



Modellierung und Klassifizierung von Talquerprofilen mit Hilfe orthonormaler Funktionen

Olga Wälder, Dresden

Dieser Beitrag wurde als „reviewed paper“ angenommen.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird ein neues Verfahren zur Modellierung und Klassifizierung von Talquerprofilen mit Hilfe orthonormaler Funktionen vorgestellt. Dies erlaubt die Betrachtung sämtlicher Talquerprofile in einem einheitlichen Raum von Basisfunktionen. Ein Vorteil unseres Verfahrens ist, dass die abgeleiteten Formkoeffizienten für alle Profile vergleichbar sind und zur späteren Klassifizierung der Profile in U- bzw. V-Formen verwendet werden können. Ein weiterer Vorteil unseres Modells besteht in der automatischen Identifizierung der so genannten „degenerierten“ Profile, die meistens Einmündungen von Seitentälern entsprechen.

Die Anwendung dieses Verfahrens wird anhand eines realen Datensatzes präsentiert.

Schlüsselwörter: Modellierung, Klassifikation, Talquerprofile, Orthonormale Funktionen, Formkoeffizienten

Abstract:

In this paper we propose a new approach for modelling and classifying of valley cross profiles based on orthonormal functions. With its help, different valley cross profiles can be analysed in the same space of functions. The obtained form coefficients can be compared for different valley cross profiles as well as they can be used for further classification of these profiles to be U- or V-shaped. This fact belongs to the advantages of our method. A further advantage of our model is the automatic recognition of so called “degenerated” profiles. Mostly, such profiles correspond to side-valleys. An application of this approach for a real data set is presented.

Keywords: modelling, classification, valley cross profiles, orthonormal functions, form coefficients

1. Einleitung

In der Geomorphologie interessiert man sich unter anderem für verschiedene Talformen: Die Form eines Tals soll hierbei Informationen über seine Genese beinhalten. Es gibt Täler, die durch das Abschmelzen eines Gletschers gebildet wurden. Solche Gletscher werden als *glazifluvial* bezeichnet. Nach Greenwood und Humphrey (2002) weisen die Täler, die durch Glazialerosion entstanden, überwiegend eine U-Form (U-shaped valleys) auf. Andere Täler, die zum Beispiel durch Flüsse entstanden, besitzen eine V-Form (V-shaped valleys). Hirano und Aniya (1988) regten eine theoretische Diskussion über die Idealform eines glazialen Tals an. Dabei dachten sie an eine Katenoide, also an eine solche Form, die den Verlauf einer an ihren beiden Enden aufgehängten Kette unter dem Einfluss der Schwerkraft beschreibt. Verschiedene polynomiale Ansätze wurden in Dornkamp und King (1971), sowie James (1996) vorgeschlagen. Einige Verallgemeinerungen dieser Ansätze – allerdings nur für symmetrische Talprofile – können Pattyn und Van Heule (1998) entnommen werden (GPL regression model). Li, Lui und Cui

(2001) berücksichtigten die Breite und Tiefe eines Tals bei ihrer Modellierung. Greenwood und Humphrey (2002) kritisierten einige naive herkömmliche Approximationen von Talquerprofilen und stellten dabei eigene Verfahren vor, die sich auf die Anwendung der nicht-linearen Regression stützen. Außerdem wurde in Greenwood und Humphrey (2002) eine vergleichende Gegenüberstellung verschiedener Ansätze durchgeführt. Der Einfluss der Datensatzlänge auf die U/V-Wahrnehmung der Profile wurde analysiert. Greenwood und Humphrey (2002) schlugen vor, Wendepunkte eines approximierenden kubischen Polynoms zu benutzen, um die optimale Höhe der Wände des zu untersuchenden Profils zu bestimmen.

Ziel morphometrischer Verfahren ist die Gewinnung quantitativer Parameter zur Typisierung von Reliefausschnitten. Täler können über morphometrische Parameter, die aus Talquerprofilen abgeleitet werden, quantitativ beschrieben werden. Die resultierenden Parameter können dann zur Klassifizierung benutzt werden. Um diese morphometrische Parameter abzuleiten, wird eine Formvereinfachung bzw. Approximation eines

Talquerprofils mit Hilfe spezieller Funktionen durchgeführt.

Aus mathematischer Sicht spricht man von einer *Approximation*, wenn eine Datenwolke durch eine hinreichend reguläre Funktion beschrieben wird. Weil die reale Struktur der Daten nach wie vor verborgen bleibt, kann diese Funktion nur als ein Schätzer dieser Struktur dienen. Auch die Wahrnehmung und anschließende Zuordnung eines Talquerprofils zu einer U- bzw. V-Form ist subjektiv und daher unscharf. Bisher erfolgte diese Zuordnung entweder rein visuell oder anhand eines Modellparameters (Potenz im GPL regression model, Krümmung bei polynomialen Ansätzen).

Die Modellierung bzw. Klassifizierung mittels unseres Verfahrens kann in folgende Arbeitsschritte unterteilt werden:

1. Erzeugung der Talquerprofile,
2. Bereinigung der Profile (Bereich zwischen zwei lokalen Maxima),
3. Transformation der X-Koordinate,
4. Darstellung der Profile in einer speziellen Basis von orthonormalen Funktionen,
5. Analyse der Formkoeffizienten,
6. Filterung der „degenerierten“ Profile (Hängtäler, Seitentäler),
7. Modellierung der unscharfen visuellen Wahrnehmung von U- und V-Formen,
8. Klassifizierung der „ordentlichen“ Profile in U- und V-Formen,
9. Untersuchung der Genese des untersuchten Talabschnittes anhand der dominierenden Profilform.

In Abschnitt 2 werden die Arbeitsschritte 1 und 2 diskutiert. Abschnitt 3 befasst sich mit der Beschreibung der Arbeitsschritte 3 bis 9. In Abschnitt 4 wird eine Fallstudie präsentiert, die die Anwendung unseres Verfahrens veranschaulicht.

2. Eine kurze Beschreibung des Datenmaterials und der primären Datenverarbeitung

Die Talform soll aus einer in Abflussrichtung geordneten Sequenz von äquidistant entlang des Talverlaufs erzeugten Talquerprofilen analysiert werden. Für jedes Profil wird derselbe Approximationsansatz vorausgesetzt. Die dabei ermittel-

ten Parameter werden dann zur Klassifizierung und Typisierung des Tals herangezogen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurden im Rahmen des Altai-GIS-Projekts (Projektleitung: Dr. Prechtel, Institut für Kartographie der TU Dresden) gewonnen. Die Datengrundlage ist ein Digitales Höhenmodell mit einer Auflösung von 16 Meter, das mit SCOP (Stuttgarter Contour Programm) berechnet wurde. Der zu untersuchende Bereich entspricht den Tälern der Flüsse Akhan, Akket, Kucherla, Kuragan und Mult'a, siehe Abb. 1. Das Einzugsgebiet hat die Ausdehnung eines sphärischen Rechtecks von 0,67 Breitengrad Höhe, 1,50 Längengrad Breite mit der geographischen Zentrumsordinate 86,25° Ost bzw. 50,00° Nord. Das Gebiet entspricht somit etwa einem planaren Rechteck mit einer Ausdehnung von 75 mal 110 Kilometern. Der höchste Berg des Altai ist mit 4 506 Meter die Belukha im Massiv Katun'-Kette.

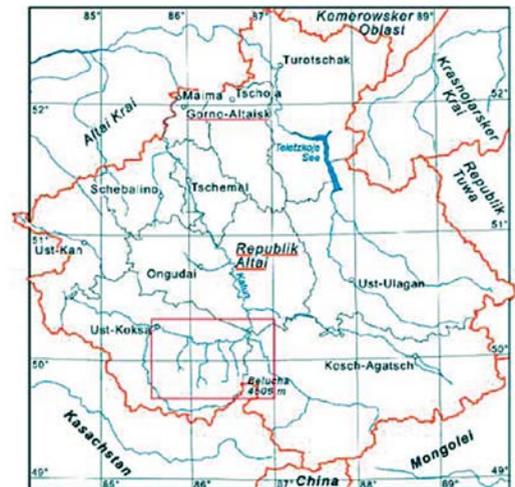


Abb. 1: Untersuchungsgebiet (markiert)

Die Richtung der Querprofile ergibt sich nach einer numerischen Talwegsuche (Verbindung der lokalen Minima); die Profilrichtung ergibt sich dann als rechter Winkel zur lokalen Abflussrichtung. Die Mittelpunkte der Querprofile fallen mit dem tiefsten Punkt zusammen und entstammen der Talweganalyse.

Die Talquerprofile bestehen aus einer sortierten, zwei-dimensionalen Punktmenge, deren X-Koordinaten in gleichen Abständen vom orographisch linken Talhang zum orographisch rechten Talhang verlaufen (links bei 0 beginnend und mit konstantem X-Inkrement versehen); die Y-Koordi-

naten geben die zugehörigen Höhenlagen wieder. Diese Hohenreihenfolge musste nachträglich rechnergestützt bereinigt werden, so dass links vom globalen Maximum auf der linken Seite und rechts vom globalen Maximum auf der rechten Seite des Taltrages *keine weiteren Messwerte* dem Talquerprofil zugeordnet werden.

Die Profilform soll möglichst hypothesenfrei analysiert werden, was bedeutet, dass nicht ein bestimmter Formtyp (z.B. ein glaziales Trogtal) gesucht wird, sondern eine genetische Zuordnung erst aus dem Resultat heraus angestrebt wird.

Als Eingangsinformation der Modellierung werden ein Rasterhohenmodell und ein topologisch strukturiertes Gewässernetz genutzt. Letzteres dient ausschließlich als Initialhypothese für die Rekonstruktion des Talwegverlaufes. Zwecks einer sinnvollen Abkürzung werden die Talquerprofile im Text weiter nur schlicht als *Profile* bezeichnet.

3. Das mathematische Modell

Ein Profil kann schwerlich durch eine einzige geschlossene Funktion modelliert werden. Dies liegt daran, dass reale Profile meist asymmetrisch sind. In Greenwood und Humphrey (2002) wurden daher zwei Polynome zur Modellierung von asymmetrischen Profilen herangezogen. In Wälder (2008) wurde ein verallgemeinertes Regressionsmodell vorgeschlagen, das sich auf drei zusammenhängende Funktionen stützt. In unserem Verfahren wird vor allem eine geringe Anzahl von Parametern angestrebt, die zur nachfolgenden Klassifizierung von Profilen verwendet werden.

Wir starten mit der Auswahl von Approximationsfunktionen. Polynome sind die am meisten erforschte Funktionsklasse. Eine besondere Rolle spielen aber die so genannten *orthogonalen Polynome*. Sie können in Funktionsräumen in gleicher Weise wie Basisvektoren in euklidischen Räumen benutzt werden. Orthogonale Polynome stellen ein nützliches Werkzeug bei der praktischen Arbeit mit komplizierten funktionalen Zusammenhängen dar. Die ausreichend regulären Funktionen können durch ihre lineare Darstellung über orthogonale Basisfunktionen ersetzt werden. Es seien u, v zwei auf dem Intervall $[a, b]$ definierte, hinreichend reguläre Funktionen. Ferner sei w eine weitere auf diesem Intervall definierte, nicht-negative Funktion. Die folgende Zahl:

$$\langle u, v \rangle_w = \int_a^b u(x) \cdot v(x) \cdot w(x) dx \quad (1)$$

heißt Skalarprodukt der Funktionen u, v bezüglich des Gewichtes w . In unserem Fall gehen wir von $w(x) = 1$ aus.

Zwei auf dem Intervall $[a, b]$ definierte, hinreichend reguläre Funktionen u, v heißen dabei *orthogonal*, falls ihr Skalarprodukt gleich Null ist. Sie werden zusätzlich *orthonormal* genannt, wenn dabei ihre „Längen“ oder die Skalarprodukte mit sich selbst gleich Eins sind, d.h. $\langle u, u \rangle = 1, \langle v, v \rangle = 1$.

Wie bereits erwähnt, spielen die orthogonalen Funktionen in Funktionsräumen eine ähnliche Rolle wie Basisvektoren in euklidischen Räumen. Allgemein ausgedrückt, lässt sich jede auf $[a, b]$ definierte, hinreichend reguläre Funktion $f(x)$ bezüglich eines orthogonalen Systems $\{e_i(x)\}_{i=1}^{\infty}$ von Funktionen in diesem Intervall folgendermaßen darstellen:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i e_i(x) \quad \text{mit} \\ f_i = \frac{\langle f(x), e_i(x) \rangle}{\langle e_i(x), e_i(x) \rangle}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Folgende linear unabhängige Funktionen sind nicht orthogonal, weil im Allgemeinen gilt:

$$\{g_i(x) = x^{i-1}\}_{i=1}^{\infty} \quad \text{auf } [a, b] \\ \{g_i, g_j\} = \int_a^b x^{i+j-2} dx = \\ = \frac{1}{i+j-1} (b^{i+j-1} - a^{i+j-1}) \neq 0 \quad (3)$$

Allerdings gibt es ein Verfahren, das es erlaubt, aus einem linear unabhängigen System eine Orthogonalbasis zu konstruieren, nämlich das *Orthogonalisierungsverfahren* von Gram-Schmidt, siehe Hoffmann u.a. (2005) für nähere Details.

Zum Beispiel erhält man nach dem Orthogonalisieren für das System $\{g_i(x) = x^{i-1}\}_{i=1}^{\infty}$ auf $[-1, 1]$ die folgenden Basisfunktionen:

$$e_1(x) = 1, \\ e_2(x) = x \\ e_3(x) = x^2 - \frac{1}{3} \\ \text{usw.} \quad (4)$$

Abb. 2(a) zeigt die ersten drei Funktionen aus der orthogonalen Basis der Polynomfunktionen auf dem Intervall $[-1, 1]$.

In diesem Beitrag wird eine Klassifizierungsmethode präsentiert, die sich auf die Ableitung der Formkoeffizienten eines Talprofils an Hand der Gewichte f_i aus (2) stützt. Die orthogonalen

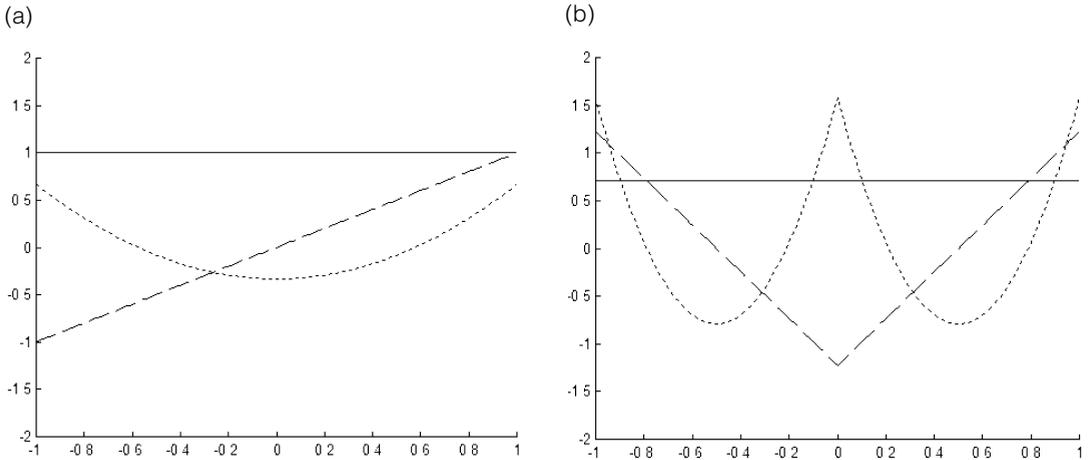


Abb. 2: Die Funktionen $e_1(x)$ (durchgezogene Linie), $e_2(x)$ (gestrichelte Linie) und $e_3(x)$ (punktierte Linie): (a) aus (4), (b) aus (5)

Basisfunktionen $e_1(x)$, $e_2(x)$ und $e_3(x)$ aus (4) eignen sich allerdings nur bedingt für eine sinnvolle Darstellung des Profils: Sie beschreiben zwar drei „unabhängige Prozesse“ einer Talformung wie Tiefe, Neigung und Krümmung, tragen aber nicht zu einer geeigneten Zuordnung des Profils einer U- bzw. V-Form bei.

Dagegen sind die folgenden Funktionen, die *orthonormal* auf dem Intervall $[-1, 1]$ sind,

$$\begin{aligned} e_1(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ e_2(x) &= \sqrt{6} \left(|x| - \frac{1}{2} \right) \\ e_3(x) &= \sqrt{90} \left(x^2 - |x| + \frac{1}{6} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

besser für diese Aufgabe geeignet. Sie können Abb. 2(b) entnommen werden.

An dieser Stelle soll der Darstellung eines Talprofils über die orthonormale Basis (5) näher nachgegangen werden.

Im ersten Schritt werden die X-Koordinaten jedes (bereits – wie im Abschnitt 2 beschrieben – bereinigten) Profils auf das Intervall $[-1, 1]$ transformiert. Um die Formeln nicht unnötig zu überfrachten, werden die neuen X-Koordinaten nach der Transformation wieder mit X bezeichnet.

Die Messungen werden dann bezüglich der Stelle $X=0$ zentriert. Dann wird die Messreihenfolge wieder ausgedünnt: Um den tiefsten Punkt des Profils soll sich links und rechts die gleiche Anzahl der Messpaare (X,Y) befinden. Somit fallen die überflüssigen Messpaare aus dem entsprechenden Datensatz aus.

Der Vorteil dieser Prozedur liegt in der Möglichkeit, unterschiedlichste Profile auf einen „gemeinsamen Nenner“ zu bringen; diese werden in derselben orthonormalen Basis (5) untersucht.

Je ähnlicher die Formkoeffizienten im Verlauf eines Tales sind, desto höher ist die Sicherheit, mit der seine Zuordnung durchgeführt werden kann. U- bzw. V-Formen werden nun durch Analyse der Gewichte f_1 und f_2 in der Darstellung (2) unterschieden. Diese Gewichte ermittelt man für jedes Profil $PR(x)$ an Hand der zugehörigen N Messpaare (X,Y) mit Hilfe einer Quadraturformel (z.B. Trapezformel) für Berechnung der Integrale aus (2):

$$\begin{aligned} Pr(x) &\approx \sum_{i=1}^3 f_i e_i(x) \quad \text{mit} \\ f_i &= \langle f(x), e_i(x) \rangle \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (Y(X_k) e_i(X_k) + Y(X_{k+1}) e_i(X_{k+1})), \\ i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (6)$$

Die Beschränkung der Darstellung (6) auf lediglich drei Basisfunktionen kann dadurch gerechtfertigt werden, dass die *Formkoeffizienten* f_i aus (2) bei einer größeren Anzahl von Basisfunktionen nicht mehr plausibel interpretiert werden können.

Im zweiten Schritt soll eine Kurvendiskussion der Darstellung (7) erfolgen, vgl. auch (5):

$$\begin{aligned}
 Pr(x) &= f_1 \cdot e_1(x) + f_2 \cdot e_2(x) + f_3 \cdot e_3(x) \\
 &= f_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + f_2 \cdot \sqrt{6}(|x| - \frac{1}{2}) + \\
 &\quad + f_3 \cdot \sqrt{90}(x^2 - |x| + \frac{1}{6}) \\
 &= x^2 \cdot \sqrt{90}f_3 + |x| \cdot (\sqrt{6}f_2 - \sqrt{90}f_3) + \\
 &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}}f_1 + \frac{\sqrt{90}}{6}f_3 - \frac{\sqrt{6}}{2}f_2 \quad (7)
 \end{aligned}$$

Falls $(\sqrt{6}f_2 - \sqrt{90}f_3) \approx 0$ gilt – für einen realen Datensatz tritt dies eigentlich nie auf – degeneriert die Kurve eindeutig zu einer Parabel. In diesem Fall lässt sich eine U-Form des Profils klar

erkennen. Je deutlicher aber $(\sqrt{6}f_2 - \sqrt{90}f_3) > 0$ oder $\frac{f_3}{f_2} < \frac{1}{\sqrt{15}} \approx 0.26$ ist, desto ausgeprägter wird die V-Form. Allerdings rein subjektiv (visuell) können einige Profile bereits mit $\frac{f_3}{f_2} > 0.1$ als U-Formen interpretiert werden. Die Abb. 3 und 4 zeigen die Formkoeffizienten f_1, f_2, f_3 und den Quotienten

$$quot = \frac{f_3}{f_2} \quad (8)$$

für einige reale Profile aus der Fallstudie in Abschnitt 4.

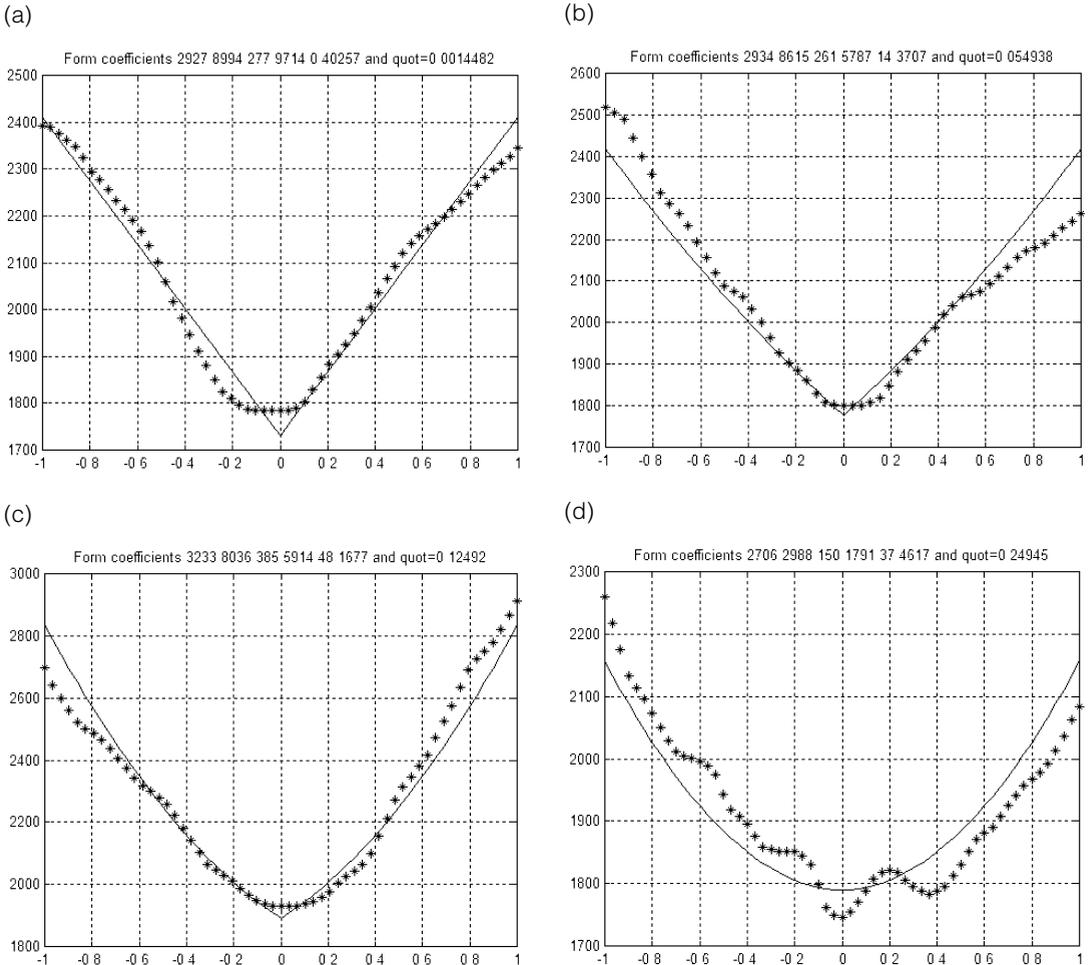
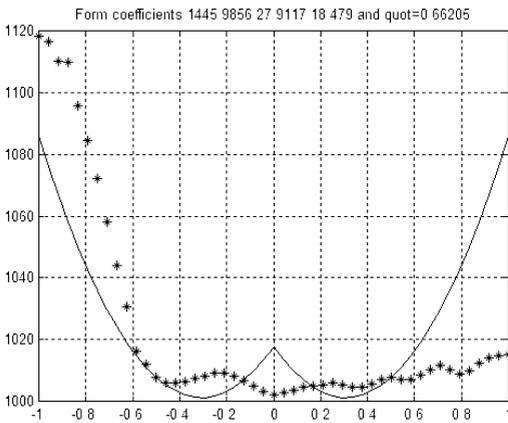


Abb. 3: Profilapproximation mit Hilfe orthonormaler Funktionen aus (5):
 (a), (b) „ordentliches“ Profil; kann visuell eher einer V-Form zugeordnet werden.
 (c) „ordentliches“ Profil; hier kann keine eindeutige Zuordnung zu einer V- bzw. U-Form durchgeführt werden.
 (d) „ordentliches“ Profil; kann visuell eher einer U-Form zugeordnet werden.
 Die Werte auf der Y-Achse stehen für absolute Höhenwerte im Gebirge in [m], die X-Koordinaten wurden transformiert.

(a)



(b)

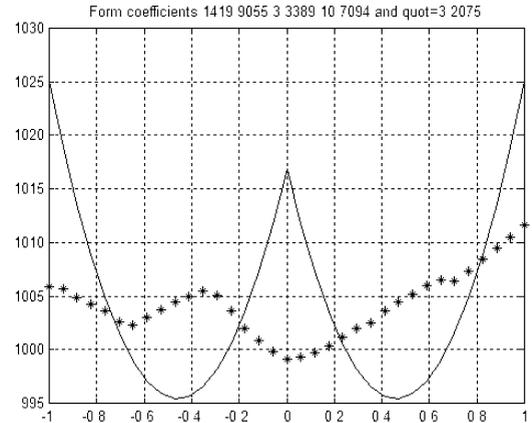


Abb. 4: (a), (b) Profilapproximation mit Hilfe orthonormaler Funktionen aus (5): „degeneriertes“ Profil, der Abstand $abst$ aus (11) zwischen lokalen Extremstellen ist größer als 0.4 (Filter). Die Werte auf der Y-Achse stehen für absolute Höhenwerte im Gebirge in [m], die X-Koordinaten wurden transformiert.

Die Kurve in (7) hat die folgenden Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} Pr(x) &= 2x \cdot \sqrt{90}f_3 + \\ &\quad + \text{sign}(x) \cdot (\sqrt{6}f_2 - \sqrt{90}f_3), \quad x \neq 0 \\ \text{sign}(x) &= \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

und

$$\frac{d^2}{dx^2} Pr(x) = 2 \cdot \sqrt{90}f_3 \quad (10)$$

Die positiven Werte in (10) sprechen bei der Anwesenheit von lokalen Extrema für zwei Minima, die negativen Werte deuten auf zwei Maxima.

Falls es lokale Extrema gibt (die Ableitung in (9) ist gleich Null zu setzen), liegen diese Extremstellen – wegen der Symmetrie der geraden Funktion aus (7) um die Y-Achse – offensichtlich im Abstand

$$abst = 1 - \frac{1}{\sqrt{15}} \cdot \frac{f_2}{f_3} \quad (11)$$

voneinander.

Mit Hilfe der Koeffizienten aus (8) und (11) können solche „degenerierte“ Profile wie die in Abb. 4 aus dem Datensatz bereinigt werden. Meist entsprechen solche Profile einer Abzweigung in ein Seitental. Als Obergrenze wurde dabei $abst < 0.4$ zur Indikation von „ordentlichen“ Profile festgelegt. Eine negative Zahl in (11) beschreibt die Abwesenheit lokaler Extrema und trägt zusammen mit der Größe des Quotienten

$quot$ zur optischen Wahrnehmung von V-Formen bei.

Im nächsten Schritt soll die visuelle, also rein subjektive Wahrnehmung von U- bzw. V-Formen modelliert werden. Wie bereits in der Einleitung erwähnt, kann diese Unterscheidung nur als *unscharf* angesehen werden. Wir benutzen die folgende unscharfe Gewichtung des Quotienten aus (8), um zwischen einer „absoluten“ U-Form (Null auf der $quot_{gew}$ -Achse) und einer „absoluten“ V-Form (Eins auf der $quot_{gew}$ -Achse) auch die Vielfalt weiterer Möglichkeiten zu berücksichtigen:

$$quot_{gew} = 0 \cdot y_1(quot) + 1 \cdot y_2(quot) = y_2(quot) \quad (12)$$

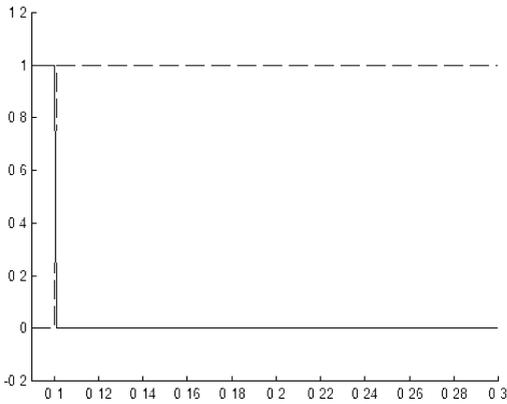
wobei

$$y_1(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0.1 \\ \left(\frac{t-0.1}{0.16}\right)^\lambda, & 0.1 < t \leq 0.26 \\ 1, & t > 0.26 \end{cases}$$

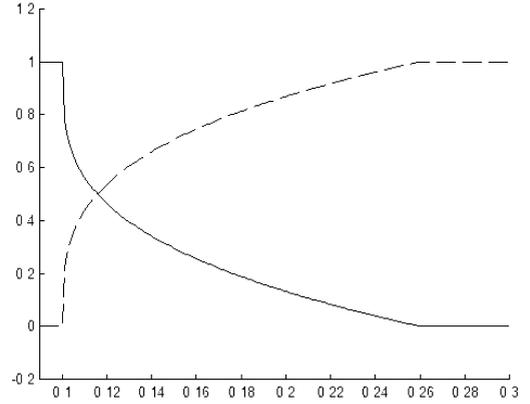
$$y_2(t) = 1 - y_1(t) \quad (13)$$

Die Funktionen aus (13) werden in Abb. 5 für einige Parameterwerte λ veranschaulicht. Das Intervall $[0.1, 0.26]$ soll nun die unscharfe Wahrnehmung von U- bzw. V-Formen widerspiegeln. Die Profile, die visuell als U-shaped erkannt werden, besitzen größere Werte des Parameters $quot$. Die Profile, die als V-shaped wahrgenommen werden, weisen kleinere Werte von Parameter $quot$ auf, vgl. Abb. 3. Eine scharfe

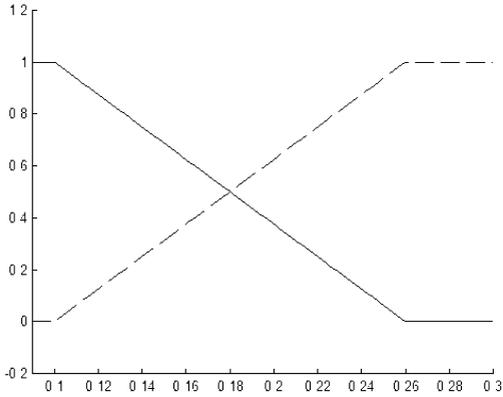
$\lambda = 0$



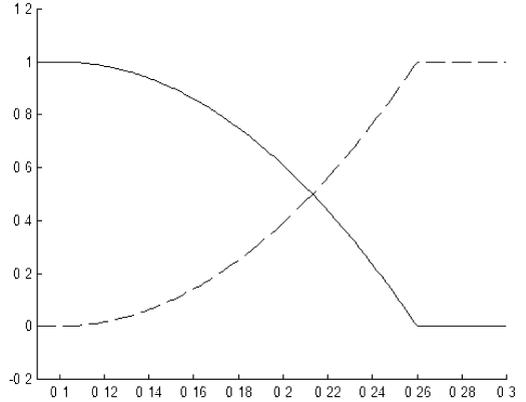
$\lambda = 0.3$



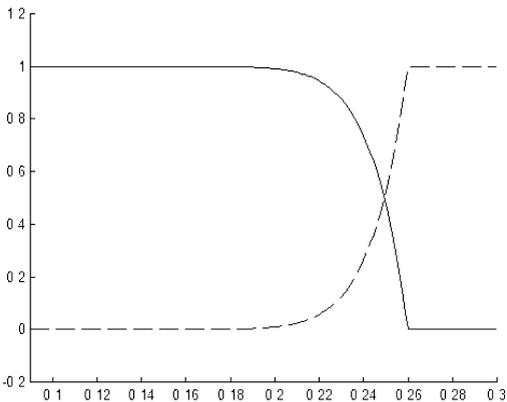
$\lambda = 1$



$\lambda = 2$



$\lambda = 10$



$\lambda = 100$

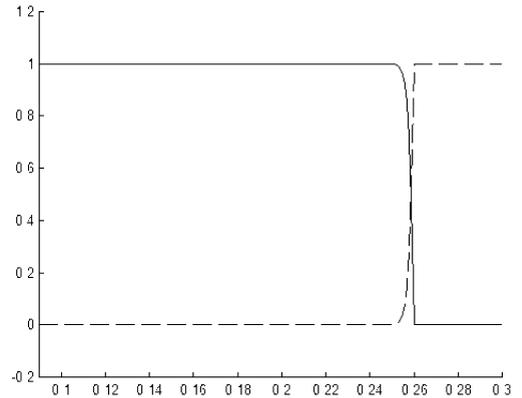


Abb. 5: Unscharfe Entscheidungsfunktionen $y_1(t)$ (durchgezogene Linie) und $y_2(t)$ (gestrichelte Linie) aus (13) für verschiedene Parameterwerte von λ .

Grenze für *quot* zur Unterscheidung von U- und V-Form existiert allerdings nicht. Daher wird diese Grenze durch die Festlegung des Intervalls [0.1, 0.26] unscharf modelliert. Durch die Wahl des Parameters λ können dabei verschiedene, die U- oder V-Form betonende bzw. dämpfende Strategien modelliert werden. Zum Beispiel betonen kleine Werte von λ die Zuordnung zur U-Form. Die in (12) für alle Profile berechneten Koeffizienten *quot_gew* können sowohl zur Klassifizierung der einzelnen Profile, als auch zur Untersuchung der Genese eines Talabschnittes benutzt werden.

Im nächsten Abschnitt wird nun die Anwendung dieses Verfahrens präsentiert.

4. Eine Fallstudie: Altai-Gebirge, Täler der Flüsse Akhan, Akket, Kucherla, Kuragan und Mult'a

Im ersten Schritt wurde für alle Profile die Zerlegung (5) durchgeführt. Mit einem im Programm eingebauten Filter, der sich vor allem auf die mittlere Genauigkeit der durchgeführten Approximation, aber auch auf die Wertebereiche der Koeffizienten (8) und (11) bezog, wurden die degenerierten Profile aus dem Datensatz nachträglich entfernt. Die mittlere Genauigkeit wurde dabei als arithmetisches Mittel der absoluten Abweichungen der Messwerte von den Modellwerten berechnet. Bei der Filterung werden die Profile mit einer mittleren Genauigkeit über 70 m entfernt. Das zugelassene Intervall für den Koeffizienten *quot* aus (8) entsprach [-0.2, 0.3]. Der Koeffizient *abst* aus (11) sollte – für die positiven Werte des Koeffizienten f_3 – die Obergrenze 0.4 nicht überschreiten. Die oben erwähnten Filterungsparameter haben sich nach einigen empirischen Studien für den Datensatz als optimal erwiesen. Von insgesamt 160 aus dem Altai-GIS rechnerisch ermittelten Profilen verblieben lediglich 74 brauchbare.

Einige Beispiele von „ordentlichen“ Profilen können der Abb. 3 entnommen werden. Beispiele der als „degeneriert“ erkannten Profile werden in der Abb. 4 dargestellt. Diese Artefakte widerspiegeln meist die automatisch erstellten „Talprofile“ in Bereichen seitlicher Tal- bzw. Flusseinmündungen oder bereits auf einer Ebene.

Durch eine nachträgliche visuelle Korrektur konnte festgestellt werden, dass mit der oben beschriebenen Filterung dennoch 12,5 % der Profile fälschlicherweise der Gruppe von „ordentlichen“ bzw. „degenerierten“ Profilen zugeordnet wurden, was allerdings auf die weitere statistische

Analyse von Mittelwerten bestimmter Koeffizienten für die gesamte Stichprobe der Profile keinen signifikanten Einfluss hatte: Die Werte der Koeffizienten für diese fehlerhaft zugeordnete Profile stellen keine Ausreißer dar.

Die erneut berechnete mittlere Genauigkeit der Profilgeneralisierung für die als „ordentlich“ erkannten, im Datensatz verbliebenen Profile betrug 37,4 m. Der mittlere Koeffizient *quot* aus (8) über alle Profile entsprach 0.12.

Im zweiten Schritt wurde der Modellierung der unscharfen visuellen Zuordnung von Profilen zu U- bzw. V-Formen nachgegangen. Dafür wurden die Koeffizienten *quot* für alle Profile wie in (12) gewichtet. Die Abhängigkeit des mittleren Koeffizienten *quot_gew* vom Parameter λ für „ordentliche“ Profile kann Abb. 6 entnommen werden. Man kann sehen, dass dieser Mittelwert bereits für $\lambda \geq 0.4$ größer als 0.5 ist. Nach einer Defuzzifizierung der Ergebnisse kann man für $\lambda \geq 0.4$ von einer Zuordnung des Talabschnittes einer V-Form sprechen. Dagegen führt die Wahl von $\lambda \leq 0.3$ zu einer Zuordnung des Talabschnittes zu einer U-Form.

Die algorithmische Implementierung des Verfahrens sowie die Visualisierung der Ergebnisse erfolgte mithilfe des Softwaretools MATLAB.

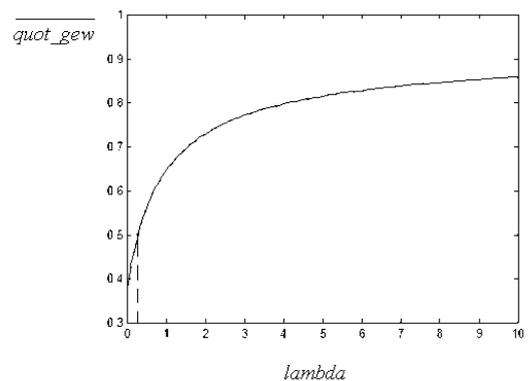


Abb. 6: Abhängigkeit der unscharfen Gewichtung des Mittelwertes der Parameter *quot_gew* aus (12) über alle „ordentlichen Profile“ von der Wahl des Parameters λ . Der Y-Wert nahe Null steht dabei für eine U-Form, der Wert nahe Eins beschreibt die Tendenz zu einer V-Form. Nach einer Defuzzifizierung der Ergebnisse kann man für $\lambda \geq 0.4$ von einer Zuordnung des Talabschnittes einer V-Form sprechen. Dagegen führt die Wahl von $\lambda \leq 0.3$ zu einer Zuordnung des Talabschnittes zu einer U-Form.

5. Ausblick

Wir haben gezeigt, dass unser neues Klassifizierungsverfahren mit Hilfe orthonormaler Funktionen einen wichtigen Beitrag zur geomorphologischen Zuordnung eines Tals zu der U- bzw. V-Form liefern kann.

Das beschriebene Verfahren basiert auf einer Darstellung der Talquerprofile in einer orthonormierten Basis spezieller Funktionen. Dies erlaubt die Betrachtung sämtlicher Profile aus einem einheitlichen Blickwinkel, nämlich in einem einheitlichen Raum von Basisfunktionen. Ein zusätzlicher Vorteil ist, dass die abgeleiteten Formkoeffizienten für alle Profile dann vergleichbar sind und dadurch eine Klassifizierung der Profile (U- bzw. V-shaped) deutlich erleichtern. Diese Formkoeffizienten können dabei plausibel interpretiert werden, weil sie eine gewisse „Ähnlichkeit“ des zu untersuchenden Profils einer der Basisfunktionen widerspiegeln.

Die gefilterten Profile können gewinnbringend dazu verwendet werden, Bereiche zu identifizieren, wo Hangetaler bzw. Seitentäler einmünden. An Hand unserer Fallstudie konnten über 87 % der Artefakte bereinigt werden.

Die Hohenresiduen sind für weiterführende Analysen bedeutsam. So können beispielsweise schwach ausgebildete Talterrassen in einem Profil als regelmäßiger Wechsel von positiven und negativen Residuen in Erscheinung treten.

Durch eine unscharfe Gewichtung eines speziellen Koeffizienten konnte die Subjektivität der visuellen Wahrnehmung von U- bzw. V-Formen modelliert werden. Nun soll die Wahl des Parameters λ aus (12) bzw. der Strategie zur Gewichtung des entsprechenden *quot*-Koeffizienten den Spezialisten aus der Geomorphologie überlassen werden, vgl. Abb. 5.

Weitere Fallstudien sind geplant, um das beschriebene Verfahren zu verfeinern und statistisch zu validieren. Eine Gegenüberstellung von Modellaussagen und realen Erkenntnissen über U- bzw. V-Formen solcher Täler, deren Genese bereits eindeutig geklärt ist, kann zur Justierung des Parameters λ beitragen.

Es ist auch durchaus möglich, dass in einigen Talabschnitten eines Tals eine ausgeprägt glazigene Entstehung und in anderen dagegen eine fluviale Formung gegenwärtig wird. Zum heutigen Zeitpunkt wird es kaum ein Tal geben, das rein glazial geprägt ist. Die meisten glazigenen Täler sind abschnittsweise stark fluvial überprägt. Mit Hilfe unseres Verfahrens ist eine automatische Identifizierung der Talabschnitte gleicher Genese möglich. Eine solche Identifizierung kann zur Klassifizierung eines gesamten Tales über die dominierende Klasse (z.B. nach ihrer Länge) beitragen.

Danksagung

Die Autorin möchte an dieser Stelle Herrn Dr. Prechtel, Institut für Kartographie der TU Dresden für die freundliche Unterstützung bei der Datengewinnung danken. Zudem sei den anonymen Gutachtern für ihre hilfreichen Vorschläge gedankt.

Literaturverzeichnis

- [1] *Doornkamp, J.C., C.A.M. King (1971): Numerical Analysis in Geomorphology. Edward Arnold, London.*
- [2] *Greenwood, M., N. Humphrey (2002): Glaciated Valley Profiles: An Application of Nonlinear Regression. Computing Science and Statistics, 34, 452-460.*
- [3] *Hirano, M., M. Niya (1988): A Rational Explanation of Cross-Profile Morphology for Glacial Valleys and of Glacial Valley Development. Earth Surface Processes and Landforms, 13, 707-716.*
- [4] *Hoffmann, A., B. Marx, W. Vogt (2005): Mathematik für Ingenieure 1. Pearson Studium.*
- [5] *James, L.A. (1996): Polynomial and Power Functions for Glacial Valley Cross-Section Morphology. Earth Surface Processes and Landforms, 21, 413-432.*
- [6] *Li, Y., G. Liu, Z. Cui (2001): Longitudinal Variations in Cross-Section Morphology along a Glacial Valley: A Case-Study from the Tien Shan, China. Journal of Glaciology, 47 (157), 243-250.*
- [7] *Pattyn, F., W. Van Heule (1998): Power Law or Power Flaw? Earth Surface Processes and Landforms, 23, 761-767.*
- [8] *Walder, O. (2008): Mathematical Methods for Engineers and Geoscientists. Springer-Verlag.*

Anschrift der Autorin

PD Dr. rer. nat. habil. **Olga Wälder**: Institut für Kartographie, Technische Universität Dresden, Mommsenstrae 13, D-01062 Dresden.

E-mail: Olga.Waelder@tu-dresden.de.

Tel.: +49 351 463 36200. Fax: +49 352 463 37028