

## Aus der Korrespondenz von Johann Jakob von Marinoni mit Leonhard Euler 1736-1751

„ ... quasdam meditationes Tecumque communicare, quas ut benevole accipias, Tuumque de iis iudicium perscribas, etiam atque etiam rogo.“<sup>1</sup>

## From the correspondence of Jacopo de Marinoni with Leonhard Euler 1736-1751

„ ... and to share some considerations with you, so that you receive them benevolently, and write down your judgement about them, I ask you again.“



Michael Hiermaseder, Wien

### Kurzfassung

Die erhaltene Korrespondenz Marinonis mit Euler umfasst 20 Briefe aus der Zeit von 1736-1751. Aus der 1. Periode, dem St. Petersburger Schriftwechsel bis 1740, gibt es 3 Schreiben von Euler, darunter das in der mathematischen Literatur berühmte vom 13. März 1736 mit der Lösung des Königsberger Brückenproblems, und 2 Antworten von Marinoni, alle in lateinischer Sprache. Die Briefe Eulers sind im 20. Jahrhundert einzeln gedruckt worden. Von Marinoni ist 1 Brief in Tartu online verfügbar, den der Autor 2017 transkribiert, übersetzt und veröffentlicht hat.

Die 2. oder Berliner Periode 1746-1751, mit 14 bis dato unveröffentlichten Briefen Marinonis und einem in Florenz aufbewahrten, mehrfach gedruckten Schreiben Eulers über die astronomische Bedeutung des Obelisken am Marsfeld, enthält nur französische Briefe. Die Korrespondenz als Ganzes ist bisher noch nicht publiziert. Diese Lücke soll nunmehr geschlossen werden. Alle Briefe sind transkribiert, ins Deutsche übersetzt und kommentiert. Ergänzende Ausführungen und Abbildungen zum Inhalt dienen der Veranschaulichung der in der Korrespondenz besprochenen Themen.

Über die Erörterung der Themen aus Kartographie, Astronomie und Mathematik hinaus geht es diesem Beitrag vor allem darum, Charaktere, gemeinsame Interessen und persönliche wie wissenschaftliche Beziehung zweier Mathematiker unterschiedlicher Generationen in der 1. Hälfte des 18. Jahrhunderts zu beleuchten. Dafür sind auch Anreden, Grußformeln, „Smalltalk“, Sprache, etc. wichtig. Originalzitate und auszugswise Abbildungen belegen die Aussagen.

**Schlüsselwörter:** Marinoni, Euler, Graphentheorie, Analysis, Astronomie, Kartographie, Geschichte

### Abstract

The preserved correspondence of Marinoni with Euler consists of 20 letters dating from 1736-1751. From the 1<sup>st</sup> period, the St. Petersburg exchange of letters until 1740, there are 3 writings from Euler, including the one famous in mathematical literature of March 13<sup>th</sup>, 1736 with the solution of the Problem of Königsberg Bridges, and 2 responses of Marinoni, all in Latin. Euler's letters have been printed separately in the 20<sup>th</sup> century. One letter from Marinoni is available online in Tartu, which the author has transcribed, translated and published in 2017.

The 2<sup>nd</sup> or Berlin period 1746-1751 with 14 hitherto unpublished communications of Marinoni and 1 letter of Euler, retained in Florence, printed several times, about the astronomic significance of the obelisk in Campo Marzio, contains only French letters. The correspondence as a whole is still unpublished. This gap is to be closed now. All letters are transcribed, translated into German and commented. Additional remarks and illustrations to the content serve as explanation for the topics referred to in the correspondence.

Beyond the description of topics from cartography, astronomy and mathematics this article is about highlighting characters, common interests and personal as well as scientific relationship of two mathematicians of different generations in the 1<sup>st</sup> half of the 18<sup>th</sup> century. For this task also salutatory addresses, complimentary closes, small talk, language used, etc. are important. Original quotations and illustrations in extracts confirm the statements.

**Keywords:** Marinoni, Euler, graph theory, analysis, astronomy, cartography, history

## 1. Johann Jakob (Jacopo) von Marinoni (1676-1755)<sup>2</sup>



Abb. 1.1: Johann Jakob von Marinoni, Stich von Ferdinand Landerer, ohne Datum (Ausschnitt), Bildarchiv der ÖNB [© ÖNB Wien, PORT\_001211305\_01 AZ: 27249/3/2017]

Abb. 1.2: Unterschrift inonis auf Brief an Euler vom 16. Dezember 1736, University of Tartu

Ein mathematisch hochbegabter junger Mann aus guter Familie der friulanischen Hauptstadt Udine, Untertan der Republik Venedig, geht 1696 zum Studieren an die Universität der Kaiserstadt Wien. In kurzer Zeit zum Doktor der Philosophie promoviert, lehrt er ab 1702 als Professor an der angesehenen Akademie der Stände Niederösterreichs. Der italienische Landsmann Leander Anguissola wird auf ihn aufmerksam und protegirt ihn. Seine Ernennung zum Kaiserlichen Hofmathematiker 1703 mit Mitte Zwanzig stellt ein Zeichen allerhöchster Gunst dar. Er wird Lehrer der späteren Kaiserin Maria Theresia.

Planungs- und Kartierungsarbeiten am Linienvall und der Anguissola-Marinoni-Plan von Wien 1706 sind erste Erfolgsnachweise für den Dreißigjährigen. Als Vertreter des Kronlandes Österreich unter der Enns vermisst er Landesgrenzen, stellt aktuelle Grenzkarten her und vermittelt in Grenzstreitigkeiten. Kunstvolle Karten herrschaftlicher Besitzungen tragen ihm viele Empfehlungen beim österreichischen Adel ein. Die kaiserliche Genehmigung der Ingenieur-Akademie 1717 und die Bestellung zum 2. Direktor unter Anguissola begründet seine berufliche Lebensstellung. Die erste polytechnische Lehranstalt für Offiziere und Zivilisten in Mitteleuropa hat ihren Sitz in Marinonis Wohnhaus auf der Mülkerbastei.

Auf Ansuchen des österreichischen Gouverneurs des Staates Mailand schickt ihn der Hofkriegsrat, dem die Ingenieur-Akademie untersteht, 1719 in die Lombardei. Er beweist hohe Sachkenntnis, großes Organisationstalent und trägt maßgeblich zur Schaffung des Mailänder Katasters bei, des ersten Grundstücksverzeichnis-

nisses eines ganzen Landes auf kartographischer Grundlage, der jedoch erst nach jahrzehntelangen mühevollen Auseinandersetzungen wenige Jahre nach dem Tod seines Schöpfers 1760 in Kraft tritt und in Italien „Catasto Teresiano“ genannt wird. Entscheidende Verbesserungen wichtiger Instrumente für die kartographische Praxis, wie des Meßtisches oder der planimetrischen Waage, sind sein Werk. Der Aufenthalt zur Katastervermessung in Italien verlängert sich gegen seinen Willen, da er zu hydrometrischen Messungen und der Vermessung von Festungsanlagen und Grenzen verpflichtet wird.

Trotz direkter Intervention beim Hofkriegsratspräsidenten Prinz Eugen von Savoyen, dessen persönliche Protektion er genießt, bleibt ihm nach dem Tod Anguissolas 1720 die angestrebte Leitung der Ingenieur-Akademie vorerst verwehrt. Nach seiner Rückkehr nach Wien bestimmt er, nicht immer zur Zufriedenheit seiner militärischen Vorgesetzten, Lehrplan und Zulassungen zur Akademie. Die Aufnahme von Ausländern wird von höchsten Armeeführern ebenso kritisiert wie die mangelnde Ausrichtung auf praktische militärische Bedürfnisse. Auf die Erhebung in den Reichsadelstand 1726 und die Ernennung zum Kaiserlichen Rat folgt mit knapp 50 Jahren 1733 dann doch die Bestellung zum Leiter der Akademie. Nach fast vierzigjähriger Tätigkeit wird die Schule nach seinem Tod zu einer ausschließlich militärischen Einrichtung.

Marinoni lebt allein und widmet sich in seiner Freizeit der Mathematik und der Astronomie. Er wird Mitglied wissenschaftlicher Gesellschaften in ganz Europa<sup>3</sup> und führt umfangreiche fachliche und private Korrespondenzen mit Größen seiner Zeit wie Euler, Leibniz, Maupertuis, Delisle oder Mikoviny. Sein privates Observatorium ist das erste in Wien und mit innovativen Instrumenten ausgestattet, die Bibliothek enthält eine umfassende Sammlung wissenschaftlicher Literatur. Von den drei Hauptwerken erscheinen sein Buch über die Astronomie 1745 und die Ausführungen zur Kartographie 1751 noch am Ende seines Lebens, ein weiterer Band über die Vermessungstechnik, u. a. mit Beispielen aus Mailand, erst zwanzig Jahre nach seinem Tod 1775. Marinoni ist hinsichtlich der Ausführungen und erläuternden Abbildungen Perfektionist und feilt jahrzehntelang an seinen Arbeiten. Nicht frei von Eitelkeit, führt er im Vorwort die Verdienste an, die zu seiner Nobilitierung geführt haben, sowie lobende Besprechungen seiner Ideen durch berühmte Kollegen.

Der fromme Wissenschaftler stirbt 1755 mit 79 Jahren und der Großteil seiner Hinterlassenschaft geht an Geistliche. Zu Lebzeiten hoch geehrt, wenn auch nicht immer unumstritten, bleibt von ihm vor allem sein Ruf als Schöpfer des Mailänder Katasters. Seine Schriften schmücken zwar viele angesehene Bibliotheken und gelten unter Sammlern wissenschaftlicher Antiquitäten als begehrenswert, sind aber in der Fachwelt von heute weitgehend vergessen. Gestochen geschriebene Briefe in gewandtem Italienisch, elegantem Latein oder fließendem Französisch sind in den Archiven verschiedener Staaten erhalten und geben Aufschluß über Marinonis Denken und seinen Charakter. Auf Deutsch ist nichts Eigenhändiges bekannt, obwohl der Friulaner über ein halbes Jahrhundert in Wien gelebt hat, das in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts allerdings stark italienisch geprägt ist.<sup>4</sup>

## 2. Leonhard Euler (1707-1783)<sup>5</sup>

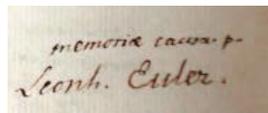


Abb. 2.1: Leonhard Euler, Jakob Emanuel Handmann, ca. 1756, [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard\\_Euler#/media/File:Leonhard\\_Euler\\_2.jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler#/media/File:Leonhard_Euler_2.jpg)

Abb. 2.2: Unterschrift Eulers unter Tagebucheintrag vom 2. Mai 1742

Leonhard Euler wird als ältester Sohn des Pfarrers Paul Euler in Basel geboren. Er besucht das Gymnasium am Münsterplatz und nimmt Privatunterricht beim Theologen Johannes Burckhardt, der von der Mathematik begeistert ist. Ab 1720 studiert der knapp Vierzehnjährige an der Universität Basel und hört hier Vorlesungen von Johann Bernoulli. 1723 erlangt er durch einen Vergleich der Newton'schen und cartesianischen Philosophie in lateinischer Sprache mit 16 die Magisterwürde.

1727 beruft ihn Daniel Bernoulli an die Petersburger Akademie der Wissenschaften. Er erbt die Professur des 1726 verstorbenen Nikolaus II. Bernoulli. Hier trifft er auf Christian Goldbach<sup>6</sup>, mit dem er jahrzehntelang in Briefwechsel steht.

1730 erhält Euler die Professur für Physik und tritt schließlich 1733 die Nachfolge von Daniel Bernoulli als Professor für Mathematik an.

Als Leiter des geographischen Departements wirkt Euler an dem Werk „Russischer Atlas, welcher in einer General-Charte und neunzehn Special-Charten das gesamte Russische Reich und dessen angränzende Länder nach den Regeln der Erd-Beschreibung und den neuesten Observationen vorstellig macht“ mit, das allerdings erst nach der Übersiedlung Eulers nach Berlin 1745 erscheint.<sup>7</sup> Eulers bedeutend später veröffentlichte Aufsätze zur Theorie der Kartographie (1777), derentwegen er als Mitbegründer dieser Wissenschaft gilt, beruhen auf seiner praktischen Mitarbeit an der Generalkarte Rußlands 1735-1741.<sup>8</sup> 1737 verfassen Euler und Delisle eine Vermessungsinstruktion<sup>9</sup> für die Geodäten der 2. Kamtschatka-Expedition (Große Nordische Expedition).<sup>10</sup> 1738 erhält Euler von Maupertuis<sup>11</sup> den ersten Brief einer langen Korrespondenz<sup>12</sup> mit einem Exemplar von „La Figure de la Terre“, in dem der französische Astronom und Geodät von seiner Gradmessung in Lappland berichtet. Euler schreibt 1738 „Von der Gestalt der Erden“,<sup>13</sup> in der er aufgrund der Meridianbogenmessung in Peru die Verdickung der Erdgestalt am Äquator vertritt. Euler bekommt jedoch immer stärkere Probleme mit seinem Augenlicht und ist ab 1740 rechtsseitig blind.<sup>14</sup>

1741 wird Euler von Friedrich dem Großen an die Königlich-Preußische Akademie der Wissenschaften berufen. Er korrespondiert weiterhin mit Christian Goldbach und stimmt dessen Theorien mit seinen eigenen ab. Euler ist auch Direktor der Sternwarte der Akademie und vergleicht das Petersburger astronomische Observatorium mit dem Berliner Observatorium von Christfried Kirch.<sup>15</sup> Euler vertritt als Mitglied des Direktoriums der Akademie Maupertuis als Präsidenten während dessen häufiger Abwesenheit von Berlin. Zugleich überhäuft ihn der König mit vielfältigen Aufgaben, wie der Beschaffung von Geräten für die Sternwarte, Maßnahmen zur Nivellierung des 70 km langen Finow-Kanals, dem Bau von Dämmen und Brückenkonstruktionen in Ostfriesland und der Trockenlegung des Oderbruchs. Viele dieser praktischen Aufgabenstellungen münden im Sinne von „Theorie cum praxi“ des Akademiegründers Leibniz in mathematisch-theoretische Untersuchungen und führen zu weitreichenden Ergebnissen.<sup>16</sup>

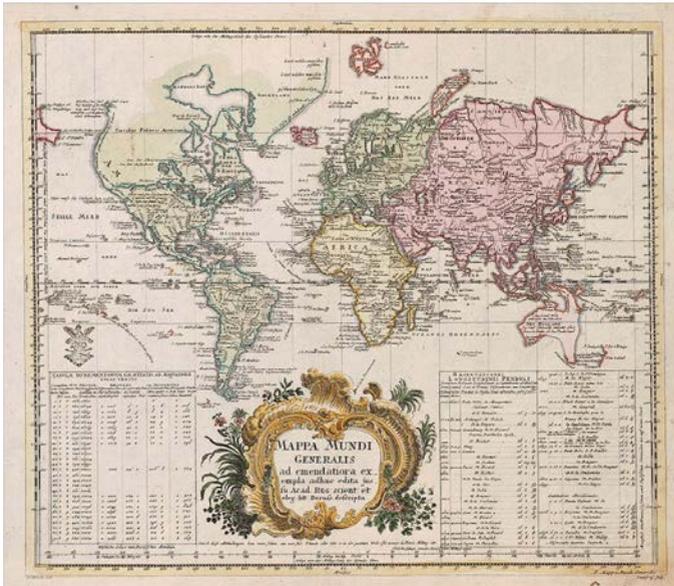


Abb. 3.1: Euler Leonhard, *Mappa Mundi Generalis ad emendatiora exemplum adhuc edita jussu Acad: Reg: scient Berlin*, 1753

Geowissenschaftlich von besonderem Interesse sind die Kreiseltheorie (1758) (Eulersche Gleichungen, Eulersche Winkel), die Polbewegung (1765) als Wanderung der Rotationsachse der Erde um die Hauptträgheitsachse einer starren Erde mit der Eulerschen Periode, die mathematische Formulierung des Zusammenhangs zwischen Größe der Abplattung der Erdfigur und der Parallaxe des Mondes. Auch befasst er sich mit den mathematischen Grundlagen der Kartennetzentwürfe.<sup>17</sup> „Grundsätzlich kann die dreidimensionale Kugeloberfläche der Erde nicht in einer exakt übereinstimmenden, wirklichkeitsgetreue objektiven Abbildung in die zweidimensionale Ebene eines Kartenblattes übertragen werden (mathematischer Beweis von Euler, 1777)“ (GFK, 1985, S. 1).<sup>18</sup>

Nach 25 Jahren in Berlin kehrt Euler 1766 nach St. Petersburg zurück. An der Akademie der Wissenschaften wird ihm ein ehrenvoller Empfang bereitet. Er arbeitet wie in der ersten St. Petersburger Periode in der Kunstkammer und lebt mit seinem Sohn Johann Albrecht in einem ihm von Katharina der Großen geschenkten Palais direkt an der Newa. 1771 erblindet er vollständig. Trotzdem entsteht fast die Hälfte seines Lebenswerks in der zweiten Petersburger Zeit. 1783 stirbt Euler an einer Hirnblutung und wird neben seiner Frau auf dem lutherischen Smolensker Friedhof auf der Wassiljewski-Insel in St. Petersburg begraben.

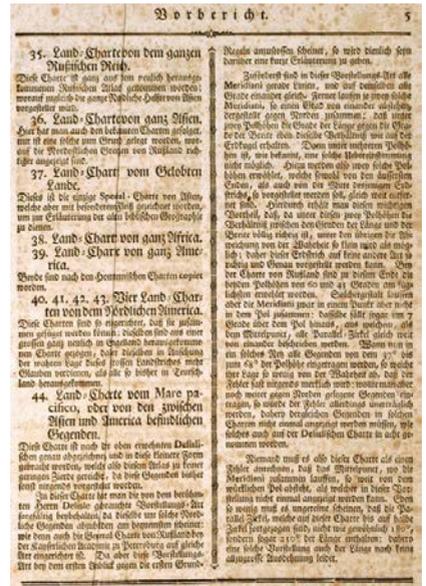


Abb. 3.2: *Vorbericht zur Neuauflage des Atlas Geographicus*, Berlin 1760

Die Edition der Schriften Eulers ist auf rund 80 Bände angewachsen. Dazu gehören neben etwa 3300 Briefen aus den Jahren 1726-1782 über 800 Forschungsbeiträge zur Differential- und Integralrechnung, zu Mechanik, Ballistik und Akustik, Astronomie, Kartographie, Musiktheorie und Schiffbau sowie eine Zusammenfassung der naturwissenschaftlichen Anschauungen seiner Zeit. Wegen seiner Beiträge zur Analysis, zur Zahlentheorie und zu vielen weiteren Teilgebieten der Mathematik gilt Euler als einer der bedeutendsten Mathematiker aller Zeiten.

Im Briefwechsel mit den führenden Gelehrten Europas und in publizierten Arbeiten stellt Euler immer wieder auch Vorläufiges oder Unfertiges zur Debatte, gesteht Irrwege ein, schlägt Alternativen vor, berät sich mit Kollegen.<sup>19</sup> Euler bedient sich für wissenschaftliche Publikationen der lateinischen Sprache. In der Korrespondenz wird oft auch Deutsch und Latein im selben Brief<sup>20</sup> verwendet. Für Schreiben an Christian Goldbach ist der ständige Wechsel zwischen dem Deutschen und dem Lateinischen charakteristisch.<sup>21</sup> Französisch beherrscht Euler ausgezeichnet, liebt es aber nicht gerade. Als Sekretär der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, deren Verhandlungen auf Französisch stattfinden, ist er jedoch auf die Sprache Voltaires angewiesen.

### 3. Korrespondenz Marinoni-Euler<sup>22</sup>

OO1467	Marinoni to Euler	16 December, 1735? <sup>23</sup>	St. Petersburger Periode (Latein)
OO1468	Euler to Marinoni	13 March, 1736	
OO1469	Marinoni to Euler	12 September, 1736	
OO1470	Euler to Marinoni	17 November, 1736	
OO1471	Marinoni to Euler?	undated, 1736 <sup>24</sup>	
OO1472	Euler to Marinoni	12 July, 1740	
OO1473	Marinoni to Euler?	01 January, 1741 <sup>25</sup>	

OO1474	Marinoni to Euler	08 June, 1746	Berliner Periode (Französisch)
OO1475	Marinoni to Euler	08 September, 1746	
OO1476	Marinoni to Euler	31 December, 1746	
OO1477	Marinoni to Euler	29 March, 1747	
OO1478	Marinoni to Euler	13 May, 1747 <sup>26</sup>	
OO1479	Marinoni to Euler	08 November, 1747	
OO1480	Marinoni to Euler	18 September, 1748	
OO1481	Marinoni to Euler	26 October, 1748	
OO1482	Marinoni to Euler	19 February, 1749	
OO1483	Euler to Marinoni	15 March, 1749	
OO1484	Marinoni to Euler	11 June, 1749	
OO1485	Marinoni to Euler	28 July, 1749	
OO1486	Marinoni to Euler	12 November, 1749	
OO1487	Marinoni to Euler	03 January, 1750	
OO1488	Marinoni to Euler	31 August, 1751	

1962 hat die Akademie der Wissenschaften der UdSSR ein Verzeichnis der in ihrem Archiv befindlichen Manuskripte Eulers in russischer Sprache herausgeben, das auch online abrufbar ist.



Abb. 4: Webseite der Bibliothek der Russischen Akademie der Wissenschaften, St. Petersburg, [http://www.ras.ru/b\\_resours/specfonds/akadsobr.php](http://www.ras.ru/b_resours/specfonds/akadsobr.php)

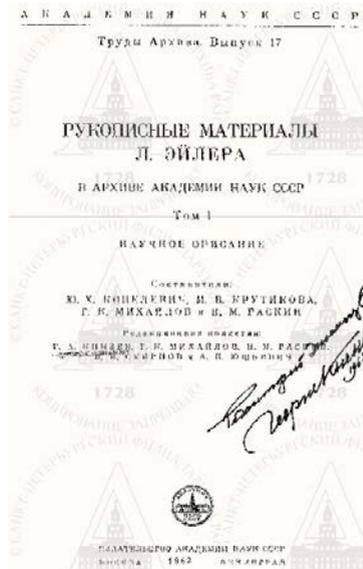


Abb. 5.1: Titelblatt des Verzeichnisses der Manuskripte Eulers der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1962



Abb. 5.2: Lateinisches Deckblatt, <http://www.ranar.spb.ru/rus/books1/id/571>

И.-Я. Маринони	
165. 1736, марта [24]/13. Из Петербурга.	
Черновик. На латинском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 3, лл. 74—75.
Копия, заверенная Л. Эйлером.	
	Ф. 1, оп. 3, № 22, лл. 17—18 об.
166. 1740, июля [23]/12. Из Петербурга.	
Копия, заверенная Л. Эйлером. На латинском языке.	
	Ф. 1, оп. 3, № 30, лл. 60—62 об.

Abb. 6.1: Liste der Briefe Eulers an Marinoni, OO1468 Entwurf, Kopie Eulers, OO 1472 Kopie Eulers alle in lateinischer Sprache

И.-Я. Маринони	
1573. 1736, сентября 12. Из Вены.	
На латинском языке.	
	Ф. 1, оп. 3, № 21, лл. 140—141, 143—143 об.
1574. [1736]. [Из Вены].	
На французском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 3, л. 73.
1575. 1741, января 1. Из Вены.	
Копия. На французском языке.	
	Ф. 1, оп. 3, № 32, л. 4—4 об.
1576. 1746, июня 8. Из Вены.	
На французском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 131—131 об., 132 об.
1577. 1746, сентября 8. Из Вены.	
На французском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 153—154 об.
1578. 1746, декабря 31. Из Вены.	
На французском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 201—202.
1579. 1747, марта 29. Из Вены.	
На французском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 2, л. 244—244 об.
1580. 1747, мая 13. Из Вены.	
На латинском языке.	
	Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 261, 262 об.
1581. 1747, ноября 8. Из Вены.	

Abb. 6.2 u. Abb. 6.3: Liste der Briefe Marinonis an Euler, OO1469 in Latein, alle anderen (auch OO1478!) in französischer Sprache

	На французском языке.	
		Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 324—324 об., 325 об.
1582. 1748, сентября 18. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 2, л. 457.
1583. 1748, октября 26. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 2, лл. 479—480 об.
1584. 1749, февраля 19. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, лл. 8—9 об.
1585. 1749, июня 11. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, л. 39—39 об.
1586. 1749, июля 28. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, лл. 47—48.
1587. 1749, ноября 12. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, л. 72—72 об.
1588. 1750, января 3. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, лл. 101—101 об., 102 об.
1589. 1751, августа 31. Из Вены.		
На французском языке.		
		Ф. 136, оп. 2, № 3, л. 219.



Abb.7: Logo der St. Petersburger Zweigstelle des Archivs der Russischen Akademie der Wissenschaften



Abb. 8: Hauptsitz der Kaiserlich Russischen Akademie der Wissenschaften in Sankt Petersburg (erbaut 1734) [https://de.wikipedia.org/wiki/Russische\\_Akademie\\_der\\_Wissenschaften#/media/File:Saint\\_Petersburg\\_Kunstkamera](https://de.wikipedia.org/wiki/Russische_Akademie_der_Wissenschaften#/media/File:Saint_Petersburg_Kunstkamera)

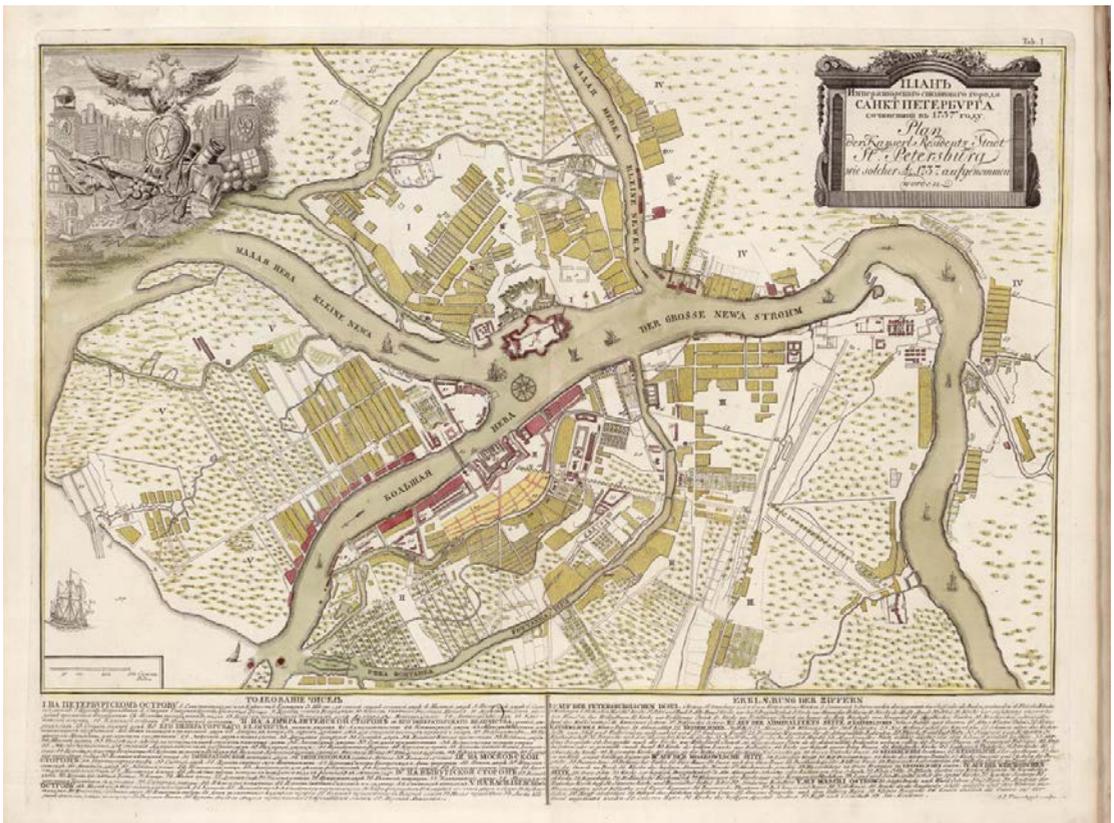


Abb. 9: Plan der Kayserl. Residentz Stadt St. Petersburg wie solcher A 1737 aufgenommen worden (1 : 12.600) <http://www.nlr.ru/eng/petersburg/map/13.php>

In St. Petersburg befinden sich die beiden Briefe Eulers OO1468 und OO1472 sowie 15 Briefe Marinonis an Euler (OO1469, OO1474-OO1482, OO1484-OO1488) und die beiden Briefe Marinonis OO1471 und OO1473.

### 3.1 Briefe der (ersten) St. Petersburger Periode 1735/1736-1740 (in Latein)

Die Korrespondenz der beiden Mathematiker setzt 1735/1736 ein. Wahrscheinlich auf Anraten von Christian Goldbach nimmt Leonhard Euler den mathematischen Briefwechsel mit Johann Jakob von Marinoni und dessen Freund Marchese Giovanni Poleni<sup>27</sup> auf.<sup>28</sup>

Der 60-jährige kaiserliche Hofmathematiker Johann Jakob von Marinoni ist seit knapp 10 Jahren in den erblichen Adelsstand erhoben und seit kurzer Zeit auch kaiserlicher Rat und erster Direktor der Ingenieur-Akademie. Er kann auf ein umfangreiches kartographisches Werk, seine Urheberschaft am Mailänder Grundsteuerverzeichnis<sup>29</sup> und mathematische Schriften<sup>30</sup> verweisen.

Der halb so alte Leonhard Euler ist 9 Jahre zuvor aus der Schweiz an die Kaiserlich Russische Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg berufen worden und dort Professor für Mathematik und Physik. Er beschäftigt sich ebenfalls mit Kartographie<sup>31</sup> und Astronomie<sup>32</sup>.

Im Abstand von jeweils einigen Monaten gibt es 5 briefliche Kontakte in lateinischer Sprache.

Der ausgedehnte und fruchtbare Briefwechsel der Mitglieder der Petersburger Akademie ist auch auf die Tatsache zurückzuführen, dass die Akademie diesen für alle Mitglieder bezahlt, sofern die Briefe wissenschaftliche Fragen behandeln. Solche Briefe werden auf der Konferenz verlesen und in Abschriften im Archiv aufbewahrt. Diesem Umstand verdanken wir, dass außer dem einzigen Brief Eulers, der in Florenz im Original erhalten geblieben sein soll, weil ihn Marinoni an Angelo Maria Bandini weitergeleitet hat<sup>33</sup>, noch Abschriften von 2 weiteren Schreiben Eulers existieren.

Der Präsident der Akademie Baron Korff<sup>34</sup> befürwortet den Briefwechsel mit ausländischen Kollegen besonders. Seit 1735 korrespondiert Euler mit zahlreichen Briefpartnern wie Poleni in Padua, Marinoni in Wien und Kühn und Ehler in Danzig.<sup>35</sup> Euler versteht es, Andeutungen seiner Briefpartner aufzugreifen und sie zu umfassenden Theorien auszubauen. Als Denker der Synthese sammelt und ordnet er in seinen umfassenden

Darstellungen alle in einem Gebiet vorhandenen Arbeiten und Ergebnisse. Seine Lehrbücher sind für ein Jahrhundert Standardwerke für Analysis und Algebra.<sup>36</sup>

### 3.2 Briefe der Berliner Periode 1746-1751 (in Französisch)

Nach dem Ruf Eulers an die Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften durch Friedrich den Großen 1741 und seiner Übersiedlung nach Berlin schreibt Marinoni im Laufe von 5 Jahren 14 weitere Briefe an Euler in französischer Sprache. Die Unterbrechung der Korrespondenz für 6 Jahre ist auf den Ersten (1740-1742) und Zweiten Schlesischen Krieg (1744/45) zwischen Österreich und Preußen zurückzuführen.<sup>37</sup> Schwerpunkte sind die Zeit nach der Publikation von Marinonis „De astronomica specula domestica“ und seiner Aufnahme als auswärtiges Mitglied in die preussische Akademie 1746, sowie das Jahr 1749 (4 Briefe Marinonis, 1 Antwort von Euler, Original in der Biblioteca Marucelliana in Florenz, B. B. I.27. IV/22, cc.269-270).

Mit der Herausgabe des umfassenden kartographischen Werks von Marinoni „De re ichnographica“ 1751 endet der erhaltene Schriftwechsel 3½ Jahre vor dem Tod Marinonis. Da der Nachlass Marinonis samt seiner Bibliothek von seinem Erben versteigert worden ist, können dort weder Briefe Eulers noch Abschriften seiner eigenen Schreiben mehr aufgefunden werden.<sup>38</sup> Es ist jedoch sicher, dass Euler dem angesehenen Wiener Kollegen regelmäßiger geantwortet hat.<sup>39</sup>

### 3.3 Sprachliche Eigenheiten

Gerade wenn es um die Übersetzung von Briefen weltberühmter Männer wie Leonhard Euler geht, haben weitaus Berufener als der Verfasser dieses Beitrags Standards gesetzt, die beachtenswert sind. So schreiben Fellmann/Mikhajlov im Band II. des Briefwechsels Leonhard Eulers mit Johann I. Bernoulli und Niklaus I. Bernoulli<sup>40</sup> in ihrer editionstechnischen Einleitung zur Übersetzung ins Deutsche. „Obwohl das Verständnis des Lateins ... im Allgemeinen keine Großen Schwierigkeiten bietet, ist die Wiedergabe in einer modernen europäischen Sprache – besonders der nicht-wissenschaftlichen Abschnitte – infolge der heute grossen Distanz zum Barockzeitalter nicht ganz einfach. Da sich das Latein an antiken Texten orientierte, ist der barocke lateinische Stil hinsichtlich Titelwut und Untertänigkeitsfloskeln im Vergleich zum deutschen Barockstil glücklicherweise doch



Abb. 10: Berliner Akademie der Wissenschaften (1748), Archiv der BBAW nach Fellmann Emil, Leonhard Euler 1707-1783: Beiträge zu Leben und Werk



Abb. 11.1: Florenz, Biblioteca Marcelliana Abb. 11.2: La sala lettura Abb. 11.3: La saletta delle mostre

etwas gemässiger. Doch sind die Stilmerkmale des Barocks ... mehr oder weniger ausgeprägt vorhanden...: rhetorische Figuren, grosse Komplexität und Differenziertheit der langen Sätze ..., Kumulation aller Sprachmittel, dass ... direkte Ansprechen des Briefpartners, ... viele Superlative usw. Das alles ist uns in seiner Häufung heute fremd und hat in unserem modernen Stil keinen Platz.“

Bei aller Wertschätzung der überragenden sprachlichen und wissenschaftshistorischen Fähigkeiten der Herausgeber und Übersetzer der Opera Omnia aus der Schweiz und aus Russland, erlaubt sich der Verfasser dennoch im Folgenden ein eigenes Urteil.

Marinonis elegantes Latein wird sowohl in Italien als auch in Österreich bewundert.<sup>41</sup> Bei ihm kommt zur meisterhaften Beherrschung der Gelehrtensprache der Zeit auch noch die Nähe zu seiner italienischen Muttersprache. Die oben angeführten stilistischen Eigenheiten sind zwar auch bei ihm zu finden, aus Sicht des vom Barock geprägten, titelsüchtigen Wien erscheint das Latein des kaiserlichen Hofmathematikers geradezu schnörkellos. Höflichkeitsfloskeln wirken im Vergleich zum heutigen Wiener Sprachgebrauch nicht besonders übertrieben, stilistisch nähert er sich seinen italienischen Briefen an, die ebenfalls lange Sätze, rhetorische Figuren und viele Superlative aufweisen.<sup>42</sup> Marinonis Französisch ist gewandt, nicht frei von Italizismen und oft etwas kürzer gefasst als sein Latein.<sup>43</sup> Die romanischen Sprachen im 18. Jahrhundert waren offenbar dem heute üblichen Sprachgebrauch weit näher als das barocke Deutsch, wo man selbst in der eigenen Muttersprache oft weit größere Mühe aufwenden muss, um alles gut zu verstehen.<sup>44</sup>

Auch Eulers Latein wirkt mühelos und gekonnt. Er drückt sich präzise aus und fühlt sich offenbar mindestens so wohl wie im muttersprachlichen Deutsch. Seine Sätze sind meist weniger verschachtelt, er benützt aber häufig Sprachformen wie Gerundium und floskelartige Wendungen. Auf Französisch werden die Satzkonstruktionen länger, bleiben jedoch trotz manchmal antiquierter Ausdrucksweise immer gut verständlich.

Fellmann/Mikhajlov haben entschieden: „Die Anreden (Begrüßungsformeln) und das periodische Ansprechen des Briefpartners werden in den Übersetzungen im Allgemeinen nicht wiedergegeben, ...“<sup>45</sup> Desgleichen einige oft wiederkehrende, den Text belastende Höflichkeitsprädikate. Die

superlativische Ausdrucksweise wird, wenn sie auf Deutsch unerträglich wirkt, durch entsprechende Wortwahl gemässigt.“<sup>46</sup>

Dem Verfasser geht es diesem Beitrag vor allem darum, über die Erörterung der Themen aus Kartographie, Astronomie und Mathematik hinaus, Charaktere, gemeinsame Interessen und persönliche wie wissenschaftliche Beziehung zweier Mathematiker unterschiedlicher Generationen in der 1. Hälfte des 18. Jahrhunderts zu beleuchten. Dafür sind auch Anreden (Vir Celeberrime, Vir Amplissime, Vir Eruditissime), Grußformeln (Vale Vir Celeberrime dum constanter maneo Tibi obsequantissimus, Vôtre très humble et très obéissant serviteur, Divot:mo umil:mo ed oblig:mo servitore), „Smalltalk“ und Schmeichelei (Quos obsequii et affectus mei gradus non nudis efferre verbis, sed effectibus quoque manifestare desidero, expectans, et a te implorans ut id praestandi suppedidetur occasio), sprachliche Eigenheiten, etc. wichtig. Originalzitate sind gute Belege dazu.

Briefe, Tagebücher oder Notizen großer Wissenschaftler sind vor allem deshalb interessant, weil sie anders als reine wissenschaftliche Arbeiten die Lebensumstände des Verfassers erhellen und sowohl Einblick in seine Lebens- und Arbeitsweise als auch in seine Zeit gewähren.<sup>47</sup> Sie geben uns einen wichtigen Einblick in die Entwicklung der Naturwissenschaften im 18. Jahrhundert und bringen uns zugleich die markantesten Akteure näher.

### 3.4 Veröffentlichung

In der Gesamtausgabe der Korrespondenz Leonhardi Euleri Opera Omnia, Series IV A<sup>48</sup>, Commercium Epistolicum, ist der Briefwechsel zwischen Marinoni und Euler leider (noch) nicht enthalten.<sup>49</sup> Das ist sehr bedauerlich, weil diese und weitere unveröffentlichte Schreiben, wie diejenigen mit Poleni, Ehler oder Kühn, wahre Schätze bergen.<sup>50</sup> Wenn der vorliegende Beitrag die Tür zu dieser Schatzkammer einen Spalt weit zu öffnen vermag, hat er seinen Zweck bereits erfüllt.

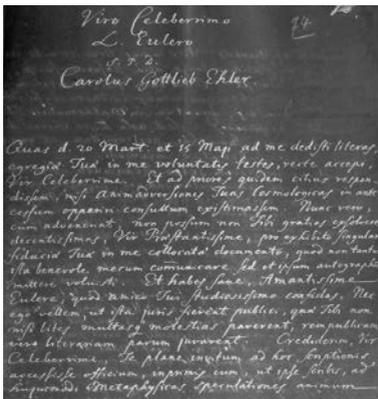
*Der Autor ist dem Bernoulli-Euler-Zentrum in Basel und seinem Geschäftsführer Martin Mattmüller für die Möglichkeit, die dort vorhandenen hochwertigen Fotografien der Briefe einzusehen und zu benützen, für die Zustimmung zur Transkription und Veröffentlichung der Übertragungen und für zahlreiche wertvolle Hinweise zur Korrespondenz Eulers zu Dank verpflichtet.*

This is very regrettable in view of the vast amount of letters which are still unpublished and which include real treasures. Here are some examples of Euler's correspondence that will not be included in series IVA.

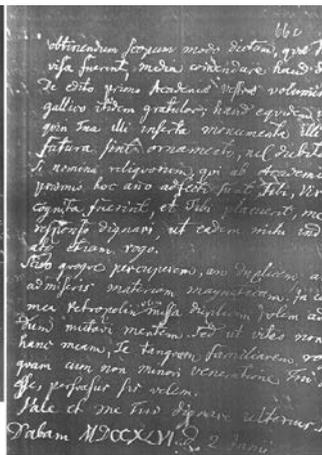
Name	Total number of letters of the correspondence	Number of letters from Euler
Jean de Condorcet (Paris, mathematics)	6	2
Joseph Jérôme de Lalande (Paris, astronomy)	15	0
Giovanni Jacopo Marinoni (Vienna, astronomy )	22	4
Giovanni Poleni (Prof. university of Padova, mathematics)	25	10
Karl Gottlieb Ehler (Gdansk, mathematics)	20	6
Heinrich Kühn (Gdansk, mathematics)	24	2

Our plan is to continue the publication of Euler's correspondence as an online edition in open access, following such examples as the Bernoulli project in Basel<sup>26</sup> and the Swedish Linné project.<sup>27</sup> In the best case, we would like to make all the material available online, including the original manuscripts, transcriptions and commentaries. But this can only be realized in cooperation with the Petersburg archive that owns most of the original documents.

Abb. 12: Beispiele für Korrespondenz von Euler, die nicht in der Serie IV A veröffentlicht werden können



Karl Gottlieb Ehler to Euler  
Gdansk, June 2, 1742



Martin Knutzen to Euler



Abb. 13.1: Photographien von Briefen an Euler im Bernoulli-Euler-Zentrum Basel, nach Andreas Kleinert, „Leonhardi Euleri Opera omnia“: editing the works and correspondence of Leonhard Euler

Abb. 13.2: Logo des Bernoulli-Euler-Zentrums Basel

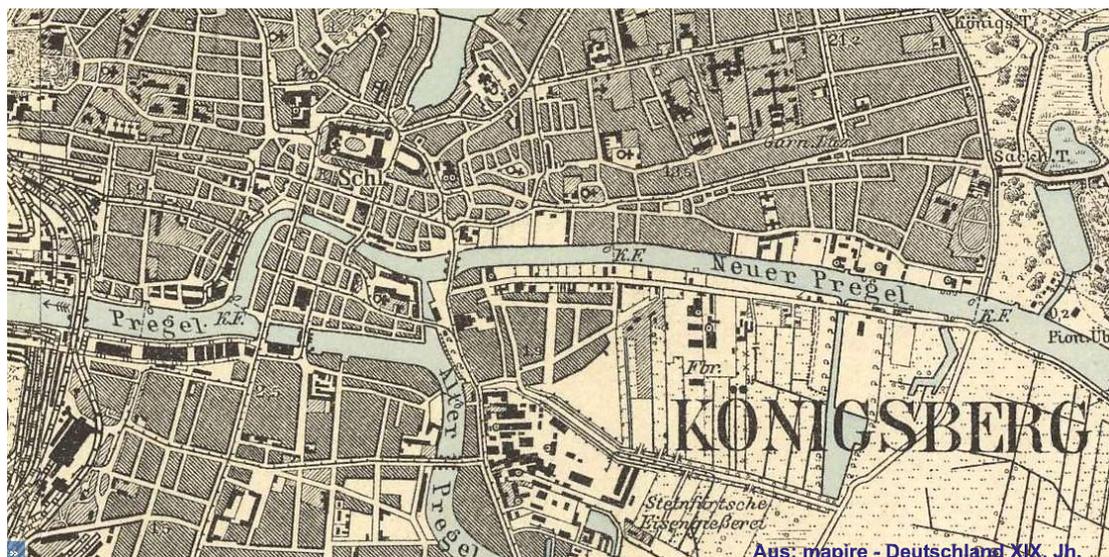


Abb. 14: Königsberg im 19. Jh. <http://mapire.eu/de/>

3705  
 Rem et mihi et Kühnio nostro praestares gratissimam, omni officiorum genere demerendam, Vir Eruditissime, si Solutionem Problematis Tibi satis notam de conjunctione 7 pontium Regiomontanorum, cum Demonstratione transmittere velles. Egregium hocce foret Calculi Situs specimen, ingenio Tuo dignissimum. Adjeci Schema situs dictorum pontium

Abb. 15: Ehlers Brief an Euler (Ausschnitt) vom 9. März 1736 nach Sachs Horst/Stiebitz Michael/Wilson Robin J, Euler's Königsberg Letters; (OO589)

#### 4. Briefe von und nach St. Petersburg 1735/1736-1740

##### Topologie

Der bekannteste Teil der Korrespondenz Leonhard Eulers mit Marinoni ist wohl das umfangreiche Schreiben Eulers vom 13. März 1736 mit der Lösung für das Königsberger Brückenproblem. Dieser Brief ist als Konzept und als Abschrift erhalten und Ausschnitte daraus werden in zahlreichen mathematischen Publikationen zitiert<sup>51</sup>, handelt es sich dabei doch um einen wichtigen Beitrag zur Geometrie der Lage und die Begründung der Topologie und der Graphentheorie durch Euler.

Der Mathematiker und spätere Danziger Bürgermeister Carl Gottlieb Ehler (1685-1753)<sup>52</sup> schreibt am 9. März 1736 in lateinischer Sprache

an Euler über das Problem der 7 Brücken von Königsberg:<sup>53</sup>

„Rem et mihi et Kühnio nostro praestares gratissimam, omni officiorum genere demerendam, Vir Eruditissime, si Solutionem Problematis Tibi satis notam de conjunctione 7 pontium Regiomontanorum cum Demonstratione transmittere velles. Egregiam hocce foret Calculi Situs specimen, ingenio Tuo dignissimum. Adjeci Schema situs dictorum pontium.“

„Du wirst mir und unserem Herrn Kühn Freude bereiten und unsere große Dankbarkeit erlangen, wenn Du, gelehrter Herr, wünschst, die Lösung mit einem Beweis an uns zu schicken einer Dir wohl sehr bekannten Aufgabe über die Verbindung der sieben Königsberger Brücken. Es wird eine Arbeit sein, die Dir ein wunder-

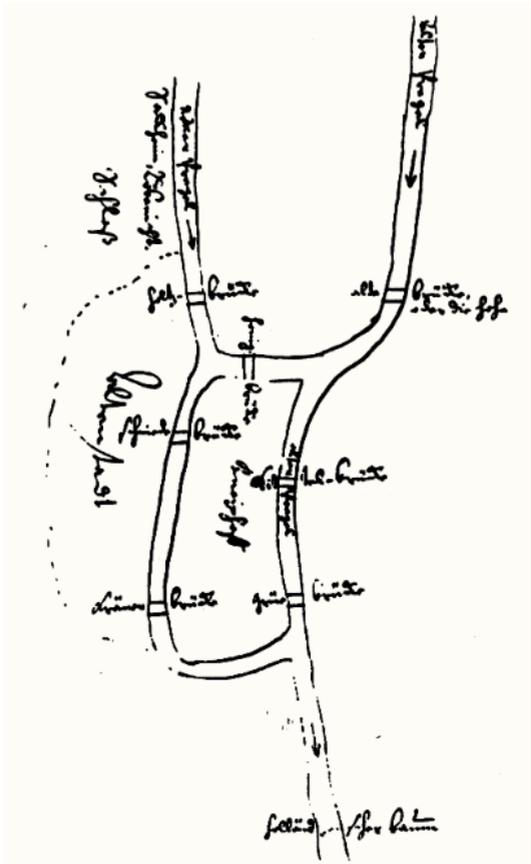


Abb. 16: Ehlers Skizze zum Königsberger Brückenproblem nach Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, *Mathesis & Graphé*

bares Beispiel für das Rechnen mit der Lage bietet und welche die Aufmerksamkeiten Deines Genies verdient. Eine Skizze lege ich bei.“<sup>54</sup>

Schon wenige Tage später schickt Euler den Brief an Marinoni nach Wien, der seine Lösung enthält. Das konkrete Problem hält er für banal. Da der Lösungsweg aber „weder Geometrie, weder Algebra weder der Kunst der Kombinatorik“ angehöre, verdiene er seine Aufmerksamkeit und könne der Geometrie der Lage angehören, von der Leibniz spricht.<sup>55</sup>

Euler antwortet Ehler erst nach dem Brief an Marinoni und zwar am 3. April 1736:

„Vides ergo Vir Amplissime solutionem hanc ita esse comparatam ut vix ad mathesin pertinere videatur. Nec ego comprehendo cur ea potius a Mathematico sit expectanda quam a quovis alio homine, sola enim ratione nititur ista solutio nec ullis mathesi propriis principiis ad eam inveni-

Vides ergo Vir Amplissime solutionem hanc ita esse comparatam ut vix ad mathesin pertinere videatur, nec ego comprehendo cur ea potius a Mathematico sit expectanda quam a quovis alio homine, sola enim ratione nititur ista solutio nec ullis mathesi propriis principiis ad eam inveni-

ad Mathesin minime spectantes citius a mathematicis solvantur quam ab aliis. Locum interim huic quaestioni concedis Vir Amplissime in Geometria Situs, de qua autem nova disciplina fateor me ignorare cujusmodi problemata ad eam referenda volunt Leibnitius et Wolffius. Rogo igitur Te si me idoneum judicas in hac nova disciplina quis quam praestandi ut mihi aliquot definita problemata eo spectantia proponere velis quo distinctius perspicere queam quod praecise desideretur.

Abb. 17: Eulers Brief an Ehler (Ausschnitt) vom 3. April 1736 nach Sachs Horst/Stiebitz Michael/Wilson Robin J, *Euler's Königsberg Letters*; (OO590)

endam opus fuit. Nescio igitur quomodo fit ut quaestiones etiam ad mathesin minime spectantes citius a mathematicis solvantur quam ab aliis. Locum interim huic quaestioni concedis Vir Amplissime in Geometria Situs, de qua autem nova disciplina fateor me ignorare cujusmodi problemata ad eam referenda volunt Leibnitius et Wolffius. Rogo igitur Te si me idoneum judicas in hac nova Disciplina quis quam praestandi ut mihi aliquot definita problemata eo spectantia proponere velis quo distinctius perspicere queam quod praecise desideretur.“

Die Kernaussage Eulers lautet:

„Die Lösung basiert nur auf reiner Argumentation, die keine der Mathematik angehörigen Gesetze heranziehen muß.“<sup>56</sup>

Interessant ist, dass Euler gerade dem um über 30 Jahre älteren Wiener Hofmathematiker schreibt

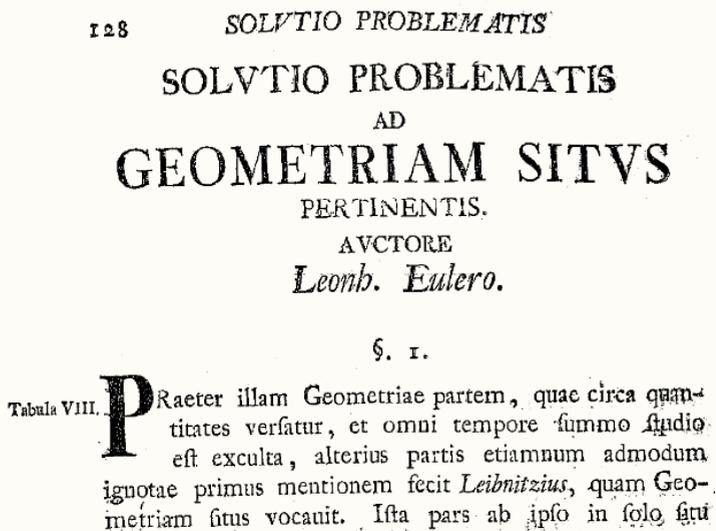
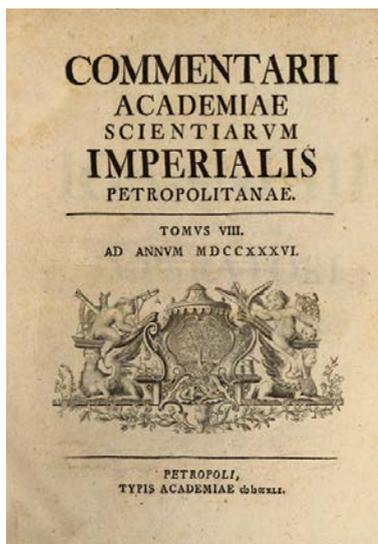


Abb. 18.1: Titelblatt und Abb 18.2: S 128 (Ausschnitt) Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae VIII für 1736, 1741

und ihm seine Lösung darlegt, noch bevor er Euler antwortet. Offenbar kennt Euler, der in St. Petersburg Stadt- und Landkarten erstellt, Marinoni als Spezialisten für Kartographie, in dessen Fachgebiet seiner Ansicht nach auch die Geometrie der Lage fällt. Außerdem weiß er wahrscheinlich von den Kontakten Marinonis mit Leibniz<sup>57</sup> und Wolff<sup>58</sup>. Marinoni ist Euler über Christian Goldbach und Giovanni Poleni bekannt.

Der Aufsatz „Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis“<sup>59</sup> wird dann später im Jahr 1736 vorgelegt und erscheint erst 1741. Aus einem für banal gehaltenen konkreten Problem wird so ein publikationswürdiges Modell für ein neues Fachgebiet.

Die Frage ist, ob es einen Weg gibt, bei dem man alle sieben Brücken genau einmal überquert, und wenn ja, ob auch ein Rundweg möglich ist, bei dem man wieder zum Ausgangspunkt gelangt.

Leonhard Euler beweist 1736, dass ein solcher Weg bzw. „Eulerscher Weg“ in Königsberg nicht möglich ist, da zu allen vier Ufergebieten bzw. Inseln eine ungerade Zahl von Brücken führt. Es dürfe maximal zwei Ufer (Knoten) mit einer ungeraden Zahl von angeschlossenen Brücken (Kanten) geben. Diese zwei Ufer können Ausgangs- bzw. Endpunkt sein. Die restlichen Ufer müssen eine gerade Anzahl von Brücken haben, um sie auch wieder auf einem neuen Weg verlassen zu können. Das Brückenproblem ist kein klassisches geometrisches Problem, da es nicht auf die präzise Lage

der Brücken ankommt, sondern nur darauf, welche Brücke welche Inseln miteinander verbindet. Es handelt sich deshalb um ein topologisches Problem, das Euler mit Methoden löst, die heute der Graphentheorie zugerechnet werden. Das Problem lässt sich auf beliebige Graphen verallgemeinern, und auf die Frage, ob es darin einen Zyklus gibt, der alle Kanten genau einmal benutzt. Ein solcher Zyklus wird als Eulerkreis bezeichnet und ein Graph, der einen Eulerkreis besitzt, als eulersch.<sup>60</sup>

Die Antwort Marinonis auf dieses Schreiben Eulers erfolgt erst ziemlich genau ein halbes Jahr später, wofür sich der Hofmathematiker auch gleich damit entschuldigt, dass er den Brief Eulers an Poleni weitergeleitet und auf dessen Antwort gewartet hat. Er bezeichnet das Problem der Königsberger Insel als amüsant, nimmt auf die noch unerforschte Analysis oder Geometria Situs von Leibniz Bezug und hofft, dass die Akademien in Petersburg, Paris und London dabei in Zukunft Fortschritte machen werden. Die Anregung, dass doch jemand aus der berühmten Bernoulli-Schule eine umfassende Darstellung der gesamten Analysis erarbeiten möge, kann als höfliche Aufforderung an Euler verstanden werden. Marinoni gibt zu, auf diesem Gebiet nicht weiter vordringen zu können.

Es folgt noch ein Hinweis über den möglichen Nutzen von Eulers astronomischen Lösungen für die Geographie.

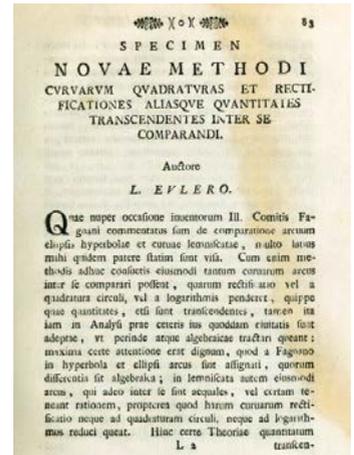
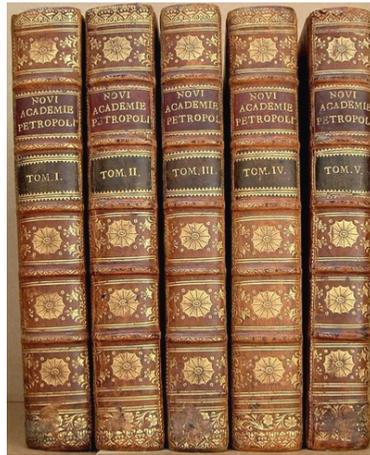
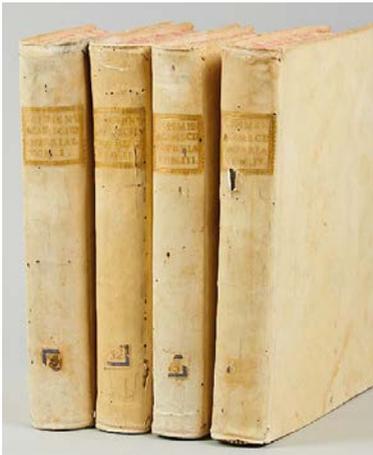


Abb. 19.1: Commentarii Acad. Scientiarum Imperialis (mit über 40 Abhandlungen Eulers), 8 Bände, Bologna, 1740-1752

Abb. 19.2: Lomonosov/Euler, et al., Novi Commentarii Acad. Scientiarum Imperialis, Vol. I - V, Petersburg 1750-1760

Abb. 19.3: Euler, Specimen novae methodi curvarum quadraturas et rectificationes aliasque quantitates transcendentes inter se comparandi, Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 7, 1761, S 83-127

## Astronomie

Erhalten ist weiters noch ein Auszug eines Briefes von Euler über astronomische Berechnungen vom 17. November 1736, den Guillaume Bigourdan im Bulletin Astronomique XXXIV, 1917 unter den Lettres de Léonard Euler, en partie inédites, veröffentlicht hat. Möglicherweise greift Euler da Marinonis Lob über seine methodischen Fortschritte in der Astronomie auf.

Der mit 16. Dezember 1735<sup>61</sup> datierte Brief Marinonis an Euler zeigt über die Höflichkeitsfloskeln der Zeit hinaus die Wertschätzung des älteren Kollegen für seinen genialen Adressaten in St. Petersburg. Es ist auch schwer vorstellbar, dass dies der Beginn der Korrespondenz ist, viel zu vertraut klingt der Ton bereits. Inhaltlich geht es um astronomische Beobachtungen in Bologna.

## Analysis

Das ausführliche Schreiben Eulers vom 12. Juli 1740, veröffentlicht in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k ucenyam, bearbeitet von Judith Kopelevic, behandelt das Problem der Quadratur des Kreises aufgrund der ihm von Marinoni übermittelten Arbeit zur Widerlegung Leistners und der Berechnungen Samuel Mikovyns zur Irrationalität der Kreiszahl. Es führt tief in die Analysis hinein und nimmt Probleme aus späteren Werken Eulers vorweg. Außerdem zeigt es wieder die Hochachtung Eulers für seine Kollegen Marinoni und Mikoviny.

Ein undatiertes einseitiger Brief in französischer Sprache aus dem Jahr 1736 ist vermutlich ein an Delisle gerichtetes Begleitschreiben zur Übersendung eines Briefes von Poleni und Beobachtungen der letzten Mondfinsternis:<sup>62</sup>

„Dans cette heure on me vient d'avertir d'une depeche à la Cour de Petersbourg, et je profite de cette occasion pour Vous envoyer la lettre icy jointe de Mon:r Poleni, que j'attendais, comme Vous aurez appris par ma precedente, et que m'est arrivée depuis peu de jours. Je Vous ajoute Monsieur mon observation de la derniere Eclipse de la Lune, je Vous prie d'en donner un feuil a Monsieur le Baron Korff, et un'autre a Monsieur de Goldbach, en leur faisant mes compliments. Je Vous embrasse et je suis avec tous mes respects”.

(„In dieser Stunde hat man mir eine Depesche an den Hof von Petersburg angekündigt und ich nütze diese Gelegenheit, um Ihnen hier beiliegend den Brief von Herrn Poleni zu übersenden, den ich erwartete und der vor einigen Tagen bei mir angekommen ist. Ich schließe meine Beobachtung der letzten Mondfinsternis an und bitte Sie, ein Blatt an Herrn Baron Korff und ein anderes an Herrn von Goldbach zu geben mit meinen Komplimenten. Ich umarme Sie und verbleibe mit aller Wertschätzung“).

Der Brief Marinonis vom 1. Januar 1741 ist in französischer Sprache abgefasst und enthält eine Einschätzung der politischen Lage in Österreich

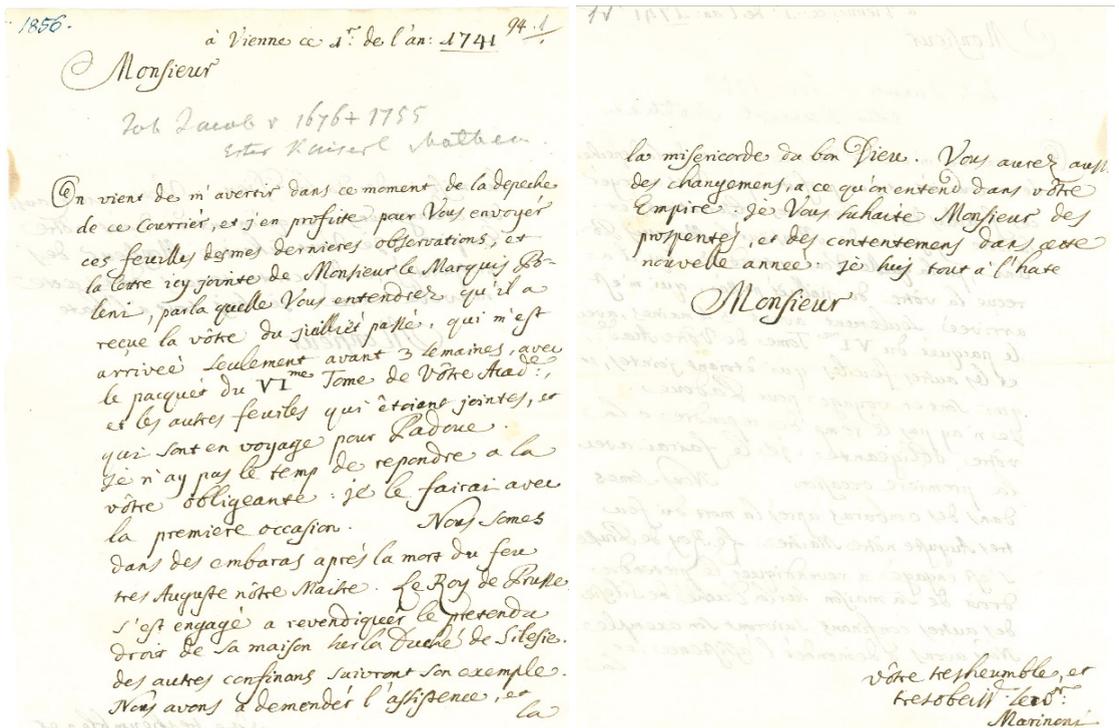


Abb. 20: Brief Marinonis vom 1. Januar 1741 an N.N. (Christian Goldbach?) in St. Petersburg; Epistolae autographae CC Philosophorum cel. II. F 3, Mrg CCCLIVa, University of Tartu (Dorpat, Estland)

und Russland. Er ist wahrscheinlich nicht an Euler, sondern an Christian Goldbach gerichtet.<sup>63</sup> Dafür sprechen der Inhalt und auch, dass Marinoni an Euler in der Petersburger Periode stets auf Latein geschrieben hat. So wie das mit 16. Dezember 1735 datierte Schreiben ist er über die Universität Tartu online verfügbar.<sup>64</sup>

„Nous sommes dans des embarras après la mort du feu très Auguste nôtre Maître. Le Roy de Prusse s'est engagé à revendiquer le prétendu droit de sa maison sur la Duché de Silésie, des autres confinans suivront son exemple. Nous avons à demander l'assistance et la misericorde du bon Dieu. Vous aurez aussi des changemens, à ce qu'on entend dans vôtre Empire“.

(„Wir sind verunsichert nach dem plötzlichen Tod unseres Erhabensten Herrn. Der König von Preußen ist dabei, das behauptete Recht seines Hauses am Herzogtum Schlesien geltend zu machen, andere Anrainer werden seinem Beispiel folgen. Wir müssen den Beistand und das Erbarmen des guten Gottes erbitten. Sie werden auch Veränderungen haben, nachdem, was man aus Ihrem Kaiserreich hört“).<sup>65</sup>

#### 4.1 Leonhard Euler, Brief an Jacopo Marinoni vom 13. März 1736 in lateinischer Sprache

PFA RAN: F.1, op.3, Nr.22 (OO1468), veröffentlicht in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k ucenyum, bearbeitet von T.N.Klado, Ju.Ch.Kopelevic, T.A. Lukina, unter Redaktion von Akademiemitglied V.I.Smirnov, Moskau-Leningrad 1963, S 152 ff.

Der ganze Brief ist als lateinisches Transkript mit russischer Übersetzung von Judith Kopelevic 1963 durch die Akademie der Wissenschaften der UdSSR veröffentlicht worden. Wichtige Teile sind in den angeführten mathematischen Publikationen als Faksimile enthalten.

In der Kommentierung sollen zuerst die Einleitung und der Schluss des Schreibens wie oben abgedruckt im lateinischen Original mit deutscher Übersetzung behandelt werden und danach die faksimilierten wichtigen Ausschnitte als Transkription samt Übersetzung sowohl des Konzepts als auch der Abschrift im Vergleich dargestellt werden.

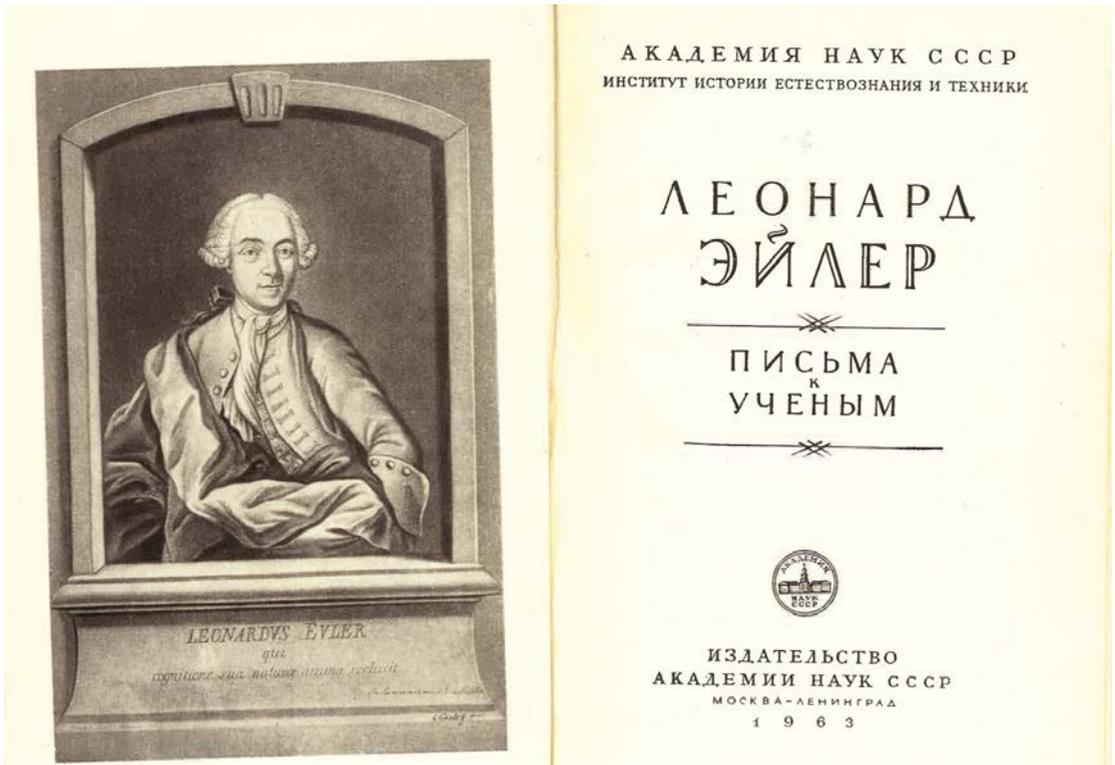


Abb. 21.1: Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k učenym, bearbeitet von T.N.Klado, Ju.Ch.Kopelevic, T.A. Lukina, unter Redaktion von Akademiemitglied V.I.Smirnov, Moskau-Leningrad 1963, Titelseiten (Schabkunstblatt von W. Sokolov, um 1737, einzige bekannte Darstellung, die Euler mit zwei gesunden Augen zeigt)

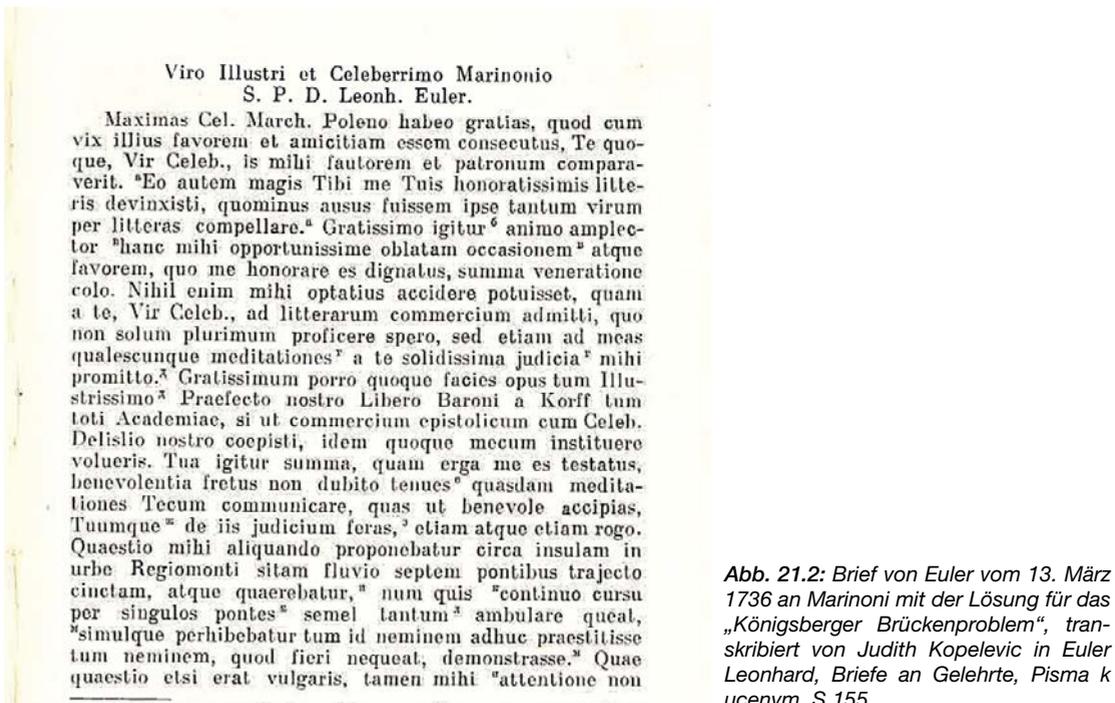


Abb. 21.2: Brief von Euler vom 13. März 1736 an Marinoni mit der Lösung für das „Königsberger Brückenproblem“, transkribiert von Judith Kopelevic in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k učenym, S 155

indigna videbatur,<sup>11</sup> eo quod eam solvendam neque geometria neque algebra essent idoneae, "neque etiam ars combinatoria sufficeret."<sup>12</sup> Quam ob rem in mentem mihi venit, num ea forte ad geometriam situs, quam quondam Leibniti<sup>13</sup>us tantopere desideraverat,<sup>14</sup> pertineret. Cum igitur hac de re diu mecum cogitasset,<sup>15</sup> facilem adeptus sum regulam firmissima demonstratione munitam, qua in omnibus hujusmodi quaestionibus statim discernere licet, utrum hujusmodi cursus per quovis et quomocumque sitos pontes institui queat, an secus? Situs autem<sup>16</sup> pontium regionum<sup>17</sup> montanorum ita se habet, uti in hac figura<sup>18</sup> representatur, in qua *A* insulam, *B* vero *C* et *D* continentis<sup>19</sup> partes fluvii ramis a se invicem directas<sup>20</sup> designant. Septem vero pontes indicati sunt litteris *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*.<sup>21</sup> Quaestio igitur in hoc consistit, ut determinetur, utrum per omnes hos septem pontes per unumquemque semel non plus ambulari possit nec ne? Cujus quaestionis regula mea sequentem subministrat solutionem.<sup>22</sup> Ante omnia est videndum, quot sint regiones aqua disjunctae a quarum<sup>23</sup> una ad aliam, nisi per pontem transitus non datur, uti in hoc exemplo hujusmodi "sunt quatuor regiones *ACBD*."<sup>24</sup> Deinde "est dispiciendum, utrum numerus pontium in singulas has regiones conducentium sit par an impar."<sup>25</sup> "Sic in nostro casu ad regionem *A* quinque pontes, ad reliquas vero singulas tres pontes ducunt,<sup>26</sup> ideoque<sup>27</sup> numerus pon-

Abb. 21.3: Brief von Euler vom 13. März 1736 an Marinoni mit der Lösung für das „Königsberger Brückenproblem“, transkribiert von Judith Kopelevic in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k učenym, S 156

tium ad singulas ducentium est impar, "quod solum"<sup>28</sup> ad quaestionem, decidendam sufficit. "His vero definitis sequentes adhibeantur canones."<sup>29</sup> Si pontium ad singulas regiones ducentium numeri omnes fuerint pares, tum cursus desideratus "fieri poterit"<sup>30</sup> simulque "cursus initium in qualibet regione sumi. Sin autem "ex illis numeris duo"<sup>31</sup> fuerint impares, unicus enim non potest esse impar,<sup>32</sup> tum transitus quidem uti jubetur<sup>33</sup> fieri poterit, at initium cursus ex altera earum<sup>34</sup> regionum, ad quas ducentium pontium numerus est impar, necessario est sumendum. Si denique plures duabus fuerint regiones, ad quas pontes numero impares deducunt, tum talis cursus omnino<sup>35</sup> non datur.<sup>36</sup> Cum igitur<sup>37</sup> in exemplo proposito<sup>38</sup> ad quatuor regiones pontium<sup>39</sup> numeri sint impares, frustra talis cursus investigatur. Atsi octavus pons in *h* adderetur, tum duae tantum forent regiones puta *A* et *C*, ad quas pontes numero impares deducerent, atque ideoque desideratus cursus fieri posset, si modo initium cursus vel in *A* vel in *C* acciperetur. "Si forte aliae magis seriae quaestiones huc reduci possent, majorem utilitatem ista methodus offerre posset, minus foret spernenda."<sup>40</sup> Celeb. D. Goldbach Tuo<sup>41</sup> nomine uti mandasti salutem significavi, qui vicissim per me te plurimum salutat.<sup>42</sup>

Vale igitur Vir Celeb. meque uti coepisti favore tuo complecti perge.

L. Euler.

Dabam Petropoli, ad d. 13 Mart. 1736.

Abb. 21.4: Brief von Euler vom 13. März 1736 an Marinoni mit der Lösung für das „Königsberger Brückenproblem“, transkribiert von Judith Kopelevic in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k učenym, S 157

## Einleitung im Original

*Viro Illustri et Celeberrimo Marinonio  
S.P.D. Leonh. Euler*

*Maximas Cel. March. Poleno habeo gratias, quod cum vix illius favorem et amicitiam essem consecutus, Te quoque, Vir Celeb., is mihi fautorem et patronum comparaverit. Eo autem magis Tibi me Tuis honoratissimis litteris devinxisti, quominus ausus fuisset ipse tantum virum per litteras compellere. Gratissimo igitur animo amplector hanc mihi opportunissime oblatam occasionem atque favorem, quo me honorare es dignatus, summa veneratione colo. Nihil enim mihi optatius accidere potuisset, quam a te, Vir Celeb., ad litterarum commercium admitti, quo non solum plurimum proficere spero, sed etiam ad meas qualescunque meditationes a te solidissima judicia mihi promitto. Gratissimum porro quoque facies opus tum Illustrissimo Praefecto nostro Libero Baroni a Korff tum toti Academiae, si ut commercium epistolicum cum Celeb. Delislio nostro coepisti, idem quoque mecum instituere volueris.*

Es folgt die Fragestellung für das Königsberger Brückenproblem und die Lösung Eulers, die nachstehend als Konzept und Kopie der Reinschrift wiedergegeben werden. Aus der wiederholten Bitte an Marinoni um sein Urteil (*ad meas qualescunque meditationes a te solidissima judicia mihi promitto; Tuumque de iis iudicium perscribas etiam atque etiam rogo*) ist die Wertschätzung für den Wiener Hofmathematiker über die reine Höflichkeit hinaus zu bemerken. Bereits im Konzept seines Briefes mit einigen Ausbesserungen stellt Euler seine Lösung des Königsberger Brückenproblems mit der Abstraktion von Regionen, Brücken und Wegen sowie der Einführung von Buchstaben als Bezeichnung dar. Er wendet sich persönlich an Marinoni, der seine Regel überprüfen soll. Die Abschrift der Endfassung enthält noch kompaktere Formulierungen und Definitionen der Bedingungen für die Möglichkeit eines Eulerschen Weges. Im Vergleich der Ausschnitte der beiden Versionen kann man Eulers Gedankengang sehr gut nachvollziehen.

Zum Schluss bestellt Euler Grüße von Christian Goldbach, der ja die Korrespondenz angeregt haben soll, und empfiehlt sich formvollendet:

## Schluss im Original

*Celeb. D. Goldbach Tuo nomine uti mandasti salutem significavi, qui vicissim per me te plurimum salutat causamque, quod a Te Vir Celeb. litteras non acceperit, tabulariis adscribit, quorum incuria vel Tuas vel ipsius ad Te datas litteris interiisse suspicatur.*

*Vale igitur Vir Celeb. meque uti coepisti favore tuo complecti perge.*  
L. Euler

*Dabam Petropoli, ad d. 13 Mart. 1736.*

## Übersetzung:

Dem berühmten und sehr geehrten Herrn Marinoni sagt besten Gruß Leonh. Euler

Ich bin dem s.g. Marchese Poleni dankbar, daß er mir, kaum daß ich seine Gunst und Freundschaft erreicht habe, auch Dich, s.g. Herr, als Gönner und Patron verschafft hat. Das umso mehr, als Du mich mit Deinen ehrenvollen Briefen überwältigt hast, sodaß ich es gewagt habe, auch selbst einen solchen Mann mit Briefen zu behelligen.<sup>66</sup> Mit dankbarem Sinn ergreife ich diese sich bietende sehr günstige Gelegenheit und Gunst, mit der mich auszuzeichnen Du mich für würdig befunden hast, und schätze sie mit größter Hochachtung. Denn es kann mir nichts Willkommeneres geschehen, als von Dir, s.g. Herr, zum Briefwechsel zugelassen zu werden, wodurch ich nicht nur sehr voran zu kommen hoffe, sondern mir auch für einige meiner Überlegungen ein sicheres Urteil von Dir verspreche. Du erweist weiters auch unserem verehrten Präsidenten Baron Korff und der gesamten Akademie einen großen Gefallen, wenn Du, wie Du eine Korrespondenz mit unserem verehrten Delisle<sup>67</sup> angefangen hast, dasselbe auch mit mir beginnen willst.

## Übersetzung:

Dem verehrten Herrn Goldbach habe ich, wie Du es beauftragt hast, in Deinem Namen Grüße bestellt, der andererseits Dich durch mich bestens grüßt und weil er von Dir, s.g. Herr, kein Schreiben empfangen hat, mit Tafeln, die er ausgearbeitet hat, deren Fehlen er entweder Deinen oder seinen eigenen an Dich gerichteten, verlorengegangenen Briefen zuschreibt.

Lebe also wohl, s.g. Herr, und behalte mir Dein wie gewohnt erwiesenes Wohlwollen bei wie Du es begonnen hast.

L. Euler  
Gegeben zu Petersburg, am 13. März 1736.

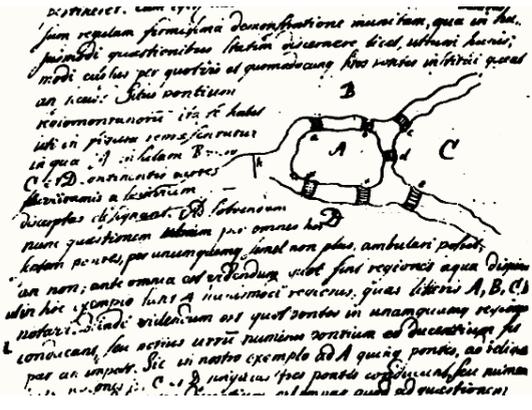


Abb. 22.1: Brief (Konzept) von Euler vom 13.März 1736 an Marinoni mit der Lösung für das „Königsberger Brückenproblem“; Archiv der St. Petersburger Akademie der Wissenschaften, (Ausschnitt)

Original:

(Tua igitur summa, quam erga me es testatus, benevolentia fretus non) dubito tenues quasdam meditationes Tecumque communicare quas ut benevole accipias Tuumque de iis iudicium perscribas etiam atque etiam rogo. Quaestio mihi aliquando proponebatur circa insulam in urbe Regiomonti sitam fluvio septem pontibus trajecto cinctam, atque quaerebatur num quis per singulos pontes, continuo cursu semel tantum ambulare queat, simulque perhibebatur neminem adhuc hac lege cursum instituisse potuisse. Quae quaestio etsi erat vulgaris tamen mihi non inelegans videbatur et maxime contemplatu digna, eo quod eam solvendam neque geometria neque algebra essent idoneae neque etiam ars combinatoria sufficeret. Quam ob rem in mentem mihi venit, num ea forte ad geometriam situs quam quondam Leibnitiuss tantopere desideravit pertineret. Cum igitur hac de re diu essem meditatus facilem adeptus sum regulam firmissima demonstratione munitam qua in omnibus huiusmodi quaestionibus statim discernere licet, utrum huiusmodi cursus per quotvis et quomodocunque sitos pontes institui queat an secus? Situs pontium Regiomontanorum ita se habet uti in figura representatur in qua A insulam B vero C et D continentis partes fluvii ramis a se invicem discerptas designant. Ad solvendam nunc quaestionem per omnes hos septem pontes, per unumquamque semel non plus ambulari posset, an non, ante omnia est videndum siat finis regiones aqua disiunctae ut in hoc exemplo sunt huius regiones quas litteris A, B, C, D notavi. Deinde videndum est quot pontes in unamquamque regionis conducant seu potius utrum numerus pontium eo ducentium sit par an impar. Sic in nostro exemplo ex A quinque pontes ad reliquar vero regiones B, C et D singulas tres pontes conducunt seu numerus pontium ad insulas ducentium est impar, quod ad quaestionem...

Übersetzung:

(Auf Dein großes Wohlwollen gegen mich, das Du mir versichert hast, bauend,) zweifle ich nicht, daß Du verstehst, daß ich einige Überlegungen mit Dir teilen möchte, damit Du sie wohlwollend aufnimmst und Dein Urteil über sie niederschreibst, worum ich Dich noch einmal bitte. Die Frage ist mir einmal gestellt worden über die in der Stadt Königsberg gelegenen Inseln, wo der sie umgebende Fluß von sieben Brücken überquert wird, und ich bin gefragt worden, ob man über jede einzelne Brücken

Abb. 22.2: Hopkins Brian/Wilson Robin J., The Truth about Königsberg, What Euler didn't do, The College Mathematics Journal Vol.35, No.3, 2004, S 203, (Ausschnitt)

Brief von Leonhard Euler v. 13. März 1736 in lateinischer Sprache an Marinoni, Archiv der St. Petersburger Akademie der Wissenschaften über das Königsberger Brückenproblem, zitiert in Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme, Berlin 2010, S 89;

in einem zusammenhängenden Weg spazieren kann, und gleichzeitig sagt man, daß niemand ein Gesetz aufstellen könne, dem der Weg zu folgen habe. Diese Frage, wenn sie auch alltäglich ist, scheint mir dennoch nicht unelegant und sehr großer Überlegung wert, da zu ihrer Lösung weder Geometrie noch Algebra geeignet sind noch die Kunst der Kombinatorik genügt. Deswegen kam mir in den Sinn, ob sie vielleicht zu jenem Gebiet gehören, das Leibniz Geometrie der Lage zu nennen beliebte. Da habe ich also lange darüber nachgedacht und eine einfache Regel mit sicherem Beweis gefunden, die in allen diesen Fragen sofort zu entscheiden erlaubt, ob ein solcher Weg für diese Anzahl und Lage der Brücken festgelegt werden könne oder nicht? Die Lage der Königsberger Brücken ist so, wie sie in der Abbildung dargestellt ist, in der A eine Insel, B aber, C und D Teile vom Festland, die als wechselweise von Flußarmen getrennt bezeichnet werden. Um nun die Frage für alle übrigen Brücken zu lösen, ob man über jede einzelne einmal und nicht öfter gehen kann, oder nicht, muß man vorerst schauen, ob die Grenze der Region vom Wasser gebildet wird und ohne Brücken A abgeschnitten ist, wie die Buchstaben A, B, C, D, anzeigen, zu schauen ist, wie viele Brücken in jede Region führen, vielmehr ob die Anzahl der dort hin führenden Brücken gerade oder ungerade ist. So führen in unserem Beispiel aus A 5 Brücken, nach B, C und D 3 Brücken. Die Anzahl der zu den Inseln führenden Brücken ist ungerade. Was zu der Frage...

VII GEOMETRIE DER LAGE

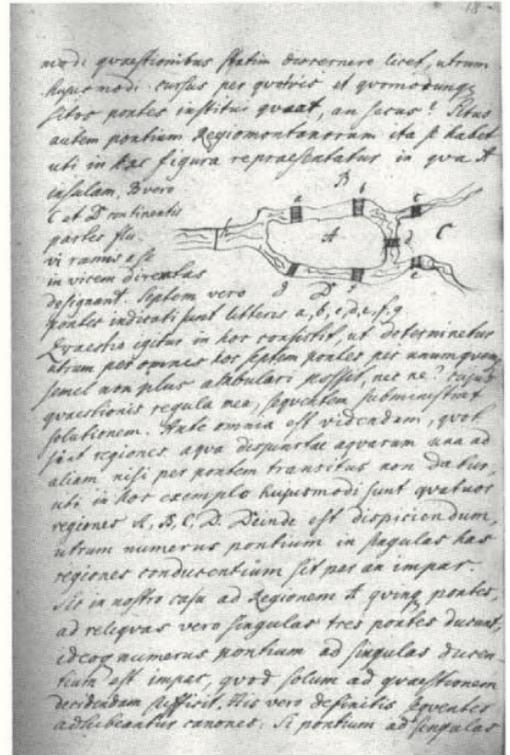


Abb. 86: Leonhard Euler, Brief an Jacobo Marinoni vom 13. März 1736. PFA RAN: F. 1. op. 3. Nr. 22. 18

Abb. 23.1: Velminski Wladimir, Form. Zahl. Symbol: Leonhard Eulers Strategien der Anschaulichkeit, Berlin 2009, S. 134

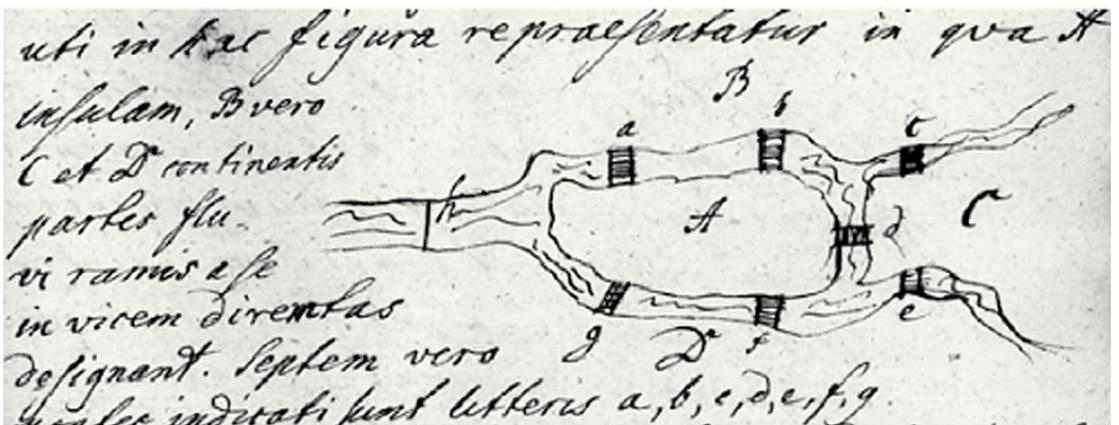


Abbildung 7: Skizze der Königsberger Brücken von Leonhard Euler.

Abb. 23.2: Velminski Wladimir in Günzel Stephan, Topologie.: Zur Raumbeschreibung in den Kultur- u. Medienwissenschaften, Bielefeld 2007, S. 180

## Original:

*modi quaestionibus statim discernere licet, utrum hujusmodi cursus per quotvis et quomodo-cumque sitos pontes institui queat, an secus? Situs autem pontium Regiomontanorum ita si habet uti in hac figura repraesentatur in qua A insulam, B vero C et D continentis partes fluvii ramis a se invicem directas designant. Septem vero pontes indicati sunt litteris a, b, c, d, e, f, g Quaestio igitur in hoc consistit, ut determinetur utrum per omnes hos septem pontes per unumquemque semel non plus ambulari posset, nec ne? Cujus quaestionis regula mea sequentem subministrat solutionem. Ante omnia est videndum, quot sint regiones aqua dispartae a quarum una ad alia, nisi per pontem transitus non datur, uti in hoc exemplo hujusmodi sunt quatuor regiones A, B, C, D. Deinde est discipiendum utrum numerus pontium in singulas has regiones conducentium sit par an impar. Sic in nostro casu ad regionem A quinque pontes, ad reliquas vero singulas tres pontes ducunt, ideoque numerus pontium ad singulas ducen- tium est impar, quod solum ad quaestionem decidendum sufficit. His vero definitis sequentes adhibeantur canones. Si pontium ad singulas...*

## Übersetzung:

in solchen Fragen sofort entschieden werden kann, ob ob ein solcher Weg für diese Anzahl und Lage der Brücken festgelegt werden könne oder nicht? Die Lage der Königsberger Brücken ist aber so, wie sie in dieser Abbildung dargestellt ist, in der A eine Insel, B aber, C und D Teile vom Festland, die wechselweise von Flußarmen getrennt werden. Die 7 Brücken aber sind durch die Buchstaben a, b, c, d, e, f, g bezeichnet. Die Frage besteht darin, ob man über jede dieser 7 Brücken einmal aber nicht öfter gehen kann, oder nicht? Für diese Fragen liefert meine Regel die folgende Lösung. Zuerst ist zu schauen, wie viele Regionen voneinander durch das Wasser getrennt sind, sodaß man von einer zur anderen nur über Brücken gelangen kann, wie es im Beispiel 4 Regionen A, B, C, D gibt. Dann ist anzusehen, ob die Anzahl der Brücken, die zu diesen einzelnen Regionen führen, gerade oder ungerade ist. So führen in unserem Fall in die Region A 5 Brücken, in jede der übrigen Regionen aber 3 Brücken, und daher ist die Anzahl der in die einzelnen (Regionen) führenden Brücken ungerade, was allein für die Entscheidung der Frage ausreicht. Nachdem das aber definiert worden ist, wenden wir uns den

folgenden Regeln zu. Wenn von den Brücken, die zu den einzelnen...

Euler setzt gemäß dem Transkript von Kopelevic fort:

*... regiones ducentium numeri omnes fuerint pares, tum cursus desideratus fieri poterit simul- que cursus in qualibet regione sumi. Sin autem ex illis numeris duo fuerint impares, unicus enim non potest esse impar, tum transitus quidem uti jubetur fieri poterit, at initium cursus ex altera earum regionum, ad quas ducentium numerus est impar, necessario est sumendum. Si denique plures duabus fuerint regiones, ad quas pontes numero impares deducunt, tum talis cursus omnino non datur. Cum igitur in exemplo proposito ad quatuor regiones pontium sint impares, frustra talis cursus investigatur. Atsi octavus pons in h adderetur, tum duae tantum forent regiones puta A et C, ad quas pontes numero impares deducerent, atque idcirco desideratus cursus fieri posset, si modo initium cursus vel in A vel in C acciperetur. Si forte aliae magis seriae quaestiones huc reduci possent, majorem utilitatem ista methodus offerre posset, minus foret spernenda.*

## Übersetzung:

... Regionen führen die Anzahl aller gerade wäre, dann kann der gewünschte Weg geschaffen werden und gleichzeitig in jede beliebige Region gewählt werden. Wenn aber von jener Anzahl 2 ungerade wären, denn nur ein einziger kann nicht ungerade sein, dann muß allerdings ein Weg gewählt werden, mit dem Beginn aus einer dieser Regionen, zu denen die ungerade Anzahl führt. Wenn es schließlich mehr als zwei Regionen wären, zu denen eine ungerade Anzahl von Brücken führt, dann ist so ein Weg überhaupt nicht gegeben. Da also im gegebenen Beispiel die Brücken zu 4 Regionen ungerade sind, sucht man vergeblich einen solchen Weg. Wenn man aber eine 8. Brücke bei h hinzufügen würde, dann wären nur 2 Regionen, nämlich A und C, zu denen Brücken in ungerader Zahl führten und darum kann der gewünschte Weg gewählt werden, wenn man eben den Beginn des Weges entweder in A oder in C annimmt. Wenn dadurch vielleicht andere ernstere Fragen zurückgezogen werden konnten, kann diese Methode größeren Nutzen bieten, und ist vielleicht weniger zu verachten.

#### 4.2 Jacopo Marinoni, Brief an Leonhard Euler vom 12. September 1736 in lateinischer Sprache

PFA RAN: F.1, op.3, Nr.21 (OO1469), Original und Abschrift.<sup>68</sup>

Original:

*Vir Illustris et Celeberrime.*

*Viennae Aust:ae d: 12 Sept.1736.*

*Diu quidem respondere distuli epistolae tuae gratissimae d: 13 Martii, aliam expectans ab amico communi Celeb: Poleno, cui alteram transmiseram epistolam tuam. Ejus autem responsum cum nondum ad me pervenerit, ad Te per aliam viam pervenisse conjicio. Distuli etiam expectans cursorem ad auleam vestram expediendum; quae occasiones raro contingunt, vel raro innotescunt.*

*Ego vero mutuum quod offers litterarum commercium cum gaudio amplector, et cum debita gratiarum actione, monens mihi magis quam Tibi profuturum. Solutionem tuam problematis lepidissimi de Insula Regiomontana, cum fructu legi, et omnino approbavi, ratus non aliam desiderari posse, quae questioni plenius satisfaciat. Insignem Leibnitium quum hic degeret pluries audivi de Analysis, vel Geometria Situs tamquam de methodo hactenus invenienda disserentem, deque aliis nondum detectis in hac vastissima provincia in qua ipse tam longe, tantâque sui nominis gloria profecerat. Id porro a Celeb:mis Academiis Petropolitana et Parisiensi nec non a Societate Londinensi praestitum iri confidimus. Utinam vero quispiam praesertim ex insigni Schola Bernoulliana integrum Analyseos cursum exornandum exhauriendumque suscipiat. Eam et ego aliquando in delitiis habui quamvis ad intima penetrare nequiverim nunc aliis distrahor curis, et praesertim Uranicis. Sed a Te quoque hoc studium strenue promoveri jucunde percepi ex ingeniosissima solutione tua Problematis Astronomici de invenienda elevatione poli et declinatione cujuspiam stellae fixae datis tribus ejusdem altitudinibus et temporum differentiis. Quod si aliquando, ut sperari potest, ad simpliciorum breviorumque methodum reduci contigeris eximiae utilitatis erit in re Geographica. Alia quoque praecleara sublimis tuae scientiae specimina inveni in Commentariis Academiae vestrae Celeb:mae quos Celeb: Delislius mihi transmittere voluit. Plura etiam tui nominis encomia significavit Ill:mus D:nus Comes de Berghen nuper hic degens.*

*Vale Vir Celeb:me, meaque obsequia Ill:me Praefecto Vostro Libero Baroni a Korff, Celeb:me D:ne de Goldbach, totique Celeb: Academiae ut deferas est quod vehementer opto; constanter futurus*

*Tuus omni studio  
et obsequio  
Marinonius.*

Übersetzung:

Sehr geehrter und berühmter Herr.

Wien in Österreich, 12. Sept.1736

Lange habe ich es gewiß aufgeschoben, Deinen sehr willkommenen Brief vom 13. März zu beantworten, einen anderen vom gemeinsamen Freund, dem Verehrten Poleni, erwartend, dem ich jenen Brief von Dir übermittelt habe. Da aber seine Antwort noch nicht zu mir gelangt ist, vermute ich, daß sie Dich auf anderem Weg erreicht hat. Ich habe es auch aufgeschoben, weil ich zum Versand einen Eilboten an euren Hof erwartete; diese Gelegenheiten treffen selten ein oder werden selten bekannt.

Ich nehme wirklich mit Freude den gegenseitigen Briefwechsel gerne an, den Du anbietest und mit der schuldigen Danksagung, mehr mich als Dich für die Zukunft ermahmend. Deine Lösung des amüsanten Problems von der Königsberger Insel habe ich mit Genuß gelesen und in jeder Hinsicht gebilligt, man kann keine andere Berechnung verlangen, die der Frage vollständiger Genüge leistet. Als Leibnizsche Bezeichnung, die dieses führt, habe ich öfter von der Analysis, oder Geometrie der Lage gehört, so wie von der bis jetzt noch zu findenden Methode, mit der er sich auseinandersetzt und über die noch nichts entdeckt worden ist in dem weiten Gebiet, in dem er selbst lange und zu so großem Ruhm seines Namens Fortschritte gemacht hat. Wir vertrauen darauf, daß das in Zukunft von den Verehrten Akademikern aus Petersburg und Paris und gewiß auch von der Londoner Gesellschaft bestimmt werden wird. Wenn doch wirklich irgendjemand vor allem aus der berühmten Bernoulli-Schule sich der Anordnung und der Vollendung des gesamten Gebiets der Analysis annehmen würde. Ich habe das irgendwann gestrichen, wenn ich auch nicht ins Innerste vordringen kann, und zerstreue mich nun mit anderen Interessen, besonders den Uranus betreffend. Aber auch von Dir ist diese

Beschäftigung eifrig weiterbetrieben worden wie ich mit Freude Deiner äußerst scharfsinnigen Lösung des astronomischen Problems der Polverschiebung und der Ablenkung irgenwelcher Fixsterne bei gegebenen drei Elevationen zu verschiedenen Zeiten entnehme. Wenn Du diese doch irgendwann, wie zu hoffen ist, zu einer einfacheren und kürzeren Methode zu reduzieren vermagst, wäre das von außerordentlichem Nutzen für die Geographie. Auch andere hervorragende Beispiele Deiner hervorragenden Wissenschaft habe ich in den Kommentaren Eurer berühmten Akademie gefunden, die mir der Verehrte Delisle zu übersenden geruht hat. Mehr Lob über Dich hat auch der berühmte Herr Graf v. Bergen verkündet, der neulich hier war.

Leb wohl, Verehrter Herr, ich wünsche mir ausdrücklich, daß Du meine Hingabe Eurem berühmten Präsidenten Baron v. Korff, dem Verehrten Herrn von Goldbach und der gesamten Verehrten Akademie überbringst. Ich verbleibe immer

Dein mit ganzem Eifer  
und Hingabe  
Marinoni.

#### 4.3 Leonhard Euler, Brief an Jacopo Marinoni vom 17. November 1736 in lateinischer Sprache

Bigourdan Guillaume, *Lettres de Léonard Euler, en partie inédites*, Bulletin Astronomique XXXIV, 1917, 261f. (Extrait) (OO1470).

#### 2. EULER A MARINONI (Extrait).

V, n° 90. — Copie, d'une bonne écriture inconnue, non signée.

Petersbourg le 17. novembre 1736.

Ad tabulas planetarum primiorum emendandas, resolvi nuper peculiari methodo problema de orbita planetariae determinatione ex tribus datis locis heliocentricis, satis commodè, ut parvo labore ad usum accommodari queat. Quamvis enim hoc problema jam à pluribus sit solutum, tamen plerumque orbitas planetarum circulares excentricas posuerunt, ex qua consideratione error non contemnendus oriri potest: qui verò ipsas ellipses assumerunt, in calculum inextricabilem sunt delapsi. En igitur, Vir celeberrime, quemadmodum orbitam solarem ex tribus accuratissimis Flamstedii observationibus deduxi. Excentricitatem scilicet primo, seu rationem axis transversi ad focorum distantiam, inveni esse ut 100000 ad 1674; cui excentricitati respondet æquatio maxima  $1^{\circ}55'7''$ , referenda ad anomaliam mediam  $90^{\circ}57'34''$ : deinde pro initio anni 1701 st. v. locum apogæi elicui in  $6^{\circ}7^{\circ}5'54''$ ; unde ea, qua usus sum, methodo facile tabula æquationum Solis computari potest. Ex iisdem porro observationibus correctionem tabulae motûs mediî Solis colligere licuit. Completo nimirum anno 1700 seu ipso initio A. 1701, st. v. pro Observatorio Grenovicensi, erat motus Solis medius  $9^{\circ}20'44'30''$  qui locus  $40''$  differt a tabulis Carolinis. Vale, etc.

Übersetzung:

Petersburg, 17. November 1736

Um die Tafeln der wichtigsten Planeten zu vervollkommen, habe ich neulich mit einer eigenen Methode Probleme zur Bestimmung der Planetenbahnen aus drei gegebenen heliozentrischen Orten gelöst, zweckmäßig genug, daß man sich mit wenig Mühe an den Gebrauch gewöhnen kann. Denn obwohl dieses Problem schon von mehreren gelöst worden ist, weisen dennoch die kreisförmigen Bahnen der meisten Planeten Exzentrizitäten auf, woraus sich ein nicht zu unterschätzender Fehler ergeben kann: wie aber diese Ellipsen selbst beschaffen sind, entgleiten sie in unentwirrbare Berechnung. Und siehe, sehr geehrter Herr, auf welche Weise ich die Sonnenbahn aus drei sehr genauen Beobachtungen von Flamsteed<sup>69</sup> abgeleitet habe. Die Exzentrizität nämlich zuerst, oder das Verhältnis der Querachse zur Distanz der Brennpunkte, habe ich als 100.000 zu 1674 gefunden; dieser Exzentrizität entspricht eine maximale Abweichung von 1° 55' 7", zurückzuführend auf die mittlere Anomalie 90° 57' 34": danach habe ich für den Beginn des Jahres 1701 st. v. (styli veteri<sup>70</sup>) den Ort des Apogäums (Erdferne) herausgefunden in Krebs (mittleres Sonnensolstitium) 7° 5' 54"; von wo man mit der Methode, die ich gewöhnt bin, leicht eine Tafel der Abweichung der wahren Sonnenzeit berechnen kann.<sup>71</sup> Aus denselben Beobachtungen kann man weiters die Korrekturen der Tafeln der mittleren Sonnenbewegung zusammenfassen. Zum Jahresende 1700 freilich

oder jetzt zum Jahresbeginn 1701, st. v. (styli veteri) für das Observatorium von Greenwich war die mittlere Sonnenbewegung 9s 20° 44' 30", welcher Ort um 40" von den Karolinischen Tafeln<sup>72</sup> abweicht. Lebe wohl, etc.

495 137 58  
**TABULÆ  
ASTRONOMICÆ  
SOLIS & LUNÆ.**

**U**beriorum motuum Solis ac Lunæ theoriam in peculiari tractatione sum complexus; quæ quoniam nimis est ampla, quam ut in hoc differentiationum fasciculo locum invenire possit, tabulas motuum solis & lunæ, quas inde construxi, hic saltem in usum Astronomorum exhibere constitui. Quamquam autem tot jam extant tabulæ solares, ut hæc theoria penitus exhausta videatur, tamen has meas tabulas a ceteris satis distinctas esse arbitror. Primum enim ex collatione omnium ævi observationum satis clare equidem mihi ostendisse videor, motum solis seu potius terræ nunc aliquanto concitatorem esse quam olim, annique tropici quantitatem mediam ab antiquissimis temporibus ad nostram ætatem usque aliquantillum minorem esse factam: neque hinc obscure mihi colligere licuit quantitatem anni tropici mediam singulis seculis uno fere minuto secundo diminui. Hanc ob causam  
*Euleri Opuscula.* S Sama

Abb. 25.1: Tabulæ Astronomicæ Solis et Lunæ, Opuscula varii argumenti 1, 1746, S 137

**Tabula locorum mediorum solis.** 141

Anno Per Jul	Anno Christi	Longitudo media Solis.	Anomalia media Solis.	Longitudo Apogei Solis.	Distantia Solis à Luna.	Correctio addit. ad Longit. med.
14		8 <sup>s</sup> 1° 37' 31"	7 <sup>s</sup> 25° 5' 10"	0 <sup>s</sup> 6° 32' 21"	5° 20° 43' 25"	11° 22' 40"
1014		8 9 17 31	7 18 26 50	0 20 50 41	0 1 34 15	8 6. 0
2014		8 16 57 31	7 11 48 30	1 5 9 1	6 12 25 5	5 22 40
3014		8 24 37 31	7 5 10 10	1 19 27 21	0 23 15 55	3 12 40
4014		9 2 17 31	6 28 31 50	2 3 45 41	7 4 6 45	1 36 0
4114		9 3 3 31	6 27 52 02	2 5 11 31	5 11 11 50	1 28 10
4214		9 3 49 31	6 27 12 10	2 6 37 21	3 18 16 55	1 20 40
4314		9 4 35 31	6 26 32 20	2 8 3 11	1 25 22 0	1 13 30
4414		9 5 21 31	6 25 52 30	2 9 29 1	0 2 27 5	1 6 40
4514		9 6 7 31	6 25 12 40	2 10 54 51	10 9 32 10	1 0 0
4614		9 6 53 31	6 24 32 50	2 12 20 41	8 16 37 15	54 0

Abb. 25.2: Tabulæ Astronomicæ Solis et Lunæ, Opuscula varii argumenti 1, 1746, S 141

Vir Celeberrime.

Felix tibi apprecor et huius anni residuum, & subsequentis initium. Te namque diligo & plurimi aestimo velut eximium Academiae vestrae, Patriae tuae, nec non eruditi orbis universi decus atque ornamentum. Quos obsequii et affectus mei gradus non nudis offerre verbis, sed effectibus quoque mani- festare desidero, expectans, et a te implorans ut id praestandi suppeditetur occasio.

Celeb. amicus noster Poleni optimum filium suum nuper amisso, unicum e saecularibus ipsi superstitem, aliis pridem claustralem ordinem, vel ecclesiasticum institutum professis. Erat porro juvenis praeclarus in dolis et altae spei, iamque moribus et studiis adultus, etsi annos 18 non excederet. Ab amicis solatii causa egredi coactus, et in festo D. Martini extra urbem detentus congressum Mercurii cum Sole observare non potuit, hancque iacturam inter orollaria praefati funeris maeste commemorat. Ad te autem reversus atque recogitans quam varias per vias Deus opt. max. filios suos ad se vocaverit, ipsi gratias agi et benedixit, precor ut quod finis hoc in catalogo infor-

270V

... minorum retulerit.

Viderunt utique Mercurii phaenomena Astronomi Boae, menses caelo laetare prosperraque successus, quemadmodum a Celeb. Manfredio relatam lites in foliolo quod ejus supra Celeb. vestro D. de l'Isle transmissa. Quod vero hic observari contigit in adjecti pagellis inspicies, capie- cum Celeb. vestro D. Mayero ex diadema simulque obser- quia mea ipsi significos amice rogo. Interim opta- mus ut vir laudatissimus praeclarum suum Neuchodem de Aquinactiorum et Astronomiarum monumentis observationibus confirmet et exemplis illustret. In Eandem quoque sed quadriennio serius inciderit sibi nuper aspectis amicissimi Manfredii nuper expedit, addens experimenta, fecisse accurate succedentia. Quae omnia brevi viseri sumus in libro suo de observationibus habitis opus Gnomoni D. Petronii, omnium hactenus existen- tium maximis. Quamvis autem postmodum videri in tomo IV Acad. Retinenda quaedam doctrinae, auctor vester ipsum proveniens sibi tanquam complacuit in communem meditationum conspectu, rati

a nemine accusandum fore quod sibi arrogare volue- rit quae tum Celeber Astronomus nuper invenerat.

Vale Vir Celeberrime dum constanter maneo

Vienna Aust. d. 16 Dec. 1735

Tibi obsequantissimus  
Marinoni

Abb. 26: Brief von Johann Jakob Marinoni an Leonhard Euler datiert 16. Dezember 1735: Epistolae autographae CC Philosophorum cel. II. F 3, Mrg CCCLIVa; University of Tartu (Dorpat, Estland)

#### 4.4 Jacopo Marinoni, Brief an Leonhard Euler datiert 16. Dezember 1735 (1736) in lateinischer Sprache

F 3, Mrg CCCLIVa, Ep.phil.II,I.273-274, (Quelle Universität Tartu)<sup>73</sup> (OO1467)

Original:

Vir Celeberrime.

Felix tibi apprecor et huius anni residuum, & subsequentis initium. Te namque diligo & plurimi aestimo velut eximium Academiae vestrae, Patriae tuae, nec non eruditi orbis universi decus atque ornamentum. Quos obsequii et affectus mei gradus non nudis offerre verbis, sed effectibus

quoque manifestare desidero, expectans, et a te implorans ut id praestandi suppeditetur occasio.

Celeb. amicus noster Poleni optimum filium suum nuper amisso, unicum e saecularibus ipsi superstitem aliis pridem claustralem ordinem, vel ecclesiasticum institutum professis. Erat porro juvenis praeclarae indolis et altae spei, iamque moribus et studiis adultus, etsi annos 18 non excederet. Ab amicis solatii causa egredi coactus, et in festo D. Martini extra urbem detentus congressum Mercurii cum Sole observare non potuit, hancque iacturam inter orollaria praefati funeris maeste commemorat. Ad te autem reversus atque recogitans quam varias per vias Deus opt. max. filios suos ad se vocaverit, ipsi gratias agit et

*benedicit, poenitens quod funus hoc in catalogum infortuniorum retulerit.*

*Viderunt utique Mercurii phaenomenon Astronomi Bononienses coelo sereno prosperoque successa, quamadmodum a Celeb. Manfredio relatum leges in foliolo quod ejus iusso Celeb. vostro Dno de l'Isle transmitto. Quid vero hic observari contigerit in adjectis pagellis inspicies, eaque cum Celeb. vostro Dno Mayero ut dividas simulaque obsequia mea ipsi significas enixe rogo. Interim optamus ut Vir laudatissimus praeclaram suam methodum de Aequinoctiorum et Solstitiorum momentis ... observationibus confirmat et exemplis illustret. In eandem quoque sed quadriennio serius incidisse sibi amicissimus Manfredius nuper exposuit, addens experimenta feciste accurate succedentia. Qua omnia brevi visuri sumus in libro suo de observationibus habitis ope Gnomonis D. Petronii, omnium hactenus existentium maximi. Quamvis autem postmodum viderit in tomo IV Acad.iae Petropol. nae quamdiu doctissimo Auctor voster ipsum provenent sibi tamen complacui in communium meditationum consensu, tale a nemine accusandum fore quod sibi arrogare voluerit qua tum ceber Astronomus nuper invenerat.*

*Vale Vir Celeberrime dum constanter maneo  
Viennae Aust. ae d. 16 X. bris 1735.  
Tibi obsequantissimus  
Marinoni.*

#### Übersetzung:

Sehr geehrter Herr.

Ich rufe Gott an, daß der Rest dieses Jahres und der Beginn des folgenden für Dich glücklich seien. Ich habe nämlich Hochachtung für Dich und schätze Eure traditionellen Akademien sehr, in Eurem Land, in der Tat hochgelehrt und Schmuck und Zierde des Erdkreises. Da ich wünsche, daß diese Hingabe und meine Zuneigung nicht von bloßen Worten getragen werden, sondern durch Taten bekräftigt werde, bitte ich Dich, daß mir Gelegenheit gegeben werde, dies zu zeigen.

Unser verehrter Freund Poleni hat unlängst seinen Sohn verloren, den einzigartigen und aus allen Gleichaltrigen herausragenden, längst einem klösterlichen Orden oder einer kirchlichen Institution versprochen. Er war von herrlichem Wesen, ausgezeichnet und von hohen Hoffnungen, in Moral und Studien vorgerückt, dennoch hat er 18 Jahre nicht überschritten.<sup>74</sup> Von Freunden gezwungen, auszugehen, um ihn

zu trösten, und zum Martinsfest außerhalb der Stadt festgehalten, konnte er die Konjunktion von Merkur und Sonne nicht beobachten, und erinnerte sich traurig an diesen Verlust zwischen den Begräbnisvorbereitungen. An Dich gewandt und bedenkend, durch wie viele Wege der Allmächtige Gott seine Söhne zu sich ruft, dankt und preist er ihn, und es reut ihn, daß er das Begräbnis als Unglück aufgenommen hat.

Es haben jedenfalls die Bologneser Astronom den Merkur-Phänomen bei klarem und günstigem Himmel gesehen, wie Du im vom Verehrten Manfredius<sup>75</sup> verfaßten Blatt liest, das ich Dir auf Anordnung des Verehrten Herrn de l'Isle übermittle. Was er tatsächlich hier beobachten konnte, kannst Du in den beigegeführten Blättern inspizieren, das Du mit dem Verehrten Herrn Mayer<sup>76</sup> teilen kannst, dem ich Dich dringend bitte, meine gleiche Ergebenheit auszurichten. Inzwischen wünschen wir uns, daß der hochgelobte Mann seine ausgezeichnete Methode über die Aequinoctien und Solstitien durch Beobachtungen bestätigt und mit Beispielen erläutert. In denselben Zeitraum von vier Jahren fallen später auch, wie sein Freund Manfredius neulich ausführte, wobei er gemachte Versuche hinzufügte, genaue Näherungen. Das alles haben wir bald gesehen in seinem Buch über die Beobachtungen durch den Gnomon des Hl. Petronius,<sup>77</sup> des größten aller vorhandenen. Beliebig viele sieht man auch im Band IV der Petersburger Akademie, die seit langer Zeit Euer gelehrtester Autor<sup>78</sup> herausgibt, der auf allgemeinen Wunsch indessen bereit zur Mitteilung der Überlegungen ist, sodaß niemand beschuldigt werde, daß man für sich in Anspruch nehmen wolle, was der verehrte Astronom einst entdeckte.

Lebe wohl, sehr geehrter Herr, während ich  
immer verbleibe  
Wien in Österreich, 16. Dezember 1735.<sup>79</sup>  
Dein ergebenster  
Marinoni

Nach einer äußerst höflichen Einleitung mit Wünschen zum Jahreswechsel berichtet Marinoni vom Tod des jüngsten Sohnes Eugenio<sup>80</sup> des gemeinsamen Freundes Marchese Giovanni Poleni, seit 1719 als Nachfolger von Nikolaus II. Bernoulli Professor für Mathematik in Padua, Astronom und Hydrauliker.

Weiters geht es in dem Schreiben um die Beobachtung eines Merkur-Transits durch Eustachius Manfredius in Bologna und dessen neues Buch



Abb. 27.1: Titelblatt und Abb. 27.2: Seite 1 von Manfredius Eustachius, *De Gnomone Meridiano Bononiensi ad D. Petronii*, 1736.

Abb. 27.3: *Observationes Meridianae Solis* aus Manfredius, *De Gnomone Meridiano Bononiensi ad D. Petronii*, 1736.

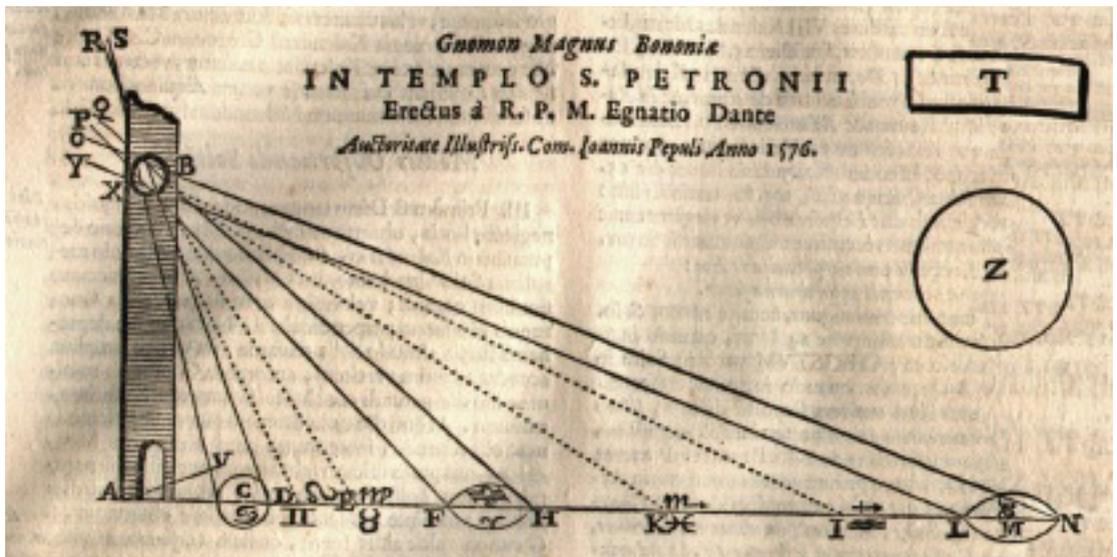


Abb. 28: Gnomon v.E.Danti (1575), in der Basilika S.Petronio, Giambatt. Riccioli, *Almagestum Novum Bologna*, 1651, S132.

„De Gnomone Meridiano Bononiensi ad D. Petronii“, das 1736 in Bologna erscheint (Imprimatur 31. Juli 1736).

Manfredi analysiert Beobachtungen unter Verwendung der Meridianlinie in der Basilika San Petronio über einen Zeitraum von 80 Jahren und zeigt, daß die Neigung der Ekliptik (Ursache für die Jahreszeiten) um weniger als 1 Sekunde/Jahr abgenommen hat.

Der 1575 von Egnazio Danti<sup>81</sup> in San Petronio errichtete Meridian mit einem Auge in der Hinterwand, durch das Sonnenlicht auf den Kirchenboden fällt, soll knapp hundert Jahre später einem Abriß der Wand zur Erweiterung des Kirchenbaus zum Opfer fallen.

1655 schlägt Gian Domenico Cassini<sup>82</sup> vor, den Raum zwischen den Säulen des gotischen Kirchenschiffs zu nützen, wodurch die Höhe des

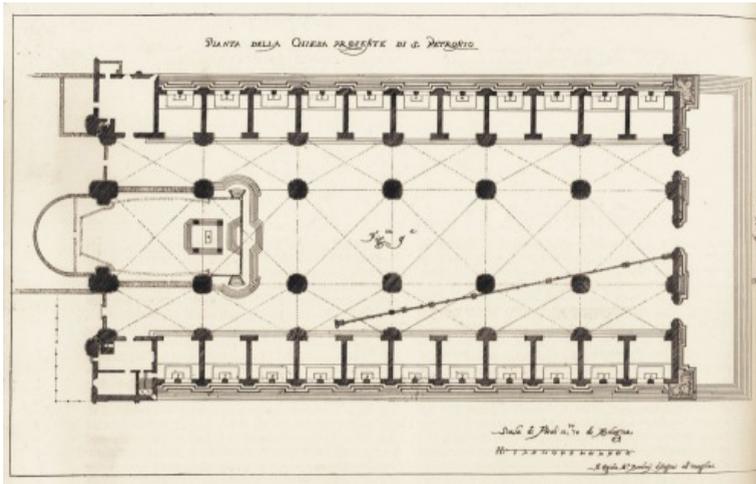


Abb. 29.1: Grundriß und Abb. 29.2: Blick von oben: Meridian v. Gian Domenico Cassini (1655) in der Basilika S. Petronio, [http://stelle.bo.astro.it/archivio/2005-anno-cassiniano/meridian\\_ing.htm](http://stelle.bo.astro.it/archivio/2005-anno-cassiniano/meridian_ing.htm)

Gnomons um ein Drittel und damit die Länge um den Faktor 2,5 vergrößert werden kann, was noch genauere Beobachtungen ermöglicht. Mit einer Länge am Boden von 66,71 m (1/600.000 des Erdumfangs) ist die Meridianlinie damals die längste der Welt. Zur Sommersonnenwende 1655 beobachten Professoren und Bologneser Bürger den Durchgang des Abbilds der Sonne „*fra quelle colonne, che erasi creduto impedirne la descrizione*“, zwischen diesen Säulen, von denen man geglaubt hat, sie würden seine Beschreibung verhindern. Die Jahreslänge wird durch die Zeit zwischen zwei Sonnendurchgängen zum Frühlingsäquinocium gemessen.<sup>83</sup> Die Genauigkeit der Konstruktion der Meridianlinie ermöglicht weitere wichtige Ergebnisse, wie eine neue Bestimmung der Schiefe

der Ekliptik mit  $23^{\circ}29'15''$ , nur 22" höher als heute, und neue Messungen der Refraktion des Sternlichts durch die Atmosphäre.

Aufgrund der Begründung der Verschiebung der Rotationsachsen der Planeten durch Leonhard Euler<sup>84</sup> mit der gegenseitigen Beeinflussung der Gravitation zeigt Laplace, daß die Verschiebungen periodisch sind (Eulersche Periode).<sup>85</sup>

Die von Marinoni erwähnten *Commentarii Academiae Petropolitanae* erscheinen seit 1728 unter dem Herausgeber Christian Goldbach. Bereits im Band I sind Petersburger Antworten auf Beobachtungen der Jupitermonde durch Manfredius in Bologna abgedruckt. Der angeführte Band IV von 1735 enthält astronomische Beiträge von Euler und Friedrich Christoph Mayer (1697-1729).



Abb. 30.1: Detail des Meridians von Cassini in San Petronio

Abb. 30.2: Sonnendurchgang zur Wintersonnenwende

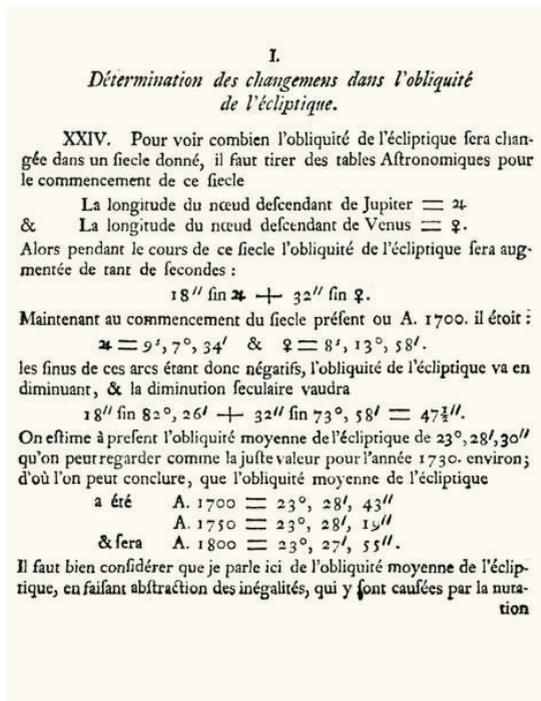
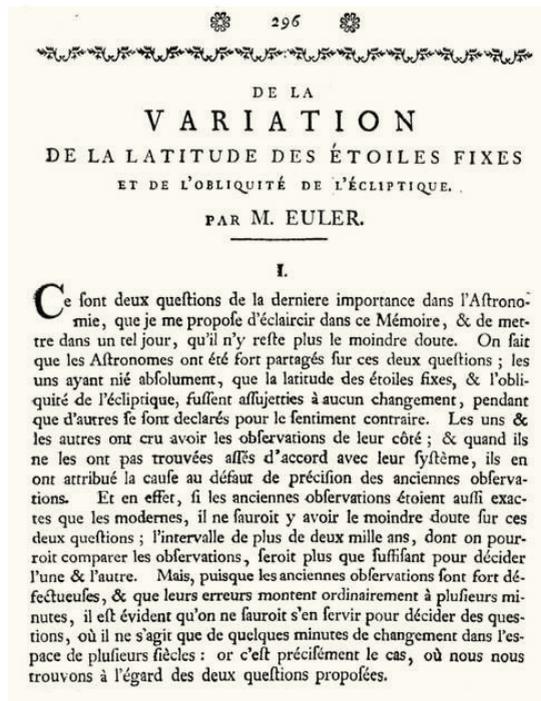


Abb. 31.1: Euler, De la variation de la latitude des étoiles fixes et de l'obliquité de l'écliptique, 1756, S 296.

Abb. 31.2: Euler, De la variation de la latitude des étoiles fixes et de l'obliquité de l'écliptique, 1756, S 319.

tion de l'axe de la terre, & qui sont suffisamment constatées. Cependant la connoissance de cette même diminution seculaire ne contribuera pas peu à mieux établir l'obliquité moyenne pour un tems donné, puisque jusqu'ici on n'a pas soupçonné, que le tems y doive entrer en compte.

XXV. Pour les siècles à venir, les arcs  $\alpha$  &  $\varphi$  croissant, l'effet de Venus deviendra plus grand, mais celui de Jupiter plus petit, sans pourtant que la diminution seculaire change sensiblement. Ainsi on peut compter que pour chaque siècle à venir, pourvu qu'on n'aille point trop loin, l'obliquité de l'écliptique diminuë pendant le cours de chaque siècle de  $47\frac{1}{2}$  secondes. Il en est de même pour les siècles passés, où nous pourrions compter  $47\frac{1}{2}$  secondes d'augmentation pour chacun en arrière: cependant il ne faut pas remonter trop haut. Cherchons par exemple la diminution de l'obliquité de l'écliptique depuis l'an 1000 à 1100, & puisque les tables Astronomiques nous donnent pour l'année 1000  $\alpha = 8', 27'', 52''$  &  $\varphi = 8', 7'', 57''$  la diminution pour ce siècle a été

$$= 18'' \sin 87^\circ, 52' + 32'' \sin 67^\circ, 57' = 47\frac{1}{2}''$$

qui ne diffère pas encore sensiblement de la présente. Mais si nous considérons le siècle depuis l'an 0 à l'an 100, ayant pour l'an 0  $\alpha = 8', 13'', 58''$  &  $\varphi = 7', 19'', 20''$  la diminution seculaire aura été alors

$$= 18'' \sin 37^\circ, 58' + 32'' \sin 49^\circ, 20' = 41\frac{1}{2}''$$

qui est déjà de  $6''$  moindre qu'à présent, & plus nous remontons au delà, plus aussi trouverons-nous cette diminution petite. Mais, puisqu'on suppose très gratuitement, que l'inclinaison des orbites de ces deux planètes étoit alors la même qu'aujourd'hui, on ne peut pas se fier sur cette détermination, & il pourroit bien arriver, que la diminution seculaire fût alors encore plus grande qu'aujourd'hui. Car quand l'inclinaison auroit été deux fois plus grande qu'à présent, il faudroit doubler les nombres 18 & 32, & alors on obtiendrait  $83''$  pour la diminution depuis A. 0 jus-

XXVI. En cas que l'inclinaison des orbites des planetes à l'écliptique n'ait pas changé sensiblement depuis le commencement de notre époque, nous pourrions conclure, que l'obliquité de l'écliptique eut changé de 50 en 50 ans, comme la Table suivante indique.

A.C.	Obliquité de l'écliptique.	A.C.	Obliquité de l'écliptique.
0	23, 41, 38	1000	23°, 34', 15''
50	23, 41, 18	1050	23, 33, 51
100	23, 40, 57	1100	23, 33, 27
150	23, 40, 36	1150	23, 33, 4
200	23, 40, 15	1200	23, 32, 40
250	23, 39, 54	1250	23, 32, 16
300	23, 39, 33	1300	23, 31, 52
350	23, 39, 12	1350	23, 31, 28
400	23, 38, 50	1400	23, 31, 5
450	23, 38, 28	1450	23, 30, 41
500	23, 38, 6	1500	23, 30, 17
550	23, 37, 43	1550	23, 29, 54
600	23, 37, 21	1600	23, 29, 30
650	23, 36, 58	1650	23, 29, 6
700	23, 36, 35	1700	23, 28, 43
750	23, 36, 12	1750	23, 28, 19
800	23, 35, 49	1800	23, 27, 55
850	23, 35, 26	1850	23, 27, 32
900	23, 35, 2	1900	23, 27, 8
950	23, 34, 38	1950	23, 26, 44
1000	23, 34, 15	2000	23, 26, 21

Abb. 31.3 und Abb. 31.4: Euler, De la variation de la latitude des étoiles fixes et de l'obliquité de l'écliptique, 1756, S 320f.

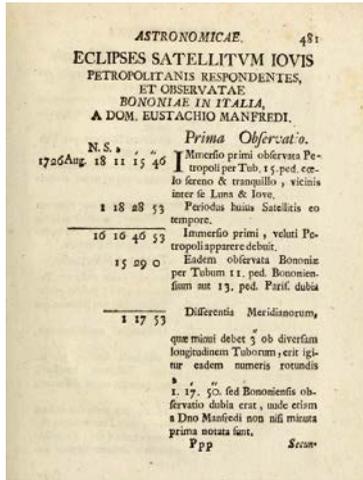
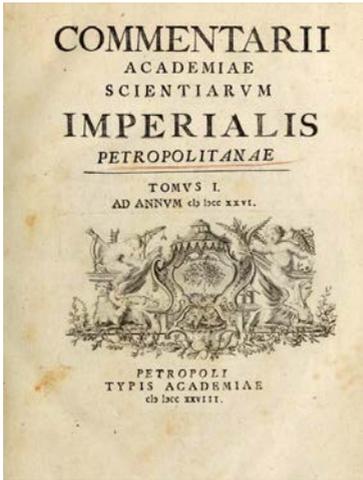


Abb. 32.1: Titelblatt und Abb. 32.2: Observationes Astronomicae S 481.

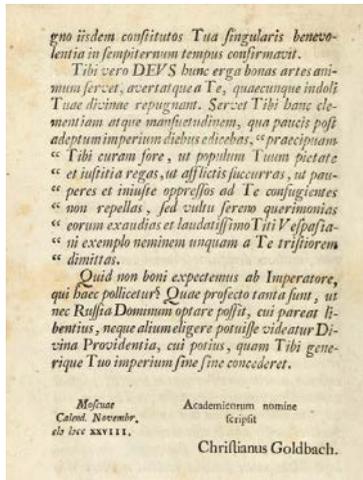
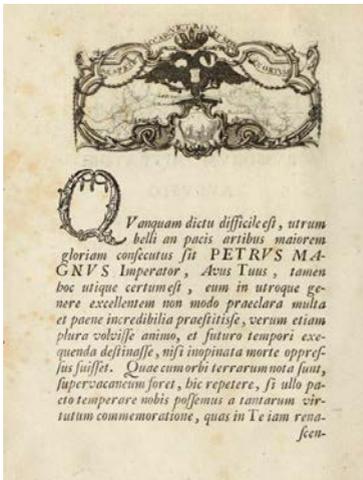


Abb. 32.3 und Abb. 32.4: aus dem Vorwort der Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, Tomus I für 1726, 1728.

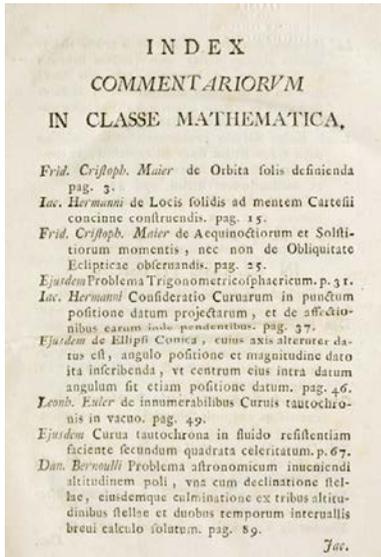
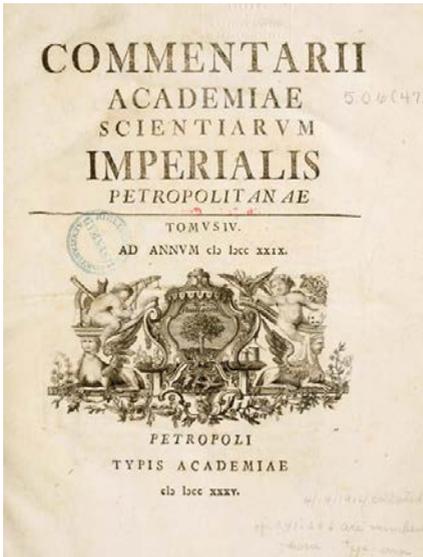


Abb. 33.1: Titelblatt und Abb. 33.2: Index Commentariorum in Classe Mathematica Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, Tomus IV für 1729, 1735.

Viro amplissimo J. J. Marinonio  
S. P. D. Leonhard Euler.

Accepi, Vir amplissime, ex humanitate Tua decisionem controversiae Leistnerianae una cum observationibus Ecclipsis Solaris anno praeterito factis, maximasque Tibi habeo gratias, quod utrumque mecum tam benevole communicare voluisti. Neque amplius dubito, quin Leistnerus cum ob summam iudicii auctoritatem tum etiam ob gravissimas rationes expositas maximos suos errores tandem agnoscat atque submisce acquiescat. Perlegi etiam summa cum voluptate scripta Clarissimi Micovini ingenti eruditione repleta, in quibus non solum foedissimos Leistneri errores acerrime perstringit et quaestionis momentum doctissime enucleat, verum etiam quadraturae circuli limites a Ludolfo a Ceulen datos proprio calculo per seriem

Abb. 34.1: Brief von Euler vom 12. Juli 1740 an Marinoni, transkribiert von Judith Kopelevic in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pis'ma k učenym, S 162.

#### 4.5 Leonhard Euler, Brief an Jacopo Marinoni vom 12. Juli 1740<sup>86</sup> in lateinischer Sprache

(OO1472), veröffentlicht in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pisma k učenym, bearbeitet von T.N.Klado, Ju.Ch.Kopelevic, T.A. Lukina, unter Redaktion von Akademiemitglied V.I.Smirnov, Moskau-Leningrad 1963, S 158 ff.

Einleitung im Original:

*Viro amplissimo J.J. Marinoni  
S.P.D. Leonhard Euler*

*Accepi, Vir amplissime, ex humanitate Tua decisionem controversiae Leistnerianae una cum observationibus Ecclipsis Solaris anno praeterito factis, maximasque Tibi habeo gratias, quod*

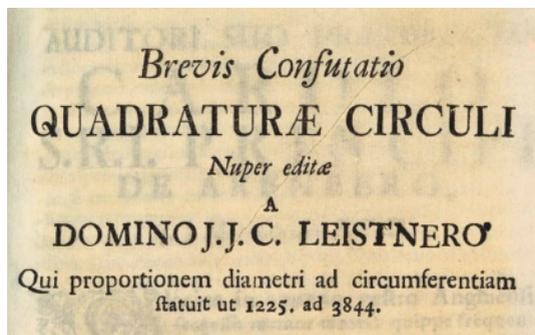
*utrumque mecum tam benevole communicare voluisti.*

Übersetzung:

Dem edlen Herrn J.J. Marinoni sagt besten Gruß Leonhard Euler

Ich habe, edler Herr, durch Deine Freundlichkeit die Entscheidung der Leistnerschen Kontroverse zusammen mit den Beobachtungen der Sonnenfinsternisse, die Du im vergangenen Jahr gemacht hast, erhalten.<sup>87</sup> Habe Dank, daß Du beides wohlwollend mit mir teilen wolltest.

1737 veröffentlicht Josef v. Leistner seine Überlegungen zur „Quadratur des Circuls“ und wird von Marinoni gleich widerlegt. Samuel Mikoviny schreibt dazu ein Lehrbuch in Briefform.<sup>88</sup>



Tranfco ad nova Litteraria quæ à me avide postulare soles & libellum tibi mitto germanicum tituli quidem speciosi quo vera circuli quadratura promittitur. Miraberis porro adhuc ab hoc problemate ingenia torqueri, postquam in meis collegiis quæ sedulo frequentabas audiisti frustra in eius solutione quidpiam expectari præcipuis aut utilius iis quæ debemus conatibus & industriae tot insignium Geometrarum veterum ac recentiorum; frustra quoque desiderari perfectam circuli mensuram cum possimus ab ea non aberrare nisi differentis perexiguis & in praxi profus evanescentibus. Nec sine indignatione comperies temere ac injuste redargui (\*) magnum Archimedes cuius sublimia in Mathesi copiosaque inventa omnis admirabitur grata posteritas.

Abb. 35: Marinoni, Brevis confutatio quadraturae circuli, nuper edita a J. J. C. Leistnero, Wien 1737.

# NVCLEVS CONTROVERSIÆ DE QVADRATVRA CIRCVLII.

Appendicis loco subiunctus.

**P**rodit (a) anno MDCCXXXVII. Quadratura circuli, siue diametri ad circumferentiam proportio definita per numeros quadratos 1225 ad 3844, paulopost breuiter confutata (b) per tabulas sinuum. (c) Eodem anno auctor quadraturæ alium edidit librum, (d) quo inuentum suum vindicare contendit, & omnem iccirco lapidem mouens, ipsas quoque tabulas sinuum, huic quadraturæ infensas, vt falsas denunciat; quod, vbi probare nititur, sua in se tela retorquet, dum nullum sensibile in tabulis nauum, sed suam in eorum vsu impericiam ipsemec detegit, vt ostenditur in notis, in eundem librum vulgaris, (e) in quibus, etiam independenter a tabulis sinuum, ex data diametro 1225, elicitor ambitus polygoni regularis 96. laterum maior quam 3847. arundem partium; proinde adhuc maior euincitur circumferentia circuli, hoc polygonum ambiens.

Nec tamen huic simplicissimo calculo acquieuit auctor quadraturæ, quippe in tertio suo libro, nuper edito, (f) huius polygoni calculum aggressus est acri, sed irrito conatu. Postquam enim conuenerat cum anonymo in mensura lineæ AD, (g) enormiter errauit in eiusdem lineæ quadrato; siquidem ponitur 66322025, quando 7322025, poni debuisset. Quomodo auctor in arithmetica veritatissimus insigne hoc erratum commiserit, quomodo commissum in examine non deprehenderit, vel deprehensum corrigere noluerit, alii forsitan disquirent. Monitus quidem fuit, & adhuc expectatur vt corrigat (non quidem dolo & furo, vt in aliquo exemplaribus per adiectas in spatio, quod forte vacuum remanserat, litteras & numeros scilicet 100. vor 2. Pri. B.D.) (h) sed ponendo verum quadratum lineæ AD. Quod si præstabit, vt virum decet ingenium (siquidem procliuus omnibus esse errare in calculo scimus, & hanc veniam petimusque damusque vicissim) si quoque reliqua errata, inde orta in sui rationum progressu emendabit, certissime inueniet ambitum Polygoni propositi maiorem quam 3847. & consequenter adhuc maiorem circumferentiam circuli, cui-

- (a) Die von Anbeginn der Welt für unmöglich gehaltenen / nun aber durch die Gnade Gottes / und emsiges Nachforschen in Möglichstest gebrachte Quadratur-des-Kreises / erfunden ic. von Joseph Ignatio Käst von Kästner . . . Wien; beym K. u. K. Hofbuchhändler 1737. in 4.
- (b) Breuis Confut. Quadr. Circul. nuper editæ a Dom. I. I. Leistner. in 4.
- (c) In qua corrigendus est error p. 7. qui irrepsit in excerpto logarithmo sionis 12. 52. 30. . . qui est 85148011, vnde prodit ambitus polygoni, circulo intercepti plusquam 3847.
- (d) Unvergleichlicher / wol gegründeter / und offenkündlicher Beweis der wahren Quadratur des Circul. . . von Joseph Ign. Kästler de Kästner. Wien bey Jo. Ign. Heusinger 1737. in 4.
- (e) Anmerkungen über die oblungt in Wien zu öffentlichen Druck besternden Beweis der Quadratur des Circul. Wien bey Gregori Kurböck; 1737. in 4.
- (f) Die Sechß und Reunzigste Letzte Handrechnung . . . wann die hierüber anforderte Beantwortung . . . von I. I. C. Leistner . . . Wien bey Jo. Dop. Schützgen 1738. in fol.
- (g) Die Sechß und Reunzigste Letzte. cit. p. 26.
- (h) Cur enim, p. 26 & quænam duo parallelograma, quæ numerum 100. præcise compleunt, a quadrato lineæ AD subtrahi debeant, nemo intelligit. Deinde si quadratum AD. ita motiletur, quomodo ei addendo, vti iubetur. quadratum lineæ BD. prodire poterit quadratum lineæ AB? Potest quidem per subtractionem ex quadrato laterum BC & AC. siue ex duplo vnus elici quadratum tertii lateris AB, subtrahendo nempe duplum rektanguli ACD a duplo quadrato radii, non autem mutando quadratum lineæ AD.

Abb. 36: Mikoviny Samuel, Epistola ad ... J. J. Marinovium de quadratura circuli (etc.), 1739.

Euler setzt den Brief mit dem Lob der Publikation Mikoviny's und seinen eigenen Herleitungen fort.

Original:

Neque amplius dubito, quin Leistnerus cum ob summam iudicii auctoritatem tum etiam ob gravissimas rationes expositas maximos suos errores tandem agnoscat atque submisce acquiescat. Perlegi etiam summa cum voluptate scripta Clarissimi Micovini ingenti eruditione repleta, in quibus non solum foedissimos Leistneri errores

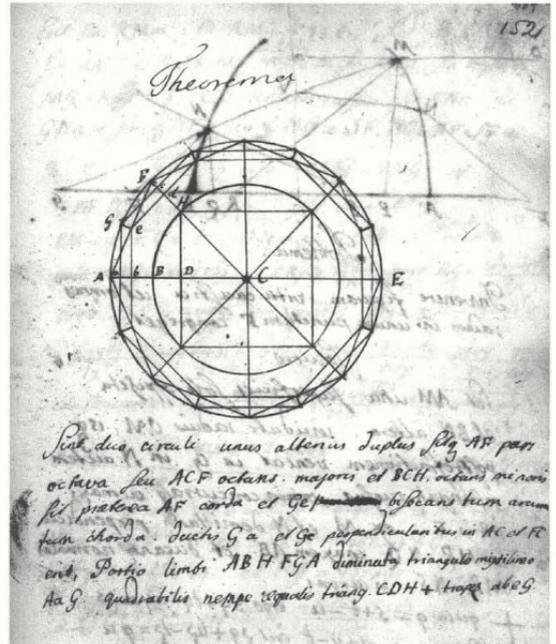


Abb. 19: Leonhard Euler, Quadratur des Kreises, aus dem 1. Tagebuch (1725–1727), PFA RAN: 136, op. 1, Nr. 129, 152

Abb. 37: Velminski Wladimir, Form. Zahl. Symbol: Leonhard Eulers Strategien der Anschaulichkeit, Berlin 2009, S 41.

acerrime perstringit et quaestionis momentum doctissime enucleat, verum etiam quadraturæ circuli limites a Ludolpho a Ceulen datos proprio calculo per seriem Leibnitianam, qua arcus circuli ex tangente definitur confirmat.

Übersetzung:

Ich zweifle nicht mehr, daß Leistner<sup>89</sup> sowohl wegen der höchsten Autorität des Urteils als auch wegen der dargelegten schwerwiegenden Gründe endlich seine Fehler erkennt und demütig schweigt. Ich habe auch mit großem Vergnügen die Schrift des berühmten Mikoviny<sup>90</sup> durchgelesen, voller Gelehrsamkeit, in der er nicht nur die grauenhaften Fehler Leistners hart tadelt und die Bedeutung der Frage geschickt verdeutlicht, sondern auch die Grenzen der Quadratur des Kreises von Ludolph van Ceulen<sup>91</sup> durch eigene Berechnung mit der Leibnizschen Reihe, die den Kreisbogen aus dem Tangens definiert, bestätigt.

Leibnitianam, qua arcus circuli ex tangente definitur, confirmat. Afferit quidem ista series in hoc negotio maximum subsidium, verumtamen, nisi peculiaria compendia adhibeantur, radices extractiones laborem vehementer multiplicat. Nam posito curculi radio = 1, si tangens capiat =  $t$ , erit utique arcus respondens =  $t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + \text{etc.}$ , hujusque seriei ope eo facilius et expeditius arcus potest definiiri, quo minor accipiatur tangens  $t$ ; ita si  $t$  ponatur =  $\frac{1}{10}$ , levi labore longitudo arcus ad quocumque figuras exhiberi posset, interim tamen inde nihil ad rationem, quam peripheria tota ad diametrum tenet, definiendam concludere licet, eo quod arcus, cujus tangens est =  $\frac{1}{10}$ , ad totam peripheriam nullam teneat rationem assignabilem. Quam ob rem si hanc seriei ad utilitatem accomodare velimus, pro  $t$  non solum tangentem arcus exigui substituere debemus, sed etiam ejusmodi arcus, qui ad totam peripheriam cognitam teneat rationem, hic autem statim occurrit ingens incommodum, ut nulla tangens radio minor existat rationalis, cui respondeat arcus toti peripheriae commensurabilis. Ex irrationalibus vero apbissima videtur tangens 30 graduum, quae est =  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , qua non solum Clarissimus Micovinus est usus, sed ante eum jam Sharpius Anglus et adeo Lagny, qui ejus ope stupendo labore expressionem peripheriae ad 127 figuras produxit. Facile autem intelligitur, quantus labor ob irrationalitatem tangentis ad calculum accedat, primo enim jam insignem parit difficultatem extractio radices ex 3 vel  $\frac{1}{3}$  ad tot figuras, deinde etsi unica radices extractio ad omnes terminos sufficit, tamen evolutio singulorum seriei terminorum ob figuras istius radices nullo ordine progredientes multum temporis requirit, quod non eveniret, si tangens rationalis acciperetur. Tertio quoque series non admodum convergit, nam posita tangente =  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  sit arcus  $\frac{1}{\sqrt{3}}(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{3^2 \cdot 5} - \frac{1}{3^3 \cdot 7} + \frac{1}{3^4 \cdot 9} - \text{etc.})$ , cujus seriei termini tantum in tripla fere ratione decrescent Quare si hinc peripheria ad centum figuras expressa desideretur, terminos plus quam 210 accipere oporteret. His incommodis perpensis in id sum meditatus, an non ex tangentibus rationalibus ratio peripheriae ad diametrum cognosci queat; hocque ita fieri posse deprehendi, si duo pluresve ejusmodi arcus, quorum tangentes sint rationales, conjungantur. Ita arcus 45°, cujus tangens est = 1, in duos arcus secari potest, quorum alterius tangens est =  $\frac{1}{2}$ , alterius =  $\frac{1}{3}$ ; horum igitur binorum arcuum uterque satis expedite per seriei illam poterit investigari, quibus inventis summa eorum dabit arcum 45°. Erit itaque arcus 45° seu octans totius peripheriae his duabus serieibus simul sumtis aequalis

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4^2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 4^3 \cdot 7} + \frac{1}{2 \cdot 4^4 \cdot 9} - \\ & \quad - \frac{1}{2 \cdot 4^5 \cdot 11} + \text{etc.} \\ & + \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \cdot 9 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 9^2 \cdot 5} - \frac{1}{3 \cdot 9^3 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 9^4 \cdot 9} - \\ & \quad - \frac{1}{3 \cdot 9^5 \cdot 11} + \text{etc.} \end{aligned}$$

Quamquam autem hoc modo duae series summandae occurrunt, tamen labor calculi ob plures rationes multo facilius et brevior erit, quam ille, quem superior series ex tangente  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  nata postulabat. Primo enim utraque series multo citius convergit, quam illa prior, scilicet in ratione quadrupla, et posterior in ratione noncupla, atque ut expressio ad 100 figuras exacta inveniatur, sufficet prioris seriei terminos 167, posterioris vero 105 assumsisse. Deinde hoc modo calculus statim incipi potest, neque ante opus est radicem quadratam ad totidem figuras extrahere, qui labor certe tantumdem fere temporis requirit, quam evolutio centum terminorum ex his meis

serieibus, quo ipso major terminorum numerus, qui mea methodo sumi debent, plus quam compensatur. Tertio, quod maximum afferet adiumentum, singuli mearum serieum termini admodum facile et cito evolvuntur, sic erit  $\frac{1}{2} \cdot 0,5000$  etc. et  $\frac{1}{3} = 0,3333$  etc. cum in illa serie ex tangente  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  orta jam primus terminus tantum, ut scribatur, multum temporis requirat. Tum vero etiam in plurimis sequentibus terminis mearum serieum, dum evolvuntur, statim revolutio in figuris observabitur, quod in terminis illius seriei nunquam contingit. Atque haec methodus fortasse Clarissimo Micovino non displicebit, quam ideo, si Tibi, Vir amplissime, commodum videbitur, cum ipso communicare poteris.

Habeo praeterea alias complures series satis idoneas ad rationem peripheriae ad diametrum in fractionibus decimalibus exprimendam. Sit nempe quadraus peripheriae  $q$  posito radio 1, inveni esse

$$\begin{aligned} I q = & \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{1} + \frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{1}{5 \cdot 2^2} - \frac{1}{7 \cdot 2^3} + \frac{1}{9 \cdot 2^4} + \\ & \quad + \frac{1}{11 \cdot 2^5} - \text{etc.} \\ & + \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{5 \cdot 2^5} - \frac{1}{7 \cdot 2^7} + \frac{1}{9 \cdot 2^9} - \\ & \quad - \frac{1}{11 \cdot 2^{11}} + \text{etc.} \\ & + 1 + \frac{1}{3 \cdot 2^3} - \frac{1}{5 \cdot 2^6} - \frac{1}{7 \cdot 2^9} + \frac{1}{9 \cdot 2^{12}} + \\ & \quad + \frac{1}{11 \cdot 2^{15}} - \text{etc.} \\ & + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^7} - \frac{1}{5 \cdot 2^{12}} - \frac{1}{7 \cdot 2^{17}} + \frac{1}{9 \cdot 2^{22}} + \\ & \quad + \frac{1}{11 \cdot 2^{27}} - \text{etc.} \end{aligned} \right. \\ II q = & \left\{ \begin{aligned} & + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3 \cdot 2^8} + \frac{1}{5 \cdot 2^{14}} - \frac{1}{7 \cdot 2^{20}} + \frac{1}{9 \cdot 2^{26}} - \\ & \quad - \frac{1}{11 \cdot 2^{32}} + \text{etc.} \\ & + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{3 \cdot 2^{15}} + \frac{1}{5 \cdot 2^{25}} - \frac{1}{7 \cdot 2^{35}} + \frac{1}{9 \cdot 2^{45}} - \\ & \quad - \frac{1}{11 \cdot 2^{55}} + \text{etc.} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

in quibus serieibus aliae praeter binarii potestates non occurrunt, quamobrem evolutio satis erit expedita

$$\begin{aligned} III q = & \left\{ \begin{aligned} & 1 + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{5 \cdot 2^4} - \frac{1}{7 \cdot 2^6} - \frac{1}{9 \cdot 2^7} - \frac{1}{11 \cdot 2^{10}} + \\ & \quad + \frac{1}{13 \cdot 2^{12}} + \frac{1}{15 \cdot 2^{13}} + \text{etc.} \\ & \frac{2}{5} - \frac{2}{3 \cdot 5^3} + \frac{2}{5 \cdot 5^5} - \frac{2}{7 \cdot 5^7} + \frac{2}{9 \cdot 5^9} - \\ & \quad - \frac{1}{11 \cdot 5^{11}} + \frac{1}{13 \cdot 5^{13}} - \frac{1}{15 \cdot 5^{15}} + \text{etc.} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

quae ob potestates binarii et quinary non difficulter expeditur. Ceterum credo Clariss. Micovinum in sua ad Te data epistola priori non animadvertisse demonstrationem, quam dedit ad incommensurabilitatem peripheriae cum linea recta evincendam, negotium prorsus non conficere, ex ea enim non solum sequeretur, circulum cum linea recta comparari non posse, sed etiam nullam omnino lineam curvam futuram esse rectificabilem, id quod tot innumerabilium linearum curvarum rectificationes aliter ostendunt.

Vale vir Amplissime mihique favere perge.

L. Euler.

Dabam Petropoli, d. 12 Julii 1740.

Abb. 34.2: Brief von Euler vom 12. Juli 1740 an Marinoni, transkribiert von Judith Kopelevic in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pis'ma k ucenyam, S 163f.

## Übersetzung:

Gewiß bringt jene Reihe für diese Aufgabe die beste Hilfe, gleichwohl, wenn nicht bestimmte Vorteile angewendet werden, das Ziehen der Wurzeln die Arbeit gewaltig vermehrt. Denn bei gegebenem Kreisradius = 1, wenn der Tangens =  $t$ , wird der zugehörige Kreisbogen =  $t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + \text{etc.}$ , und diese Reihe kann umso leichter und schneller den Kreisbogen definieren, je kleiner der Tangens  $t$  angenommen wird; so wenn  $t$  mit  $\frac{1}{10}$  angenommen wird, kann mit leichter Arbeit die Länge des Kreisbogens auf wie viele Stellen auch immer ermittelt werden, indessen kann jedoch daraus nichts für die Bestimmung des Verhältnisses, das der gesamte Umfang zum Durchmesser hat, geschlossen werden, dadurch daß der Kreisbogen, dessen Tangens =  $\frac{1}{10}$ , zum Gesamtumfang kein zuordenbares Verhältnis hat. Deshalb müssen wir, wenn wir diese Reihe zur Verwendung anpassen wollen, für  $t$  nicht nur die Tangente des kurzen Kreisbogens ersetzen, sondern auch denjenigen Kreisbogen, der zum gesamten Umfang ein bekanntes Verhältnis hat, dieses aber stößt sofort auf eine große Unbequemlichkeit, weil kein kleinerer rationaler Tangens von einem Radius existiert, dem ein vergleichbarer Bogen des gesamten Umfangs entspräche. Von den irrationalen erscheint tatsächlich der Tangens von 30 Grad am geeignetsten, der =  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , den nicht nur der berühmte Mikoviny verwendet hat, sondern vor ihm auch Sharpius Anglus<sup>92</sup> und jetzt Lagny<sup>93</sup>, der durch seine staunenswerte Arbeit den Wert des Umfangs auf 127 Stellen erzeugt hat.

Leicht kann aber erkannt werden, wie viel Arbeit wegen der Irrationalität der Tangente beim Rechnen hinzukommt, denn erstens ist schon das Ziehen der Wurzel aus 3 oder  $\frac{1}{3}$  mit so vielen Stellen eine beträchtliche Schwierigkeit, sodann erfordert die Entwicklung der einzelnen Terme der Reihe wegen der Stellen dieser Wurzeln, die in keiner Ordnung fortschreiten viel Zeit, wenn auch eine einzige Wurzelziehung für alle Terme genügt, was nicht einträfe, wenn man den Tangens rational annimmt. Drittens konvergiert die Reihe auch nicht schnell, denn bei Annahme, die Tangente =  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  ist der Kreisbogen  $\frac{1}{\sqrt{3}} \left( 1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{3^2 \cdot 5} - \frac{1}{3^3 \cdot 7} + \frac{1}{3^4 \cdot 9} - \text{etc.} \right)$ , deren

Terme der Reihe sich ungefähr im dreifachen Verhältnis vermindern. Daher müssen mehr als 210 Terme behandelt werden, wenn der Umfang auf 100 Stellen genau ausgedrückt zu werden gewünscht ist. Diese Unbequemlichkeiten abwägend, habe ich darüber nachgedacht, ob nicht aus rationalen Tangenten das Verhältnis von Umfang und Durchmesser erkannt werden kann; und das kann so gezeigt werden, wenn 2 oder mehr solcher Kreisbögen, deren Tangenten rational sind, aneinandergesetzt werden. So kann der Bogen 45°, dessen Tangens = 1 ist in 2 Bögen geschnitten werden, deren einer Tangens =  $\frac{1}{2}$ , der andere =  $\frac{1}{3}$ ; daher kann jeder der beiden Kreisbögen untersucht werden, deren Summe den Bogen von 45° ergibt.

$$\tan = \frac{1}{2} \\ + \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4^2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 4^3 \cdot 7} + \frac{1}{2 \cdot 4^4 \cdot 9} - \\ - \frac{1}{2 \cdot 4^5 \cdot 11} + \text{etc.}$$

$$\tan = \frac{1}{3} \\ + \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \cdot 9 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 9^2 \cdot 5} - \frac{1}{3 \cdot 9^3 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 9^4 \cdot 9} - \\ - \frac{1}{3 \cdot 9^5 \cdot 11} + \text{etc.}$$

wegen:

$$\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3} = \frac{\arctg \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}$$

ergibt die Summe den Bogen von 45° =  $\frac{\pi}{4}$

Obleich man aber auf diese Weise die beiden Reihen summieren muß, wird dennoch der Rechenaufwand wegen der vielen Brüche leichter und kürzer sein, als jener in der oberen Reihe aus der Tangente  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Denn erstens konvergiert jede Reihe viel schneller, als die erste, möglicherweise viermal so schnell, und dann genügen nur 105 statt 167 Terme für die Ermittlung von 100 Stellen. Sodann kann diese Rechenmethode sofort begonnen werden und es ist nicht nötig zuvor die Quadratwurzel für jede Stelle zu ziehen, was ungefähr ebenso viel Arbeit erfordert, wie die Entwicklung von 100 Termen aus meinen Reihen, was die größere Zahl an Termen, die meine Methode verlangt, mehr als ausgleicht. Drittens, was eine große Hilfe bringt, können einzelne Terme meiner Reihen

leicht und schnell entwickelt werden, wenn  $\frac{1}{2} = 0,5000$  usw. und  $\frac{1}{3} = 0,3333$  usw. ist, während in jener aus der Tangente  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  entstandenen Reihe schon der erste Term viel Zeit, ihn zu schreiben, erfordert. Daher kann auch durch mehrere aufeinanderfolgende Terme meiner Reihen sofort eine Änderung in den Stellen beobachtet werden, während sich bei den Termen jener Reihe nichts ändert.

Und daß diese Methode dem berühmten Mikoviny nicht vielleicht mißfalle, erscheint es passend, wenn Du, gelehrter Herr, ihm das selbst mitteilen könntest.

Euler bringt dann noch drei Beispiele von Reihen, die seine Virtuosität im Umgang mit unendlichen Reihen bestätigen und jeweils  $\frac{\pi}{2}$  ergeben.

Ich habe noch mehrere Reihen, um das Verhältnis von Umfang und Durchmesser in Dezimalbrüchen auszudrücken. Wenn nämlich ein Viertel des Umfangs  $q$  bei gegebenem Radius 1 erhält man

Reihe I<sup>95</sup>

7 Действительно, обозначив  $s_1(x) = \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3 \cdot 2} - \frac{x^5}{5 \cdot 2^2} + \dots$ , найдём

$$s_1(x) = 2 \int_0^x \frac{x^2 + 2}{x^4 + 2^2} dx, \text{ откуда в случае I}$$

$$q = s_1(1) + \operatorname{arctg} \frac{1}{2} = 2 \int_0^1 \frac{x^2 + 2}{x^4 + 2^2} dx + \operatorname{arctg} \frac{1}{2} =$$

$$= \operatorname{arctg} 2 + \operatorname{arctg} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

Reihe II und III<sup>96</sup>

Точно так же в случае II

$$q = 8 \int_0^1 \frac{x^2 + 2^5}{x^4 + 2^{10}} dx + 8 \int_0^1 \frac{x^2 + 2^3}{x^4 + 2^6} dx + 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2^3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{2^5} =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{1}{2^5} + \operatorname{arctg} \frac{2^3}{2^5 - 1} + 2 \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{2^3} + \operatorname{arctg} \frac{2^2}{2^3 - 1} \right) =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{287}{984} + 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4} = \operatorname{arctg} \frac{287}{984} + \frac{24}{1 - \frac{41}{41}} = \frac{\pi}{2}.$$

В случае III

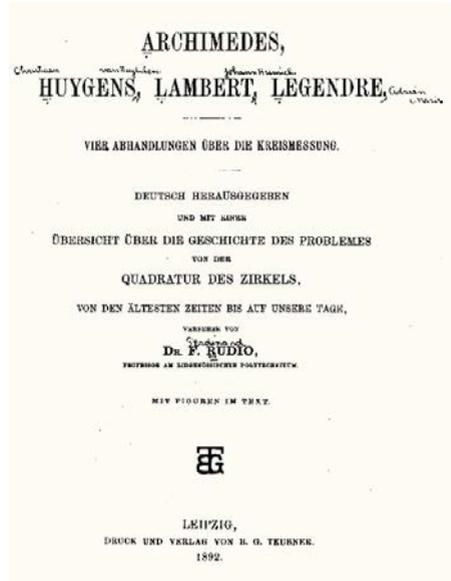
$$q = 4 \int_0^1 \frac{x^4 + 8x^2 + 16}{x^6 + 2^6} dx + 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} =$$

$$= 2 \left[ \operatorname{arctg} (1 + \sqrt{3}) - \operatorname{arctg} (\sqrt{3} - 1) + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} \right] =$$

$$= 2 \left( \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} \right) = 2 \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{2}.$$

Für die genauere Nachvollziehung dieser Berechnungen, die für einen allgemeinen Beitrag sehr

weit in die Mathematik führen, und die weiteren von Euler angegebenen Reihen, sei auf die Quelle bei Kopelevic (Abb. 34.2 und die Berechnungen der Reihen I, II und III oben) verwiesen. Eine gute Zusammenfassung aus der Sicht um 1900 bietet auch Rudio.<sup>97</sup>



§ 11. Eulers Thätigkeit auf dem Gebiete der Kreismessung. 51

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{3} \pi^2$$

$$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} + \dots = \frac{\pi^4}{96} = \frac{1}{3} \pi^4$$

etc.

oder:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$$

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$$

$$1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} - \dots = \frac{\pi^2}{24}$$

etc.

oder:

$$\frac{2^2}{2^2-1} - \frac{3^2}{3^2-1} + \frac{5^2}{5^2-1} - \frac{7^2}{7^2-1} + \frac{11^2}{11^2-1} - \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\frac{2^4}{2^4-1} - \frac{3^4}{3^4-1} + \frac{5^4}{5^4-1} - \frac{7^4}{7^4-1} + \frac{11^4}{11^4-1} - \dots = \frac{\pi^4}{96}$$

etc.

welche Euler für die Zahl  $\pi$  in der Form von unendlichen Reihen, Produkten und Kettenbrüchen in zahlreichen Abhandlungen<sup>98</sup>, insbesondere aber in seinem klassischen Werke: „Introductio in analysin infinitorum“ (Lansansae 1748) gegeben hat, und welche fast alle aus dem hervorgehobenen Zusammenhänge der trigonometrischen Funktionen mit der Exponentialfunktion entspringen. Ebenso können wir auch nur ganz flüchtig der verschiedenen Darstellungen gedenken, welche Euler für die Zahl  $e$  gefunden hat. Unter diesen aber dürften, als der Beachtung besonders wert, die Kettenbruchentwicklungen für  $e$ ,  $\sqrt{e}$  und  $e - \frac{1}{2}$  hervorgehoben werden<sup>99</sup>, nämlich:

<sup>97</sup>) Siehe z. B.: „Variae observationes circa series infinitas“ (Comment. Acad. Petrop. IX, pag. 100), oder „De variis modis circuli quadraturam numeris proxime exprimentis“ (ebendasselb., pag. 393), oder „Variae observationes circa angulos in progressionibus geometricis progredientibus“ (Opera analytica I, pag. 345) etc. etc.

<sup>98</sup>) Diese Darstellungen sind von Euler im Jahre 1787 in der Abhandlung „De fractionibus continuis dissertatio“ (Comment. Acad. Petrop. T. IX., pag. 120) mitgeteilt worden. In der Introductio findet sich nur die Formel für  $\frac{e-1}{2}$ , nicht aber diejenigen für  $e$  und  $\sqrt{e}$ . Diesem Um-

Abb. 38: Rudio Ferdinand, Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels, 1892, Titel und S 51.

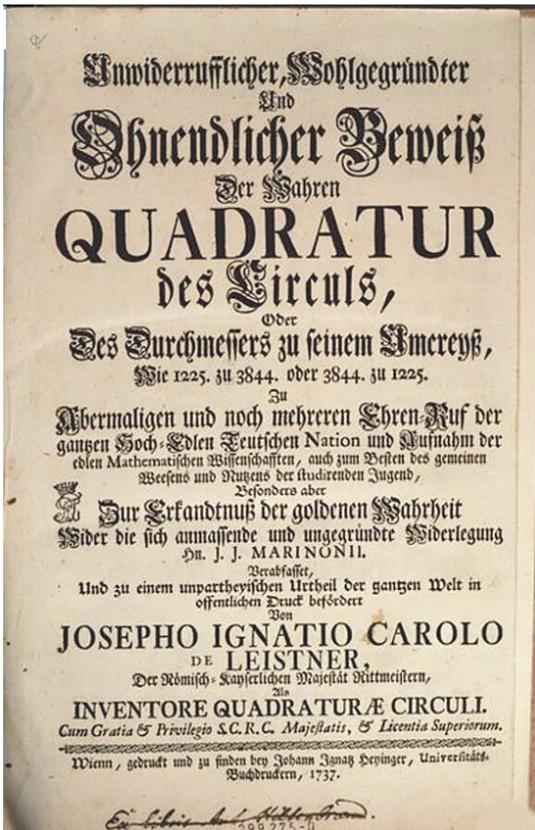


Abb. 39.1: J.I.C.v.Leistner, Unwiderufflicher, Wohlgegründter Und Ohnendlicher Beweis der Quadratur des Circuls, 1737.

Die Entwicklung der unendlichen Reihen, die nur aus natürlichen Zahlen aufgebaut sind, führt u. a. als Eulersche Reihe zu den schönsten Ergebnissen der analytischen Mathematik. Den transzendenten Spuren folgend, entwickelt Euler eine Methode, mit der er die Summe verschiedener anderer Reihen aus natürlichen Zahlen konstruiert, deren Vielfalt er in „Introductio in analysin infinitorum“<sup>98</sup> vorstellt.

Schluß im Original:

*Ceterum credo Clariss. Micovinum in sua ad Te data epistola priori non animadvertisse demonstrationem, quam dedit ad incommensurabilitatem peripheriae cum linea recta evicendam, negotium prorsus non conficere, ex ea enim non solum sequeretur, circulum cum linea recta comparari non posse, sed etiam nullam omnino lineam curvam futuram esse rectificabilem, id quod tot innumerabilium linearum curvarum rectificationes aliter ostendunt.*

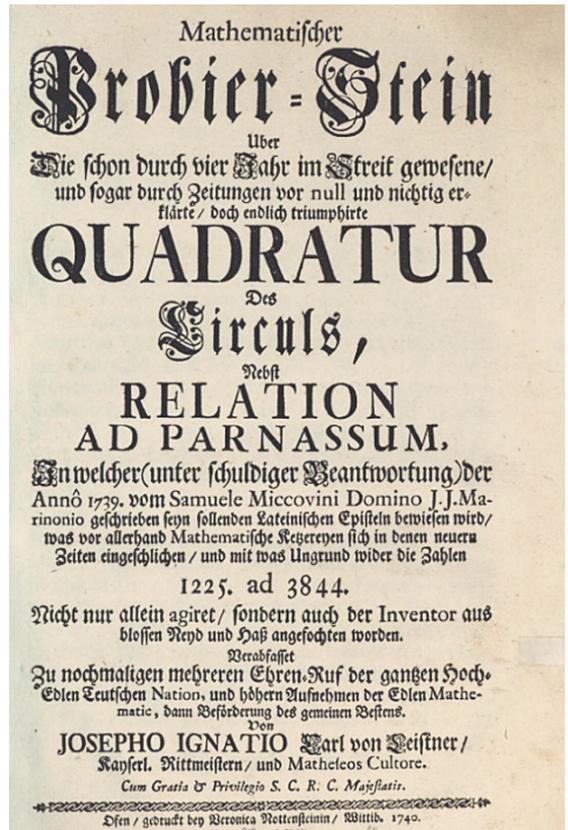


Abb. 39.2: J.I.C.v.Leistner, Quadratur des Circuls, 1740<sup>99</sup>

*Vale vir Amplissime mihi que favere perge.*

L.Euler

Dabam Petropoli, d. 12 Julii 1740.

Übersetzung:

Im Übrigen glaube ich, daß der berühmte Mikoviny in seinem Brief an Dich nicht zuerst die Aufmerksamkeit auf den Beweis gerichtet hat, den er zur Unvergleichbarkeit der Kreislinie mit geraden Linien gegeben hat, die Arbeit ist nicht schlüssig, aus ihr kann nämlich nicht nur folgen, daß man den Kreis mit geraden Linien nicht gleichsetzen kann, sondern daß auch überhaupt keine gekrümmte Linie rektifizierbar sein wird, was die Rektifizierung zahlreicher gekrümmter Linien auf andere Weise zeigt, daß es nicht so ist.

Lebe wohl edler Herr und bewahre mir

Deine Gunst.

L.Euler

Gegeben zu Petersburg, am 12. Juli 1740.

Der Rittmeister v. Leistner nimmt die wissenschaftliche Kontroverse persönlich, fühlt sich „abscheulich durch die Hächel gezogen, verleumd, verachtet und verschwärtzet“ und „an seinen Ehren höchst=empfindlich angegriffen“. Alles sei von Marinoni „aus purem Neyd und Haß durch allerhand Misch-Gemäsch“ angefochten worden.

„Zu nochmaligen mehreren Ehren=Ruf der ganzen Hoch=Edlen Teutschen Nation und höhern Aufnahmen der Edlen Mathematic, dann Beförderung des gemeine Bestens“ publiziert Leistner 1740 eine sehr emotionale Entgegnung. Offenbar ist die Angelegenheit für Leistner eine Sache der Ehre und nicht ein Problem einer exakten Wissenschaft. Mit Schiller bleibt da nur festzustellen: „Unsinn, du siegst und ich muß untergehn! Mit der Dummheit kämpfen Götter selbst vergebens.“<sup>100</sup>

Mehr als 200 Jahre nach Leistner ist der Spuk noch immer nicht zu Ende: „Das Zeitalter der Autodidakten geht – ob man das nun bedauert oder nicht – seinem Ende entgegen. Amateurforscher – nette, liebenswerte, oft recht eigensinnige Leute – wollen das zuweilen nicht wahrhaben. Als ihre letzte Zuflucht erfreuen sich auch Zeitungsredaktionen ganz unerwarteter Beliebtheit. ... Als Aufbegehren des Fachmanns gegen die unverwüstlichen Amateurforscher, die Tinte und Papier nicht scheuen, wollen die nachfolgenden Betrachtungen des ehemaligen Ordinarius für praktische Mathematik an der Technischen Hochschule Hannover, Professor Dr. H. v. Sanden, verstanden sein. Die „Quadratur des Kreises“ – mit der ja auch von Nichtmathematikern oft allerlei metaphorischer Unfug getrieben wird – steht dabei als ein Beispiel für viele.<sup>101</sup> Das Problem wird im Jahr 1882 durch den Professor der Mathematik Ferdinand von Lindemann endgültig gelöst. Er beweist, daß es unmöglich ist, ein dem Kreise flächengleiches Rechteck zu zeichnen. Trotzdem quälen sich immer noch Nichtmathematiker mit dieser Aufgabe ab.<sup>102</sup>

Fortsetzung folgt ...

#### Erläuterungen

- 1) „... und einige Überlegungen mit Dir zu teilen, damit Du sie wohlwollend aufnimmst und Dein Urteil über sie niederschreibst, worum ich Dich noch einmal bitte.“ Euler an Marinoni, 13. März 1736, PFA RAN: F. 1. op. 3. Nr. 22. 18 (OO1468).
- 2) Hiermaseder Michael/König Heinz: Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, Schöpfer des Mailänder Katasters, Kartograph, Wissenschaftler, VGI – Österrei-

chische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation, 2/2017, S. 60–141.

- 3) Am 30.6.1746 wird Marinoni, gemeinsam mit dem französischen Astronomen Jacques Cassini und dessen Sohn César-François Cassini de Thury, den Schweizer Mathematikern Johann Bernoulli und Daniel Bernoulli, dem französischen Staatstheoretiker Charles-Louis de Secondat, Baron de La Brède de Montesquieu und dem schwedischen Botaniker Carl von Linné die Mitgliedschaft der der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin verliehen. Am 11.10.1746 wird Marinoni ausländisches Mitglied der Kaiserlich Russischen Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg.
- 4) Hiermaseder Michael/König Heinz: Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, VGI 2/2017, S. 132f.
- 5) [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard\\_Euler](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler); aufgrund der Thematik dieses Beitrags mit Schwerpunkt Kartographie.
- 6) Christian Goldbach (1690-1764), Mathematiker, Professor und Generalsekretär der Kaiserlich Russischen Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg, umfangreiche mathematische Korrespondenz mit Euler (Goldbach-Vermutung).
- 7) „Die Verteidigung des Atlases nehme ich immer auf mich: denn wenn Joseph Nicolas Delisle gegen ihn nichts anderes vorbringen kann, als daß die Karten an einigen Stellen richtiger sein könnten, dann stimme ich ihm ohne Schwierigkeiten bei, denn außer Frankreich gibt es wohl kaum ein Land, das bessere Karten besitzen würde. Und auch in dem pflichte ich ihm bei, daß man, wenn man ganz Rußland mit der Triangulation vermessen würde, erheblich bessere Karten angefertigt werden können: Aber wenn man berücksichtigt, daß ein solches Unternehmen selbst in 50 Jahren nicht zu machen ist, dann wird jeder vernünftige Mensch zugeben, daß die veröffentlichten Karten erheblich besser als gar keine sind. Darüber hinaus wird durch die Veröffentlichung dieser Karten eine genauere Vermessung nicht beendet, sondern eher noch gefördert, denn es ist leichter, vorliegende Karten zu verbessern, als neue anzufertigen, und dementsprechend kann eine solche Berichtigung von Zeit zu Zeit vorgenommen werden, aber nach dem Plan von Delisle würde möglicher Weise noch nach 50 Jahren nichts veröffentlicht sein. Diese Gründe sollten in aller Welt anerkannt werden, auch wenn die veröffentlichten Karten so unvollkommen sind, wie Delisle konstatiert, aber auch hierin stimme ich ihm nicht völlig bei, sondern behaupte, daß sie nicht nur genauer als alle bisherigen russischen Karten sind, sondern sogar viele deutsche Karten übertreffen.“ Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften, Teil 2, Brief 35, S. 86 f, zitiert nach Hoffmann Peter, Leonhard Euler und Rußland, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, (94) 2008, S 108f.
- 8) Kopelevic Judith in Fellmann Emil, Leonhard Euler 1707-1783: Beiträge zu Leben und Werk, S 378; vgl. FN 12.
- 9) Calinger Ronald, Leonhard Euler: The First St. Petersburg Years (1727-1741), Historia Mathematica 23 (1996), 146.
- 10) 1733-1743 durchgeführte Forschungsreise unter der Leitung von Vitus Bering, bei der Sibirien erforscht, die nördlichen Küsten des Russischen Reiches vermessen und Seewege von Ochotsk nach Nordamerika und Japan erkundet werden. Zu den gewonnenen Ergebnissen gehören die Entdeckung Alaskas, der Aleuten und der Kommandeurinseln, die genaue kartografische Erfassung der nordöstlichen Küsten Russlands und der Kurilen und die Erforschung Sibiriens und Kamtschatkas.

- Mit dem Scheitern einer Umrundung der nordöstlichen Spitze Asiens auf dem Seeweg zerschlägt sich der seit Beginn des 16. Jahrhunderts gehegte Wunsch einer wirtschaftlichen Nutzung der Nordostpassage. [https://de.wikipedia.org/wiki/Zweite\\_Kamtschatkaexpedition](https://de.wikipedia.org/wiki/Zweite_Kamtschatkaexpedition).
- 11) Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759), französischer Mathematiker, Geodät, Astronom, Naturforscher und Philosoph, 1736 führt er im Auftrag König Ludwig XV. eine Expedition nach Lappland, um dort den Abstand zweier Breitengrade zu vermessen. Zeitgleich mit einer zweiten Gruppe im heutigen Ecuador (Pierre Bouguer, Charles Marie de La Condamine, Louis Godin) sollte dabei eine genaue Gradmessung eines langen Meridianbogens vorgenommen werden, um aus den Unterschieden im Krümmungsradius der Erde ihre Größe und Form zu bestimmen
  - 12) insgesamt 129 Briefe zwischen 1738 und 1759, vgl. Correspondance de Leonhard Euler avec P.-L. M. de Maupertuis et Frédéric II, *Opera Omnia*, Serie IV A, Band 6, 1986.
  - 13) *Opera Omnia*: Serie III, Band 2, S 325-346.
  - 14) „Die Geographie ist mir fatal. Ew. wissen, daß ich dabei ein Aug eingebüßt habe, und jetzt wäre ich bald in gleicher Gefahr gewesen. Als mir heute eine Partie Charten um zu examinieren zugesandt wurden, habe ich sogleich neue Anstöße empfunden. Denn die Arbeit, da man genötigt ist, immer einen großen Raum zu übersehen, greift das Gesicht weit heftiger an als nur das simple Lesen und Schreiben.“ Euler an Goldbach 21.8.1740, zit. nach Fueter Rudolf, Leonhard Euler, 1948, S. 7.
  - 15) „Das Observatorium in Petersburg kan sich mit Recht rühmen, daß es von so vielen Jahren her an Anschaffung aller nöthigen Instrumenten nichts ist erspahret worden, und über dieses ist auch das Gebäude so vortheilhaft zum Endzweck der Astronomie angeleget, daß wir allhier kein besseres Modell vorzuschlagen wissen.“ Euler an Johann Daniel Schumacher 29.3.1746; „L'Observatoire de la Societé a été jusque à present depuis la mort de Mr Kirch dans un mauvais état, de sorte qu'on n'a presque rien pu observer. On croiroit que le roy avoit destiné cette place à un autre bâtiment, et par cette raison on n'a pas voulu faire aucune depense pour les besoins de l'astronomie.“ Euler an Joseph-Nicolas Delisle 23.4.1743 zit. nach Hoffmann Peter, Leonhard Euler und Rußland, Sitzungsberichte d. Leibniz-Sozietät, (94) 2008, S 108.
  - 16) Bernhardt Hannelore, Leonhard Euler – Leben und Werk, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, (94) 2008, S 19.
  - 17) Euler Leonhard – Lexikon der Kartographie und Geomatik <http://www.spektrum.de/lexikon/kartographie-geomatik/euler-leonhard/1269>; Euler Leonhard, *Mappa Mundi Generalis ad emendatiora exempla adhuc edita jusiu Acad. Reg: scient Berlin*, 1753.
  - 18) Euler Leonhard, De representatione superficiei sphaericae super plano, De proiectione geographica superficiei sphaericae, De proiectione geographica Deslisliana in mappa generali imperii russici usitata, alle 1775, publiziert 1777.
  - 19) Mattmüller Martin, Eine neue Art Mathematik zu schreiben, in Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, *Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme*, Berlin 2010, S 188.
  - 20) „Bei dem Einfall, daß etwan ab omni numero impari ...“ (Brief Eulers vom 3. April 1753).
  - 21) Hoffmann Peter, Leonhard Euler und Rußland, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, (94) 2008, S 102.
  - 22) Die gesamte erhaltene Korrespondenz Euler-Marinoni besteht aus 22 (20) Briefen, 7 (5) aus der ersten St. Petersburger, 15 aus der Berliner Periode <http://eulerarchive.maa.org/correspondence/correspondents/Marinoni.html>. Mit der Herausgabe der Werke Eulers, darunter seiner umfangreichen Korrespondenz mit über 3.000 Briefen, beschäftigt sich das Bernoulli-Euler-Zentrum in Basel. Das Projekt beginnt bereits 1907 in Zusammenarbeit mit der Russischen Akademie der Wissenschaften, als die gesamte Sammlung von Eulers Papieren in die Schweiz gebracht wird. Ende der 1930er-Jahre fordert die Sowjetunion das Archivgut zurück. Durch den zweiten Weltkrieg und die fehlenden diplomatischen Beziehungen dauert die Rückstellung bis 1947. In der Schweiz befinden sich Fotografien der Dokumente, die heute Grundlage der Arbeiten in Basel sind. Bereits im 19. Jh. wird ein kleiner Teil der Euler-Korrespondenz, darunter auch OO1467 und OO1473, in die Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek von Tartu (Dorpat), Estland, ausgelagert. Alle diese Briefe sind online verfügbar. vgl. Kleinert Andreas, „Leonhardi Euleri Opera Omnia“: editing the works and correspondence of Leonhard Euler, *Prace Komisji Historii Nauki PAU* 14, 2015, S 13-35; Kleinert Andreas, 100 Jahre russisch-schweizerische Zusammenarbeit bei der EULER-Gesamtausgabe, in Kästner Ingrid/Schippn Michael, *Deutsch-russische Zusammenarbeit wiss. u. kultureller Institutionen* 18.-20. Jh., Aachen 2017, S 213-224.
  - 23) möglicherweise vom 16.12.1736.
  - 24) auf Französisch. Recherchen in den veröffentlichten Protokollen der Petersburger Akademie machen es wahrscheinlich, daß dieser Brief nicht an Euler, sondern an Joseph-Nicolas Delisle gerichtet ist und vom 1.10.1735 stammt. Damit ginge er der Korrespondenz mit Euler zeitlich voraus (Martin Mattmüller 22.11.2017).
  - 25) auf Französisch. Der Brief ist vermutlich nicht an Euler, sondern an Christian Goldbach geschrieben worden, wie aus den Protokollen der Petersburger Akademie hervorgeht (Martin Mattmüller 22.11.2017).
  - 26) auf Französisch, nicht wie von der Akademie der UdSSR und Juskevic Adolf/Smirnov Vladimir/Habicht Walter, Leonhard Euler Briefwechsel, Beschreibung, Zusammenfassung und Verzeichnisse, *Opera Omnia Series Quarta A, Vol.I*, S 256 angegeben auf Latein.
  - 27) Giovanni Marchese Poleni (1683-1761), italienischer Mathematiker und Astronom, Professor an der Universität Padua als Nachfolger von Nikolaus II. Bernoulli.
  - 28) Jushkevic Adolf/Kopelevic Judith, *Christian Goldbach Vita Mathematica*, Basel 1994, S 78.
  - 29) Der Hofmathematiker Marinoni wird oft als Astronom bezeichnet, was durch die Gründung der ersten Wiener Sternwarte „Astronomica Specula domestica“ und seine einschlägigen Publikationen gerechtfertigt werden kann. Dennoch liegen seine wichtigsten Arbeiten auf dem Gebiet der Kartographie. Marinoni selbst verwarf sich in einem Brief an Bandini vom 29.6.1748 gegen die Bezeichnung als Astronom (Biblioteca Marucelliana in Florenz, B. B. I.27. VI/13, cc.155).
  - 30) Leibniz sagt über Marinoni, daß seine „Correspondenz nützlich ist, als eines in der Mathesis gar wohl versirten Mannes“.
  - 31) In der Petersburger Akademie arbeitet Euler zunächst als Kartograph. Er bestimmt Längen- und Breitengrade der russischen Hauptstadt. Der erste russische Atlas sowie der originale Stadtplan der Stadt St. Petersburg von 1737 basieren auf den Arbeiten Eulers. Er analy-

- siert bereits bestehende Stadtpläne und unterzieht sie einem Vergleich, auf dem später die Formalisierung der sphärischen Trigonometrie, die moderne Konzeption der Himmelsmechanik und vor allem die mathematische Kartographie gründen. (Velminski Wladimir, Form. Zahl. Symbol: Leonhard Eulers Strategien der Anschaulichkeit, Berlin 2009, S 107).
- 32) „Euler ist in die Geschichte der Wissenschaft als ein hervorragender Mathematiker eingegangen, dessen Schriften zu Problemen der Physik und Mechanik weltbekannt sind. Er gilt als Mitbegründer der modernen Himmelsmechanik. Seine astronomischen Arbeiten sind für die Berufung an die Petersburger Akademie wichtig. Auch Eulers Schriften zur Geodäsie und Kartographie, zur astronomischen Optik und zur Astrophysik haben die Aufmerksamkeit der Fachwelt auf sich gezogen.“ Nevskaja Nina, Euler als Astronom in Fellmann Emil, Leonhard Euler 1707-1783: Beiträge zu Leben und Werk, S 363.
- 33) OO1483 Euler to Marinoni 15 March, 1749, vgl. in der Fortsetzung unter Punkt 5.10.
- 34) Baron Johann Albrecht von Korff (1697-1766), Russischer Diplomat, Präsident der St. Petersburg Akademie der Wissenschaften (1734-1740), vgl. auch den Beginn des Briefes von Euler vom 13. März 1736 unter Punkt 4.1
- 35) Kopelevic Judith in Fellmann Emil, Leonhard Euler 1707-1783: Beiträge zu Leben und Werk, S 378; Calinger Ronald, Leonhard Euler: The First St. Petersburg Years (1727-1741), *Historia Mathematica* 23 (1996), 146, FN 38: „In 1735 Euler expanded his list of correspondents to include astronomers Giovanni Poleni in Padua and Giovanni Marinoni in Vienna as well as Danish naval officer Friedrich Weggersloff. They were independent sources of the latest astronomical information from the West.“
- 36) Peiffer Jeanne/Dahan-Dalmedico Amy, Wege und Irrwege – Eine Geschichte der Mathematik, Basel 2013, S 32f.
- 37) „Après votre retour de Petersburg je n'ay pas osé de Vous écrire, les fureurs de Mars ayant empêché le commerce littéraire.“ Marinoni an Euler 8.Juni 1746.
- 38) Es gibt sogar eine offizielle Anfrage der kgl.ital.Gesandtschaft an das Obersthofmeisteramt, auf die die Hofbibliothek und die kaiserliche Sternwarte am 8.5.1876 antworten, daß sich der Nachlaß Marinonis nicht in ihren Beständen befindet.
- 39) „Wir wissen jedoch, daß der große Mathematiker jedem gewissenhaft antwortete, der sich an ihn wandte.“ vgl. Juskevich Adolf/Smirnov Vladimir/Habicht Walter, Leonhard Euler Briefwechsel, Beschreibung, Zusammenfassung und Verzeichnisse, Opera Omnia Series Quarta A, Vol.I, Basel 1975, S XI, S 256f. Marinoni erwähnt in seinen Schreiben an Euler nicht mehr erhaltene Briefe Eulers vom 18. Juni 1746, 24. Dezember 1746, Herbst 1747, 14. September 1748 (Marinoni schreibt auch am 9. Oktober 1748 an Delisle von dem Brief Eulers an ihn über die Sonnenfinsternis 1748).
- 40) Fellmann Emil/Mikhajlov Gleb, Opera Omnia Series Quarta A: *Commercium Epistolicum* Vol.II, Basel 1998, S 2f.
- 41) Bortolan Pirona Eugenio, Vita e opere di Gian Giacomo Marinoni, Marinoni Istituto Tecnico Statale per Geometri 1961-2011, 50 anni dalla Fondazione, Udine 2012, S 34; Hiermaseder Michael/König Heinz: Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, Vgl 2/2017, S. 121.
- 42) z. B.: „Mi favorirà di significare un mio cordiale compimento al nostro gentil.mo Sig.e Conte, ...“ (Brief Marinonis v. 14. Oktober 1752); „... venga io assicurato del benig.mo aggradimento donato alle mie presenti fatiche, e del motivo, che si avera di consolarmi in ogn'incontro opportuno; non posso dispensarmi di ricorrere all' alto Patrocinio di V:a Alt:a Ser:ma ...“ (Brief Marinonis v. 7. September 1720); *Obbedirò con osequios:ma venerazione ai preggat:mi commandi di V:a Alt:a Ser:ma in continuare la mia umil:ma dipendenza dà S.E. questo Sig:e Conte Govern:re ...*“ (Brief Marinonis v. 12. Oktober 1720).
- 43) z.B.: „Nous avons a demander l'assistance et la misericorde du bon Dieu. Vous aurez aussi des changements, a ce qu'on entend dans votre Empire.“ (Brief Marinonis v. 1. Januar 1741).
- 44) z. B.: „zu ... beförderung Euer Kayserlicher Mayestät allergnädigster Intention ... Als lebe der allerunterthänigsten Hoffnung, daß Euer Kayserliche Mayestät solche mit einem eigenen beständigen genügamen orth, und quartier zu versehen, und zu begnaden allermildreichst intentionirt seyn werden. ...“ (Memoire von Marinoni 1722).
- 45) vgl. hingegen die „Guidelines“, die Kleinert (seit 2006 Nachfolger von Fellmann als Herausgeber) veröffentlicht hat: „4. The text of the letters will be published completely (including the civilities at the beginning and at the end, which were often omitted in former editions) and in the original language. Only letters in Latin will additionally be translated into the working language of the volume.“ (Kleinert Andreas, „Leonhardi Euleri Opera Omnia“: editing the works and correspondence of Leonhard Euler, Prace Komisji Historii Nauki PAU 14, 2015, S 21).
- 46) Fellmann Emil/Mikhajlov Gleb, Opera Omnia Series Quarta A: *Commercium Epistolicum* Vol.II, Basel 1998, S 3.
- 47) Thiele Rüdiger, Rezension von Juskevich/Winter, Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Briefwechsel Leonhard Eulers, *Historia Mathematica* 1981, S 202.
- 48) Emil Fellmann hat bereits vor nunmehr 20 Jahren angekündigt, daß die Korrespondenz Eulers mit Marinoni (OO1467-OO1488) in dem in Vorbereitung befindlichen Band IV A 9 publiziert werden soll. vgl. Fellmann Emil, Euler, Marinoni und die Sonnenuhr des Augustus in *Ad Fontes Arithmeticae et Algebrae*, FS Wolfgang Kaunzner, 1998, S 67.
- 49) Von den vier Euler-Briefen sind OO1468 und OO1472 aus Entwürfen bzw. Kopien im Archiv der Russischen Akademie der Wissenschaften (Filiale St. Petersburg) bekannt, die 1963 in Russland ediert worden sind (Kopelevic Judith Ch. in Smirnov Vladimir I., Leonhard Euler, Pisma k utchenym (Letters to Scholars), Moscow-Leningrad: Academy of Sciences of the USSR, 1963); von OO1470 kennt man nur einen Auszug, der 1917 in Frankreich veröffentlicht worden ist (Bigourdan, Guillaume, Lettres de Léonard Euler, en partie inédites, *Bulletin Astronomique* XXXIV, 1917, 258-319). OO1483 ist die Antwort Eulers auf eine Anfrage aus Italien, die Marinoni weitergeleitet hatte (OO1482), und schon im 18.Jh. (Angelo Maria Bandini, Dell'obelisco di Cesare Augusto scavato dalle rovine del Campo Marzo, *Commentario di A.M.Bandini, con alcune lettere e dissertazioni di Uomini illustri*, Roma 1750. vgl. unten 5.10) und seitdem noch zweimal publiziert worden (Mitteilung Martin Mattmüller, 8.11.2017).

- 50) Andreas Kleinert, „Leonhardi Euleri Opera omnia“: editing the works and correspondence of Leonhard Euler, Prace Komisji Historii Nauki PAU 14, 2015, S 25f.
- 51) vgl. z. B.: Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme, Berlin 2010, S 89; Hopkins Brian /Wilson Robin J., The Truth about Königsberg, What Euler didn't do, The College Mathematics Journal Vol.35, No.3, 2004, S 203; Velminski Wladimir, Form. Zahl. Symbol: Leonhard Eulers Strategien der Anschaulichkeit, Berlin 2009, S 134; Velminski Wladimir in Günzel Stephan, Topologie.: Zur Raumbeschreibung in den Kultur- und Medienwissenschaften, Bielefeld 2007, S 180.
- 52) Euler kennt Ehler von seinem Aufenthalt in St. Petersburg 1734/1735 als Mitglied einer Delegation der Stadt Danzig bei Zarin Anna Iwanowna zur Reduktion von Reparationszahlungen aus dem Polnischen Erbfolgekrieg. Ehler nimmt an zahlreichen Veranstaltungen der Akademie der Wissenschaften teil. Der darauffolgende Briefwechsel zwischen Euler und Ehler zwischen 1735 und 1742 umfaßt 14 Briefe von Ehler und 6 von Euler, darunter auch die beiden zitierten (Abb. 15, 17) (<http://eulerarchive.maa.org/>) vgl. Sznajder Roman, On known and less known relations of Leonhard Euler with Poland, 2015 <https://arxiv.org/.../1505.02411&usq=AFQJCGNgjN L4yhWepmd-...>
- 53) C.G. Ehler an Euler, 9.3.1736, St.Peterburger Archiv der Akademie der Wissenschaften, F. 1. op. 3. Nr. 21. 33-36.
- 54) Sachs Horst/Stiebitz Michael/Wilson Robin J, An Historical Note: Euler's Königsberg Letters, Journal of Graph Theory, Vol 12, No 1, 1988, Deutsche Übersetzung zitiert nach Velminski Wladimir, Form. Zahl. Symbol: Leonhard Eulers Strategien der Anschaulichkeit, Berlin 2009, S 131. vgl. auch Hopkins Brian/Wilson Robin J., The Truth about Königsberg, What Euler didn't do, The College Mathematics Journal Vol.35, No.3, 2004, S 202: „... It would prove to be an outstanding example of the calculus of position [calculi situs] worthy of your great genius.“
- 55) Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme, Berlin 2010, S 89.
- 56) Sachs Horst/Stiebitz Michael/Wilson Robin J, An Historical Note: Euler's Königsberg Letters, Journal of Graph Theory, Vol 12, No 1, 1988, Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme, Berlin 2010, S. 89. „Thus you see, most noble sir, how this type of solution bears little relationship to mathematics and I do not understand why you expect a mathematician to produce it rather than anyone else, for the solution is based on reason alone, and its discovery does not depend on any mathematical principle. Because of this, I do not know why even questions which bear so little relationship to mathematics are solved more quickly by mathematicians than by others. In the meantime most noble sir, you have assigned this question to the geometry of position but I am ignorant as to what this new discipline involves, and as to which types of problem Leibniz and Wolff expected to see expressed this way.“ zitiert nach Hopkins Brian/Wilson Robin J., The Truth about Königsberg, What Euler didn't do, The College Mathematics Journal Vol.35, No.3, 2004, S 202.
- 57) Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Philosoph, Mathematiker, Diplomat, Historiker, politischer Berater, universaler Geist seiner Zeit, wichtiger Vordenker der Aufklärung.
- 58) Christian Frh.v.Wolff (1679-1754), Universalgelehrter, Jurist, Mathematiker, Philosoph.
- 59) präsentiert am 26.8.1736, veröffentlicht 1741 in *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 8, 1736, S. 128-140. deutsche Übersetzung von Schülke/Velminski: <http://ssl.einsnull.com/paymate/dbfiles/pdf/resource/1409.pdf>
- 60) [https://de.wikipedia.org/wiki/K%C3%B6nigsberger\\_Br%C3%BCkenproblem](https://de.wikipedia.org/wiki/K%C3%B6nigsberger_Br%C3%BCkenproblem)
- 61) Aufgrund des Inhalts (Tod des Sohnes Polenis, der erst 1736 stirbt sowie des Erscheinungsjahrs 1736 von Manfredius, De Gnomone Meridiano Bononiensi) möglicherweise vom 16.12.1736.
- 62) Martin Mattmüller 22.11.2017. Dennoch führen ihn das Euler Archiv, das Verzeichnis der Manuskripte Eulers der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1962 und Juskevic Adolf/Smirnov Vladimir/Habicht Walter, Leonhard Euler Briefwechsel, Beschreibung, Zusammenfassung und Verzeichnisse, Opera Omnia Series Quarta A, Vol.I, S 255, als Brief Marinonis an Euler (OO1471).
- 63) Martin Mattmüller 22.11.2017. Dennoch führen ihn das Euler Archiv, das Verzeichnis der Manuskripte Eulers der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1962 und Juskevic Adolf/Smirnov Vladimir/Habicht Walter, Leonhard Euler Briefwechsel, Beschreibung, Zusammenfassung und Verzeichnisse, Opera Omnia Series Quarta A, Vol.I, S 255, als Brief Marinonis an Euler (OO1473).
- 64) Hiermanseder Michael/König Heinz: Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, Schöpfer des Mailänder Katasters, Kartograph, Wissenschaftler, VGI-Österreichische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation, 2/2017, S 100.
- 65) Ende der Regierung der Zarin Anna 1740, Staatsstreich 1741 durch Zarin Elisabeth. [https://de.wikipedia.org/wiki/Russisches\\_Kaiserreich#Anna\\_.2B1730\\_bis\\_1740.29](https://de.wikipedia.org/wiki/Russisches_Kaiserreich#Anna_.2B1730_bis_1740.29)
- 66) Diese Einleitung zeigt, daß die Korrespondenz zwischen Euler und Marinoni zwar nicht mit diesem Schreiben beginnt, aber erst ganz am Anfang steht, knapp nachdem Euler auch einen Briefwechsel mit Poleni aufgenommen hat.
- 67) Joseph-Nicolas Delisle (1688-1768), französischer Astronom und Kartograph an der Pariser Sternwarte und in St.Petersburg, 1714 Mitglied der Pariser Akademie, 1725 von Zar Peter dem Großen nach St.Petersburg berufen, begründet eine Schule für Astronomie, 1747 ausländisches Ehrenmitglied der Akademie der Wissenschaften, sammelt und ordnet umfassend Daten, Korrespondenzen und Manuskripte, 1725 Mitglied der Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle/Saale.
- 68) In Basel wurden in den 1930er-Jahren hochqualitative Fotografien und Abschriften angefertigt. vgl. Kleinert Andreas, 100 Jahre russisch-schweizerische Zusammenarbeit bei der EULER-Gesamtausgabe, in Kästner Ingrid/ Schippan Michael, Deutsch-russische Zusammenarbeit wissenschaftlicher und kultureller Institutionen im 18.-20.Jh., S 218.
- 69) John Flamsteed (1646-1719), englischer Astronom, De inaequilitate diurni solarium dissertatio astronomica, London 1672, The King's Astronomical Observer 1675, Gründer des Observatoriums Greenwich, Mitglied der Royal Society
- 70) Julianischer Kalender, in England bis 1752, in Rußland von 1700 bis 1918 gültig.

- 71) Euler hat dann 1746 seine *Tabulae Astronomicae Solis et Lunae, Opuscula varii argumenti 1*, 1746, S 137-168 veröffentlicht (vgl. auch Abb. 56.1 in der Fortsetzung).
- 72) *Tabulae Carolinae* (Karolinische Tafeln) vom englischen Astronomen Thomas Street(e) (1621-1689) erstellt und in *Astronomia Carolina, a new theorie of Coelestial Motions* 1661 publiziert, von Flamsteed geschätzt, von Johann Gabriel Doppelmayr ins Lateinische übersetzt.
- 73) Hiermaseder Michael/König Heinz: Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, VGI 2/2017, S. 122ff; Cargnelutti Liliana: Marinoni; aus: <http://www.dizionario-biograficoeditruiiani.it/marinoni-giovanni-giacomo/>;
- 74) vgl. aber: All of the boys of Poleni pursued religious career, with the exception of the last, Eugenio (1717-1736), who was destined to give succession to the family, but died only 18 years old, to the severe grief of Marquis Giovanni Poleni. (<http://history-computer.com/People/PoleniBio.html>; [http://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-poleni\\_%28Dizionario-Biografico%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-poleni_%28Dizionario-Biografico%29/)).
- 75) Eustachius Manfredius (1674-1739), italienischer Mathematiker und Astronom, Professor und Direktor des Observatoriums in Bologna.
- 76) wohl Friedrich Christoph Mayer (1697-1729), dessen Beiträge Tomus IV zwar enthält, der aber nicht mehr am Leben ist.
- 77) Manfredius Eustachius, *De Gnomone Meridiano Bononensi ad D. Petronii, deque observationibus Astronomicis eo instrumento ab ejus constructione ad hoc tempus peractis*, Bologna 1736.
- 78) Christian Goldbach.
- 79) 1736?
- 80) Tra il 1736 e il 1737 subì una serie di lutti gravissimi. Oltre all'ultimo figlio, Eugenio, morirono anche il padre e la moglie, perdite che affrontò con grandissima forza d'animo, come testimonia una lettera a Jacopo Riccati del 16 gennaio 1737: "*Iddio Signore conservi a Lei, che tanto merita, esso S(igno)r Co(n)te e gli altri degnissimi e da me riveritissimi di Lui fratelli. Io ne avevo uno solo al secolo, da cui parevami di poter sperar molto per l'onestà del costume e per l'amore delle scienze; è piaciuto al Signore di levarmelo nel fior degli anni. Debbo essere interamente rassegnato, ma ho compreso però quanto dolore costino simili perdite*" (*Carteggio (1715-1742)*, 1997, p. 218). [http://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-poleni\\_%28Dizionario-Biografico%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-poleni_%28Dizionario-Biografico%29/)
- 81) Egnazio Danti (1536-1586), Mathematiker, Astronom, Kartograph. Der Dominikaner entdeckt 1574 die 11-Tage-Lücke zwischen dem julianischen Kalender und dem Sonnenjahr, 1575 Professor in Bologna, errichtet den Gnomon in S.Petronio, wirkt an der Kalenderreform Papst Gregor XIII. 1582 mit, 1583 Bischof von Alatri.
- 82) Giovanni Domenico Cassini (1625-1712), 1650 Professor für Astronomie und Mathematik in Bologna, 1655 bestimmt er mit seiner Meridiana in der Basilika San Petronio von Bologna die Neigung der Erdbahn, den Sonnendurchmesser und die Lichtbrechung in der Erdatmosphäre und veröffentlicht seine Ergebnisse 1662 in Tabellenform, 1669 Académie Royale des Sciences Paris, Begründer einer Dynastie von Astronomen.
- 83) <https://de.wikipedia.org/wiki/Mittagsweiser>
- 84) Euler Leonhard, *De la variation de la latitude des étoiles fixes et de l'obliquité de l'écliptique*, präsentiert an der Berliner Akademie am 24.4.1754, publiziert in *Memoires de l'academie des sciences de Berlin* 10, 1756, S 296-336.
- 85) Die Ursache für die Änderungen der Ekliptikschiefe sind die anderen 7 Planeten, deren Bahnebenen von jener der Erde um 1° (Jupiter, Uranus) bis 7° (Merkur) abweichen. Sie üben Drehmomente auf die Erde aus wegen deren Abplattung (Abweichung von der Kugelform 0,3353 %, Durchmesser am Äquator etwa 43 km größer als zwischen den Polen). Die erste theoretische Berechnung dieser Änderung der Ekliptikschiefe  $\varepsilon$  gelingt Leonhard Euler im Jahr 1754. Als Ergebnis seiner Analyse erhält er für die Änderungsrate der Ekliptikschiefe den Wert  $-47,5''/\text{Jh.}$ , woraus er für das Jahr 1817 für die Schiefe den Wert  $\varepsilon = 23^\circ 27' 47,0''$  prognostiziert. Als die Massen der Planeten genauer bekannt sind, wiederholt Joseph-Louis Lagrange 1774 Eulers Berechnungen, woraus er  $-56,2''$  pro Jahrhundert und für 1817 den Wert  $23^\circ 47' 48,0''$  erhielt. 1782 kam er mit verbesserter Theorie auf  $-61,6''/\text{Jh.}$ , wogegen Jérôme Lalande um 1790 in seinen *Astronomie-Tafeln* die Änderungsrate  $-33,3''/\text{Jh.}$  und für 1817 den Wert  $23^\circ 47' 38,9''$  erhält. Diese doch beträchtlichen Unterschiede zwischen so hervorragenden Mathematikern veranlassen Pierre-Simon Laplace (1749–1827) zu einer noch gründlicheren Analyse, aus der ein Schwankungsbereich von  $\pm 1,358^\circ$  folgt. Er weicht vom heutigen Wert nur um  $0,6^\circ$  (in 20 Jahrtausenden) ab. <https://de.wikipedia.org/wiki/Ekliptik>
- 86) Der Autor dankt Herrn Univ.-Prof.Dipl.-Ing.Dr.Michael Drmota, Dekan der Fakultät für Mathematik und Geoinformation, Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der TU Wien, für die Erläuterung der Herleitungen in diesem Brief Eulers.
- 87) Nach den veröffentlichten Protokollen der Petersburger Akademie haben sich Goldbach und Winshelm mit der übermittelten Arbeit Leistners beschäftigt und Euler mit der Antwort nach Wien beauftragt.
- 88) Leistner Josef, *Die von Anbeginn der Welt für unmöglich gehaltene, nun aber durch die Gnade Gottes und emsigen Nachforschen in Möglichkeit gebrachte Quadratur des Circuls*, Wien 1737; Marinoni, *Brevis confutatio quadraturae circuli*, nuper edita a J. J. C. Leistnero, Wien 1737; Mikoviny Samuel, *Epistola ad ... Jo. Jac. Marinonium ... de Quadratura Circuli*, Wien 1739 („*Quaestio de Quadratura Circuli, per Leistnerium, inuenti lauream sibi auso temerario vindicantem, ... qui omissis primum verisque principiis, ... contra rerum naturam pugnantibus, Geometriam videlicet a Quadratura Circuli; Mechanicam a perpetuo mobile, Physicam a substantiarum transformatione; ...*“)
- 89) Josef Ignaz Carl von Leistner, Kais. Rittmeister. Leider täuscht sich Euler. Leistner fühlt sich von Marinoni völlig zu Unrecht angegriffen und beklagt sich, daß man ihm seinen Erfolg nicht gönne.
- 90) Sámuel Mikoviny (1686 oder ca.1700-1750), ungarischer Mathematiker, Ingenieur und Kartograph. Im 18. Jahrhundert gehört er zu den führenden Wissenschaftlern des Königreichs Ungarn und der habsburgischen Erblände. 1735 wird er Mitglied der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften; [https://de.wikipedia.org/wiki/S%C3%A1muel\\_Mikoviny](https://de.wikipedia.org/wiki/S%C3%A1muel_Mikoviny)
- 91) Ludolph van Ceulen (1540-1610), holländischer Mathematiker, Professor für Arithmetik, Vermessungskunde und Festungsbau an der Ingenieurschule der Universität Leiden, noch heute berühmt durch die auf 35 Dezimalstellen genaue Berechnung der Kreiszahl  $\pi$ . Sein Buch „*Van den Circkel*, Delft 1596) findet sich unter Nr. 257 im *Catalogus librorum bibliothecae celeberrimi domini J. Jacobi de Marinoni*, 1786 ca; <http://www.ubs.sbg.ac.at/pdf/AC04548264.pdf>

- 92) Abraham Sharp (1653-1742), englischer Mathematiker, Astronom und Instrumentenbauer, Verfasser von *Geometry improv'd* (London 1717) By a large and accurate table of segments of circles, its construction and various uses in the Solution of several difficult Problems. With Compendious Tables for finding a true Proportional Part, and their Use in these or any other Tables; exemplify'd in making out Logarithms or Natural Numbers from them, to sixty Figures, there being a Table of them for all Primes to 1100, true to 61 Figures.
- 93) Thomas Fantet de Lagny (1660-1734), französischer Mathematiker, berechnet 1719 unter Verwendung der Gregory Reihe für die Arcustangens-Funktion  $\pi$  auf 120 Stellen, von denen jedoch nur 112 richtig sind.
- 94) Kopelevic Judith, in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pis'ma k ucenym, S 167
- 95) Kopelevic Judith, in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pis'ma k ucenym, S 167.
- 96) Kopelevic Judith, in Euler Leonhard, Briefe an Gelehrte, Pis'ma k ucenym, S 168.
- 97) Rudio Ferdinand, Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre, Vier Abhandlungen über die Kreismessung mit einer Übersicht über die Geschichte des Problemes von der Quadratur des Zirkels, Leipzig 1892.
- 98) Euler Leonhard, *Introductio in analysin infinitorum*, 2 Bände, 1748.
- 99) „Was nun Zeit Anno 1737. bis anhero zwischen mir dann dem Herrn von Marinoni vor Schriften gewechselt worden ... Dahero per longum & latum davon zu melden vor ohnnöthig erachtet wird und ist es genug das man weiß das aus purem Neyd und Haß durch allerhand Misch-Gemäsch der Herr von Marinoni sein Intentum zu erreichen seinen Gegentheile aber zu übervorthellen seine nichts-würdige Schriften wiewolen zur eigen Praejudiz, in die Welt hinaus flattern lassen. Allein es ist umso schmerzlicher daß man auf die nur Bogen=weis mit lauter Ungrunden angefüllte Scaratequen schon durch ganze Folianten probiret wie daß einzig und allein unter denen Zahlen 1225. ad 3844. die Proportion Diametri ad Peripheriam Circuli enthalten seye und dennoch das Marinonische Balylon (sic!) nicht zur Erkenntnuß zu bringen sondern vielmehr mit einer Algebraischen Confusion (welche sie zwar Demonstration getauffet) dann einer sechs und neunzig ecketen Ausrechnung zu welcher der Herr von Marinoni der Auctor ist und sie mit allem Fleiß zusammen geschmiedet de novo in das Felde gerucket; in welchen beeden Theilen ich nicht nur allein abscheulich durch die Hächel gezogen verleimd verachtet und verschwärtzet sondern auch an meinen Ehren höchst=empfindlich angegriffen worden.“ (J.I.C.v.Leistner, *Quadratur des Circuls*, 1740, S 1).
- 100) Schiller Friedrich, *Die Jungfrau von Orleans*, III.Akt, Szene 6.
- 101) v. Sanden H., *Quadratur des Kreises*, Die Naturwissenschaften verschließen sich den Amateuren in <http://www.zeit.de/1959/10/quadratur-des-kreises>.
- 102) Rudio Ferdinand, Übersicht über die Geschichte des Problemes von der Quadratur des Zirkels, 1892, S 63 ff; [https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratur\\_des\\_Kreises](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratur_des_Kreises).
- Bernhardt Hannelore, Leonhard Euler – *Leben u.Werk, Sitzungsberichte d.Leibniz-Sozietät*, (94) 2008.
- Bigourdan Guillaume, *Lettres de Léonard Euler, en partie inédites, Bulletin Astronomique XXXIV*, 1917.
- Bortolan Pirona Eugenio, *Vita e opere di Gian Giacomo Marinoni, Marinoni Istituto Tecnico Statale per Geometri 1961-2011, 50 anni dalla Fondazione, Udine* 2012.
- Bredenkamp Horst/ Velminski Wladimir, *Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme*, Berlin 2010.
- Candiloro Ignazio, *Giovanni Giacomo Marinoni matematico, topografo e astronomo udinese, "L'Universo"*, 52, 2 (1972), 428ff.
- Euler Leonhard, *Von der Gestalt der Erden*, 1738.
- Euler Leonhard, *Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis, Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 8, 1736, St. Petersburg 1741.
- Euler Leonhard, *Tabulae Astronomicae Solis et Lunae, Opuscula varii argumenti* 1, Berlin 1746.
- Euler Leonhard, *Introductio in analysin infinitorum*, 2 Bände, Lausanne 1748, hrsg. Krazer Adolf/Rudio Ferdinand, *Opera Omnia*, Leipzig und Berlin 1922.
- Euler Leonhard, *Reflexions sur la dernière éclipse du Soleil du 25 juillet A. 1748, Memoires de l'academie des sciences de Berlin* 3, 1749.
- Euler Leonhard, *Methode de determiner la longitude des lieux par l'observation d'occultations des étoiles fixes par la lune*, Berlin 1749.
- Euler Leonhard, *De la variation de la latitude des étoiles fixes et de l'obliquité de l'écliptique, Memoires de l'academie des sciences de Berlin* 10, 1756.
- Euler Leonhard, *De repraesentatione superficiei sphaericae super plano, De proiectione geographica superficiei sphaericae, De proiectione geographica Deslisliana in mappa generali imperii russici usitata*, alle 1775, St. Petersburg 1777.
- Fellmann Emil, Euler, Marinoni und die Sonnenuhr des Augustus in *Ad Fontes Arithmeticae et Algebrae*, FS Wolfgang Kaunzner, 1998.
- Fellmann Emil/Burckhardt Johann Jakob/ Habicht Walter, *Leonhard Euler 1707-1783: Beiträge zu Leben und Werk*, Basel 1983.
- Hiermanseder Michael/König Heinz, *Johann Jakob von Marinoni – geadelt und getadelt, Schöpfer des Mailänder Katers, Kartograph, Wissenschaftler*, VGI 2/2017, S 60ff.
- Hoffmann Peter, *Leonhard Euler und Rußland, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät*, (94) 2008.
- Hopkins Brian/Wilson Robin J., *The Truth about Königsberg, What Euler didn't do, The College Mathematics Journal Vol.35, No.3*, 2004.
- Juskevic Adolf/Smirnov Vladimir/Habicht Walter, *Leonhard Euler Briefwechsel, Beschreibung, Zusammenfassung und Verzeichnisse, Opera Omnia Series Quarta A, Vol.I*, Basel 1975.
- Kleinert Andreas, *"Leonhardi Euleri Opera Omnia": editing the works and correspondence of Leonhard Euler*, Prace Komisji Historii Nauki PAU 14, 2015.
- Kleinert Andreas, *100 Jahre russisch-schweizerische Zusammenarbeit bei der EULER-Gesamtausgabe*, in Kästner

## Referenzen

Bandini Angelo Maria, *Dell'obelisco di Cesare Augusto scavato dalle rovine del Campo Marzo, Commentario di A.M.Bandini, con alcune lettere e dissertazioni di Uomini illustri*, Roma 1750.

Ingrid/Schippan Michael, *Deutsch-russische Zusammenarbeit wiss. u. kultureller Institutionen 18.-20.Jh., Aachen 2017.*

Kopelevic Judith in Smirnov Vladimir, Leonhard Euler, *Pisma k utchenym (Letters to Scholars), Academy of Sciences of the USSR, Moscow-Leningrad, 1963.*

Lego Karl, *Johann Jakob von Marinoni, Österreichische Naturforscher, Ärzte u. Techniker, Wien 1957.*

Marinoni Johann Jakob, *Brevis confutatio quadraturae circuli, nuper edita a J. J. C. Leistnero, Wien 1737.*

Marinoni Johann Jakob, *De astronomica specula domestica et organico apparatu astronomico, Wien 1745.*

Marinoni Johann Jakob, *De re ichnographica, cujus hodierna praxis exponitur, et propriis exemplis pluribus illustratur, Wien 1751.*

Marinoni Johann Jakob, *De re ichnometrica, veteri, ac nova recensetur experimenta per utramque habita accedunt modi areas fundorum sine calculo investigandi, Wien 1775.*

Mattmüller Martin, *Eine neue Art Mathematik zu schreiben, in Bredekamp Horst/ Velminski Wladimir, Mathesis & Graphé: Leonhard Euler und die Entfaltung der Wissenssysteme, Berlin 2010, S 177 ff.*

Plinius Secundus Gaius, *Naturalis historiae libri XXXVII, Interpretatione et notis illustravit Joannes Harduinus SJ, Tomus 5, Paris 1685.*

Rudio Ferdinand, *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre, Vier Abhandlungen über die Kreismessung mit einer Übersicht über die Geschichte des Problemes von der Quadratur des Zirkels, Leipzig 1892.*

Sachs Horst/Stiebitz Michael/Wilson Robin J, *An Historical Note: Euler's Königsberg Letters, Journal of Graph Theory, Vol 12, No 1, 1988.*

Slezak Friedrich, *Johann Jakob Marinoni (1676-1755), Der Donaauraum, Zeitschrift für Donauforschung 1976, Nr. 21, 195ff.*

Sofonea Traian, *Johann Jakob von Marinoni (1676-1755) – Sein Leben und Schaffen – 300 Jahre nach seiner Geburt, ÖZ 1976, 97ff.*

Virgin Rosella, *Giovanni Giacomo Marinoni (1676-1755), La nascita della cartografia moderna, Tesi di Laurea, Istituto Universitario di Architettura di Venezia, 1998.*

#### Anschrift des Autors

Dr. Michael Hiermanseder, Senior Consultant, Hill Woltron Management Partner GmbH; Managing Director, Leica Geosystems Austria GmbH (ret.); Partner, Rudolf & August Rost (ret.), Auhofstr. 15b, 1130 Wien.

E-Mail: hiermanseder@gmx.net



## Besuchen Sie die OVG Facebook Seite!

- ➡ Ankündigung von Veranstaltungen
- ➡ Aktuelle Berichte
- ➡ Treffpunkt der Community (aktuell ~100 Abonnenten)
- ➡ Funktioniert auch ohne Facebook Account!

➡ [www.facebook.com/OVGAustria](http://www.facebook.com/OVGAustria) ➡



:: Be part of it! ::