- 0.423	- 0.751	2.919	+ 1.649	- 0.410
2 - 6	2.271	- 0.756	- 0.624	5.363	+ 2.969	- 1.956
2 - 7	3.783	- 1.471	+ 5.115	1.419	+ 0.756	- 4.418
2 - 8	4.901	- 2.104	- 7.474	5.169	+ 2.667	- 4.720
2 - 10	1.623	- 0.504	- 5.988	0.443	+ 0.249	+ 1.365
2 - 11	5.269	- 2.333	- 1.359	1.265	+ 0.646	- 0.300
2 - 12	2.054	- 0.670	+ 2.558	3.243	+ 1.805	- 2.965
2 - 13	1.779	- 0.336	- 2.221	4.303	+ 2.593	- 0.541
2 - 14	2.159	- 0.713	+ 1.053	5.636	+ 3.128	- 1.984
2 - 15	1.426	- 0.287	- 9.178	9.025	+ 5.404	- 9.266
2 - 16	7.148	- 3.653	+ 1.953	7.838	+ 3.775	- 9.802
3 - 4	2.698	- 0.600	- 2.848	1.388	+ 0.819	+ 1.247
3 - 5	0.467	- 0.157	- 0.599			
3 - 6	1.339	- 0.493	- 0.683	2.476	+ 1.346	- 0.312
3 - 7	2.851	- 1.205	+ 4.788	1.579	+ 0.826	+ 2.975
3 - 8	3.968	- 1.838	- 7.682	2.153	+ 1.093	- 2.761
3 - 10				3.369	+ 1.859	- 0.549
3 - 11	4.337	- 2.067	- 1.616	4.354	+ 2.186	- 2.029
3 - 12	1.122	- 0.404	+ 2.376	6.219	+ 3.397	- 4.496
3 - 13	2.711	- 0.602	- 1.998	7.163	+ 4.226	- 2.045
3 - 14	1.227	- 0.446	+ 0.813	8.643	+ 4.710	- 3.556
3 - 15	2.358	- 0.553	- 9.050	11.967	+ 7.018	-10.423
3 - 16	6.215	- 3.387	+ 1.981	11.057	+ 5.244	-11.281
4 - 5	3.165	- 0.757	- 3.724	1.358	+ 0.792	- 0.030
4 - 6	4.037	- 1.092	- 3.517	0.980	+ 0.559	- 1.369
4 - 7	5.549	- 1.802	+ 1.896	2.995	+ 1.641	+ 4.415
4 - 8	6.666	- 2.435	-10.566	0.617	+ 0.327	- 3.731
4 - 10	3.388	- 0.838	- 9.129	4.665	+ 2.706	+ 0.758
4 - 11	7.035	- 2.664	- 4.385	5.751	+ 3.015	- 0.612
4 - 12	3.820	- 1.003	- 0.300	7.440	+ 4.269	- 2.924
4 - 13				8.184	+ 5.112	- 0.483
4 - 14	3.925	- 1.046	- 1.801	9.794	+ 5.605	- 1.967
4 - 15				12.803	+ 7.943	- 8.354
4 - 16	8.913	- 3.983	- 0.444	12.401	+ 6.120	- 9.720
5 - 6	0.872	- 0.336	+ 0.110	2.447	+ 1.317	- 1.623
5 - 7	2.384	- 1.048	+ 5.706	1.631	+ 0.846	+ 4.230
5 - 8	3.501	- 1.681	- 6.816	2.118	+ 1.065	- 4.063
5 - 10				3.433	+ 1.875	+ 0.659
5 - 11	3.870	- 1.910	- 0.663	4.418	+ 2.199	- 0.808
5 - 12				6.299	+ 3.407	- 3.316
5 - 13	3.178	- 0.759	- 2.987	7.261	+ 4.236	- 0.894
5 - 14				8.737	+ 4.714	- 2.410
5 - 15	2.825	- 0.710	-10.081	12.101	+ 7.018	- 9.376

Breitengleichung				Längengleichung		
5 - 16	5.748 u	- 3.230 v	+ 2.999 w	11.145 u	+ 5.241 v	-10.104 w
6 - 7	1.512	- 0.713	+ 5.402	4.171	+ 2.122	+ 2.715
6 - 8	2.629	- 1.346	- 7.075			
6 - 10				5.927	+ 3.174	- 1.165
6 - 11	2.998	- 1.575	- 0.805	7.030	+ 3.438	- 2.603
6 - 12				8.837	+ 4.688	- 4.962
6 - 13	4.050	- 1.093	- 2.956	9.728	+ 5.552	- 2.292
6 - 14				11.305	+ 5.983	- 3.996
6 - 15	3.697	- 1.045	-10.233	14.644	+ 8.312	-10.579
6 - 16	4.876	- 2.895	+ 3.249	13.866	+ 6.413	-11.765
7 - 8	1.117	- 0.633	-12.356	3.871	+ 1.848	+ 0.099
7 - 10	2.160	- 0.967	+11.196	1.910	+ 0.985	- 3.251
7 - 11	1.486	- 0.862	- 6.562	2.820	+ 1.333	- 4.765
7 - 12	1.729	- 0.801	+ 2.676	4.855	+ 2.482	- 7.160
7 - 13	5.562	- 1.804	+ 3.070	5.983	+ 3.278	- 4.503
7 - 14	1.624	- 0.759	+ 4.277	7.367	+ 3.758	- 6.115
7 - 15	5.209	- 1.756	- 3.848	11.008	+ 6.000	-12.826
7 - 16	3.365	- 2.182	- 3.285	9.631	+ 4.312	-13.666
8 - 10	3.278	- 1.601	- 1.262	5.724	+ 2.866	- 3.942
8 - 11				6.791	+ 3.122	- 5.379
8 - 12	2.846	- 1.435	- 9.962	8.730	+ 4.333	- 7.930
8 - 13	6.679	- 2.437	- 9.509	9.769	+ 5.181	- 5.566
8 - 14	2.741	- 1.392	- 8.277	11.283	+ 5.587	- 7.225
8 - 15	6.326	- 2.389	-16.361	14.897	+ 7.861	-14.499
8 - 16	2.247	- 1.548	+ 9.556	14.866	+ 5.995	-14.866
10 - 11	3.647	- 1.830	+ 4.576	0.808	+ 0.401	- 1.609
10 - 12				2.854	+ 1.536	- 4.549
10 - 13	3.401	- 0.839	- 7.929	3.988	+ 2.314	- 2.361
10 - 14				5.294	+ 2.843	- 3.715
10 - 15	3.048	- 0.791	-14.476	8.831	+ 5.094	-11.542
10 - 16	5.525	- 3.150	+ 7.423	7.448	+ 3.488	-11.362
11 - 12	3.215	- 1.664	- 3.827	2.185	+ 1.073	- 2.738
11 - 13	7.048	- 2.666	- 3.470	3.461	+ 1.815	- 0.356
11 - 14	3.110	- 1.621	- 2.279	4.743	+ 2.325	- 1.791
11 - 15	6.695	- 2.618	-10.228	8.602	+ 4.489	- 9.517
11 - 16	1.878	- 1.319	+ 3.016	6.840	+ 2.954	- 9.400
12 - 13	3.833	- 1.005	+ 0.273	1.277	+ 0.733	+ 2.503
12 - 14				2.449	+ 1.303	+ 1.134
12 - 15	3.480	- 0.957	- 6.611	6.219	+ 3.549	- 6.533
12 - 16	5.093	- 2.983	- 0.790	4.400	+ 2.044	- 6.599
13 - 14	3.938	- 1.047	- 1.133	1.061	+ 0.608	- 1.371
13 - 15				4.572	+ 2.837	- 8.960
13 - 16	8.926	- 3.985	- 0.672	2.888	+ 1.425	- 9.368
14 - 15	3.585	- 0.999	- 7.734	3.805	+ 2.166	- 7.915
14 - 16	4.988	- 2.941	+ 0.338	1.781	+ 0.826	- 7.794
15 - 16	8.573	- 3.937	- 7.646	2.403	+ 1.181	- 0.234

Eine wichtige Frage betrifft noch das Gewicht der Fehlergleichungen.

Durch die ungleichmäßige Verteilung der astronomischen Stationen und namentlich der Laplaceschen Punkte haben die berechneten Teilsysteme natürlich verschiedenes Gewicht. Aber andererseits konnten wir schon in § 18 feststellen, daß die berechneten Elementengruppen starke Einflüsse des regionalen Geoidverlaufs vertragen, und es erscheint daher bedenklich, Gewichte nach der zufälligen Stationsverteilung, also nach rein formalen Gesichtspunkten festzusetzen, die das physikalische Bild nur verwischen würden. Aus diesem Grunde wurde von einer Gewichtsbestimmung vollständig abgesehen, zumal ja ein definitives Ergebnis ohnedies erst zu erreichen ist, wenn ein besser verteiltes modernes Material zur Verfügung steht.

Man findet die Normalgleichungen :

$$\begin{array}{rcl} 6219.6255 u + 1770.5430 v - 4292.8001 & = & 0 \\ & 1593.6058 & - 1512.9957 = 0 \\ & & 6426.3032 = [cc] \end{array} \quad (134)$$

und deren Lösungen :

$$u = + 0.6134 \ 798 \ , \quad v = + 0.2695 \ 135 \ .$$

Ausgehend von den Besselschen Elementen ergibt sich hieraus :

$$\begin{array}{rcl} d a & = & + 391 \ m \ , \quad a = 6 \ 377 \ 788 \ \pm \ 42 \ m \\ d \alpha & = & + 0.0000 \ 2695 \ \pm \ 0.00001306 \ \text{oder} \\ & & \alpha = 1 : ( 296.76 \ \pm \ 1.14 ) \ . \end{array} \quad (135)$$

Genau so wie bei der ersten versuchsweisen Anwendung dieses Verfahrens sind die mittleren Fehler von derselben Größenordnung wie bei Verwendung der isostatischen Reduktion, obwohl die Partialsysteme hinsichtlich ihrer Ausdehnung und der Schwerpunktslage noch nicht nach physikalischen Gesichtspunkten angeordnet sind.

Die Achse des bestanschließenden Ellipsoides hat sich um rund 200 m kleiner ergeben als in meiner früheren Abhandlung<sup>1)</sup>. Bedenkt man aber, daß sich das dort verwendete Material auch räumlich nicht mit dem hier zugrundeliegenden Netzverband deckt und daß aller Wahrscheinlichkeit nach Nordeuropa und das europäische Rußland wieder vergrößernd wirken, so wird sich die Achse des bestanschließenden Ellipsoides für Europa vermutlich wieder dem Wert 6378 km annähern, der aber wohl eine obere Grenze bleibt. Sie ist also höchstens um 500 m größer als die Besselsche Achse, womit unser früheres Ergebnis auf wesentlich verbreiteter Grundlage vollinhaltlich bestätigt ist.

Die Abplattung hat weiter zugenommen und stimmt sogar vollständig mit dem jüngsten, aus Schweremessungen abgeleiteten Wert (Heiskanen 1924) überein. Hingegen zeigt die Krümmung des Geoides gegenüber dem bestanschließenden Ellipsoid keinerlei systematische Unterschiede mehr in den beiden senkrechten Richtungen des Meridians und Parallelkreises. Die Bestimmung beider Unbekannter getrennt aus den Breiten- und Längengleichungen ist wegen der Zeichenfolge sehr unsicher. Führt man aber den oben gefundenen Wert für die Abplattung in die Fehlergleichungen ein, so führen die Breitengleichungen allein auf  $\frac{da}{a} = + 0.0000 \ 6279$  oder  $d\alpha = + 400 \ m$ , was praktisch vollkommen mit dem Resultat 135) zusammenfällt. Mithin müssen auch die Längengleichungen denselben Wert liefern. Hat sich also bei dem früheren Lotabweichungssystem die Krümmung des Geoids in meridionaler Richtung größer als die Krümmung des zugehörigen bestanschließenden Ellipsoides erwiesen, so verschwindet diese Erscheinung bei weiterer Ausdehnung

nach Westen wieder, was wohl auf den Einfluß des atlantischen Ozeans zurückzuführen ist. Vermutlich hängt es damit auch zusammen, daß sich die Achse des bestanschließenden Ellipsoides etwas kleiner ergibt.

\_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_

## 21.

Das einheitliche Lotabweichungssystem und  
die günstigsten geodätischen Ausgangswerte für Potsdam, Wien und Warschau.

Wie schon im Vorwort betont wurde, kommt als Fundamentalpunkt für das einheitliche europäische Netz dank der zentralen Lage in erster Linie Potsdam oder Wien in Frage. Potsdam scheint der geeignetste Ursprung zu sein, wenn man die Breitenausdehnung vom Nordkap bis Kreta und die Längenausdehnung von Irland bis Moskau in Betracht zieht. Das Bild ändert sich aber bei Rücksichtnahme auf die beiden Diagonalen des europäischen Raumes. Die Nordwestdiagonale von Schottland bis zur Küste Kleinasiens läßt Wien, die Nordostdiagonale vom Ural bis Spanien aber Warschau als geeignetsten Nullpunkt erscheinen. Die Entscheidung wird also wesentlich davon abhängen, ob das gesamte europäische Rußland in den Ausgleich einbezogen wird. Wir werden daher auch Warschau in die folgenden Betrachtungen einbeziehen.

Die idealste Lösung für die Frage nach den günstigsten Ausgangswerten erhält man, wenn man ein über ganz Europa ausgedehntes System gleichmäßig verteilter Laplacescher Punkte auswählt, das den gewünschten Ursprung zum Schwerpunkt hat. Aber selbstverständlich ist es nicht nötig, für jeden der drei Punkte ein eigenes Lotabweichungssystem auszugleichen, da die große Ausdehnung auch so einen genügend absoluten Charakter für die weitere Umgebung des Schwerpunkts verbürgt. Störend wirken sich mit zunehmender Entfernung vom Schwerpunkt allein die Fehler der Referenzfläche aus. Man wird daher am besten innerhalb des gegebenen Systemes für alle drei Punkte die absoluten Lotabweichungen auf dem vorher berechneten bestanschließenden Ellipsoid berechnen und diese sodann unter der Voraussetzung eigener symmetrischer Lotabweichungssysteme als invariante Schwerpunktsgrößen auffassen dürfen, die ebenso für das Besselsche oder ein beliebiges anderes Ellipsoid volle Gültigkeit haben.

Das folgende Lotabweichungssystem wurde aus den bisherigen Partialsystemen durch Auswahl von 112 halbwegs gut verteilten Laplaceschen Punkten gebildet. Einige dieser Punkte kommen in zwei oder drei Teilsystemen vor und haben dort etwas verschiedene ursprüngliche Lotabweichungskomponenten. Daher wurde für Großenhain, Lausche und Schneekoppe die Lotabweichung in Azimut im Mittel aus dem ersten und zweiten, für Kremsmünster im Mittel aus dem zweiten und zehnten und für Hermannskogel im Mittel aus dem zweiten, fünften und zehnten Teilsystem gebildet. In Zabor gingen die Lotabweichungen in Länge und Azimut als Mittel aus dem dritten und fünften Teilsystem hervor.

In Tabelle 53 sind im Gegensatz zur bisherigen Gepflogenheit nur mehr die geodätischen Koordinaten der Punkte angegeben. Die Anordnung ist so getroffen, daß die einzelnen Teilsysteme der Reihe nach getrennt aufscheinen; lediglich die Teilsysteme 2 und 10, sowie 13 und 14 sind miteinander vereinigt. Diese Anordnung erleichtert den Vergleich der in den einzelnen Teilsystemen und dem jetzigen großen Gesamtsystem erhaltenen definitiven Lotabweichungen. Zu bemerken ist noch, daß die weit überwiegenden positiven Längen ohne Vorzeichen gegeben sind und nur für die vier Stationen westlich von Greenwich das negative Vorzeichen angegeben ist.

Tabelle 53 : Das Lotabweichungssystem zur Bestimmung der Ausgangselemente .

	$\varphi$	$\lambda$	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
1. Wittenberg	54°49'03.64	17°56'33.97	- 4.87	+ 3.43	+ 7.07	+ 4.27	- 2.65	+ 5.44	+ 5.95	+ 1.51
2. Königsberg	54 42 52.58	20 29 49.83	- 2.08	- 5.13	- 1.58	+ 2.61	+ 0.17	- 2.98	- 2.52	- 0.10
3. Arkona	54 40 44.02	13 26 17.16	- 3.54	+ 3.70	+ 6.64	+ 3.62	- 1.38	+ 5.47	+ 5.23	+ 0.76
4. Rüst	54 39 49.19	9 53 09.33	- 7.17	+ 0.66	+ 6.06	+ 5.52	- 5.08	+ 2.27	+ 4.42	+ 2.57
5. Kuoklingsberg	54 27 37.18	21 57 18.93	+ 0.05	- 11.10	- 4.96	+ 4.07	+ 2.31	- 8.86	- 5.80	+ 1.41
6. Kiel	54 20 35.11	10 08 53.21	- 6.93	- 1.19	+ 3.49	+ 4.46	- 4.82	+ 0.43	+ 1.88	+ 1.53
7. Mellin	54 18 33.65	17 05 46.37	- 6.48	- 0.19	+ 2.78	+ 2.93	- 4.27	+ 1.79	+ 1.62	+ 0.16
8. Wilhelmshaven	53 31 57.00	8 08 46.03	- 4.75	- 0.71	+ 3.47	+ 4.04	- 2.68	+ 0.85	+ 1.77	+ 1.08
9. Waldau	53 31 21.69	19 13 57.08	- 5.81	- 14.09	- 7.65	+ 3.68	- 3.58	- 11.97	- 8.65	+ 0.97
10. Kleistberg	53 28 21.10	15 29 33.88	- 5.68	- 3.26	- 1.71	+ 0.91	- 3.49	- 1.33	- 2.95	- 1.89
11. Springberg	53 11 07.06	16 37 00.52	- 6.12	- 1.30	- 0.52	+ 0.52	- 3.92	+ 0.70	- 1.68	- 2.24
12. Bürfelde	53 02 49.68	15 21 07.47	- 1.71	+ 0.45	+ 3.86	+ 3.50	+ 0.48	+ 2.39	+ 2.44	+ 0.53
13. Rauenberg	52 27 12.02	13 22 04.93	+ 0.17	+ 1.10	+ 3.83	+ 2.96	+ 2.33	+ 2.97	+ 2.49	+ 0.13
14. Potsdam	52 22 53.95	13 04 01.15	+ 0.86	+ 0.57	+ 1.42	+ 0.97	+ 3.01	+ 2.42	+ 0.06	- 1.86
15. Meseberg	51 54 59.94	15 27 40.69	+ 1.51	- 4.83	- 1.58	+ 2.22	+ 3.70	- 2.84	- 2.78	- 0.54
16. Brooken	51 48 01.58	10 37 03.05	+ 8.76	+ 2.86	+ 6.93	+ 4.68	+ 10.89	+ 4.67	+ 5.50	+ 1.83
17. Totenberg	51 31 49.04	16 36 59.87	+ 1.18	+ 0.38	+ 1.67	+ 1.37	+ 3.38	+ 2.44	+ 0.55	- 1.36
18. Öttingen	51 31 47.67	9 56 38.34	+ 0.53	- 5.20	- 0.45	+ 3.62	+ 2.63	- 3.46	- 1.97	+ 0.74
19. Leipzig	51 20 15.60	12,22 26.53	+ 0.89	+ 3.15	+ 2.37	- 0.09	+ 3.03	+ 5.01	+ 1.00	- 2.92
20. Großenhain	51 18 22.30	13 33 21.37	- 2.25	- 5.89	- 1.69	+ 2.91	- 0.09	- 3.97	- 2.99	+ 0.11
21. Breslau	51 06 54.06	17 02 08.79	+ 1.76	+ 2.23	+ 5.93	+ 4.19	+ 3.97	+ 4.32	+ 4.85	+ 1.48
22. Lauscha	50 51 00.61	14 38 55.49	- 0.91	+ 1.07	+ 2.12	+ 1.29	+ 1.27	+ 3.06	+ 0.90	- 1.47
23. Ubagsberg	50 50 50.66	5 57 12.78	+ 2.54	- 5.68	- 3.92	+ 0.48	+ 4.57	- 4.09	- 5.65	- 2.48
24. Schneekoppe	50 44 13.49	15 44 30.81	+ 7.35	- 2.37	- 0.59	+ 1.24	+ 9.54	- 0.33	- 1.74	- 1.49
25. Bonn	50 43 44.87	7 05 54.85	- 0.07	- 6.35	- 0.10	+ 4.82	+ 1.98	- 4.70	- 1.76	+ 1.88
26. Wiesohowa	50 23 48.17	18 45 49.51	+ 0.24	- 7.68	- 2.78	+ 3.14	+ 2.47	- 5.49	- 3.74	+ 0.49
27. Langenfeld	50 11 34.39	18 08 51.67	+ 2.75	- 2.65	- 1.87	+ 0.17	+ 4.97	- 0.48	- 2.86	- 2.50
28. Mannheim	49 29 15.39	8 27 38.16	- 4.43	- 2.03	- 0.37	+ 1.17	- 2.36	- 0.27	- 1.91	- 1.71
29. Straßburg	48 34 58.13	7 45 03.89	- 1.44	- 3.38	- 3.53	- 1.00	+ 0.62	- 1.61	- 5.08	- 3.88
30. München	48 08 47.78	11 36 28.47	- 2.56	+ 1.75	+ 1.06	- 0.24	- 0.43	+ 3.70	- 0.27	- 3.02
<hr/>										
31. Dablitz	50 08 13.79	14 27 58.79	- 0.17	- 1.71	+ 1.09	+ 2.40	+ 2.00	+ 0.30	- 0.13	- 0.35
32. Hermannkogel	48 16 16.55	16 17 44.17	- 1.42	+ 5.94	+ 6.22	+ 1.79	+ 0.78	+ 8.09	+ 5.16	- 0.88
33. Lauerberg	48 09 31.20	16 23 53.13	+ 1.03	+ 8.47	+ 7.41	+ 1.10	+ 3.23	+ 10.62	+ 6.35	- 1.56
34. Kremenünster	48 03 21.76	14 08 00.53	+ 1.29	- 6.87	- 3.62	+ 1.49	+ 3.46	- 4.81	- 4.80	- 1.22
35. Pfänder	47 30 29.61	9 46 52.45	- 1.01	- 19.35	- 13.05	+ 1.22	+ 1.09	- 17.45	- 14.46	- 1.59
<hr/>										
36. Zobor	48 20 50.14	18 06 39.94	- 4.11	- 10.83	- 4.86	+ 3.23	- 1.89	- 8.61	- 5.82	+ 0.61
37. Krizna	48 52 39.66	19 04 52.27	- 5.80	- 4.61	- 1.89	+ 1.58	- 3.57	- 2.36	- 2.80	- 1.03
38. Kvelsky vrah	48 30 52.79	20 07 23.07	- 5.30	- 1.65	+ 1.50	+ 2.74	- 3.06	+ 0.65	+ 0.65	+ 0.17

	$\varphi$	$\lambda$	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
39.Simonka	48°56'46.734	21°28'11.666	+ 2.21	+ 2.32	+ 5.03	+ 3.28	+ 4.47	+ 4.67	+ 4.26	+ 0.73
40.Putka ohomeo	48 32 05.54	22 23 49.91	- 1.97	- 5.12	- 1.16	+ 2.68	+ 0.29	- 2.71	- 1.87	+ 0.16
41.Stoj	48 37 20.09	23 11 37.59	+ 1.87	- 5.01	+ 0.43	+ 4.19	+ 4.14	- 2.57	- 0.24	+ 1.70
42.Kamionka	48 33 31.98	23 37 54.85	+ 5.50	+ 3.74	+ 5.63	+ 2.83	+ 7.78	+ 6.20	+ 4.99	+ 0.35
43.Cierna hora	48 02 51.39	24 37 48.80	+ 7.57	+ 6.04	+ 9.06	+ 4.57	+ 9.85	+ 8.55	+ 8.49	+ 2.13
<hr/>										
44.Dsiedzinka	55 42 17.25	27 30 03.42	- 5.94	- 5.37	- 3.21	+ 1.23	- 3.64	- 2.84	- 3.67	- 1.32
45.Kopciowka	53 33 18.96	23 53 56.79	- 4.96	- 7.90	- 4.80	+ 1.55	- 2.68	- 5.51	- 5.53	- 0.99
46.Borkowo	53 23 22.51	21 58 17.98	- 5.54	- 5.63	+ 2.21	+ 6.73	- 3.28	- 3.34	+ 1.35	+ 4.10
47.Omlynoe	53 18 04.83	26 42 43.38	- 4.51	- 1.90	- 0.50	+ 1.02	- 2.21	+ 0.66	- 1.03	- 1.57
48.Skopowka	52 30 47.03	24 36 02.75	- 4.98	- 8.97	- 5.59	+ 1.53	- 2.70	- 6.54	- 6.22	- 1.03
49.Borowa gora	52 28 35.63	21 02 13.02	- 2.78	- 0.90	+ 2.46	+ 3.17	- 0.53	+ 1.35	+ 1.60	+ 0.53
50.Wolka Brodnicka	52 19 51.87	27 01 02.61	- 0.25	- 3.61	- 2.23	+ 0.63	+ 2.55	- 1.05	- 2.70	- 1.87
51.Sobotka	50 46 57.39	21 40 34.37	- 0.97	+ 0.22	+ 2.45	+ 2.28	+ 1.29	+ 2.54	+ 1.66	- 0.31
52.Zubowice	50 36 11.67	23 35 14.74	- 1.08	- 0.02	+ 2.46	+ 2.48	+ 1.19	+ 2.40	+ 1.79	- 0.06
53.Jaroszyce	49 14 10.34	23 58 09.19	+ 0.69	- 4.63	- 1.24	+ 2.27	+ 2.97	- 2.17	- 1.87	- 0.22
<hr/>										
54.Krakau	50 03 52.48	19 57 30.17	- 0.61	+ 4.25	+ 3.07	- 0.19	+ 1.63	+ 6.51	+ 2.19	- 2.80
55.Straszahalom	48 03 51.23	21 04 27.32	- 3.21	- 2.70	+ 4.06	+ 6.07	- 0.96	- 0.35	+ 3.28	+ 3.54
56.Széohényihegy	47 29 43.41	18 59 22.94	- 5.89	+ 8.73	+ 10.79	+ 4.35	- 3.66	+11.01	+ 9.90	+ 1.78
57.Kronstadt (Bras -so)	45 39 06.65	25 35 46.08	+ 4.03	+ 3.77	+ 4.59	+ 1.89	+ 6.32	+ 6.34	+ 4.10	- 0.43
<hr/>										
58.Cernautai	48 17 57.64	25 55 33.82	+ 0.13	- 9.65	- 3.54	+ 3.66	+ 2.42	- 7.09	- 4.04	+ 1.25
59.Roman	47 02 30.30	26 52 43.24	- 0.81	- 6.96	- 1.51	+ 3.58	+ 1.49	- 4.34	- 1.94	+ 1.23
60.Kisohinev	47 01 35.91	28 50 17.47	- 0.54	- 2.24	+ 0.38	+ 2.02	+ 1.77	+ 0.47	+ 0.07	- 0.28
61.Nikolajew	46 58 23.75	31 58 37.06	- 2.45	- 11.20	- 0.72	+ 7.46	- 0.13	- 8.36	- 0.85	+ 5.26
62.Sarata	46 00 15.57	29 39 32.66	- 3.29	- 9.74	- 8.26	- 1.25	- 0.98	- 6.99	- 8.52	- 3.50
63.Balioi	43 25 39.83	28 09 54.34	- 6.03	- 1.47	+ 6.83	+ 7.84	- 3.73	+ 1.25	+ 6.50	+ 5.64
<hr/>										
64.Pola	44 51 57.86	13 50 51.70	- 9.47	- 7.15	- 1.26	+ 3.78	- 7.31	- 5.00	- 2.39	+ 1.14
65.Oola Plješevica	44 47 42.07	15 45 00.50	- 1.50	- 6.13	- 2.54	+ 1.78	+ 0.69	- 3.91	- 3.57	- 0.81
66.Sarajevo	43 48 11.66	18 19 36.41	+ 3.34	- 2.91	- 2.93	- 0.92	+ 5.56	- 0.57	- 3.80	- 3.41
67.Ragusa	42 38 31.91	18 06 16.32	- 21.39	- 12.22	- 9.66	- 1.42	-19.17	- 9.86	-10.53	- 3.85
68.Strumica	41 28 24.61	22 44 06.92	- 8.84	- 10.68	+ 0.87	+ 7.94	- 6.57	- 8.14	+ 0.26	+ 5.65
69.Mali Konjare	41 20 21.54	21 27 52.13	- 6.63	- 18.13	- 7.64	+ 4.33	- 4.37	-15.63	- 8.32	+ 2.01
<hr/>										
70.Tabija	43 49 12.59	25 58 22.86	+ 6.42	- 7.56	- 3.05	+ 2.18	+ 8.71	- 4.93	- 3.51	- 0.09
71.Tabijeto	43 48 26.31	23.16 21.97	+ 1.40	- 8.17	- 5.28	+ 0.38	+ 3.67	- 5.64	- 5.88	- 1.98
72.Nadlipaokata	43 23 23.28	24 45 34.95	+ 4.54	- 4.95	- 1.06	+ 2.34	+ 6.82	- 2.36	- 1.58	+ 0.04
73.Kalakoo	43 23 08.33	26 05 37.97	+ 2.07	- 6.17	- 1.39	+ 2.85	+ 4.36	- 3.52	- 1.84	+ 0.59
74.Suhindolsky	43 11 59.69	25 09 41.17	+ 2.88	- 2.17	+ 3.12	+ 4.61	+ 5.17	+ 0.44	+ 2.63	+ 2.33
75.Sakar	43 00 55.49	26 20 42.54	+ 4.30	- 6.24	- 1.85	+ 2.41	+ 6.59	- 3.59	- 2.28	+ 0.17

	$\varphi$	$\lambda$	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	$w$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\bar{w}$
76, Aeanow	42°27'00.26	26°40'58.49	+ 3.88	- 10.94	- 3.55	+ 3.83	+ 6.18	- 8.27	- 3.96	+ 1.62
77, Vojnia	42 24 15.04	24 24 55.21	- 2.10	- 3.61	+ 3.23	+ 5.66	+ 0.18	- 1.02	+ 2.70	+ 3.39
78, Kitka	42 19 36.17	25 16 27.90	- 1.68	- 8.70	- 4.30	+ 1.56	+ 0.61	- 6.08	- 4.78	- 0.69
79, Korudeohiza	41 58 43.51	25 45 12.51	+ 3.49	- 5.01	+ 3.72	+ 7.07	+ 5.78	- 2.37	+ 3.27	+ 4.85
80, Drama	41 03 53.81	24 03 43.10	- 1.44	- 0.05	+ 5.02	+ 5.05	+ 0.84	+ 2.55	+ 4.48	+ 2.81
81, Oorfu	39 37 27.75	19 47 47.51	- 15.07	- 19.46	- 6.58	+ 5.83	- 12.83	- 16.98	- 7.32	+ 3.51
82, Athen	37 58 22.79	23 43 15.41	- 4.11	- 18.04	- 7.00	+ 4.10	- 1.83	- 15.41	- 7.53	+ 1.95
83, Milano	45 27 53.24	9 11 24.89	- 19.75	+ 2.45	+ 2.92	+ 1.17	- 17.66	+ 4.41	- 1.53	- 1.61
84, Rom, Monte Mario	41 55 28.67	12,27 12.80	- 3.16	- 4.40	- 3.26	- 0.32	- 1.02	- 2.22	- 4.41	- 2.93
85, Guardia Vecchia	41 13 22.82	9 24 01.49	- 2.22	- 1.99	+ 2.30	+ 3.61	- 0.13	+ 0.11	+ 1.02	+ 0.94
86, Faohino	36 41 55.43	15.05 31.92	- 6.28	+ 9.30	+ 8.88	+ 3.32	- 4.10	+ 11.69	+ 7.94	+ 0.95
87, Padua	45 24 09.11	11 52 11.85	- 7.91	+ 6.25	+ 7.42	+ 2.97	- 5.78	+ 8.31	+ 6.17	+ 0.26
88, Torino	45 04 18.12	7 41 11.57	- 9.83	+ 37.15	+ 26.29	- 0.01	- 7.77	+ 39.06	+ 24.83	- 2.86
89, Genua	44 25 12.16	8 55 21.83	- 3.94	- 1.82	+ 0.29	+ 1.56	- 1.86	+ 0.16	- 1.09	- 1.20
90, Firenze	43 46 40.22	11 15 40.21	+ 9.25	- 0.70	+ 0.88	+ 1.36	+ 11.37	+ 1.39	- 0.34	- 1.30
91, Palermo	38 05 51.84	13 21 15.82	+ 2.87	+ 6.79	+ 6.33	+ 2.14	+ 5.02	+ 8.49	+ 5.29	+ 0.05
92, Basel	47 33 40.94	7 34 53.11	- 5.09	- 1.59	+ 1.51	+ 2.68	- 3.03	+ 0.22	- 0.02	- 0.18
93, Zürich	47 22 43.80	8 33 06.01	- 5.51	- 1.72	+ 0.18	+ 1.45	- 3.43	+ 0.14	- 1.29	- 1.39
94, Neuhotel	47 00 04.39	6 57 16.24	- 13.78	+ 10.53	+ 10.50	+ 2.80	- 11.74	+ 12.34	+ 8.95	- 0.07
95, Bern	46 57 06.82	7 26 21.96	+ 1.84	+ 0.54	+ 1.36	+ 0.97	+ 3.90	+ 2.37	- 0.16	- 1.89
96, Genf	46 12 01.87	6 09 11.21	- 2.57	- 3.05	- 0.12	+ 2.08	- 0.54	- 1.24	- 1.69	- 0.79
97, Nieuport	51 07 54.34	2 45 26.28	- 4.33	+ 0.07	+ 1.46	+ 1.41	- 2.37	+ 1.72	- 0.45	- 1.79
98, Rosendaal	51 02 46.63	2 24 39.42	- 4.77	- 0.89	+ 1.29	+ 1.98	- 2.82	+ 0.54	- 0.64	- 1.06
99, Pantheon	48 50 49.72	2 20 46.61	- 3.20	+ 2.01	+ 4.50	+ 2.99	- 1.25	+ 3.56	+ 2.65	- 0.03
100, Puy de Dome	45 46 23.29	2 57 52.72	+ 4.72	+ 3.63	+ 3.55	+ 0.95	+ 6.68	+ 5.35	+ 1.84	- 1.99
101, Rodez	44 21 23.62	2 34 25.89	- 0.03	- 8.72	- 3.26	+ 2.84	+ 1.93	- 6.96	- 4.95	- 0.09
102, Carroasone	43 13 20.52	2 21 01.28	- 0.70	- 6.49	- 3.05	+ 1.39	+ 1.25	- 4.68	- 4.72	- 1.51
103, Rivesaltes	42 45 16.74	2 51 59.62	- 1.96	+ 6.27	+ 5.61	+ 1.35	+ 0.00	+ 8.11	+ 3.98	- 1.53
104, Brest	48 23 22.67	- 4 29 28.50	- 0.87	+ 4.77	+ 1.72	- 1.84	+ 0.92	+ 6.09	- 0.45	- 5.00
105, Grand	48 22 47.20	5 27 03.13	- 3.45	+ 1.54	- 1.64	- 2.79	- 1.43	+ 3.23	- 3.31	- 5.73
106, Nizza	43 43 35.36	7 18 02.58	- 18.09	- 0.68	+ 7.57	+ 8.04	- 16.04	+ 1.27	+ 6.13	+ 5.25
107, Marseille	43 18 23.20	5 23 45.53	- 5.54	- 7.80	+ 0.93	+ 6.28	- 3.53	- 5.90	- 0.60	+ 3.45
108, Greenwich	51 28 44.69	- 0 00 06.77	- 6.39	+ 6.77	+ 8.90	+ 3.60	- 4.49	+ 8.08	+ 6.82	+ 0.50
109, Feaghmain	51 55 25.62	- 10 20 54.53	- 2.77	+ 2.34	+ 9.22	+ 7.38	- 1.14	+ 3.21	+ 6.60	+ 4.07
110, Lerida	41 37 02.86	0 37 35.92	- 0.99	+ 1.40	+ 5.41	+ 4.48	+ 0.92	+ 3.24	+ 3.73	+ 1.62
111, Desierto	40 05 07.09	0 01 51.27	- 4.77	+ 10.33	+ 11.20	+ 4.55	- 2.87	+ 12.20	+ 9.51	+ 1.65
112, Tetia	37 15 07.64	- 2 24 47.69	+ 4.25	+ 7.72	+ 7.75	+ 3.08	+ 6.09	+ 9.64	+ 6.02	+ 0.19

Es ist auf jeden Fall empfehlenswert, ein derart großes Lotabweichungssystem unmittelbar auf seinen Schwerpunkt zu beziehen, wie es übrigens bisher auch in den Partialsystemen gemacht wurde. Denn nur so sind die erhaltenen Korrekturen frei von den Fehlern der zugrundeliegenden Referenzfläche. Auch stellen in diesem Falle die einfachen Mittelwerte der drei Lotabweichungskomponenten schon so gute Näherungen für die gesuchten Korrekturen dar, daß eine zweite Rechnung sicher überflüssig ist. Wir finden in dem Schwerpunkt :

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= 47^\circ 44' 10'' \\ \lambda_0 &= 15^\circ 35' 22''\end{aligned}\quad 136)$$

die Mittelwerte :

$$(\varphi' - \varphi)_m = - 2''160 \quad , \quad (\lambda' - \lambda)_m = - 2''094 \quad , \quad (\alpha' - \alpha)_m = + 1''154$$

und den mittleren Laplaceschen Widerspruch :

$$w_m = + 2''681 .$$

Die Größe des Lotabweichungssystems macht es aber natürlich unmöglich, mit den rein sphärischen Näherungsausdrücken 8) zu operieren. Wir müssen vielmehr in die Gleichungen 8) die ellipsoidischen Koeffizienten aus den Gleichungen 4) einführen. Trotzdem ergeben sich auch hier wieder dank der Kleinheit der obigen Mittelwerte gewisse noch tragbare Vereinfachungen. So ist der maximale Einfluß des Faktors  $\frac{M_0}{M_K}$  nur 0''007, weshalb er wie bisher der Einheit gleichgesetzt werden darf. Dadurch bleiben auch die Gleichungen 10) und 11 a) für den Ausgleich der Lotabweichungen und die Berechnung der Endwerte in Breite und Länge unverändert. Ferner darf in die Längengleichung der konstante Faktor  $(\frac{M_0}{N_0} d\varphi_0)$  eingeführt werden.

Auf diese Weise finden wir die definitiven Schwerpunktskorrekturen :

$$\begin{aligned}d\varphi_0 &= - 2''187 \\ d\lambda_0 &= - 2.130 \\ d\alpha_0 &= + 1.093\end{aligned}\quad 137)$$

und wir sehen, daß unser Netzverband tatsächlich bis auf 1" absolut orientiert ist. In diesen Schwerpunktskorrekturen vereinigt sich der Übergang auf das absolute System mit der Elimination der astronomischen Fehler des Ausgangspunktes. Sind  $\alpha'_R$  und  $\lambda'_R$  die fehlerhaften Beobachtungen,  $\delta\alpha'_R$  und  $\delta\lambda'_R$  deren Verbesserungen, und liegen wie hier in Rauenberg annähernd fehlerfreie Neubeobachtungen vor, so gilt unmittelbar :

$$(\alpha'_R + \delta\alpha'_R - \alpha_R) - (\lambda'_R + \delta\lambda'_R - \lambda_R) \sin \varphi_R = w_R .$$

Die früheren astronomischen Fehler stecken aber noch in den geodätischen Koordinaten des ganzen Netzes, weshalb wir bei Abstraktion von den astronomischen Fehlern in den übrigen Punkten daselbst finden :

$$(\alpha'_K - \alpha_K - \delta\alpha''_K) - (\lambda'_K - \lambda_K - \delta\lambda''_K) \sin \varphi_K = 0 \quad ,$$

wobei sich die Verbesserungen  $\delta\alpha''_K$  und  $\delta\lambda''_K$  gemäß 4) ergeben. Betrachtet man die Zusatzglieder als klein von 2. Ordnung, so ist auch ohne näheres Eingehen leicht begreiflich, daß ein mittlerer Laplacescher Widerspruch :

$$\delta\alpha'_R - \delta\lambda'_R \sin\varphi_m = w_m = w_R$$

entsteht. Weil der Übergang zum absoluten Lotabweichungssystem natürlich keinen Widerspruch erzeugt, ist tatsächlich der sich mit den Korrekturen 137) ergebende Widerspruch derselbe wie er aus den astronomischen Verbesserungen in Rauenberg folgt :

$$\begin{aligned} 1''093 + 2''130 \sin\varphi_0 &= + 2''67 \\ 3''55 - 1.10 \sin\varphi_R &= + 2.68 . \end{aligned}$$

Wie schon mehrfach betont, erfolgt eben die Trennung des astronomischen Längen- und Azimutfehlers im Triangulierungshauptpunkt bei dem hier angewendeten Verfahren des getrennten Ausgleichs der Lotabweichungen und Laplaceschen Widersprüche automatisch. Auch wenn sie nicht bekannt sind, scheiden sie sich richtig von den Komponenten der absoluten Lotabweichung in den übrigen Punkten, wodurch der mittlere Laplacesche Widerspruch getilgt wird.

Abgesehen von dem eigentlichen Zweck dieser Ausgleichung haben wir damit ein über große Teile Europas ausgebreitetes System absoluter Lotabweichungen erhalten, wie es bisher noch nicht vorlag. Vergleiche mit älteren Teilbearbeitungen stimmen im allgemeinen in der meridionalen Lotabweichungskomponente sehr gut, in der dazu senkrechten Komponente weniger gut überein, was natürlich auf die gänzlich verschiedene Behandlung der Laplaceschen Widersprüche zurückzuführen ist.

So gibt z.B. Berroth<sup>33)</sup> für einige Punkte die auf Rauenberg bezogenen Lotabweichungen in Breite und Länge an, denen wir unsere ursprünglichen Komponenten gegenüberstellen wollen :

	$\xi_B$	$(\varphi' - \varphi)$	$\delta\xi_B$	$\zeta_B$	$(\lambda' - \lambda)$	$\delta\zeta_B$
Rauenberg	+ 0''00	+ 0''17	+ 0''17	+ 0''00	+ 1''10	+ 1''10
Leipzig	+ 0.70	+ 0.89	+ 0.19	+ 1.92	+ 3.15	+ 1.23
Großenhain	- 2.42	- 2.25	+ 0.17	- 6.84	- 5.89	+ 0.95
Schneekoppe	+ 7.23	+ 7.35	+ 0.12	- 2.18	- 2.37	- 0.19
Széchenyihegy	- 5.99	- 5.89	+ 0.10	+ 7.58	+ 8.73	+ 1.15
Laaerberg	+ 0.84	+ 1.03	+ 0.19	+ 8.24	+ 8.47	+ 0.23
Kremsmünster	+ 1.11	+ 1.29	+ 0.18	- 7.74	- 6.87	+ 0.87
Pola	- 9.55	- 9.47	+ 0.08	- 7.60	- 7.15	+ 0.45
München	- 2.65	- 2.56	+ 0.09	+ 0.86	+ 1.75	+ 0.89

Die auffallenden Differenzen in Länge auf den Punkten Schneekoppe und Laaerberg erklären sich einfach aus dem Umstand, daß Berroth von astronomischen Längen ausgeht, die in Schneekoppe um 1''40, in Laaerberg um 0''69 größer als die hier eingeführten Längen sind. Berücksichtigt man dies, so steigen die Differenzen auf + 1''21, resp. + 0''92 an, welche Werte wesentlich besser in obige Reihe passen. Ein genaueres Eingehen auf diese Unterschiede erübrigt sich. Berroth gibt noch für die vier Landes-Fundamentalepunkte die Lotabweichungen auf dem "best-orientierten" Besselschen Ellipsoid an, die wir mit den erhaltenen

-----

33) A. Berroth : Der Meridianbogen Großenhain - Pola und die Lotrichtung im preussischen, bayrischen, österreichischen und ungarischen Triangulations-Hauptpunkt. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jg. 1924, Seite 41 - 56 und 81 - 98.

absoluten Lotabweichungskomponenten vergleichen :

	$\xi$	$\Delta\varphi$	$\delta\xi$	$\zeta$	$\Delta\lambda$	$\delta\zeta$
Rauenberg	+ 2:40	+ 2:33	- 0:07	+ 3:32	+ 2:97	- 0:35
München	- 0.20	- 0.43	- 0.23	+ 3.79	+ 3.70	- 0.09
Laaerberg I	+ 3.16	+ 3.23	+ 0.07	+ 11.39	+ 10.62	- 0.67
Széchenyihegy	- 3.76	- 3.66	+ 0.10	+ 10.80	+ 11.01	+ 0.21

Auch hier tritt wieder die zu große astronomische Länge für Laaerberg bei Berroth in Erscheinung. Davon abgesehen, beweist dieser einfache Vergleich, daß das Berrothsche System trotz der wesentlich kleineren Ausdehnung dem absoluten System recht nahe kommt. Die beiden Vergleiche beweisen aber auch umgekehrt wieder die Brauchbarkeit des hier verwendeten, bedeutend einfacheren Verfahrens. Ein tieferes Eingehen auf derartige Vergleiche gehört aber nicht hierher.

Die Schwerpunktskorrekturen 137) sind invariant gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang. Dies gilt aber nicht für die absoluten Lotabweichungen in den drei als eventueller Ursprung für den künftigen Zusammenschluß der europäischen Netze in Aussicht genommenen Punkten. Wir rechnen daher die erhaltenen absoluten Lotabweichungen mit den Elementen 135) und den Formeln :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi' &= \Delta\varphi + \varphi_s \frac{da}{a} - (2\ell'' \cos^2 \varphi_H - \varphi_s \sin^2 \varphi_H) d\alpha \\ \Delta\lambda' &= \Delta\lambda + \ell'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_K \left( \frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_0 d\alpha \right) \\ \Delta\alpha' &= \Delta\alpha + \ell'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_K \left( \frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_0 d\alpha \right)\end{aligned}\quad 138)$$

auf das bestanschließende Ellipsoid um. Die sich hieraus ergebenden geodätischen Größen :  $\varphi = \varphi' - \Delta\varphi'$ ,  $\lambda = \lambda' - \Delta\lambda'$ ,  $\alpha = \alpha' - \Delta\alpha'$  dürfen dann unter der Voraussetzung eigener großer Lotabweichungssysteme als invariante Werte aufgefaßt werden, die demnach wieder auf das Besselsche Ellipsoid bezogen werden können. Da bei ihrer Ableitung jedoch von den Elementen des berechneten bestanschließenden Ellipsoides Gebrauch gemacht wurde, sind die so gewonnenen günstigsten Ausgangskordinaten umso verlässlicher, je kleiner der Abstand des gewählten Ursprungs vom Schwerpunkt des Lotabweichungssystems ist.

Aus letzterem Grunde erhalten wir das sicherste Ergebnis für den österreichischen Fundamentalpunkt Hermannskogel, dessen Schwerpunktsabstände in Länge und Breite zwischen 32' und 43' liegen. Man findet :

$$\Delta\varphi' = + 0:88, \quad \Delta\lambda' = + 8:29, \quad \Delta\alpha' = + 5:31$$

und damit die günstigsten Ausgangswerte :

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^\circ 16' 15.13'' - 0:88 = 48^\circ 16' 14.25'' \\ \lambda &= 16 17 50.11 - 8.29 = 16 17 41.82 \\ \alpha &= 107 31 41.70 - 5.31 = 107 31 36.39\end{aligned}\quad 139)$$

Das Azimut bezieht sich auf die Richtung nach Hundsheimer. Länge und Azimut sind um 1:37, resp. 1:88 größer als sie aus der Berechnung des Lotabweichungssystems der österr.-ung. Militärtriangulierung (siehe Gleichg. 21) hervorgingen. Dies ist nicht weiter verwunderlich, wenn man den Einfluß der Alpen bedenkt. Eine Vergrößerung der günstigsten Länge hat sich schon in Abschnitt 11 der sub 1) zitierten Arbeit bei Kombination mit dem ostelbischen Lotabweichungssystem ergeben. Der dort gebrachte Vorschlag für den Übergang von den österr. Ferrolängen auf Greenwich kann praktisch aufrecht gehalten werden; an Stelle des Fehlbetrages

von 0<sup>o</sup>61 tritt jetzt ein Überschuß von 0<sup>o</sup>76. Besonders interessant ist, daß die Fehlorientierung des österreichischen Fundamentalnetzes gegenüber dem Ergebnis des wesentlich kleineren Lotabweichungssystems der Militärtriangulierung um rund 2" gesunken ist.

Für den neuen deutschen Fundamentalpunkt Potsdam, Helmertturm, finden wir :

$$\Delta\varphi' = + 4''10, \quad \Delta\lambda' = + 1''66, \quad \Delta\alpha' = - 0''54$$

und hieraus als günstigste Ausgangswerte :

$$\begin{aligned} \varphi &= 52^{\circ}22'54''81 - 4''10 = 52^{\circ}22'50''71 \\ \lambda &= 13\ 04\ 01.72 - 1.66 = 13\ 04\ 00.66 \\ \text{Azimut Golmberg } \alpha &= 154\ 47\ 33.61 + 0.54 = 154\ 47\ 34.15 \end{aligned} \quad 140)$$

Die Unterschiede gegenüber dem Resultat 14) des ersten Partialsystems sind hier in erster Linie durch die Korrektionsglieder für das bestanschließende Ellipsoid bedingt. So berechtigt deren Berücksichtigung ist, weil der Europa - Zusammenschluß wohl kaum auf dem Besselschen Ellipsoid durchgeführt werden dürfte, sosehr muß das Resultat 140) als provisorisch gelten, bevor nicht die Ausdehnung des Lotabweichungssystems über Nordeuropa ermöglicht ist. Abermals zeigt der Punkt einen Laplaceschen Widerspruch von fast 2", dessen Aufklärung durch das Geodätische Institut Potsdam wünschenswert ist.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse für den polnischen Fundamentalpunkt Borowa gora. Die auf unser bestanschließendes Ellipsoid bezogenen absoluten Lotabweichungen :

$$\Delta\varphi' = + 0''37, \quad \Delta\lambda' = + 3''00, \quad \Delta\alpha' = + 2''91$$

ergeben zusammen mit den astronomischen Beobachtungsdaten die günstigsten Ausgangswerte :

$$\begin{aligned} \varphi &= 52^{\circ}28'32''85 - 0''37 = 52^{\circ}28'32''48 \\ \lambda &= 21\ 03\ 12.12 - 3.00 = 21\ 02\ 09.12 \\ \text{Azimut Modlin } \alpha &= 261\ 53\ 15.9 - 2.9 = 261\ 53\ 13.0 \end{aligned} \quad 141)$$

Auch diese Werte können vor der Einbeziehung Nordeuropas und vor allem des europäischen Teils der UdSSR nur als provisorisch gelten.

Im Vorwort war als dritte Aufgabe die Aufdeckung aller größeren astronomischen Fehler gestellt; ihre Lösung sollte es ermöglichen, daß diese Fehler noch vor Inangriffnahme der internationalen Berechnungsarbeiten durch Nachmessungen ausgemerzt werden. Schon bei den einzelnen Partialsystemen wurde gelegentlich auf größere Laplacesche Widersprüche und ihre vermutlichen Ursachen hingewiesen. Mit der räumlichen Ausdehnung eines Lotabweichungssystems ändern sich aber nicht allein die definitiven Lotabweichungskomponenten, sondern auch in geringem Maße die Laplaceschen Widersprüche. Wir dürfen also die in Tabelle 53) ausgewiesenen Widersprüche  $\bar{w}$  als Beantwortung unserer dritten Frage ansehen. Alle Widersprüche über etwa 1<sup>o</sup>5 werden durch astronomische Nachbeobachtungen vermutlich ganz oder teilweise aufgeklärt werden können. Freilich müssen dabei auch die in § 18 besprochenen gebietsweisen geodätischen Orientierungsfehler berücksichtigt werden.

So hat also auch dieser schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems weder die Frage des bestanschließenden Ellipsoides noch die

der günstigsten Ausgangswerte endgültig klären können. Es liegt dies nicht an prinzipiellen Schwierigkeiten, sondern lediglich an der Unzugänglichkeit der nötigen Unterlagen. Beide Fragen könnten aber noch im Stadium der Planung der großen und kulturell so überaus wertvollen internationalen Zusammenarbeit einer definitiven Lösung zugeführt werden, wozu vor allem die Veröffentlichung der Ausgleichsergebnisse des Ostseeringes viel beitragen wird. Es ist ferner zu hoffen, daß alle Schwächen im Aufbau des vorliegenden Systems, die durch den Mangel an besseren Unterlagen bedingt sind, unsere Ergebnisse nicht merklich beeinflußt haben.

---

### Zusammenfassung

Die Inangriffnahme des Zusammenschlusses der europäischen Landesnetze erfordert die vorhergehende Lösung von drei prinzipiellen Fragen, deren erste die geeignetste Referenzfläche betrifft. Die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides setzt nun allerdings einen über ganz Europa ausgedehnten Netzverband, also bis zu einem gewissen Grade den Zusammenschluß selbst, voraus. Aber astronomisch - geodätische Berechnungen stellen an die zugrundeliegende Triangulierung keine allzugroßen Anforderungen, so daß hier verhältnismäßig einfache Näherungsmethoden genügen. Rein äusserliche Gründe, in erster Linie die Schwierigkeiten in der Beschaffung der Unterlagen, waren bei der Bildung des europäischen Netzverbandes für den vorläufigen Ausschluß von Nordeuropa und der modernen Triangulierungen der U.d.S.S.R. maßgebend. Die spätere Einbeziehung Nordeuropas nach Veröffentlichung des Ostseeringes ist geplant. Die Berechnung erfolgte durch fortgesetzte Anwendung des Verfahrens von Helmert - Thilo, wobei im Hinblick auf die zentrale Lage und nach rein praktischen Gesichtspunkten der Ausgang vom deutschen Reichsdreiecksnetz genommen wurde. Der genäherte Zusammenschluß wurde also im System der preussischen Landesaufnahme, jedoch in internationalen Metern auf dem verkleinerten Besselschen Ellipsoid durchgeführt. Dabei wurde der fortlaufenden Kontrolle der Azimute besondere Aufmerksamkeit geschenkt, um eine möglichst absolute, d.h. dem Minimalssystem der Lotabweichungen entsprechende Orientierung zu erzielen. Die nur 1" betragende Fehlorientierung im Kern des Reichsdreiecksnetzes konnte im ganzen Netzverband mit wenigen, durch Materialmangel bedingten kleineren Abweichungen, eingehalten werden.

Zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides wurde die in einer früheren Arbeit begründete Methode der Partialsysteme verwendet. Sie beruht auf dem Satz von der Invarianz des Schwerpunkts eines Lotabweichungssystems gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang, d.h. auf der Tatsache, daß die Elemente der Verschiebung und Verdrehung eines Netzes im Schwerpunkt der astronomischen Punkte bei Bildung des Minimalsystems der Lotabweichungen und Laplaceschen Widersprüche unabhängig von einer Änderung der Bezugsfläche sind. Hingegen kommen dem Schwerpunkt 2 eines Teilsystems II innerhalb des Teilsystems I Korrekturen zu, die eine Funktion des angenommenen Ellipsoides sind. Die Gleichsetzung dieser variablen Korrekturen mit den invarianten Schwerpunktsverbesserungen liefert demnach zwei Bestimmungsgleichungen für die Verbesserungen der beiden Ellipsoidkonstanten. Jede Linie zwischen je zwei derartigen Schwerpunkten führt also auf eine eindeutige Lösung für das zugehörige bestanschließende Ellipsoid und  $n$  Teilsysteme ergeben  $n \cdot (n - 1)$  Fehlergleichungen für die beiden Unbekannten  $da$  und  $da'$ . Dieses Verfahren zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides weist gegenüber der bisherigen Methode mancherlei Vorzüge auf:

a) An Stelle eines großen Systems von Fehlergleichungen mit 5 Unbekannten treten Teilsysteme mit bloß drei Unbekannten, während sodann die Verbesserungen der Ellipsoidkonstanten aus den Schwerpunktskorrekturen der Partialsysteme abgeleitet werden.

b) Die Vorrangstellung des willkürlichen Nullpunktes des Lotabweichungssystemes ist aufgehoben. Durch die Bildung aller Kombinationen von je zwei Schwerpunkten ist er durch eine Gruppe absolut gleichwertiger Punkte ersetzt.

c) Die Linien zwischen je zwei Schwerpunkten ersetzen im allgemeinen die für die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides besonders geeigneten Gradmessungen schief zum Meridian. Denn für gewöhnlich sind die Längengleichungen der Breitengradmessungen ebenso unbrauchbar wie die Breitengleichungen der Längengradmessungen. Die Methode der Partialsysteme erhöht mithin vor allem die Sicherheit in der Bestimmung der Abplattung.

d) An Stelle der reinen Gradmessungen tritt die volle Ausnützung flächenhaft verteilten Materials, wobei neben den Laplaceschen Punkten auch die Lotabweichungspunkte zu ihrem vollen Recht kommen.

e) Durch das Zwischenglied der Teilsysteme wird der Einfluß kleinerer Geoidstörungen weitgehend herabgedrückt, wodurch eine ähnliche, die Geoidundulationen einebnende Wirkung erzielt wird wie bei der Verwendung isostatischer Reduktion. Diese Wirkung ließe sich noch steigern, wenn die Aufteilung in die Partialsysteme nicht wie hier nach den zufälligen Landesgrenzen, sondern nach physikalischen Gesichtspunkten vorgenommen wird. Auf jeden Fall ergeben sich die mittleren Fehler ähnlich klein wie bei der Verwendung isostatisch reduzierter Lotabweichungen.

Unser Netzverband liefert für das bestanschließende Ellipsoid die Elemente:

$$a = 6\,377\,788 \pm 42 \text{ m}$$

$$\alpha = 1:(296.76 \pm 1.14)$$

Die Vergrößerung der Besselschen Achse ist gegenüber dem früheren Resultat in der Abhandlung "Theoretische und numerische Studien zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides für Europa" um rund 200 m gesunken. Die Ursache hierfür liegt einmal im Ausschluß Nordeuropas, das vermutlich wieder vergrößernd wirkt, und dann in der weiteren Ausdehnung nach Westen und dem Einfluß des Atlantischen Ozeans. Es hat also viel Wahrscheinlichkeit für sich, daß der Wert 6378 km eine obere Grenze für das bestanschließende Ellipsoid von Europa bildet. Mithin bringt die Einführung des sogenannten Internationalen Ellipsoides keinerlei Gewinn für Europa. Der Einfluß des Atlantischen Ozeans ist wohl auch die Ursache dafür, daß bei weiterer Ausdehnung des Lotabweichungssystemes nach Westen jene frühere Erscheinung wieder verschwindet, derzufolge das Geoid in meridionaler Richtung stärker als das bestanschließende Ellipsoid gekrümmt zu sein schien.

Hingegen hat die Abplattung weiter zugenommen und stimmt vollständig mit Heiskanens Wert aus Schweremessungen (1924) überein.

Die zweite grundlegende Frage betrifft die günstigsten geodätischen Ausgangswerte in dem noch zu wählenden Zentralpunkt. Als solcher kommt Potsdam, Wien oder Warschau in Betracht, je nachdem man die Längen- und Breitenausdehnung Europas bedenkt oder das Hauptgewicht auf eine der beiden Diagonalen des europäischen Raumes legt. Man findet die besten geodätischen Werte, wenn man den gewünschten Zentralpunkt zum Schwerpunkt eines über ganz Europa erstreckten Systems gleichmäßig verteilter Laplacescher Punkte macht. Dies ist aber wegen des derzeitigen Ausfalls von Nordeuropa und Rußland gar nicht durchführbar. Daher wurde aus den Laplaceschen Punkten des Netzverbandes ein einziges geeignetes Lotabweichungssystem gebildet. Sein Schwerpunkt liegt nahe bei Wien, sodaß die dort erhaltenen absoluten Lotabweichungen als unabhängig von der Bezugsfläche angesehen werden dürfen und zusammen mit den astronomischen Daten unmittel-

bar die gesuchten günstigsten Ausgangswerte liefern. Für Potsdam und Warschau wurden die absoluten Lotabweichungen von Besselschen auf das vorher berechnete bestanschließende Ellipsoid transformiert. Die so gefundenen geodätischen Werte werden sich also noch geringfügig von den invarianten Werten unterscheiden.

Da voraussichtlich die Laplaceschen Azimute bei dem künftigen Zusammenschluß der europäischen Triangulierungen eine wesentliche Rolle spielen werden, ist drittens die Aufdeckung aller größeren astronomischen Beobachtungsfehler von Wichtigkeit. Diese Frage ist mit dem Laplaceschen Restwidersprüchen des großen Lotabweichungssystemes hinlänglich beantwortet. Alle verdächtigen Beobachtungen können darnach noch rechtzeitig überprüft werden.

Schließlich dürfte es sehr wichtig sein, ein möglichst ausge dehntes und einheitliches System von Lotabweichungen für isostatische Untersuchungen zu besitzen.

## Summary

The junction of the European networks or the adjustment of the complete European triangulation demands the solution of three principal problems, the first one concerning to the most adequate surface of reference. The determination of the best fitting ellipsoid requires the assumption of a net-compound including all european nets, that means to a certain degree the junction of the nets itself. Since astronomic-geodetic evaluations are requiring only a fair precision in the triangulation datas, simple approximate methods can be used.

Solely difficulties in obtaining the necessary data were responsible for the exclusion of the North European and the modern nets of the U.S.S.R. in the establishing of the european compound net. The inclusion of Northern Europe is intended after the publication of the "Baltic ring". Due to its central location and for other practical reasons the computations were executed by successive use of the Helmert-Thilo-method based on the German "Reichsdreiecksnetz". For an approximate junction of the nets the system of the Prussian Ordnance Survey was applied, but in international meter units and on a reduced Bessel ellipsoid. Great attention was paid to a successive control of the azimuths in order to get an almost absolute orientation corresponding to the minimum system of the deviations of the vertical. The orientation in the centre of the German net which is correct within 1" was thus retained in the whole net-compound except for some small anomalies due to lack of adequate data.

For the determination of the best fitting spheroid the method of the "Partial Systems", developed in an earlier publication was used. This method is based on the theorem that the centre of gravity of astronomical stations is invariable with respect to any change from one ellipsoid to another, that means, that the elements of displacement and twist of a net are invariable, once a system of least deviations of the plumb-line and of discrepancies in the Laplacian equations is computed. On the other side there are corrections in a partial system I pertaining to the gravity centre 2 of a partial system II, which are functions of the elements of the adopted ellipsoid. Setting these variable corrections equal to the invariant corrections of the gravity centre 2 results in two condition equations supplying corrections for the ellipsoid constants. Each line connecting two of those centres of gravity gives a solution for the corresponding best fitting ellipsoid and from  $n$  partial systems result  $n(n-1)$  observation equations for the unknown quantities  $d\alpha$  and  $d\lambda$ . This method presents some advantages with respect to former methods:

- a) Instead of a large system of observation-equations with 5 unknowns partial systems with only 3 unknowns are obtained and the corrections for the ellipsoid elements are derived from the corrections of the invariant centre of the partial systems.
- b) The preference of the arbitrary initial-point in the system of deviations of the vertical is eliminated. By forming all combinations connecting two centres of gravity the initial-point is replaced through a group of absolute equivalent points.
- c) Geodetic triangulation schemes oblique to the meridian are especially appropriate for the determination of the best fitting ellipsoid and can very often with advantage be replaced through lines connecting two gravity centres

because usually in geodetic triangulations running parallel to the meridians longitude equations and in geodetic triangulations running parallel to latitude circles latitude equations are unfit for the determination of the best fitting ellipsoid. Therefore the method of partial systems warrants a higher degree of precision in the determination of the flattening of the earth.

d) Observation material distributed over large areas replaces the pure geodetic triangulation chains whereby normal astronomical stations are equally treated as the Laplace points.

e) The influence of small disturbances of the geoid will to a great deal be reduced due to the partial systems with the result of a flattening effect of the geoid undulations similar to the effect of isostatic reductions. An even higher effect can be achieved in selecting the partial systems with more regard to physiographic and geophysical features of the earth and less regard to actual political boundaries. The mean errors obtained by this method are of similar smallness as are the mean errors resulting from the application of isostatic reduced deviations of the vertical.

From the thus treated compound of nets, the elements of the best fitting ellipsoid are determined as follows:

$$a = 6\,377\,788 \pm 42 \text{ m}$$

$$\alpha = 1:(296.76 \pm 1,14)$$

Compared with results established in the treatise: "Theoretical and numerical studies in determination of the best fitting ellipsoid of Europe", the increase in the axis of the Bessel ellipsoid appears compensated to the amount of 200 m. That may on the one side be due to the exclusion of the North European net, which for itself may have an increasing effect, and on the other side due to the comparatively great extension of the net in a westerly direction and to the influence of the Atlantic Ocean. There is a great probability, that the value of 6378 km is the upper limit for the major axis of the best fitting ellipsoid for Europe. Consequently introduction of the so-called ellipsoid of Madrid can not result in any advantage for Europe.

The influence of the Atlantic Ocean is certainly responsible for the fact that a further westward extension of the system of vertical deviation will prove that all assumptions relating to the geoid being more curved in the direction of the meridian as compared with the best fitting ellipsoid are entirely unfounded and erroneous.

The flattening compared with its value in the forementioned treatise has shown however a further increase and is in absolute accord with Heiskanen's value from gravity measurements (1924).

The second principal problem is related to the most favourable datum values to be adopted for the initial-point of the net-compound. If the intention is to give either more prominence to the lateral and longitudinal extension or to the diagonal direction of Europe then either Potsdam, Vienna or Warsaw should be adopted as initial-point. However, the best value may be secured when the centre of gravity of a system of equally over Europe distributed Laplace points is chosen as initial-point. But that can not be carried out at present due to the exclusion of the North European and the USSR nets.

Therefore a single best fitting system of deviations of the vertical was formed from the Laplace points in the net compound. The centre of gravity was selected near Vienna for the obvious reasons, that in this case the absolute deviations of the vertical as derived from this system are independent

from the plane of reference and because the combination of the deviation values with the astronomical datas will furnish the most suitable initial point. In the case of Potsdam and Warsaw the absolute deviations of the vertical were transformed from Bessel's ellipsoid to the best fitting ellipsoid, computed as described above. The difference between the geodatic values and the invariant values will be therefore negligible.

Since the Laplacian azimuths will in all propability play an important part in a future junction of all European nets it is important to discover (already now) all errors of any consequence in the astronomical observations. That problem can be solved by means of the residual discrepancies in the Laplacian equations and all suspicious observations can be controlled in due time.

Finally an extensive and homogeneous system of deflections of the vertical will be of greatest importance for further studies in isostatics.

## Résumé.

L'entreprise de la liaison internationale des réseaux nationaux européens exige la solution préalable de trois questions de principe, dont la première concerne l'adoption de la surface de référence la plus appropriée. Il est vrai que la dérivation de l'ellipsoïde le mieux adapté suppose l'existence d'un ensemble de réseaux s'étendant sur toute l'Europe, par conséquent jusqu'à un certain point leur liaison elle-même. Cependant des calculs astrono-géodésiques n'imposent pas à la triangulation de base des exigences trop grandes, de sorte qu'ici des méthodes d'approximation relativement simples suffisent. Des raisons purement extérieures, en première ligne les difficultés pour se procurer les matériaux servant de base, ont été déterminantes pour l'établissement du réseau d'ensemble de l'Europe à l'exclusion provisoire de l'Europe du Nord et des triangulations modernes de l'U.R.S.S. L'incorporation ultérieure de l'Europe du Nord, une fois l'anneau de la mer Baltique publié, est prévue. Le calcul a été effectué par application consécutive du procédé Helmert-Thilo, en partant, en raison de sa situation centrale et d'après des considérations d'ordre purement pratiques, du Réseau Primordial allemand (Reichs-dreiecksnetz). La liaison approchée a donc été effectuée dans le système du Relèvement prussien (Preussische Landesaufnahme), cependant en mètres internationaux et sur l'ellipsoïde de Bessel dit réduit. En le faisant, il a été prêté une attention particulière au contrôle continu des azimuts, afin d'arriver à une orientation aussi absolue que possible, c.-à-d. correspondant au système minimal des déviations de la verticale. L'erreur d'orientation, dont le noyau du réseau primordial est affecté, ne comportant que l'ordre de 1", n'a pas été dépassée dans l'ensemble du réseau, abstraction faite d'un petit nombre d'écarts dus au manque de matériaux.

Afin de dériver l'ellipsoïde le mieux adapté, on a utilisé la méthode dite des systèmes partiels, démontrée dans un travail antérieur. Elle repose sur le théorème de l'invariance des centres de gravité d'un système de dérivations de la verticale vis-à-vis du passage à un ellipsoïde quelconque, autrement dit sur le fait que les éléments de déplacement et de torsion d'un réseau au centre de gravité des points astronomiques en vue de la constitution du système minimal des déviations de la verticale et des contradictions de Laplace, sont indépendants d'une modification de la surface de référence. Par contre, le centre de gravité 2 d'un système partiel II compris dans le système partiel I, sont susceptibles de corrections qui sont fonction de l'ellipsoïde adopté. L'équivalence accordée à ces corrections variables avec les corrections du centre de gravité invariables fournit par conséquent deux équations de détermination pour les corrections à apporter aux deux constantes de l'ellipsoïde. Toute ligne reliant deux par deux ces centres de gravité aboutit donc à une solution unique par rapport à l'ellipsoïde qui s'adapte le mieux, et  $n$  systèmes partiels donnent lieu à  $n \cdot (n-1)$  équations d'erreur pour les deux inconnues  $da$  et  $d\alpha$ . Ce procédé suivi pour obtenir l'ellipsoïde principal présente, par rapport à la méthode adoptée jusqu'ici un certain nombre d'avantages.

a) A la place d'un grand système d'équations d'erreur à 5 inconnues on introduit des systèmes partiels à 3 inconnues seulement, les corrections à apporter aux constantes de l'ellipsoïde étant alors dérivées des corrections à insérer dans les centres de gravité des systèmes partiels.

b) La position privilégiée du point Zéro arbitraire du système de déviations de la verticale est abolie. En formant toutes les combinaisons de centres de gravité deux par deux, il se trouve remplacé par un groupe de points absolument équivalents.

c) Les lignes reliant les couples de centres de gravité remplacent en général les mesures d'arcs faites transversalement au méridien, particulièrement propres à la déduction de l'ellipsoïde principal. En effet, les équations de longitude dans les mesures de degrés de latitude sont ordinairement aussi inutilisables que les équations de latitude dans les mesures de degrés de longitudes. Aussi la méthode des systèmes partiels augmente-t-elle avant tout la certitude nécessaire à la détermination de l'aplatissement.

d) Les mesures d'arcs pures sont remplacées par la pleine utilisation de matériaux disposés en surface, les point de déviation de la verticale acquérant leur plein droit à côté des points de Laplace.

e) Grâce à l'insertion de termes intermédiaires de systèmes partiels, l'influence de troubles secondaires du géoïde est considérablement réduite, ce qui exerce un effet nivelateur sur les ondulation du géoïde semblable à celui obtenu dans l'emploi de la réduction isostatique. Cet effet pourrait être encore accru, si la distribution à opérer dans les systèmes partiels n'était pas faite comme ici au hasard des frontières nationales, mais selon des points de vue d'ordre physique. En tout cas il en résulte des erreurs moyennes sensiblement aussi petites que dans l'emploi des déviations de la verticale réduites isostatiquement.

Notre ensemble de réseaux fournit pour l'ellipsoïde le mieux adapté les éléments suivants:

$$a = 6\,377\,788 \pm 42 \text{ m}$$

$$\alpha = 1:(296.76 \pm 1,14)$$

L'extension de l'axe bessélien se trouve diminuée d'environ 200 m par rapport au résultat antérieur mentionné dans l'étude "Theoretische und numerische Studien zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides für Europa" (Etudes théoriques et numériques pour créer l'ellipsoïde le mieux adapté pour l'Europe). La cause en est d'une part dans l'exclusion de l'Europe du Nord, qui probablement a un effet agrandissant, d'autre part dans une extension plus importante du réseau vers l'Ouest et l'influence de l'océan Atlantique. Il y a donc assez de vraisemblance pour que la valeur de 6378 km constitue une limite supérieure pour l'ellipsoïde le mieux adapté pour l'Europe. En conséquence, l'introduction de l'ellipsoïde dit international n'apporte aucun profit pour l'Europe. L'influence de l'océan Atlantique peut bien être aussi la raison de ce que, en poursuivant l'extension du système de déviation de la verticale vers l'Ouest, ce symptôme précité disparaît, d'après lequel le géoïde semblait être plus incurvé dans le sens méridional que l'Ellipsoïde principal.

Par contre, l'aplatissement s'accuse davantage, au point de se trouver en parfait accord avec la valeur de Heiskanen déduite des mesures gravimétriques (1924).

La seconde question fondamentale concerne les valeurs géodésiques initiales les plus favorables à attribuer au point central encore à choisir. Les stations de Potsdam, Vienne ou Varsovie entrent en ligne de compte, selon qu'on attache la plus grande importance à l'extension dans le sens de la longitude ou de la latitude ou qu'on appuie surtout sur l'une ou l'autre des deux diagonales de l'espace européen. On trouvera les meilleures valeurs en

faisant du point central désiré le point de gravité d'un système de points de Laplace distribués régulièrement sur toute la surface de l'Europe. Or ceci n'est point réalisable, en raison de la déficience momentanée des données géodésiques de l'Europe du Nord et de la Russie. Aussi a-t-on constitué moyennant les points de Laplace de l'ensemble du réseau international, un système unique approprié de déviations de la verticale. Le centre en est situé près de Vienne, de sorte que les déviations absolues de la verticale qu'on y a obtenues pourront être considérées comme indépendantes de la surface de référence et fourniront immédiatement, de concert avec les données astronomiques, les valeurs initiales cherchées les plus favorables. Pour Potsdam et Varsovie, les déviations absolues de la verticale ont été transformées à partir de l'ellipsoïde de Bessel sur l'ellipsoïde le mieux adapté préalablement calculé. Les valeurs géodésiques ainsi trouvées se distingueront par conséquent quelque peu des valeurs invariables.

Comme, selon toute prévision, les azimuts de Laplace joueront un rôle essentiel dans la future liaison des triangulations européennes, il importera, troisièmement, de déceler toutes les erreurs d'observation astronomiques de quelque importance. Cette question est suffisamment éclaircie par les discordances résiduelles de Laplace relevées dans le grand système de déviations de la verticale. Toutes les observations suspectes pourront par conséquent être vérifiées à temps.

Enfin, il importerait beaucoup de posséder, pour des recherches isostatiques, un système de déviations de la verticale aussi étendu et uniforme que possible.