



Zur Reproduzierbarkeit von Vertikalgradientenmessungen

Hans-Jürgen Götze ¹, Otto Rosenbach ², Werner Schöler ³

¹ *Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, Adolf-Römer-Straße 2a, D-3392 Clausthal-Zellerfeld*

² *Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, Adolf-Römer-Straße 2a, D-3392 Clausthal-Zellerfeld*

³ *Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, Adolf-Römer-Straße 2a, D-3392 Clausthal-Zellerfeld*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **63** (4), S. 146–157

1975

BibT_EX:

```
@ARTICLE{Goetze_VGI_197513,
  Title = {Zur Reproduzierbarkeit von Vertikalgradientenmessungen},
  Author = {G{"o}tze, Hans-J{"u}rgen and Rosenbach, Otto and Sch{"o}ler,
    Werner},
  Journal = {"O}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und
    Photogrammetrie},
  Pages = {146--157},
  Number = {4},
  Year = {1975},
  Volume = {63}
}
```



Zur Reproduzierbarkeit von Vertikalgradientenmessungen

Von *Hans-Jürgen Götze, Otto Rosenbach, Werner Schöler, Clausthal-Zellerfeld*

Zusammenfassung

Es wird über die Bestimmung des Vertikalgradienten der Schwere und seine Reproduzierbarkeit unter Laborbedingungen berichtet.

Die Messungen erfolgten mit Hilfe eines Gravimeters La Coste & Romberg Modell D-8 in einem Höhenintervall von 1,6 m.

Insgesamt wurden 53 Berechnungen des Vertikalgradienten durchgeführt, und zwar aus je zehn Schwerebeobachtungen pro Einzelbestimmung. Die Auswertung der Meßdaten wurde unter Berücksichtigung folgender Gesichtspunkte vorgenommen:

- Erfassung des zeitlichen Ganges der Meßwerte
- Beurteilung der Meßfehler
- Mittelbildung und fehlerstatistische Bearbeitung

Eine zusammengefaßte Darstellung der Auswertungsergebnisse bietet Tabelle 5 (Abschn. 4. 3).

1. Einleitung

Bei feingravimetrischen Messungen im Hochgebirge ist es notwendig, den aktuellen Vertikalgradienten der Schwere für die Niveaureduktion möglichst genau zu kennen. Aus diesem Grunde sind im Verlauf der letzten Jahre bei den alpengeravimetrischen Feldarbeiten laufend Vertikalgradientenmessungen durchgeführt worden, die demnächst publiziert werden; diese Untersuchungen erfolgten als Gemeinschaftsarbeit des Instituts für Geophysik der TU Clausthal mit der Lehrkanzel für Geophysik der Universität Wien. — Die Ergebnisse der Messungen des Vertikalgradienten sind hinsichtlich der Genauigkeit unterschiedlich zu beurteilen, je nach den äußeren Bedingungen während des Meßvorganges; insbesondere spielen meteorologische Einflüsse eine große Rolle. Als Vorstufe für die Beurteilung der Feldmessungen des Vertikalgradienten und seiner Einbeziehung in die Reduktionsrechnung sind im Institut für Geophysik der TU Clausthal Labormessungen durchgeführt worden, um die erreichbare Genauigkeit mit Hinblick auf die Instrumentenanzeige und die Ablesung durch den Beobachter zu überprüfen. Bei dieser Art der Messungen sind nicht die äußeren Störungen wie bei einem Geländeeinsatz vorhanden; außerdem lassen sich ohne große zeitliche und kostenmäßige Belastungen umfangreichere Testserien von Vertikalgradientenbestimmungen am gleichen Ort durchführen.

Die Labormessungen erfolgten 1973/74 im Prüfraum des Neubaus des geophysikalischen Instituts der TU Clausthal.

Im folgenden wird über das Meßprinzip und die Reproduzierbarkeit der Meßergebnisse berichtet.

2. Grundlagen und Beschreibung der Messungen

2.1 Verwendete Geräte

- 1 Gravimeter La Coste & Romberg Modell D Nr. 8
- 1 Spezial-Stativ der Fa. Fennel mit Meßtischbrett, Stativhöhe bei ausgezogenen Beinen ca. 1,6 m

- 1 Gravimeterstativ, Höhe ca. 6 cm
- 1 Meßplatte mit Millimeteerteilung

Aufbau siehe Abb. 1.

Aufstellung: auf Betonsockel, getrennt vom übrigen Hausfundament.



Abb. 1: Aufbau der Meßanordnung für die Bestimmung des Vertikalgradienten.

Benutzte Geräte: Gravimeter, Meßstativ und Gravimetersteller, Meßplatte mit Millimeteerteilung.

Genauigkeit:

- bei Feldmessungen der Schwere: 3–5 μgal
(Angabe des Herstellers laut Operating Instructions)
- Ablesung der Meßniveauhöhe: ± 1 mm
Ablesung per Visiereinrichtung am Gravimeter.

2.2 Meßprinzip und Meßgenauigkeit

Der Vertikalgradient dg/dh wird nach Abb. 2 durch den Differenzenquotienten bestimmt:

$$VG = dg/dh \approx \Delta g/\Delta h [E] \quad \dots (1)$$

$$1 E \text{ (Eötvös)} \cong 10^{-4} \mu\text{gal/m.}$$

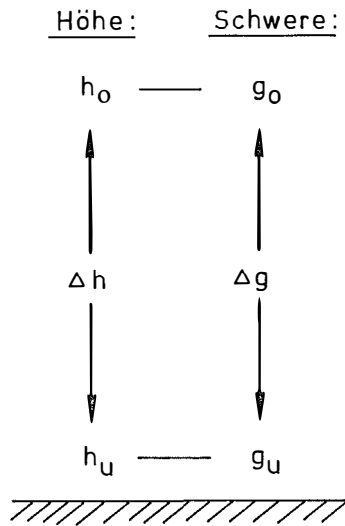


Abb. 2: Messung der Schweredifferenz Δg zugehörig zur Höhendifferenz Δh .

Bei der Meßanordnung von Abb. 1 ergeben sich für die einzelnen Meßgrößen Δg und Δh überschlägig folgende Daten:

$$\Delta g = \text{ca. } 0.43 \pm 0.003 \mu\text{gal}$$

$$\Delta h = \text{ca. } 1.6 \pm 0.001 \text{ m}$$

Demnach sind die Meßgrößen über 100mal größer als die Meßgenauigkeit bei Schwere- und Höhenmessung.

2.3 Mehrfachbeobachtungen

Die statistische Sicherung der Messungen erfolgt durch Mehrfachbeobachtungen unter Beachtung folgender Gesichtspunkte:

- per Einzelbestimmung des VG nach (1):
10 Gravimeterablesungen, und zwar je 5 im oberen und unteren Meßniveau, ausgeführt vom gleichen Beobachter. Die Anzahl der zugehörigen Höhenablesungen betrug ca. 6, da diese Werte nicht streuten. Gesamte Meßdauer für die Gravimeter und Höhenablesungen ca. 20–50 Minuten.
- 53 Einzelbestimmungen des VG nach (1):
ausgeführt von 7 Angehörigen der Arbeitsgruppe Gravimetrie mit unterschiedlicher Meßerfahrung.

3. Theoretischer Fehler

Zunächst soll untersucht werden, wie groß der Fehler der einzelnen Ablesungen ist, der durch die vorgegebene Gerätegenauigkeit entsteht und wie er sich auf die Bestimmung des Vertikalgradienten nach (1) auswirkt.

3.1 Schweremessungen

Für die Ablesungen von g_o und g_u (Abb. 2) gilt nach Abschnitt 2.2 unter Fortlassung der Niveauindizes:

- Einzelne Gravimeter-Ablesung: $g_i; i = 1, \dots, 5$
- Mittlerer Fehler von g_i : $s_i; i = 1, \dots, 5$

$$s_i = s = \text{const} = 3 \mu\text{gal}$$

- Arithmetisches Mittel: $\bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i$

- Mittlerer Fehler: $s_{(n)} = s \left[\sum_{i=1}^n (\partial \bar{g} / \partial g_i)^2 \right]^{1/2}$

Für $n = 5$ ergibt sich $s_{(5)} = 3/\sqrt{5} \mu\text{gal} = 1.34 \mu\text{gal}$, und zwar sowohl für g_o als auch für g_u .

3.2 Höhenmessungen

Entsprechend zu 3.1 gilt für die Höhenablesungen h_o und h_u :

- Einzelne Höhenablesung: $h_i; i = 1, \dots, 3$
- Mittlerer Fehler von h_i : $\sigma_i; i = 1, \dots, 3$

$$\sigma_i = \sigma = \text{const} = 1 \text{ mm}$$

- Arithmetisches Mittel: $\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i$

- Mittlerer Fehler: $\sigma_{(n)} = \sigma \left[\sum_{i=1}^n (\partial \bar{h} / \partial h_i)^2 \right]^{1/2}$

Für $n = 3$ ergibt sich $\sigma_{(3)} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

3.3 Vertikalgradienten

Entsprechend zu 3.1 und 3.2 gilt dann für den Vertikalgradienten (VG):

- Einzelne Vertikalgradientenbestimmung: $VG = \Delta \bar{g} / \Delta \bar{h}$
- Fehler der Schweremessung: $s_{(\Delta)} = [2s^2_{(5)}]^{1/2} = 1,9 \mu\text{gal}$
- Fehler der Höhenmessung: $\sigma = 0$
(wird vernachlässigt)
- Mittlerer Fehler des Vertikalgradienten:

$$S_{(VG)} = [(1/\Delta h)^2 \cdot s^2_{(\Delta)}]^{1/2} = 1,16 \mu\text{gal/m} \approx 12 E$$

Legt man eine Gerätegenauigkeit von $5 \mu\text{gal}$ zugrunde, beträgt der mittlere Fehler bei der Bestimmung des VG $19 E$.

4. Meßergebnisse und Auswertung

4.1 Tabellarische Zusammenstellung der Daten

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse der Messungen nach Abschnitt 2.2 und des VG nach Formel (1) in den Spalten 3—7 zusammengestellt. Dabei ist an den einzelnen Schwereablesungen g_1 nach Abschnitt 3.1 eine Gezeitenkorrektur angebracht worden, und zwar mit Verwendung der Gezeitentabellen von Geophysical Prospecting, 1973 und 1974, ergänzt durch ein Interpolationsprogramm für einen Stützstellenabstand von 1 Minute [Leppich, 1972].

Die Auswertung dieser Meßergebnisse wird im folgenden Abschnitt 4.2 beschrieben; die entsprechenden Ergebnisse sind in den Spalten 8—12 der Tabelle 1 wiedergegeben.

Tabelle 1

Lfd. Nr.	Beob- achter	Meßergebnisse					Auswertungsergebnisse				
		\bar{g}_0 [mgal]	\bar{g}_u [mgal]	$\Delta\bar{g}$ [mgal]	$\Delta\bar{h}$ [m]	VG_1 [10^3E]	\bar{g}_0 [mgal]	\bar{g}_u [mgal]	$\Delta\bar{g}$ [mgal]	VG_2 [10^3E]	VG_3 [10^3E]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		104.	104.	0.	1.	2.	104.	104.	0.	2.	2.
1	I	.234	.682	.448	.646	.722	.234	.682	.448	(.722)	(.722)
2	II	.277	.711	.434	.645	.638	.262	.696	.434	(.638)	(.638)
3	IV	.277	.717	.440	.645	.675	.270	.711	.441	.681	(.681)
4	VI	.277	.717	.440	.645	.675	.270	.707	.437	(.657)	(.657)
5	VII	.281	.729	.448	.645	.723	.265	.710	.445	.705	(.705)
6	IV	.234	.669	.435	.642	.649	.234	.669	.435	(.649)	(.649)
7	VI	.266	.706	.440	.644	.676	.255	.696	.441	.682	.658
8	I	.280	.717	.437	.642	.661	.264	.711	.447	.722	(.722)
9	IV	.283	.717	.434	.641	.645	.267	.710	.443	.700	(.700)
10	I	.303	.754	.451	.641	.748	.305	.754	.449	.736	(.736)
11	VI	.322	.758	.436	.643	.654	.322	.758	.435	(.654)	(.654)
12	II	.314	.737	.423	.642	.576	.310	.736	.426	.594	.588
13	VII	.320	.749	.429	.643	.611	.301	.727	.426	.593	(.593)
14	III	.318	.756	.436	.641	.657	.323	.754	.431	.626	(.626)
15	VI	.272	.712	.440	.644	.676	.261	.695	.434	.640	.634
16	IV	.280	.709	.429	.643	.611	.270	.698	.428	.605	(.605)
17	II	.303	.739	.436	.643	.654	.303	.737	.434	.642	(.642)
18	V	.306	.744	.438	.643	.666	.306	.744	.438	(.666)	(.666)
19	I	.291	.739	.448	.642	.728	.291	.739	.448	(.728)	.716
20	III	.318	.746	.428	.643	.605	.300	.737	.437	.660	(.660)
21	VII	.323	.760	.437	.644	.658	.300	.740	.440	.676	.646
22	V	.301	.735	.434	.637	.651	.285	.722	.437	.670	(.670)
23	I	.323	.762	.439	.637	.682	.310	.745	.435	.657	.651
24	IV	.307	.730	.423	.641	.578	.300	.734	.434	.645	(.645)
25	V	.327	.768	.441	.642	.686	.320	.759	.439	.674	(.674)
26	II	.328	.763	.435	.643	.648	.320	.759	.439	.672	(.672)
27	VII	.334	.768	.434	.645	.638	.320	.756	.436	.650	(.650)
28	I	.346	.775	.429	.646	.606	.340	.771	.431	.618	(.618)
29	III	.339	.777	.438	.645	.663	.339	.777	.438	(.663)	(.663)
		139.	139.				139.	139.			
30	II	.060	.496	.436	.641	.657	.008	.429	.421	.566	(.566)
31	IV	.132	.560	.428	.642	.607	.100	.536	.436	.665	(.665)

Fortsetzung von Tabelle 1

Lfd. Nr.	Beob- achter	Meßergebnisse					Auswertungsergebnisse				
		\bar{g}_0 [mgal]	\bar{g}_u [mgal]	$\Delta\bar{g}$ [mgal]	$\Delta\bar{h}$ [m]	VG_1 [$10^3 E$]	\bar{g}_0 [mgal]	\bar{g}_u [mgal]	$\Delta\bar{g}$ [mgal]	VG_2 [$10^3 E$]	VG_3 [$10^3 E$]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
32	III	.119	.545	.426	.642	.594	.080	.511	.431	.625	(.625)
33	I	.099	.522	.423	.641	.578	.080	.491	.420	.559	(.559)
34	IV	.052	.481	.429	.640	.616	.020	.455	.435	.652	(.652)
		138.					138.				
35	IV	.984	.418	.434	.640	.646	.970	.403	.433	.640	(.640)
36	I	.979	.400	.421	.642	.564	.979	.400	.421	(.564)	(.564)
37	II	.889	.331	.442	.641	.693	.870	.318	.448	.730	.736
38	V	.908	.338	.430	.641	.620	.890	.320	.430	(.620)	(.620)
39	II	.889	.327	.438	.641	.669	.889	.327	.438	(.669)	(.669)
40	V	.898	.336	.438	.640	.671	.890	.327	.437	(.665)	(.665)
41	I	.898	.321	.423	.641	.578	.898	.321	.423	(.578)	(.578)
42	II	.855	.291	.436	.641	.657	.845	.282	.437	.663	(.663)
43	V	.878	.316	.438	.641	.669	.870	.308	.438	(.669)	(.669)
44	IV	.909	.345	.434	.640	.646	.880	.311	.431	.628	(.628)
45	II	.816	.253	.437	.641	.663	.806	.242	.436	.657	(.657)
46	V	.861	.297	.436	.641	.657	.860	.296	.436	(.657)	(.657)
47	III	.863	.289	.426	.641	.596	.863	.289	.426	(.596)	(.596)
48	II	.852	.282	.430	.641	.620	.845	.276	.431	.626	(.626)
49	III	.730	.154	.424	.641	.584	.711	.136	.425	.590	(.590)
50	II	.740	.176	.436	.641	.657	.735	.172	.437	.663	(.663)
51	II	.740	.176	.436	.641	.657	.731	.165	.434	.645	(.645)
52	III	.763	.185	.422	.641	.572	.763	.185	.422	(.572)	(.572)
53	II	.746	.177	.431	.641	.626	.735	.171	.436	.657	(.657)

Meß- und Auswertergebnisse der 53 Einzelmessungen des Vertikalgradienten:

Sp. 3–6: Mittelwerte aus den gemessenen g_1 und h_1 nach Abschnitt 3.1 und 3.2 ohne Berücksichtigung des zeitlichen Ganges.

Sp. 7: Vertikalgradient $VG_1 =$ Quotient der Spalten 5 und 6.

Sp. 8–10: Mittelwerte aus den gemessenen g_1 und h_1 mit Berücksichtigung eines linearen zeitlichen Ganges.

Sp. 11: Vertikalgradient $VG_2 =$ Quotient der Spalten 10 und 6.

Sp. 12: Vertikalgradient VG_3 , berechnet aus Werten $\Delta\bar{h}$ von Sp. 6 und den $\Delta\bar{g}$, die aus den g_1 mit Berücksichtigung eines nicht linearen zeitlichen Ganges erhalten wurden.

4.2 Auswertung nach verschiedenen Gesichtspunkten

4.2.1 Auswertung ohne Berücksichtigung des zeitlichen Ganges

Bei den Schwereablesungen g_1 , die für die Mittelwerte \bar{g} in den Spalten 3 und 4 verwendet wurden, ist der Instrumentengang während der Meßzeit von 20–50 Minuten (s. Abschnitt 2.3) nicht berücksichtigt worden. Dieses Vorgehen ist gerechtfertigt unter der Voraussetzung, daß die Art des Meßvorganges einwandfrei ist und in hinreichend gleichem zeitlichem Rhythmus erfolgt.

Um einen ersten Überblick über die Qualität der Meßergebnisse zu erhalten, wurden zunächst das arithmetische Mittel der 53 Werte von VG_1 in Spalte 7 und der mittlere Fehler berechnet:

$$\overline{VG_1} = -2644 \pm 42 [E]$$

4.2.2 Auswertung mit Berücksichtigung des zeitlichen Ganges

(1) Linearer zeitlicher Gang

Die im vorigen Abschnitt angegebenen Voraussetzungen für die Auswertbarkeit der Messungen ohne Berücksichtigung des Instrumentenganges sind im allgemeinen nicht erfüllt, insbesondere nicht bei ungeübten Beobachtern. Aus diesem Grunde wurde an den gemessenen Schwerewerten g_1 nach Abschnitt 2.3 die bei Schwermessungen übliche Korrektur eines linearen zeitlichen Ganges der Meßgröße während der Messung angebracht; hierzu gehört insbesondere auch die Erfassung des instrumentellen Ganges.

Die derart korrigierten Schweredaten sind für die Mittelwerte in den Spalten 8–10 der Tab. 1 verwendet worden. Aus $\Delta\bar{g}$ von Spalte 10 und $\Delta\bar{h}$ von Spalte 6 ergibt sich der Vertikalgradient VG_2 in Spalte 11.

In einzelnen Fällen war die Anbringung einer Gangkorrektur an den Schwerewerten g_1 nicht nötig, so daß für die betreffende laufende Nummer der Wert für VG_1 aus Spalte 7 auch für VG_2 in Spalte 11 gilt; in diesen Fällen ist der Wert aus Spalte 7 in Spalte 11 erneut angegeben und in Klammern gesetzt worden.

Aus den 53 Werten für VG_2 in Spalte 11 ergibt sich

$$\overline{VG}_2 = -2654 \pm 39 [E]$$

als arithmetisches Mittel und zugehöriger mittlerer Fehler.

(2) Nichtlinearer zeitlicher Gang

Bei den Messungen zu den laufenden Nummern 7, 12, 15, 19, 21, 23 und 37 der Tabelle 1 war der zeitliche Gang nicht linear, so daß die entsprechenden Werte für VG_2 in Spalte 11 aus meßtechnischer Sicht nicht genügend gesichert sind. Daher erfolgte hierbei eine Zweitbearbeitung der Meßwerte mit Berücksichtigung des nichtlinearen zeitlichen Ganges, wie das in ähnlichen Fällen bei der Bearbeitung gravimetrischer Meßdaten üblich ist. Die derart neu berechneten Werte des Vertikalgradienten sind als VG_3 in Spalte 12 wiedergegeben. Bei den nicht betroffenen laufenden Nummern sind die Werte für VG_2 aus Spalte 11 übernommen und in Klammern gesetzt; dieses Vorgehen ist gerechtfertigt, da bei linearem zeitlichem Gang der Meßgröße diese in den Daten der Spalte 11 voll erfaßt und eine weitere Korrektur sinnlos ist.

Aus den 53 Werten für VG_3 der Spalte 12 ergibt sich

$$\overline{VG}_3 = -2647 \pm 43 [E]$$

als arithmetisches Mittel und zugehöriger mittlerer Fehler.

Im Rahmen der bisherigen Auswertung darf dieser Wert \overline{VG}_3 als der zuverlässigste für die Bestimmung des Vertikalgradienten an der Meßstation im Keller des Institutsgebäudes angesehen werden, da er auf den bestmöglich gangkorrigierten Schwerewerten beruht. — Allerdings ist dabei zu beachten, daß diese Aussage voraussetzt, daß die Messungen der verschiedenen Beobachter I–VII gleichwertig sind; auf diese Frage wird in Abschnitt 4.2.4 näher eingegangen.

4.2.3 Einfluß des Fehlers der Schwermessungen auf den Wert des Vertikalgradienten

Es soll untersucht werden, welcher Art der Zusammenhang zwischen dem Fehler bei der Schwerebestimmung und dem mittleren Fehler des VG ist.

In Tab. 2 sind die mittleren Fehler $s_{(5)}$ der Schwerewerte g_0 und g_u in den beiden Meßniveaus angegeben. Wie ersichtlich, sind die mittleren Fehler sehr stark unterschiedlich; daher sind in Spalte 3 der Tabelle die Fehler in vier Intervallgruppen a—d eingestuft.

Tabelle 2

Lfd. Nr.	$s_{(5)}(g_0)$ 1	$s_{(5)}(g_u)$ 2	Einstufungs- intervall 3	Lfd. Nr.	$s_{(5)}(g_0)$ 1	$s_{(5)}(g_u)$ 2	Einstufungs- intervall 3
1	24.1	22.5	a	27	0.0	1.4	c
2	4.0	3.2	c	28	0.6	0.5	c
3	0.0	0.0	d	29	8.0	8.6	a
4	2.1	1.8	c	30	12.7	13.7	a
5	8.4	12.4	a	31	1.8	3.2	c
6	0.0	0.0	d	32	2.9	2.5	c
7	0.8	4.4	c	33	4.0	11.6	a
8	2.7	1.0	c	34	3.5	2.9	c
9	2.3	2.1	c	35	0.0	0.8	c
10	1.4	1.0	c	36	13.8	12.1	a
11	3.4	2.6	c	37	2.6	3.3	c
12	1.0	0.8	c	38	0.8	2.8	c
13	5.3	0.9	b	39	2.7	3.4	c
14	1.9	2.6	c	40	0.0	0.0	d
15	2.0	1.5	c	41	11.4	16.1	a
16	0.0	0.0	d	42	0.0	0.0	d
17	1.9	1.2	c	43	0.0	0.0	d
18	0.0	0.0	d	44	0.5	1.3	c
19	5.7	6.5	b	45	1.4	1.5	c
20	2.7	6.1	b	46	0.5	0.0	c
21	4.5	3.2	b	47	9.1	9.7	a
22	0.0	0.0	d	48	1.3	1.6	c
23	1.5	2.2	c	49	2.2	0.0	c
24	2.8	2.5	c	50	0.5	1.8	c
25	0.0	0.0	d	51	1.6	2.9	c
26	0.8	1.0	c	52	19.3	4.8	a
				53	0.0	0.0	d

Mittlerer Fehler $s_{(5)}$ der Schwerewerte g_0 und g_u und die Einstufung der Messungen in die Fehlerintervalle: a) $s_{(5)} > 7\mu\text{gal}$ b) $7\mu\text{gal} > s_{(5)} > 4\mu\text{gal}$
 c) $s_{(5)} < 4\mu\text{gal}$ d) $s_{(5)} = 0\mu\text{gal}$

Wegen der großen Unterschiede in den mittleren Fehlern $s_{(5)}$ ist der VG_1 für die Einstufungsintervalle a—d erneut berechnet worden. Die Ergebnisse sind in Tab. 3 wiedergegeben.

Die Spalten 3 und 4 der Tab. 3 lassen deutlich den Zusammenhang zwischen der Streuung $s_{(5)}(g)$ bei der Schweremessung und der Streuung des Mittelwertes für den Vertikalgradienten erkennen.

Tabelle 3

Mittel der Vertikalgradienten \overline{VG}_1 für die Einstufungsintervalle von Tabelle 2

Einstufungs- intervall	Anzahl der	Prozentueller Anteil	Fehlerintervall	\overline{VG}_1 [$10^3 \cdot E$]
	Einzelbestimmungen	an Gesamtzahl		
	1	2	3	4
a	8	15,0%	$s_{(5)} > 7 \mu\text{gal}$	2.621 ± 0.066
b	4	7,5%	$7 \mu\text{gal} > s_{(5)} > 4 \mu\text{gal}$	2.639 ± 0.064
c	28	53,0%	$s_{(5)} < 4 \mu\text{gal}$	2.655 ± 0.034
d	13	24,5%	$s_{(5)} = 0 \mu\text{gal}$	2.652 ± 0.023
Σ	53	100,0%		

Mit Hilfe der mittleren Vertikalgradienten \overline{VG}_1 und ihrer Streuungen läßt sich mit dem „gewogenen Mittel“ [Kreyszig, 1965] eine weitere Auswertung vornehmen. Der gewogene Mittelwert der Vertikalgradienten VG_1 berechnet sich nach der Formel:

$$\overline{VG}^+ = \left(\sum_{j=1}^n m_j VG_j \right) / \left(\sum_{j=1}^n m_j \right); \quad \dots (2)$$

mit den Gewichten

$$m_j = 1/s_j^2.$$

Mit den Zahlenwerten der Tab. 3, Sp. 4 für den \overline{VG}_1 und den Gewichten (Angaben in 10^3 Eötvös) $s_1 = 0,066$, $s_2 = 0,064$, $s_3 = 0,034$, $s_4 = 0,023$ berechnet man den *gewogenen mittleren* Vertikalgradienten zu

$$\overline{VG}^+ = -2651 [E].$$

Dieses Ergebnis unterscheidet sich von dem Wert \overline{VG}_3 in Abschnitt 4.2.2 nur um 4 E.

Dieses Resultat besagt, daß die Beseitigung von Fehlern in den Schwerewerten durch Anbringung einer sorgfältigen Gangkorrektur praktisch das gleiche Ergebnis liefert, wie die formale Bearbeitung mit Hilfe des „gewogenen Mittels“.

4.2.4 Auswertung der Meßergebnisse verschiedener Beobachter

Die in Tab. 1 angegebenen Daten beruhen auf den Meßergebnissen von sieben Beobachtern I–VII. Eine Ergänzung dieser Daten durch die mittleren Fehler $s_{(5)}$ von Tab. 2 zeigt erhebliche Unterschiede der Ergebnisse bei den verschiedenen Personen. Diese Unterschiede sind dadurch bedingt, daß die Meßerfahrung jedes einzelnen sehr unterschiedlich ist.

Eine Beurteilung der unterschiedlichen Ergebnisse auf Grund der Messungen verschiedener Beobachter ist auf der Basis von Tab. 4 möglich. In dieser Tabelle sind die Bearbeitungsergebnisse der Beobachter I–V mit insgesamt 45 Messungen zusammengestellt.

Tabelle 4
Zusammenfassung aller Beobachterdaten analog zu Tabelle 3

Beobachter	Anzahl der Messungen				$\overline{VG}_1 [10^3 \cdot E]$	
	insgesamt	in den Einstufungsintervallen der Tab. 2				
		a	b	c	d	
I	9	3	2	3	1	2.646 ± 0.069
II	13	1		11	1	2.649 ± 0.039
III	7	3	1	3		2.618 ± 0.036
IV	9			4	5	2.644 ± 0.021
V	7			1	6	2.660 ± 0.018
Σ	45					

- Die Tabelle zeigt hinsichtlich der Meßerfahrung sehr klar folgenden Befund:
- Die Beobachter I und III sind weniger erfahren als die anderen. Ihre Meßergebnisse sind zum großen Teil in den Intervallen a) und b) einzustufen.
 - Die Beobachter IV und V besitzen im Vergleich zu den anderen größere Erfahrung. Bei ihnen liegt die überwiegende Anzahl der Messungen im Einstufungsintervall d).

Die Ergebnisse für \overline{VG}_1 der letzten Spalte in Tab. 4 zeigen, daß die Beobachter IV und V hinsichtlich der *Streuung* wesentlich besser einzustufen sind als die anderen.

Die bei den einzelnen Beobachtern erhaltenen Beträge von \overline{VG}_1 sind nicht ohne weiteres miteinander vergleichbar und hinsichtlich ihrer Güte bewertbar, da die einzelnen Meßwerte möglicherweise eine große Gangkorrektur erfordern, die hier noch nicht berücksichtigt worden ist.

Eine Zusammenfassung aller Ergebnisse von \overline{VG}_1 der Tab. 4 mit Hilfe des „gewogenen Mittels“ (Abschnitt 4.2.3) liefert den Wert

$$\overline{VG}^{++} = -2649,$$

der mit dem gewogenen Mittel \overline{VG}^+ praktisch übereinstimmt.

4.3 Zusammenfassende Beurteilung

(1) Ergebnisse der Labormessungen

Die in Abschnitt 4.2 vorgelegten Auswertungsergebnisse sind in Tab. 5 zusammengestellt, um einen schnellen Überblick zu ermöglichen.

Tabelle 5
Zusammenstellung der Auswertungsergebnisse von Abschnitt 4.2

Art der Bearbeitung der Meßdaten	Anzahl der Einzelmessungen von Tab. 1	Mittelwert des Vertikalgradienten $[10^3 E]$
<i>Berücksichtigung des zeitl. Ganges:</i>		
ohne; s. Abschn. 4.2.1	53	$\overline{VG}_1 = 2.644 \pm 0.042$
linear; s. Abschn. 4.2.2	53	$\overline{VG}_2 = 2.654 \pm 0.039$
nicht linear; s. Abschn. 4.2.2	53	$\overline{VG}_3 = 2.647 \pm 0.043$
<i>Gewogene Mittelbildung:</i>		
nach Fehlerintervallen; s. Abschn. 4.2.3	53	$\overline{VG}^+ = 2.651$
nach versch. Beobachtern; s. Abschn. 4.2.4	45	$\overline{VG}^{++} = 2.649$

Nach den Darlegungen in den Abschnitten 4.2.2, 4.2.3 und 4.2.4 sind die drei Mittelwerte \overline{VG}_3 , \overline{VG}^+ und \overline{VG}^{++} als gleichwertig anzusehen. Mit Hinblick auf die übliche Bearbeitung von Schweremessungen ist der Aufwand für die Berechnung von \overline{VG}_3 der geringste, so daß dieser hier und auch bei einer geringeren Zahl als 53 Einzelmessungen als Meßergebnis anzusehen ist. — Demgegenüber setzt die Berechnung von \overline{VG}^+ und \overline{VG}^{++} voraus, daß eine größere Zahl von Einzelmessungen durchgeführt wird und daß diese in ihrer Genauigkeit unterschiedlich sein müssen.

Für die Beurteilung der Meßergebnisse und ihrer Reproduzierbarkeit sind noch folgende Bemerkungen in bezug auf \overline{VG}_3 aus Tab. 1 von besonderem Interesse. Die rechnerisch ermittelten Vertikalgradienten \overline{VG}_3 in Tab. 1 liegen gegenüber \overline{VG}_3 in einem Streubereich von

$$\begin{aligned} &\pm 42 E \text{ bei } 37 \text{ Messungen} \cong 70\% \text{ aller Messungen} \\ &\pm 30 E \text{ bei } 35 \text{ Messungen} \cong 66\% \text{ aller Messungen} \\ &\pm 20 E \text{ bei } 24 \text{ Messungen} \cong 45\% \text{ aller Messungen,} \\ &\pm 10 E \text{ bei } 16 \text{ Messungen} \cong 30\% \text{ aller Messungen.} \end{aligned}$$

Ein Vergleich dieser Daten mit dem theoretischen Fehler

$$S_{(VG)} = 12 \quad (19) \text{ Eötvös}$$

nach Abschnitt 3.3 zeigt, daß diese Genauigkeit in mehr als 30% aller Messungen erreicht werden konnte. — In den übrigen Fällen sind als Hauptursachen für die größeren Fehler zu nennen:

- ungenaue Horizontierung des Gravimeters
(große Neigungsempfindlichkeit (!))
- zu rasche Meßfolge
- zu geringe Meßerfahrung einiger Beobachter.

Zusammenfassend ist hiernach festzustellen:

Mit der Meßanordnung nach Abschnitt 2.1 und der Bearbeitung der Meßdaten von Abschnitt 4.2 ist die Bestimmung des \overline{VG} im Labor mit einer Genauigkeit möglich, die für praktische Erfordernisse voll ausreichend ist. Allerdings zeigen die Ausführungen in Abschnitt 4.2 und 4.3, daß die Messungen und die Bearbeitung der Meßdaten sehr sorgfältig durchgeführt werden müssen.

(2) Konsequenzen für die Geländemessungen

Für die Bestimmung des \overline{VG} im Gelände nach der hier beschriebenen Methodik ist es notwendig, einen Kompromiß hinsichtlich des wünschenswerten Aufwandes in bezug auf die genügende Sicherung der Reproduzierbarkeit und Genauigkeit gegenüber den eingeschränkten Möglichkeiten bei den Feldmessungen zu finden.

Selbstverständlich müssen für derartige Aufnahmen des \overline{VG} im Gelände die Anzahl der Schweremessungen pro Station hinreichend klein gehalten werden, um den Aufwand in noch tragbarer Größenordnung zu halten. Es kann und soll an dieser Stelle keine Angabe über die absolute Anzahl der Einzelmessungen gemacht werden; diese kann nur im Hinblick auf das jeweilig anzustrebende Ziel von Fall zu Fall festgelegt werden.

Aus den Laboruntersuchungen ist deutlich erkennbar, daß größte Sorgfalt auf die Bestimmung von Δg und Δh nach Abschnitt 3.1 und 3.2 zu verwenden ist, um

Reproduzierbarkeit und Genauigkeit der gemessenen und berechneten Werte zu gewährleisten. Der Vorzug der Meßanordnung von Abschnitt 2.1 liegt in den relativ kleinen Differenzen $\Delta h \approx 1,6$ m; im einzelnen sind hierzu folgende Gesichtspunkte zu benennen:

- Die Meßanordnung ist hinreichend klein, so daß sie im Gelände leicht transportabel ist, auch im Fußbetrieb.
- Die Störanfälligkeit durch Wind, Bodenunruhe usw. ist relativ gering.
- Die Meßdauer kann hinreichend kurz gehalten werden.
- Kleiner personeller Aufwand:
1 Beobachter, 1 Meßhilfe.
- Es sind Messungen auch in Straßentunnels und Stollen mit einer Mindesthöhe von ca. 2,2 m möglich.

Die vorausstehenden Gesichtspunkte sind bei den in der Literatur beschriebenen Geländebestimmungen des *VG* sicherlich nicht vollständig erfüllt; siehe hierzu Janle et al. [1971] und Thyssen-Bornemisza, S. und W. F. Stackler [1956].

Im Zusammenhang mit den in der Einleitung erwähnten alpengravimetrischen Arbeiten ist im Verlauf der letzten Jahre an einer großen Anzahl von Stationen der Vertikalgradient bestimmt worden. Nach Abschluß der Bearbeitung dieses Meßmaterials wird hierüber demnächst in einer gesonderten Publikation berichtet.

Herrn *cand. geophys. A. Bruchner* wollen wir an dieser Stelle für die Durchführung der umfangreichen rechnerischen Auswertung der Meßergebnisse herzlich danken.

Literaturverzeichnis

Janle, P., J. Makris, H. Menzel: Experimental Investigations of the Vertical Gradient of Gravity. — Boll. di Geofisica Theorica ed Appl., 13, 1971.

Kreyszig, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. — Göttingen, 1973.

Leppich, W.: Ein Algol-60-Programm zur Interpolation der Gezeitenkorrekturen für einen Stützstellenabstand von 1 Minute. — Unveröffentlicht, Institut für Geophysik der TU Clausthal, 1973.

Kuo, J., M. Ottaviani und S. Singh: Variations of Vertical Gravity Gradient in New York City and Alpine, N. Y. — Geophysics, 34, 2, 1969.

Thyssen-Bornemisza, S. und W. F. Stackler: Observations of the Vertical Gradient of Gravity in the Field. — Geophysics, 21, 3, 1956.

Service Hydrographique de la Marine and Compagnie Générale de Géophysique: Tidal Gravity Corrections. — Geophys. Prospecting, 21, Supplem., Dec. 1973.

Grenzlinien auf dem Bodensee

Von *Friedrich Meckel*, Wien

Zusammenfassung:

An Hand von 6 Abbildungen werden sehr unterschiedliche Grenzziehungen auf dem Bodensee in der Zeit von der Mitte des vorigen Jahrhunderts bis heute gezeigt, bestehende Probleme geschildert sowie neue Folgerungen gezogen.

1. Vorbemerkung

In Plänen und Karten sind verschiedenartige und verschiedenwertige Grenzlinien dargestellt. Sie werden im allgemeinen von den beiden an diese Linie Angrenzenden verbindlich oder vertraglich anerkannt.