

Paper-ID: VGI\_200507



## Untersuchungen zur GPS/INS-Integration

Klaus Legat <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institut für Navigation und Satellitengeodäsie (INAS), 8010 Graz, Steyrergasse 30*

VGI – Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation **93** (2), S. 72–82  
2005

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Legat_VGI_200507,  
Title = {Untersuchungen zur GPS/INS-Integration},  
Author = {Legat, Klaus},  
Journal = {VGI -- {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessung und  
Geoinformation},  
Pages = {72--82},  
Number = {2},  
Year = {2005},  
Volume = {93}  
}
```





## Untersuchungen zur GPS/INS-Integration

Klaus Legat, Graz

### Zusammenfassung

Die GPS/INS-Integration stellt einen bedeutenden Forschungsbereich der Navigation dar, in dem auch eine zunehmende Anzahl geodätischer Institute tätig ist. Der Artikel beschreibt die Grundprinzipien der Inertialnavigation sowie der GPS/INS-Integration, die zusätzlich anhand einer kurzen aber anschaulichen Testfahrt praxisnah erklärt werden.

### Abstract

The GPS/INS integration represents an important research area in navigation. An increasing number of geodetic institutes are actively working in this field. The paper describes the basic principles of inertial navigation and of the GPS/INS integration. A short but illustrative test track further explains the applied techniques in a practical manner.

### 1. Einführung

Das Ziel der integrierten Navigation ist die Fusion geeigneter Messsysteme und -sensoren, um die Bewegungsparameter eines Fahrzeugs gemäß den Anforderungen einer vorgegebenen Anwendung erfüllen zu können. Dabei steht typischerweise mehr Information zur Verfügung als zur Bestimmung der Bewegungsparameter notwendig ist (Redundanz). Die Art der Redundanz hängt dabei von der Zusammensetzung des integrierten Messsystems ab. Grundsätzlich werden vier Arten unterschieden [1]: Bei der Integration zweier baugleicher Messinstrumente spricht man von paralleler Redundanz. Diese tritt z.B. in der Luftfahrt auf, wo die Benützung mehrerer gleichartiger Messsysteme vielfach verpflichtend ist. Komplementäre Redundanz liegt bei der Integration von Systemen mit gegensätzlichen physikalischen Messprinzipien vor. Ein Beispiel wäre die Kombination von GPS mit Koppelnavigation anhand von Kompass und Odometer, wie sie in vielen Fahrzeugnavigationssystemen zur Anwendung kommt. Von dissimilarer Redundanz spricht man, wenn die physikalischen Messprinzipien zwar nicht komplementär jedoch auch nicht identisch sind. Ein derartiger Fall ist etwa bei der Kombination von GPS mit einem terrestrischen Radionavigationssystem gegeben. Die vierte und letzte Art von Redundanz ist schließlich die analytische Redundanz, wobei hier ein Navigationssystem durch Informationen von Außen unterstützt wird. Ein Beispiel ist die Unterstützung von GPS durch die geometrischen Informationen einer digitalen Straßenkarte im Sinne von Map Aiding [2].

Die Integration von GPS mit einem Trägheits- oder Inertialnavigationssystem (INS) führt zum Fall der komplementären Redundanz. Während GPS auf der absoluten Positionsbestimmung anhand simultaner Pseudoentfernungsmessungen zu mehreren Satelliten beruht, verwendet die Inertialnavigation autonome Sensoren (Akzelerometer und Gyroskope), aus deren Messdaten die Bewegungsparameter eines Fahrzeugs relativ zu bekannten Ausgangswerten bestimmt werden können. Aus diesen unterschiedlichen Messprinzipien ergeben sich auch komplementäre qualitative Eigenschaften (Tabelle 1). Die Stärken von GPS liegen in der Bereitstellung absoluter Positionen und der hohen Langzeit-Genauigkeit; die Schwächen betreffen die relativ niedrige Datenrate (vor allem für schnelle Bewegungsabläufe), die beschränkte Kurzzeit-Genauigkeit, die mitunter mangelnde örtliche wie zeitliche Verfügbarkeit und die Empfindlichkeit gegenüber äußeren Störeinflüssen. Im Gegensatz dazu bietet die Inertialnavigation eine hohe Kurzzeit-Genauigkeit, eine sehr hohe Datenrate, eine unbegrenzte Verfügbarkeit und eine Unempfindlichkeit gegenüber äußeren Störungen; Nachteile bestehen im Hinblick auf den relativen Charakter der Positionsinformation und die geringe Langzeit-Genauigkeit. Wie dieser Vergleich zeigt, eignen sich diese beiden Technologien sehr gut für eine Integration.

### Überblick

Dieser Artikel beschreibt zunächst die theoretischen Grundlagen der Inertialnavigation und der GPS/INS-Integration (Abschnitte 2 und 3). Anschließend werden die Ergebnisse einer ein-

fachen aber sehr anschaulichen Messfahrt dargelegt (Abschnitt 4). Diese Messfahrt wurde mit einem qualitativ hochwertigen INS im Rahmen einer Magisterarbeit am Institut für Navigation und Satellitengeodäsie (INAS) der TU Graz durchgeführt [3]. In den vergangenen Monaten wurde am INAS eine eigene INS-Auswertesoftware auf Basis von Matlab entwickelt, die zur Berechnung und Darstellung der Messergebnisse dient. Am Ende des Beitrags erfolgen eine Zusammenfassung der wesentlichen Erkenntnisse sowie ein Ausblick auf laufende und künftige Entwicklungen am INAS (Abschnitt 5).

Eigenschaft	GPS	INS
Positionsbestimmung	absolut	relativ
Datenrate	$\leq 20$ Hz	$\geq 50$ Hz
Kurzzeit-Genauigkeit	gering	hoch
Langzeit-Genauigkeit	hoch	gering
Verfügbarkeit	beschränkt	unbegrenzt
Empfindlichkeit	hoch	nicht gegeben

Tab. 1: Vergleich von GPS und INS

## 2. Elemente der Inertialnavigation

### 2.1. Prinzip

Ein INS besteht aus einer inertialen Messeinheit (Inertial Measurement Unit, IMU) sowie aus entsprechender Steuerungshardware und Software zur (numerischen) Integration der Differentialgleichungen, die die Messdaten des Systems mit den gesuchten Bewegungsparametern verknüpfen. Während die IMU in traditionellen Systemen von den rotatorischen Bewegungen des Trägerfahrzeugs isoliert war (kardanisch gelagerte Systeme) ist sie in modernen Realisierungen fest mit dem Fahrzeug verbunden (Strapdown oder analytische Systeme) – eventuell unter Verwendung einer Schocklagerung.

Die IMU umfasst üblicherweise zwei koaxiale, orthogonale Dreibeine von Akzelerometern und Gyroskopen (kurz Gyros), wobei sich die Orthogonalität der Anordnung jeweils auf die sensitiven Achsen der einzelnen Sensoren bezieht (Abbildung 1). Die für die später beschriebene Messfahrt verwendete IMU enthält Servo-Pendel-Akzelerometer sowie Ring-Laser-Gyroskope hoher Qualität. Eine nähere Diskussion dieser Sensoren würde den Rahmen dieses Beitrags

sprengen. Ausführliche Beschreibungen sind der Literatur zu entnehmen [4, 5, 6].

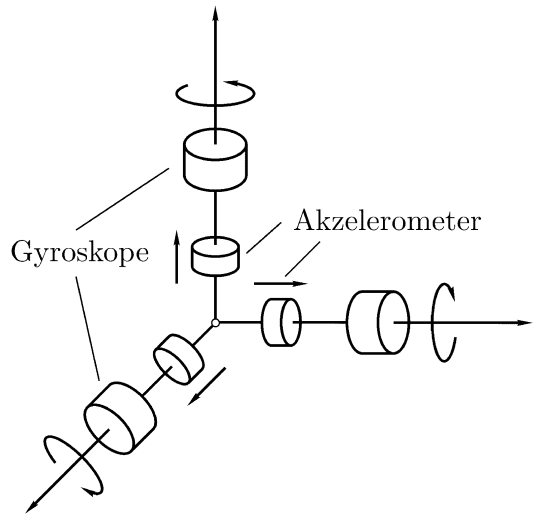


Abb. 1: Schematische Sensoranordnung einer IMU

### Akzelerometer

In einer Strapdown IMU realisieren die Akzelerometer ein kartesisches Koordinatensystem, das eine feste Orientierung relativ zum Fahrzeug besitzt, weshalb der entstehende Koordinatenrahmen als Body Frame ( $b$ -Frame) bezeichnet wird (der Begriff „Rahmen“ bzw. „Frame“ wird hier für die Realisierung von Koordinatensystemen verwendet). Die Akzelerometer messen die dreidimensionale spezifische  $\mathbf{f}^b$  Kraft (Kraft pro Masseneinheit), die auf das  $b$ -Frame einwirkt (physikalische Einheit  $[\text{m}/\text{s}^2]$ ). Das Superskript deutet an, dass sich der gegebene Vektor auf das  $b$ -Frame bezieht. Daneben ist zu beachten, dass sämtliche mathematisch-physikalischen Größen in diesem Artikel als zeitabhängig gelten, sofern dem nicht explizit widersprochen wird.

Die Darstellung des gemessenen Kraftvektors hängt vom Koordinatenrahmen ab, in dem die Navigationsgleichungen gelöst werden sollen. Er enthält Anteile, die der Translation des Fahrzeugs zuzurechnen sind (das eigentlich gesuchte „Signal“ in der Navigation), gravitationsbedingte Anziehungskräfte, sowie – je nach Bezugsrahmen – Scheinkräfte, die durch die Rotation des  $b$ -Frame relativ zum Inertialraum entstehen (Zentrifugal- und Corioliskräfte). Das theoretische Konzept des Inertialraums wird durch einen quasi-inertialen Bezugsrahmen ( $i$ -Frame) approximiert, dessen räumliche Orientierung auf weit entfernte Himmelskörper bezogen ist, das jedoch geozentrisch

gelagert ist und sich mit der Erde entlang der Ekliptik bewegt. Die Akzelerometer messen mithin eine Superposition unterschiedlicher Kräfte und können nicht zwischen den verschiedenen Anteilen unterscheiden.

### Gyroskope

Die Gyros werden zur Messung der Winkelgeschwindigkeiten des  $b$ -Frame relativ zum  $i$ -Frame eingesetzt (physikalische Einheit [rad/s]). In vektorieller Form werden die Gyro-Messungen in der Literatur häufig mit  $\omega_{ib}^b$  bezeichnet [4, 5]. Dabei bezieht sich das Superskript wiederum auf den Koordinatenrahmen, in dem der Vektor gegeben ist. Die beiden tiefgestellten Indizes deuten hier an, dass die Winkelgeschwindigkeit des  $b$ -Frame (letzteres Subskript) relativ zum  $i$ -Frame gemessen wird. (Die Messungen beziehen sich aufgrund der physikalischen Eigenschaften der Gyros stets auf das  $i$ -Frame.) Aus den Gyro-Daten kann bei bekannter Startorientierung des Fahrzeugs die aktuelle Raumlage des  $b$ -Frame durch einmalige numerische Integration ermittelt werden. Vielfach wird die Beziehung des  $b$ -Frame zum lokalen Horizont (Local-level Frame,  $l$ -Frame) ermittelt. Die Transformation zwischen diesen beiden Bezugsrahmen wird als Attitude bezeichnet und kann – bei entsprechender Wahl der Koordinatenachsen – durch eine Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_b^l$  ausgedrückt werden. Dabei beschreibt das Subskript den Ausgangsrahmen und das Superskript den Zielrahmen der Transformation. Die Attitude kann z.B. durch drei kardalische Drehwinkel parametrisiert werden. Diese werden in Anlehnung an die Luftfahrt als Gier-, Nick- und Rollwinkel bezeichnet (entsprechend Einzeldrehungen um die Hoch-, Quer- und Längsachse des Fahrzeugs).

### Berechnung der Bewegungsgrößen

Wird nun der spezifische Kraftvektor anhand der Attitude-Matrix in das  $l$ -Frame transformiert, so kann – nach einer entsprechenden Abspaltung der Erdschwerkraft (bestehend aus Anziehungs- und Zentrifugalkraft) sowie der Corioliskraft – der Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}_e^l$  des Fahrzeugs im  $l$ -Frame relativ zur Erde ermittelt werden (das Subskript deutet hier den Bezug zur Erde an). Dies erfolgt wiederum anhand einer einmaligen numerischen Integration, wobei die Startgeschwindigkeit des Fahrzeugs bekannt sein muss.

Schließlich kann die aktuelle Position des Fahrzeugs  $\mathbf{x}^e$  relativ zu einem erdfesten, geozentrischen Äquator-Koordinatenrahmen  $e$ -Frame) durch eine weitere numerische Integration des

zuvor ins  $e$ -Frame transformierten Geschwindigkeitsvektors berechnet werden. Dabei ist die Kenntnis der Ausgangsposition erforderlich.

Aufgrund der Tatsache, dass zur Ermittlung der aktuellen Position, Geschwindigkeit und Attitude die zugehörigen Startwerte bekannt sein müssen (sie fungieren jeweils als Integrationskonstanten), wird die Inertialnavigation den relativen Positionierungsverfahren zugerechnet. Im Sinne einer Rekursion muss für die Bestimmung der aktuellen Bewegungsparameter die Lösung des jeweils vorangegangenen Zeitpunkts bekannt sein. Aufgrund dieser rekursiven Berechnung akkumulieren sich systematische Fehler der Messung, was zu einer ständigen Abnahme der Navigationsqualität führt (vgl. Abschnitt 2.4).

Der Einsatz eines INS lässt sich in mehrere Phasen einteilen. In der Startphase (Initial Alignment) wird die Startausrichtung (Initial Attitude) des Systems ermittelt. Dafür müssen die Startposition und -geschwindigkeit von Außen zugeführt werden (siehe folgender Abschnitt). Das Initial Alignment wurde traditionell statisch durchgeführt, kann jedoch bei der Integration mit einem anderen System wie GPS auch kinematisch erfolgen. Nach Abschluss der Alignment-Phase beginnt die eigentliche Strapdown Berechnung (vgl. Abschnitt 2.3). Falls das Fahrzeug in seiner Bewegung hin und wieder still steht, so kann die Ausrichtung des Systems überprüft und gegebenenfalls korrigiert werden (dieses Verfahren wird als Zero-Velocity Update, kurz ZUPT, bezeichnet). Bei der Integration mit GPS werden die INS- und GPS-Daten miteinander abgeglichen (siehe Abschnitt 3).

## 2.2. Initial Alignment

Ziel des Initial Alignment ist die Ermittlung der Startausrichtung der IMU – dargestellt durch die Attitude-Matrix  $\mathbf{R}_b^l$  zur Zeit  $t_0$  des Alignments. Hier wird der konventionelle Fall eines statischen Alignments (keine Bewegung relativ zur Erde) besprochen. Dabei sind die Sollmessungen der Akzelerometer und Gyros durch die Physik der Erde vorgegeben und damit bekannt.

Die Akzelerometer müssen beim statischen Alignment den lokalen (wahren) Schwerevektor der Erde messen (d.h. die Superposition der Erdanziehung und der Zentrifugalkraft der Erdrotation). Falls die IMU perfekt horizontal wäre – zwei der Achsen des  $b$ -Frame also orthogonal zum Schwerevektor wären – und die Messinstrumente fehlerfrei wären, würde nur der verbleibende Akzelerometer mit sensitiver Achse in Vertikal-

richtung einen Wert ungleich Null anzeigen. Anders ausgedrückt: Die Analyse der Akzelerometer-Messungen erlaubt die numerische Berechnung der Orientierung des  $b$ -Frame relativ zum  $l$ -Frame abgesehen von einer Drehung um die Lotachse. Damit folgen die Startwerte des Nick- und Rollwinkels aus den Messungen der Akzelerometer.

Der verbleibende Gierwinkel kann durch die Gyros ermittelt werden. Im statischen Fall müssen diese nämlich – wiederum unter Annahme von Fehlerfreiheit – den Rotationsvektor der Erde reproduzieren, da sich das  $b$ -Frame gemeinsam mit der Erde relativ zum  $i$ -Frame dreht. Der Erdrotationsvektor besitzt keine Komponente in Ostrichtung, d.h. er kann im  $l$ -Frame stets durch eine Linearkombination des Nord- und Vertikalvektors dargestellt werden (dies ist auch das Prinzip des Kreiselkompasses). In der Äquatorebene entspricht seine Richtung dem Nordvektor, an den Polen jener des Vertikalvektors (dort ist im Übrigen auch das hier beschriebene Verfahren nicht anwendbar, da der Schwere- und Rotationsvektor zusammenfallen).

### Mathematische Betrachtung

Die Beziehung der Akzelerometer-Messungen zum lokalen Schwerevektor kann durch folgende Formel ausgedrückt werden:

$$\mathbf{R}_b^l(t_0)\mathbf{f}^b = -\bar{\mathbf{g}}^l, \quad (1)$$

wobei  $\bar{\mathbf{g}}^l$  der als konstant angenommene lokale Schwerevektor ist. Gleichung (1) besagt, dass die Transformation der Akzelerometer-Messungen ins  $l$ -Frame dem negativen lokalen Schwerevektor  $-\bar{\mathbf{g}}^l$  entspricht (negativ deshalb, weil die „nach unten“ wirkende Schwerkraft in einem Akzelerometer nicht von einer „nach oben“ gerichteten Trägheitskraft unterschieden werden kann). Obwohl das Schwerefeld der Erde streng genommen nicht konstant ist, kann diese Zeitabhängigkeit für Navigationsanwendungen vernachlässigt werden. Zudem können die Abweichungen des Erdschwerefelds vom Schwerefeld eines Niveauellipsoids meist unberücksichtigt bleiben. (Eine Diskussion dieser Einflüsse ist in [4] zu finden.) Damit lässt sich der Schwerevektor durch

$$\bar{\mathbf{g}}^l = [0 \quad 0 \quad \gamma(\varphi, h)]^T \quad (2)$$

ausdrücken, wobei  $\gamma(\varphi, h)$  aus einem Modell des Erdschwerefelds in Funktion der ellipsoidischen Breite  $\varphi$  und Höhe  $h$  des Startpunkts berechnet werden kann (die Unabhängigkeit von

der ellipsoidischen Länge  $\lambda$  resultiert aus der Rotationssymmetrie des Schweremodells). Obige Beziehung beruht auf der Definition des  $l$ -Frame als Rechtshandsystem mit den Achsen in Nord-, Ost-, und negativer Vertikalrichtung.

Die Beziehung zwischen den Gyro-Messungen und dem Erdrotationsvektor lautet

$$\mathbf{R}_b^l(t_0)\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \boldsymbol{\omega}_{ie}^l, \quad (3)$$

wobei  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^l$  dem als konstant angenommenen Erdrotationsvektor im  $l$ -Frame entspricht; die tiefgestellten Indizes deuten hier die Drehung des  $e$ -Frame (der Erde) relativ zum  $i$ -Frame (dem Inertialraum), dargestellt im  $l$ -Frame an. Der Rotationsvektor  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^l$  ist durch

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^l = [\omega_E \cos \varphi \quad 0 \quad -\omega_E \sin \varphi]^T \quad (4)$$

gegeben, wobei  $\omega_E$  die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation und  $\varphi$  wiederum die ellipsoidische Breite des Startpunkts ist.

Ergänzt man die beiden einander entsprechenden Vektoren ( $\mathbf{f}^b, \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ ) bzw. ( $-\bar{\mathbf{g}}^l, \boldsymbol{\omega}_{ie}^l$ ) in den beiden Koordinatenrahmen um einen dritten Vektor (den man jeweils durch ein Kreuzprodukt berechnen kann), so kann daraus die Attitude-Matrix  $\mathbf{R}_b^l(t_0)$  berechnet werden. Dieser Rechenschritt wird als Coarse Alignment bezeichnet, da das Ergebnis zwar im Prinzip mit den Messungen einer einzigen Epoche ermittelt werden kann jedoch nur eine beschränkte Genauigkeit besitzt. Der Grund für diese Einschränkung liegt vor allem in den systematischen Messfehlern der Sensoren, die durch eine Kalibrierung nicht vollständig eliminiert werden können. Das Coarse Alignment wird in der Regel durch ein nachgestelltes Fine Alignment auf Basis eines Kalman-Filters verbessert [4]. Darauf wird hier nicht näher eingegangen.

### 2.3. Strapdown Berechnung

Nach der Durchführung des Initial Alignment kann die IMU zur Navigation eingesetzt werden. Wie zuvor beschrieben, müssen dafür die Messungen der Gyros einfach, sowie die ins  $l$ -Frame transformierten Messungen der Akzelerometer zweifach numerisch integriert werden. Um den Umfang dieses Artikels nicht zu sprengen, muss hier auf Details sowie auf Beweise verzichtet werden. Diese können in der Literatur nachgeschlagen werden, siehe z.B. [4, 2].

### Attitude-Berechnung

Die Attitude-Matrix  $\mathbf{R}_b^l$  genügt der gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung

$$\dot{\mathbf{R}}_b^l = \mathbf{R}_b^l \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{il}^l \mathbf{R}_b^l, \quad (5)$$

wobei  $\dot{\mathbf{R}}_b^l$  die zeitliche Ableitung der Attitude-Matrix bedeutet, und  $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$  bzw.  $\boldsymbol{\Omega}_{il}^l$  zwei schief-symmetrische Winkelgeschwindigkeitsmatrizen sind. Letztere werden durch die allgemeine Bildungsvorschrift

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \rightarrow \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

aus einem Winkelgeschwindigkeitsvektor abgeleitet. Diese Beziehung kann symbolisch durch  $\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{\omega} \times]$  abgekürzt werden, d.h. die Multiplikation eines Vektors mit  $\boldsymbol{\Omega}$  entspricht einem Kreuzprodukt desselben Vektors mit  $\boldsymbol{\omega}$ . Zurückkehrend zu Gl. (5) wird  $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$  aus  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  gebildet und  $\boldsymbol{\Omega}_{il}^l$  folgt aus dem Vektor

$$\boldsymbol{\omega}_{il}^l = [(\omega_E + \dot{\lambda}) \cos \varphi - \dot{\varphi} - (\omega_E + \dot{\lambda}) \sin \varphi]^T, \quad (7)$$

der von der Breite  $\varphi$  sowie von den zeitlichen Änderungen von Breite und Länge ( $\dot{\varphi}, \dot{\lambda}$ ) abhängig ist. Diese Beziehung zeigt, dass Änderungen der Fahrzeugposition zu Verdrehungen des  $l$ -Frame relativ zum  $i$ -Frame führen, wobei eine Zunahme der Länge analog zur Erdrotation wirkt. Eine Zunahme der Breite führt zu einer entgegengesetzten Drehung um die Ostrichtung.

Eine wesentliche Erkenntnis von Gl. (5) ist, dass die numerische Berechnung der aktuellen Attitude-Matrix (durch Integration obiger Differentialgleichung) sowohl von der vorangegangenen Attitude-Lösung als auch von der vorangegangenen Positions- und Geschwindigkeitslösung abhängig ist, was zudem neuerlich den relativen Charakter der Inertialnavigation unterstreicht.

### Geschwindigkeitsberechnung

Zur Berechnung des aktuellen Geschwindigkeitsvektors müssen zunächst die Akzelerometer-Messungen ins  $l$ -Frame transformiert werden, was anhand der zuvor bestimmten Attitude-Matrix erfolgt:

$$\mathbf{f}^l = \mathbf{R}_b^l \mathbf{f}^b. \quad (8)$$

Anschließend müssen der Schwerevektor sowie die durch das Zusammenwirken von Erdrotation und Fahrzeugbewegung hervorgerufene Coriolis-Beschleunigung abgespalten werden. Das Ergebnis ist eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung für den Geschwindigkeitsvektor:

$$\dot{\mathbf{v}}_e^l = \mathbf{f}^l + \bar{\mathbf{g}}^l - (\boldsymbol{\Omega}_{il}^l + \boldsymbol{\Omega}_{ie}^l) \mathbf{v}_e^l, \quad (9)$$

wobei  $\dot{\mathbf{v}}_e^l$  die zeitliche Ableitung des Geschwindigkeitsvektors ist;  $\boldsymbol{\Omega}_{il}^l$  ist aus Gl. (7) und  $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^l = [\boldsymbol{\omega}_{ie}^l \times]$  aus Gl. (4) bekannt;  $\bar{\mathbf{g}}^l$  folgt wie gewohnt aus dem Modell der Erdschwere. Wiederum ist zu erkennen, dass die numerische Integration dieser Gleichung (und damit die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors) von der vorangegangenen Navigationslösung abhängig ist.

### Positionsberechnung

Schließlich muss zur Ermittlung der aktuellen Position der Geschwindigkeitsvektor ins  $e$ -Frame transformiert und integriert werden. Die zugehörige gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung lautet

$$\dot{\mathbf{x}}^e = \mathbf{R}_l^e \mathbf{v}_e^l, \quad (10)$$

wobei  $\dot{\mathbf{x}}^e$  der Geschwindigkeitsvektor im  $e$ -Frame ist und die Transformationsmatrix  $\mathbf{R}_l^e$  nur von der ellipsoidischen Breite und Länge ( $\varphi, \lambda$ ) der (vorangegangenen) Fahrzeugposition abhängt. Auf nähere Details wird hier zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet, siehe [2].

Wie aus Gln. (9) und (10) folgt, werden die Akzelerometer-Messungen doppelt integriert, um die aktuelle Position zu bestimmen. Startgeschwindigkeit und -position dienen dabei als Integrationskonstanten. Etwas subtiler resultiert unter Berücksichtigung von Gln. (5) und (8), dass die Gyro-Messungen für die Bestimmung der aktuellen Attitude zwar nur einmal, für die Positionsberechnung jedoch sogar dreimal integriert werden. Aus diesem Grund wirken sich systematische Messfehler der Gyros besonders kritisch auf die Navigationsqualität eines INS aus.

### Flussdiagramm

Der gesamte Ablauf des Strapdown Algorithmus ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt. Die Berechnung der Attitude wird durch den „Attitude-Computer“, jene von Geschwindigkeit und Position durch den „Navigations-Computer“ vollführt.



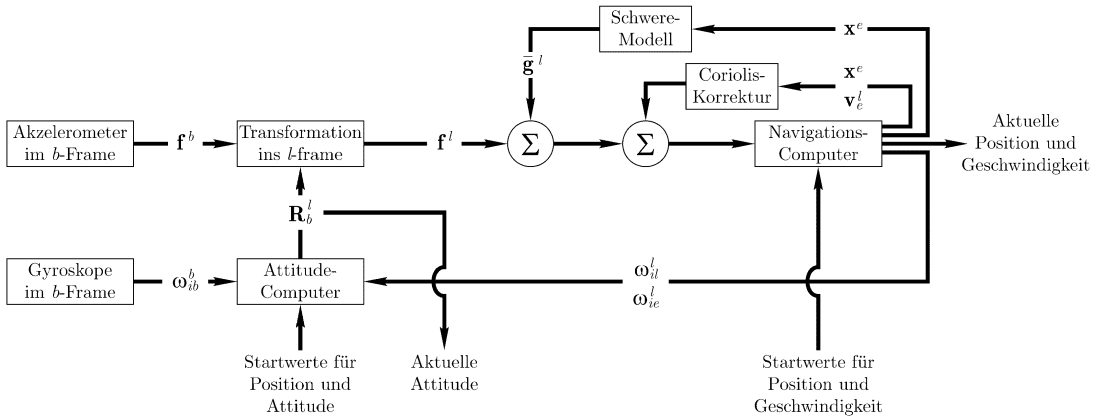


Abb. 2: Flussdiagramm des Strapdown Algorithmus

### 2.4. Navigationsqualität

Aufgrund des relativen Charakters der Navigation kommt es bei einem INS zu einer Akkumulation systematischer Messfehler der Sensoren. Es gibt eine Reihe unterschiedlicher systematischer Messfehler [7], wobei die kritischsten meist die Nullpunktsfehler sind [4]. Im Fall eines Nullpunktsfehlers erzeugt der betreffende Sensor bei einem verschwindenden Eingangswert einen von Null verschiedenen Ausgangswert.

Jeder systematische Messfehler besitzt einen konstanten („gutartigen“) Anteil, der im Rahmen einer Kalibrierung ermittelt und von den Messungen abgespalten werden kann. Daneben gibt es jedoch einen residualen („böartigen“) Anteil, der sich von Einschaltvorgang zu Einschaltvorgang verändert, d.h. der Messfehler nimmt jeweils einen anderen Wert an, wenn das Instrument in Betrieb genommen wird. Schließlich können sich die residualen Fehler auch während der Betriebszeit verändern, was z.B. durch eine Variation äußerer Bedingungen hervorgerufen werden kann (etwa durch eine Temperaturänderung).

Ohne nähere Betrachtung der tatsächlichen Gegebenheiten folgt aus den Diskussionen des vorangegangenen Abschnitts, dass sich der Nullpunktsfehler eines Akzelerometers näherungsweise mit der zweiten Potenz der Zeit, der Nullpunktsfehler eines Gyros sogar mit der dritten Potenz der Zeit in systematischen Verfälschungen der Position auswirkt. Aus diesen Gründen muss der sorgfältigen Kalibrierung der Messinstrumente größte Bedeutung beigemessen werden.

In der Literatur wird der Positionsfehler eines INS oft in nautischen Meilen über eine Stunde

freier (d.h. ungestützter) Inertialnavigation angegeben (Konfidenzniveau 50%). Man unterscheidet drei Klassen: Systeme niedriger Qualität weisen Positionsfehler von über 10, Systeme mittlerer Qualität um 1, und Systeme hoher Qualität unter 0.1 nautische Meilen pro Stunde auf. Letztere Qualität ist in der Regel nur militärischen Anwendern zugänglich. Für qualitative Anforderungen zugehöriger Sensoren siehe [7]. Die für die Testmessung verwendete IMU ist der zweiten dieser drei Klassen zuzuordnen [8].

### 3. GPS/INS-Integration

GPS und INS können auf verschiedenste Art und Weise miteinander integriert werden. Hier werden zwei Arten besprochen, die auch für die Messfahrt praktisch gezeigt werden. Weitere Verfahren sind in [9] beschrieben.

#### 3.1. Ungekoppelte Integration

Die ungekoppelte Integration ist das wohl einfachste Verfahren zur Kombination zweier Messsysteme. Hier wird ein GPS-Empfänger als Primärsystem verwendet; nur dann, wenn GPS nicht verfügbar ist, wird die Lösung des INS ausgegeben. Wenn GPS verfügbar ist, wird die Positionslösung des INS jener von GPS gleichgesetzt. Damit wird die entstehende INS-Raumkurve regelmäßig auf jene von GPS gezwungen. Dadurch entstehen Sprünge in den INS-Ergebnissen. Der Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, dass die Anwachsrate der INS-Fehler durch die Positionsrücksetzung nicht eingedämmt werden kann.

### 3.2. Lose Kopplung

Die lose Kopplung basiert ebenfalls darauf, dass sowohl der GPS-Empfänger als auch das INS in einem Vorverarbeitungsschritt aus ihren jeweiligen Messdaten eigenständige Navigationslösungen berechnen, d.h. der GPS-Empfänger liefert eine Position und eventuell einen Geschwindigkeitsvektor; das INS liefert Attitude, Geschwindigkeit und Position. Diese Daten werden dann meist in einem Kalman-Filter miteinander verknüpft. Dieser liefert bei Kenntnis der stochastischen Eigenschaften der beteiligten Instrumente statistisch gesehen optimale Ergebnisse für Position, Geschwindigkeit und Attitude zu jedem Zeitpunkt.

Der Kalman-Filter selbst umfasst drei Schritte: den Prädiktionsschritt (Vorhersage der Bewegungsgrößen des Fahrzeugs und deren Kovarianzinformation von einer Epoche zur nächsten), die Berechnung der Kalman-Gain-Matrix (zur relativen Gewichtung der Prädiktion und der neuen Messdaten anhand stochastischer Modelle) und die Korrektur der Bewegungsgrößen auf Basis aktueller Messdaten [2].

Die lose Kopplung kann auf verschiedene Arten implementiert werden. Ein möglicher Ansatz ist es, die Differenzen der Ergebnisse von GPS und INS als Systemzustände zu definieren. Die Vorhersage des Systemzustands erfolgt durch Fehler-Differentialgleichungen, die aus den Grundgleichungen des INS durch totale Differentiation abgeleitet werden können. Die „Messgrößen“ sind dann durch die Differenz der GPS- und INS-Ergebnisse für Position (und Geschwindigkeit) gegeben. Auf diese Weise können neben den eigentlichen Fehlerzuständen auch die aktuellen residualen systematischen Messfehler der INS-Sensoren ermittelt werden. Dadurch können durch das INS wesentlich längere GPS-Datenlücken mit hoher Navigationsqualität überbrückt werden, als dies ohne Mitschätzung der Messfehler des INS möglich wäre.

## 4. Ergebnisse einer beispielhaften Messfahrt

### 4.1. Übersicht

Die Messfahrt wurde nahe des Königsees im Raum Berchtesgaden durchgeführt. Abbildung 3 zeigt eine 2D-Darstellung der Fahrtstrecke vor einem Orthophoto, das freundlicherweise vom Bayerischen Landesvermessungsamt zur Verfügung gestellt und aus [3] entnommen wurde. Die Strecke hat eine Länge von knapp 3 km. Der Start- und Zielpunkt befinden sich nahe der nord-östlichen „Ecke“. Die Strecke wurde gegen den Uhrzeigersinn befahren. Das Gelände weist nur

geringfügige Höhenunterschiede auf und erreicht seinen höchsten Punkt am westlichen Ende. Die Strecke enthält drei problematische Bereiche für GPS, die durch Ellipsen gekennzeichnet sind. Die Probleme werden teilweise durch Gebäude, teilweise durch Waldstücke verursacht.

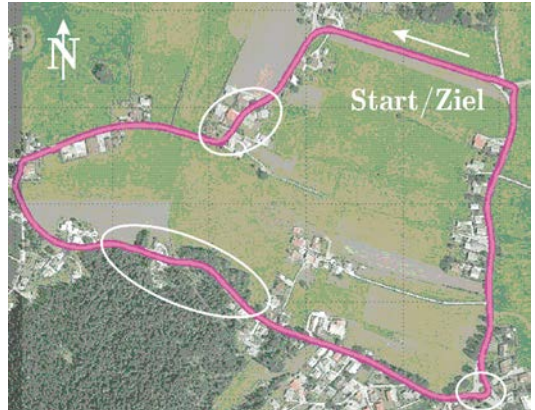


Abb. 3: 2D-Darstellung der Messfahrt vor einem Orthophoto (aus [3])

Die GPS-Messungen dienen als Referenz für die übrigen Berechnungen. Die Positionsbestimmung erfolgte durch kinematische Basislinienauswertung, wobei sich ein statischer Empfänger in der Nähe des Start-/Zielpunkts befand. Für die Messungen wurde das Messsystem auf einem Kleinbus montiert. Die maximale Fahrgeschwindigkeit betrug knapp 60 km/h.

Das Messsystem bestand aus zwei geodätischen GPS-Empfängern des Typs Ashtech/Thales Z-Xtreme sowie aus einer Honeywell IMU, die von der deutschen Firma iMAR in ein vollwertiges INS (Typenbezeichnung iNAV-RQH) umgewandelt wurde [8]. Dieses System wurde dankenswerterweise von den geodätischen Instituten der TU München zur Verfügung gestellt. Die Datenaufzeichnung des INS wurde durch den kinematischen GPS-Empfänger auf GPS-Zeit synchronisiert.

### 4.2. Freie Inertialnavigation

Abbildung 4 zeigt die Ergebnisse der freien Inertialnavigation im Vergleich mit GPS. Die horizontale Darstellung basiert auf einem lokalen Koordinatensystem, dessen Ursprung sich im Startpunkt befindet. Die Ausgabedatenrate des INS beträgt 5 Hz, jene von GPS 1 Hz. Die Rechenrate des INS ist 50 Hz. Deutlich zu sehen ist die zunehmende Abdrift der INS-Trajektorie



vom GPS-Ergebnis. Am Ende der Fahrt, die etwa 5 Minuten lang dauerte, weicht die INS-Position ab. 50 m in Ostrichtung von der Startposition ab. Dies entspricht den Erwartungen an das verwendete INS. Weiters können bereits erste GPS-

Probleme beobachtet werden (Datenlücke im südlichen Bereich); diese sind allerdings auch zum Teil auf die verwendete GPS-Software zurückzuführen, die im kinematischen Fall kein ideales Verhalten zeigt.

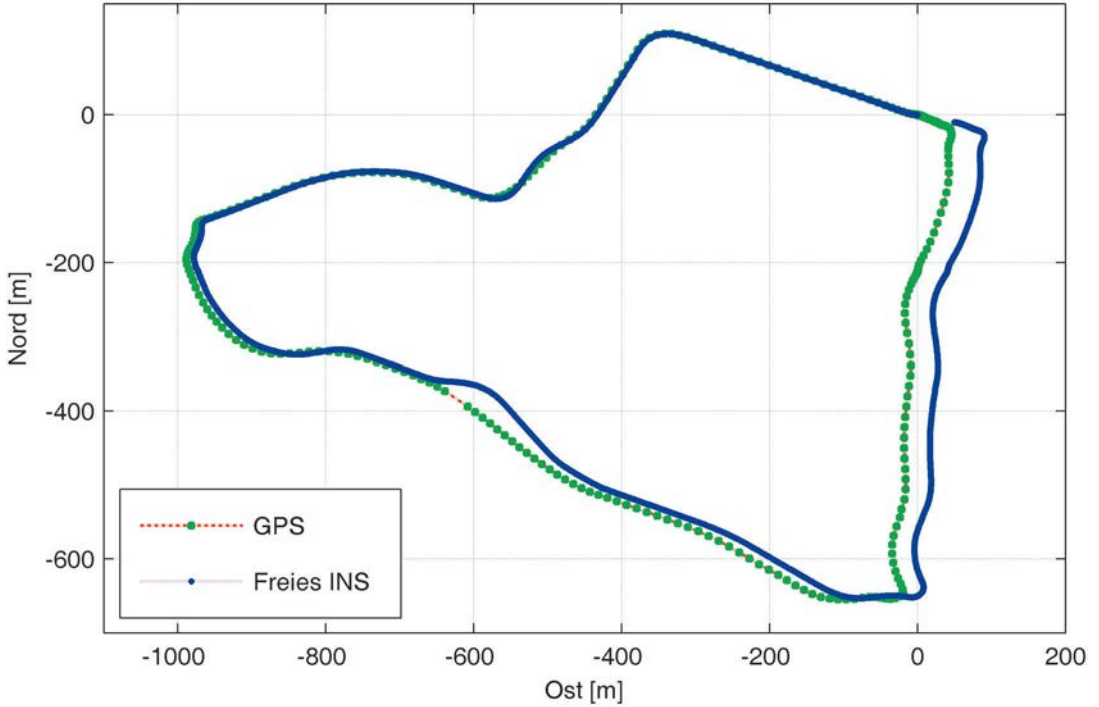


Abb. 4: 2D-Darstellung: GPS vs. freies INS

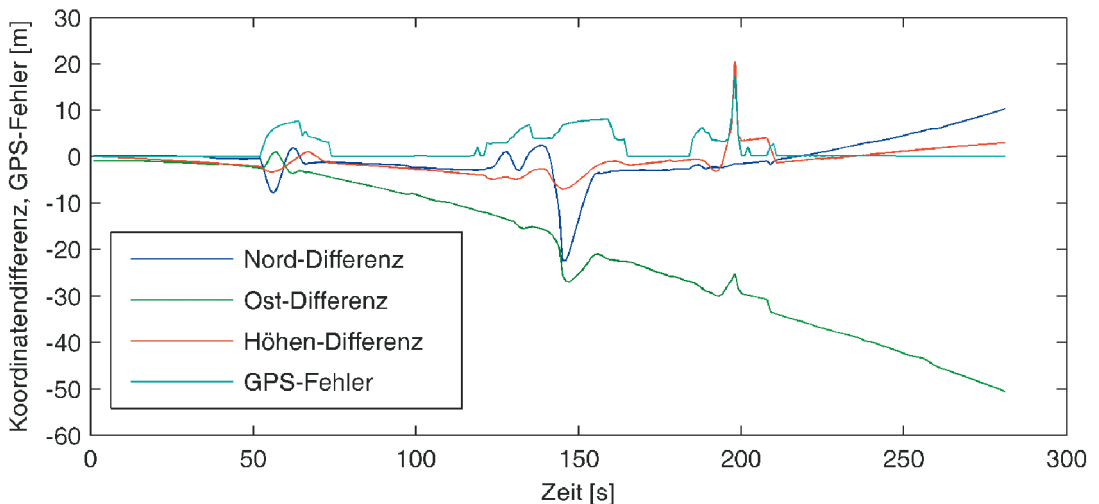


Abb. 5: Koordinatendifferenzen: freies INS - GPS, GPS-Positionsfehler

Abbildung 5 zeigt eine Zeitreihendarstellung der Koordinatendifferenzen des freien INS reduziert um GPS; zusätzlich ist der GPS-Positionsfehler ersichtlich. Hier fallen die Problemzonen von GPS durch signifikantes Anwachsen des Positionsfehlers ins Auge. Während dieser Zeiten

kommt es auch zu den größten Koordinatendifferenzen, die auch von ihrem allgemeinen Trend eines nahezu quadratischen Anstiegs abweichen. Überraschend ist das sehr gute Verhalten der Vertikalrichtung, die mit INS üblicherweise am schlechtesten zu bestimmen ist.

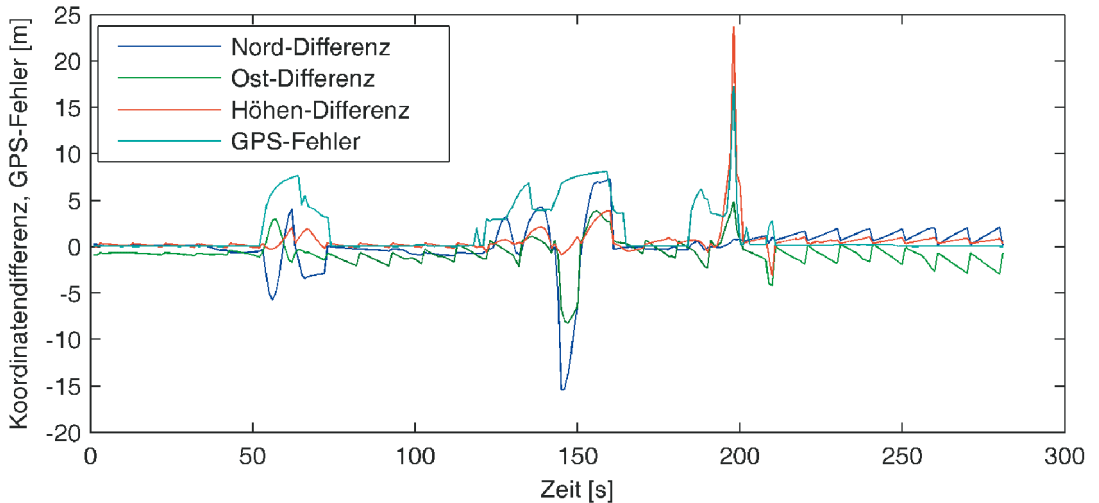


Abb. 6: Koordinatendifferenzen: ungekoppeltes GPS/INS – GPS, GPS-Positionsfehler

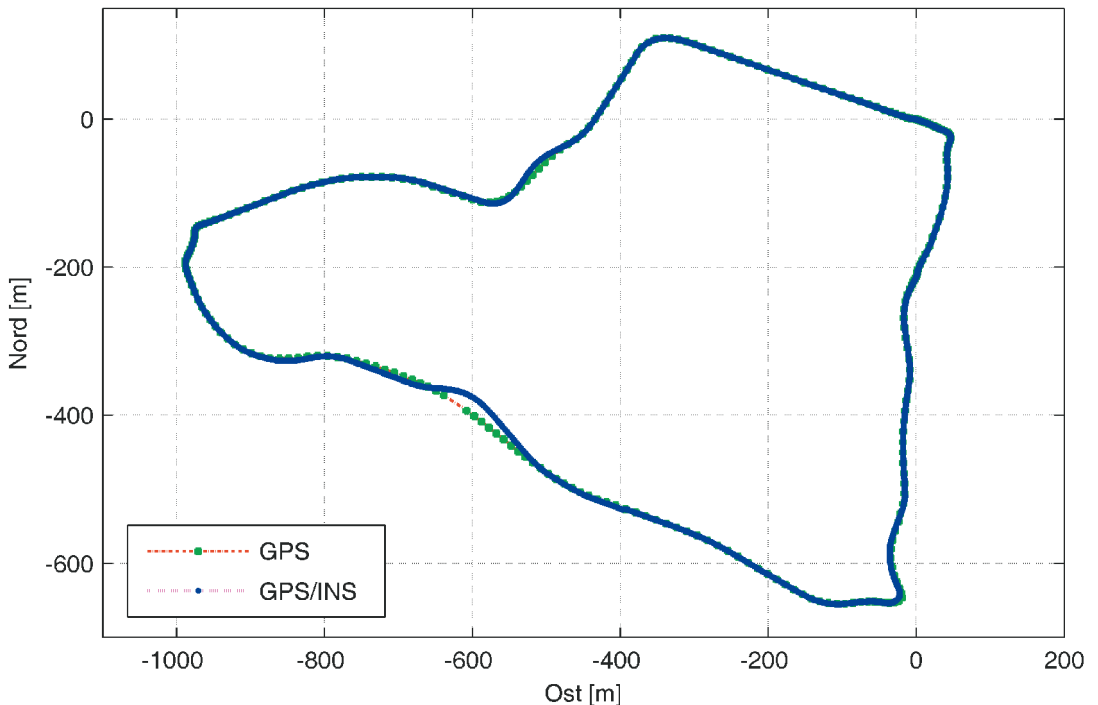


Abb. 7: 2D-Darstellung: GPS vs. lose GPS/INS-Kopplung

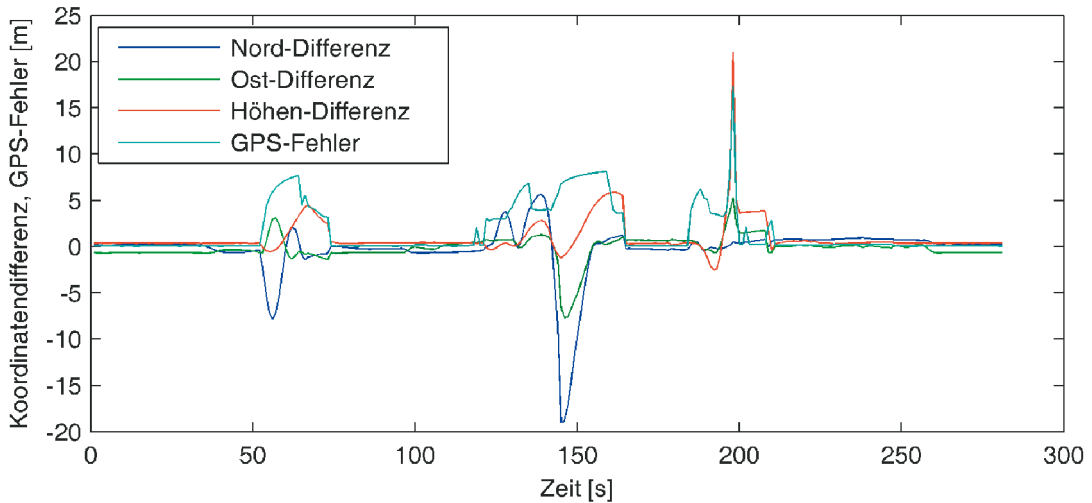


Abb. 8: Koordinatendifferenzen: lose GPS/INS-Kopplung – GPS, GPS-Positionfehler

### 4.3. Ungekoppelte Integration

Für die ungekoppelte Integration wird hier wieder die Zeitreihe der Koordinatendifferenzen dargestellt. In Abbildung 6 ist sehr schön das „unbarmherzige“ Rücksetzen der INS-Lösung durch GPS zu sehen (d.h. ohne Berücksichtigung des GPS-Positionsfehlers), das hier zur besseren Sichtbarkeit in 10-Sekunden-Intervallen durchgeführt wird. Die INS-Abweichungen steigen mit zunehmender Fortdauer immer rascher an, da die residualen Messfehler des INS unkorrigiert bleiben. Die verbleibenden Abweichungen beim Rücksetzen der INS-Positionen ergeben sich aus der Positionsdifferenz der GPS-Antenne und des IMU-Koordinatenursprungs. Die größten und unregelmäßigen Differenzen sind wieder in jenen Bereichen anzutreffen, wo GPS aufgrund von Abschattungen nur unzureichend funktioniert.

### 4.4. Lose Kopplung

Abbildung 7 zeigt die horizontale Position der losen GPS/INS-Kopplung im Vergleich zu GPS (1 Hz Integrationsrate). Der glatte Verlauf des Ergebnisses resultiert aus den INS-Daten. Deutlich sind die GPS-Problembereiche zu erkennen, in denen die integrierte Lösung dem im Orthophoto ersichtlichen Straßenverlauf folgt. Damit kann durch die Hinzunahme von INS die GPS-Lösung deutlich verbessert werden. Die fehlerhaften GPS-Positionen werden korrigiert und die Datenlücke (sichtbar im südlichen Bereich) erfolgreich überbrückt. Diese Erkenntnisse können auch aus der zugehörigen Zeitreihendarstellung gewonnen

werden (Abbildung 8). Obwohl die selbst entwickelte GPS/INS-Software eine wesentlich detailliertere Analyse der Ergebnisse erlaubt, muss hier aus Platzgründen darauf verzichtet werden.

### 5. Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden die theoretischen Grundlagen der Inertialnavigation sowie zweier Varianten der GPS/INS-Integration erläutert. Das zu erwartende Verhalten der Navigationssysteme wurde durch einen kurzen aber sehr anschaulichen realen Datensatz verifiziert. Die Berechnung dafür erfolgten mit einer am INAS selbst entwickelten INS- und GPS/INS-Integrationssoftware auf Basis von Matlab. Die Ergebnisse der Software wurden weiters anhand des kommerziellen Produkts KingsPAD überprüft, das für Testzwecke zur Verfügung gestellt worden war.

Ziel dieser gesamten Entwicklung ist die Festigung des Forschungsbereichs INS bzw. GPS/INS am INAS. In Kooperation mit dem Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik (MEL), das ebenfalls an der TU Graz angesiedelt ist, wurde Mitte 2004 mit der Entwicklung eines eigenen INS unter Verwendung bestehender Sensoren begonnen. Erste Ergebnisse mit diesem System verliefen bereits erfolgreich, sodass eine operationelle Version bis Mitte 2005 erwartet wird.

Im November 2004 wurde dem Autor vom Österreichischen Fonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung (FWF) ein Erwin-Schrödinger-Auslandsstipendium zuerkannt. Bei dem zugrunde liegenden Projekt, das ab Juni

2005 am Institut für Geomatik der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) durchgeführt und 18 Monate dauern wird, geht es um den Einsatz von GPS/INS zur direkten Georeferenzierung von Laserscanner-Daten, die von einem Hubschrauber aus erfasst werden. Folglich bilden die GPS/INS-Arbeiten am INAS auch einen persönlichen Forschungsschwerpunkt des Autors.

#### Dank

Dank gebührt dem Institutsleiter des INAS, Univ.-Prof. Bernhard Hofmann-Wellenhof, der mir stets genug Freiraum lässt, um meine eigenen Arbeitsschwerpunkte zu setzen, meinem Kollegen ao.Univ.-Prof. Norbert Kühtreiber, der mich in der Vorbereitung dieser Arbeit tatkräftig unterstützt hat, den geodätischen Instituten der TU München für die Bereitstellung des iMAR-Systems, Dipl.-Ing. Hans-Peter Ranner für die Sorgfalt bei der Durchführung seiner Masterarbeit sowie den Mitarbeitern des MEL, allen voran Dipl.-Ing. Martin Joch, ohne deren aktive Kooperation die Entwicklungen der vergangenen Monate nicht möglich gewesen wären.

#### Literatur

- [1] Beyer J, Wigger B (2001): Grundlagen der Navigation und Anwendungen I + II. Skriptum zur Vorlesung an der Technischen Universität Darmstadt.
- [2] Hofmann-Wellenhof B, Legat K, Wieser M (2003): Navigation – principles of positioning and guidance. Springer, Wien.

- [3] Ranner HP (2004): GPS/INS für Transportanwendungen im Alpenraum. Masterarbeit, Institut für Navigation und Satellitengeodäsie, Technische Universität Graz.
- [4] Jekeli C (2001): Inertial navigation systems with geodetic applications. De Gruyter, Berlin.
- [5] Titterton DH, Weston JL (1997): Strapdown inertial navigation technology. Peter Peregrinus, London.
- [6] Tazartes DA, Kayton M, Mark JM (1997): Inertial navigation. In Kayton M, Fried WR (eds): Avionics navigation systems, 2<sup>nd</sup> edition. Wiley, New York: 313–392.
- [7] Grewal MS, Weill LR, Andrews AP (2001): Global positioning systems, inertial navigation, and integration. Wiley, New York.
- [8] Dorobantu R, Gerlach C (2004): Investigation of a navigation-grade RLG SIMU type iNAV-RQH, IAPG/FESG No. 16. Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Technische Universität München.
- [9] Greenspan RL (1996): GPS and inertial navigation. In: Parkinson BW, Spilker JJ (eds): Global positioning system – theory and applications, vol 2. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC: 187–220.

#### Anschrift des Autors

Dipl.-Ing. Dr.techn. Klaus Legat, Institut für Navigation und Satellitengeodäsie (INAS), 8010 Graz, Steyrergasse 30, Web: [www.inas.tugraz.at](http://www.inas.tugraz.at), E-Mail: [legat@tugraz.at](mailto:legat@tugraz.at) 