



## Nachbarschaftstreue Transformation zur Berücksichtigung von Spannungen im amtlichen Festpunktfeld

Andreas Wieser <sup>1</sup>, Werner Lienhart <sup>2</sup>, Fritz K. Brunner <sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Institut für Ingenieurgeodäsie und Messsysteme, Technische Universität Graz, Steyrergasse 30, A-8010 Graz*

<sup>2</sup> *Institut für Ingenieurgeodäsie und Messsysteme, Technische Universität Graz, Steyrergasse 30, A-8010 Graz*

<sup>3</sup> *Institut für Ingenieurgeodäsie und Messsysteme, Technische Universität Graz, Steyrergasse 30, A-8010 Graz*

VGI – Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation **91** (2), S. 115–121

2003

BibT<sub>E</sub>X:

```
@ARTICLE{Wieser_VGI_200316,  
Title = {Nachbarschaftstreue Transformation zur Berücksichtigung von  
Spannungen im amtlichen Festpunktfeld},  
Author = {Wieser, Andreas and Lienhart, Werner and Brunner, Fritz K.},  
Journal = {VGI -- Österreichische Zeitschrift für Vermessung und  
Geoinformation},  
Pages = {115--121},  
Number = {2},  
Year = {2003},  
Volume = {91}  
}
```





# Nachbarschaftstreue Transformation zur Berücksichtigung von Spannungen im amtlichen Festpunktfeld<sup>1</sup>

Andreas Wieser, Werner Lienhart und  
Fritz K. Brunner, Graz

## Zusammenfassung

Moderne Bauprojekte erfordern aus technischen Gründen meist ein hochgenaues Grundlagennetz und aus rechtlichen Gründen eine Einbindung ins amtliche Festpunktfeld. Letzteres kann bei hohen Genauigkeitsanforderungen nicht als Grundlagennetz verwendet werden. Wir schlagen für die technische Projektabwicklung ein eigenes, spannungsfreies Festpunktfeld vor. Zur Durchführung von Teilungen wird dieses nachbarschaftstreu ins amtliche Festpunktfeld transformiert. In diesem Beitrag analysieren wir die Netzspannungen im Kärntner Lavanttal, zeigen ihre Auswirkungen auf eine fiktive Eisenbahntrasse und stellen die multiquadratische Interpolation als Mittel zur nachbarschaftstremen Transformation vor.

## Abstract

Civil engineering projects usually require an accurate geodetic network for technical reasons, and for legal reasons they require a connection to the national geodetic network. However, the latter cannot be used as the basis for the project survey if high accuracy is needed. We suggest to use a homogeneous and accurate project network and to transform its coordinates to the national network for land administration tasks only. In this paper, we analyse the inhomogeneities of the national network in the Lavanttal (Carinthia/Austria), show their effect on a fictitious railway project, and propose the use of the multi-quadratic interpolation as a transformation tool.

## 1 Einleitung

Moderne Bauprojekte setzen häufig ein Festpunktfeld mit einer relativen Lagegenauigkeit benachbarter Punkte von wenigen Zentimetern bis Millimetern voraus. Das amtliche Festpunktfeld (AFP) wurde nicht als Grundlage für solche Projekte geschaffen und weist zum Teil erhebliche Spannungen auf. Dennoch können größere Bauvorhaben nicht ohne AFP abgewickelt werden, weil Teilungen unter Anschluss an das AFP im Landessystem durchzuführen sind.

Wir stellen hier ein effizientes Verfahren zur Diskussion, das sowohl die Genauigkeitsanforderungen aus dem Bauprojekt als auch die rechtlichen Anforderungen aus der Vermessungsverordnung [1] erfüllt. Dies gelingt mithilfe einer nachbarschaftstremen Transformation.

Zunächst untersuchen wir anhand von Testmessungen im Lavanttal die Spannungen zwi-

schen Punkten des AFP. Die Helmert'schen Punktlagefehler der Triangulierungs- und Einschaltpunkte (TP, EP) betragen dort, mit Ausnahme weniger Ausreißer, etwa 5 cm. Die überraschend hohe Qualität ist dennoch für Aufgaben wie die Absteckung einer Eisenbahntrasse nicht ausreichend, wie wir im Abschnitt 2 zeigen. Insbesondere wird durch eine Transformation unter Festhalten der amtlichen Koordinaten der TP und EP die Geometrie (z. B. der Bahntrasse) in der unmittelbaren Nähe der identen Punkte gestört. Im Abschnitt 3 erläutern wir das Prinzip der „Nachbarschaftstreue“ und stellen die multiquadratische Interpolation nach Hardy [2] als Hilfsmittel zur Transformation unter Wahrung der lokalen Geometrie vor. Anhand eines Beispiels zeigen wir im Abschnitt 4 die Auswirkung der Netzspannungen auf eine fiktive Trasse und lösen das Problem mithilfe der multiquadratischen Interpolation.

1) Die vorliegende Arbeit basiert auf der „wissenschaftlichen Untersuchung der geodätischen Grundlagen und moderner Aufnahmemethoden für das Projekt Koralmbahn“, die das Institut für Ingenieurgeodäsie und Messsysteme der TU Graz im Auftrag der Eisenbahn-Hochleistungsstrecken AG (HL-AG) durchgeführt hat.

## 2 Spannungen im Festpunktfeld

### 2.1 Testnetz

Im Rahmen von Netzverdichtungsmessungen im Einzugsbereich der Koralmbahn wurden von mehreren Ingenieurkonsulenten Spannungen im AFP von bis zu 30 cm in der Lage und mehr als 40 cm in der Höhe festgestellt, [3]. Zur näheren Untersuchung dieser Situation haben wir gemeinsam mit der HL-AG ein Gebiet von ca. 15 km Länge im Bereich des geplanten Trassenkorridors im Lavanttal ausgesucht. Zunächst wurde ein GPS-Grundlagentnetz (GN) mit Punktabständen von 2 km statisch gemessen und unter Anschluss an die IGS Station Graz ausgewertet. Dieser Anschluss ist als Ersatz für eine Einbindung des GN in AREF zu sehen, weil uns AREF-Koordinaten zum Zeitpunkt der Untersuchung nicht zur Verfügung standen.

Als Testnetz wurden dann 105 TP und EP im Testgebiet ausgewählt, Abb. 1, und mit GPS RTK (Leica System 500) neu eingemessen. Als Referenzstation diente jeweils einer der nächstgelegenen Punkte des GN. Aus unabhängigen Mehrfachmessungen einzelner Punkte und aus den empirischen Standardabweichungen der RTK-Lösungen ergab sich eine typische Genauigkeit von 1–2 cm in Lage und Höhe. In der Folge wird nur noch die Lagekomponente untersucht, da die TP-Höhen für die Vermessungen im Rahmen eines Bahnbauprojektes ohnehin nicht in Frage kommen.

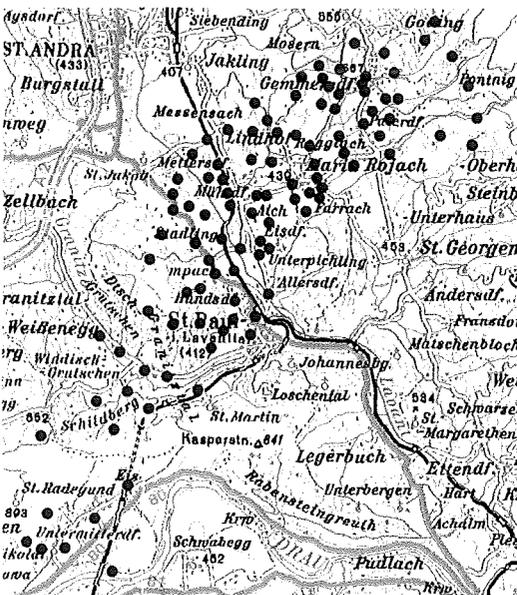


Abb. 1: 105 TP und EP im Lavanttal wurden mit GPS RTK neu eingemessen (AMAP-Ausschnitt mit Overlay).

### 2.2 Restklaffungen nach einer Helmert-Transformation

Nach einer Helmert-Transformation ins AFP (alle 105 Punkte als idente Punkte) treten die Restklaffungen auf, die in Abb. 2 visualisiert sind. Anhand dieser Restklaffungen soll nun die Qualität des Testnetzes untersucht werden. Da die Unsicherheit der Koordinaten im AFP nicht in Form einer Kovarianzmatrix bekannt ist, kann eine strenge statistische Analyse nicht erfolgen. Wir greifen daher zu einem einfachen statistischen Test auf Basis pauschaler Genauigkeitsannahmen.

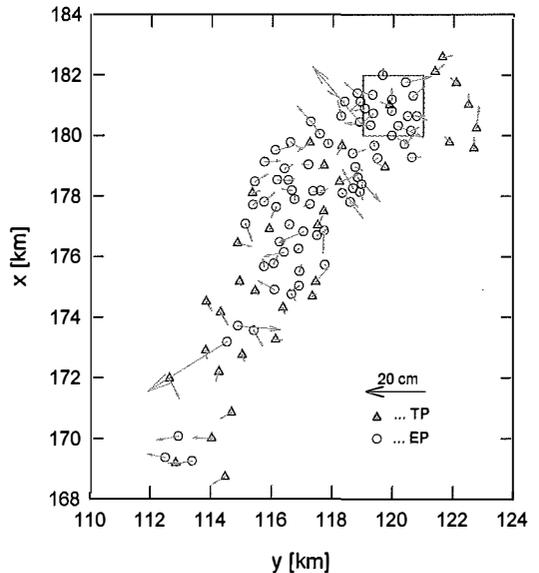


Abb. 2: Restklaffungen nach einer Helmert-Transformation ins AFP (alle 105 TP/EP als idente Punkte). Der markierte Ausschnitt wird später für Detailuntersuchungen verwendet.

Bei normalverteilten Koordinatenabweichungen und unter Vernachlässigung der Korrelation zwischen den Restklaffungen  $k_x$  und  $k_y$  jedes Punktes erwarten wir, dass

$$T: = \left( \frac{k_x}{\sigma_{kx}} \right)^2 + \left( \frac{k_y}{\sigma_{ky}} \right)^2 \quad (1)$$

$\chi^2$ -verteilt ist (mit Freiheitsgrad 2), wobei  $\sigma_{kx}$  und  $\sigma_{ky}$  die zugehörigen Standardabweichungen sind. Wenn wir zusätzlich eine isotrope Genauigkeit annehmen ( $\sigma_k: = \sigma_{kx} = \sigma_{ky}$ ), ist die radiale Klaffung  $k_r$  wie folgt verteilt:

$$k_r: = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \sim \sigma_k \cdot \sqrt{\chi^2_2} = \sigma_k \cdot \sqrt{2 \cdot F_{2,\infty}} \quad (2)$$

Diese theoretische Verteilung kann in einem Quantil-Quantil-Plot, [4], mit der empirischen Verteilung aus den Restklaffungen verglichen

werden, siehe Abb. 3. Für die Abbildung wurde  $\sigma_k = 5$  cm angenommen. Dieser Wert ergibt sich aus der pauschalen Annahme eines Helmert'schen Punktlagefehlers von 7 cm im AFP, das überwiegend aus EP besteht, siehe [1], und aus der Annahme vernachlässigbarer Punktlagefehler bei der GPS RTK Messung.<sup>2</sup> Ist die angenommene Verteilung mit der empirischen identisch, dann müssen alle Datenpunkte auf einer Geraden durch den Ursprung mit Anstieg 1 liegen.

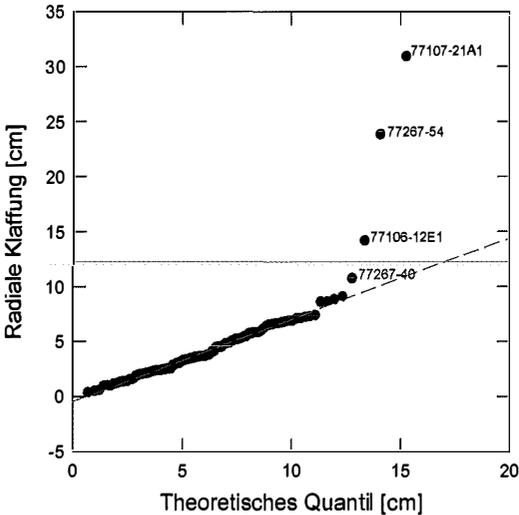


Abb. 3: Quantil-Quantil-Plot der radialen Klaffungen gegenüber dem theoretischen Quantil (2), Annahme  $\sigma_k = 5$  cm, Regressionsgerade durch zentrale 90% der Daten (blau), kritischer Wert für Ausreißerdetektion mit  $\alpha = 5\%$  (rot).

Tatsächlich zeigt sich für den Großteil der vorhandenen Punkte ein linearer Trend. Die Regressionsgerade durch die zentralen 90% der Datenpunkte geht annähernd durch den Ursprung, hat jedoch einen Anstieg von 0,75. In guter Näherung bestätigt die Abbildung also den angenommenen Typ der Verteilung, deutet aber auf eine andere Standardabweichung der einzelnen Restklaffung hin, und zwar 3,7 cm ( $0,75 \times 5$  cm) statt 5 cm.

Als kritischen Wert zur Detektion von Ausreißern mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% verwendet man das 95%-Quantil der theoretischen Verteilung (2), also  $\sigma_k \cdot 2,45$ . Legt man die geschätzte Standardabweichung zugrunde, so ergibt sich ein kritischer Wert von 9,1 cm, der 5 Ausreißer anzeigt (dabei wurde das Quantil aus der F-Verteilung mit dem entsprechenden Frei-

heitsgrad berechnet). In der Praxis hat man allerdings häufig nicht genügend Daten, um einen guten Schätzwert für  $\sigma_k$  zu berechnen. Dann wird man mit der pauschalen Annahme von 5 cm (s.o.) arbeiten, die einen kritischen Wert von 12,3 cm ergibt. Die drei Punkte, deren radiale Klaffung über 12,3 cm liegt, werden als Ausreißer von der weiteren Untersuchung ausgeschlossen (Abb. 3, siehe auch Abschnitt 3.5).

### 2.3 Qualität des AFP im untersuchten Bereich

Aus der Standardabweichung der Klaffungen in x und y (3,7 cm) und der der GPS Koordinaten (1,5 cm) kann man abschätzen, dass im AFP die Standardabweichung der Koordinaten ca. 3,4 cm und der Helmert'sche Punktlagefehler daher ca. 4,8 cm beträgt. Dieser Wert gilt gleichermaßen für TP und EP. Er ist also besser als die Vermessungsverordnung erwarten lässt.

Kleine Netzspannungen können mit den vorliegenden Daten nicht nachgewiesen werden, weil die Genauigkeit von GPS RTK dafür nicht ausreicht. Allerdings treten vereinzelt Ausreißer mit Klaffungen von 10 bis 30 cm auf. Die größten wurden oben mit Hilfe eines statistischen Tests identifiziert. Es handelt sich dabei um isolierte Ausreißer und nicht um systematische Netzverzerrungen, wie die Abbildung 2 klar belegt. Die Abweichungen sind daher selbst für kleinräumige Arbeiten problematisch und für Aufgaben im Bahnbau nicht tolerierbar.

Werden die Restklaffungen in den Festpunkten nach der Helmert-Transformation einfach ignoriert bzw. null gesetzt, so zerstört man damit die lokale Geometrie in der Umgebung der Festpunkte: verläuft z. B. die projektierte Trasse sehr nahe an einem der Festpunkte im Lavanttal vorbei, so wird der Normalabstand des Festpunkts durch die Transformation um bis zu 11 cm verzerrt (maximale Klaffung, siehe auch Beispiel im Abschnitt 4).

Eine maschenweise Affintransformation des nahezu fehlerfreien GPS-Koordinatensystems in das AFP erlaubt zwar, die amtlichen Koordinaten der identen Punkte genau einzuhalten, führt lokal aber zu Maßstäben von 100–400 ppm bzw. Scherungen von 6–25 mgon. Damit können die im Bahnbau geforderten Relativgenauigkeiten von 1 cm und weniger zwischen benachbarten Mastbolzen oder Gleispunkten, [6], [7], nicht erreicht werden.

<sup>2</sup> Unter diesen Annahmen führt auch die streng ableitbare Verteilung der Restklaffungen nach [5] bei großer Anzahl identer Punkte auf (2).

Für die vermessungstechnischen Arbeiten im Zusammenhang mit anspruchsvollen Bauprojekten kann man die amtlichen Koordinaten der Punkte des AFP nicht verwenden. Das Projekt sollte in einem spannungsfreien Koordinatensystem (PRF), realisiert durch ein geeignetes Grundlagennetz, geplant, abgesteckt und kontrolliert werden. Zur effizienten Durchführung der Teilungen kann das Projekt nachbarschaftstreu auf das AFP transformiert werden. Eine solche Vorgehensweise empfiehlt sich generell für die Einbindung von Messungen höherer Genauigkeit in ein Festpunktfeld niedrigerer Genauigkeit, siehe z. B. [8], [9].

### 3 Nachbarschaftstreu Transformation

Unter Nachbarschaftstreu wird hier verstanden, dass sich Distanzen und Winkel zwischen Punkten mit kleinem Abstand durch die Transformation nicht signifikant ändern.

Die Ähnlichkeitstransformation selbst ist natürlich nachbarschaftstreu. Werden jedoch nach einer Helmert-Transformation die Sollkoordinaten der identen Punkte und die transformierten Koordinaten der Neupunkte gemeinsam weiterverwendet, dann ist die resultierende Transformation nicht mehr nachbarschaftstreu. In der Anwendung spielt dies überhaupt keine Rolle, falls die stochastischen Unsicherheiten der Koordinaten im Ausgangssystem größer sind als die Restklaffungen.

Bei der Einbindung präziser Punktfelder, die z. B. mit GPS geschaffen wurden, in das AFP nehmen die Restklaffungen jedoch signifikante Beiträge an, und die Geometrie kann lokal stark gestört sein (Tab. 1). In diesem Fall sollte die Helmert-Transformation durch nachbarschaftstreu Algorithmen ergänzt oder ersetzt werden.

#### 3.1 Allgemeiner Ansatz

Die nachbarschaftstreu Transformation kann als zweistufiger Ansatz formuliert werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_I^s \\ \mathbf{X}_N^s \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{HT}(\mathbf{X}_I^s, \mathbf{X}_I^t)} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_I^h \\ \mathbf{X}_N^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_I^t - \mathbf{k}_I \\ \mathbf{X}_N^h \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{NBA}(\mathbf{X}_I^h, \mathbf{X}_I^t, \mathbf{X}_N^h)} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_I^t \\ \mathbf{X}_N^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_I^h \\ \mathbf{X}_N^h \end{bmatrix} + \mathbf{f}(\mathbf{X}_I^h, \mathbf{X}_I^t, \mathbf{k}_I) \quad (3)$$

Zunächst werden die Koordinaten der identen Punkte  $\mathbf{X}_I^s$  und der Neupunkte  $\mathbf{X}_N^s$  mithilfe einer Helmert-Transformation (HT) vom Ausgangssystem  $s$  ins Zielsystem  $t$  transformiert. Wegen der Überbestimmung unterscheiden sich die transformierten Koordinaten der identen Punkte aber um die Restklaffungen  $\mathbf{k}_I$  von den Sollkoordinaten.

Das Ergebnis der HT sind daher nicht Koordinaten im System  $t$ , sondern in einem System  $h$ .

Mit einem Algorithmus zur nachbarschaftstreuen Anpassung (NBA) berechnet man nun für jeden der Punkte einen Korrekturvektor  $\mathbf{f}$ , durch dessen Addition man die Koordinaten im Zielsystem erhält. Damit sich in den identen Punkten genau die Sollkoordinaten ergeben, müssen die Korrekturwerte ( $\mathbf{f}$ ) dort exakt den Klaffungen entsprechen. Die NBA interpoliert also die Korrekturwerte zwischen den identen Punkten, die als Stützstellen fungieren.

In der Literatur finden sich zahlreiche Vorschläge für Algorithmen zur nachbarschaftstreuen Restklaffenaufteilung, z.B. [2], [10], [11]. Wünschenswert sind Algorithmen, bei denen das Interpolationsergebnis von lokalen Häufungen der identen Punkte, und von der Lage und Anzahl der Neupunkte unabhängig ist. Durch die Hinzunahme weiterer Neupunkte ändern sich dann die Koordinaten bereits transformierter Punkte nicht.

Eine Sonderstellung unter den in Frage kommenden Algorithmen nimmt die Interpolation nach der Methode der kleinsten Quadrate ein, [12], [13], die angewendet wird, wenn die Klaffungen in den Stützstellen nicht genau null werden müssen und eine räumliche Korrelation der Restklaffungen vorliegt. Man kann dann durch Filterung den Unsicherheiten der Koordinaten in beiden Systemen Rechnung tragen. Setzt man die Varianzen bei dieser Methode so klein an, dass die Klaffungen in den identen Punkten praktisch wieder null werden, dann unterscheiden sich die Ergebnisse nicht wesentlich von denen anderer Interpolationsalgorithmen. Wir verfolgen diesen Ansatz hier also nicht weiter.

#### 3.2 Multiquadratische Interpolation

Die multiquadratische Interpolation (MQI) nach Hardy [2] erfüllt die oben gestellten Anforderungen, und kann sehr effizient implementiert werden. Insbesondere treten keine numerischen

Probleme auf, wie etwa bei der theoretisch bestechenden Membranmethode [11]. Wir empfehlen sie daher zur Lösung des vorliegenden Transformationsproblems.

Die MQI ist eine Interpolation mittels Flächensummation, siehe [14], bei der die sogenannte

Kernfunktion durch (4) definiert ist. Der Wert der Kernfunktion hängt von der Distanz zwischen jeweils zwei Punkten sowie einem Glättungsfaktor  $G$  ab:

$$c(P_i, P_j) = \sqrt{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2} + G \quad (4)$$

Mit  $G = 0$  hat die Fläche Spitzen an den Stützstellen, mit  $G > 0$  verläuft sie in den Stützstellen glatt. Göpfert [15] schlägt  $G = 0.6 \times D_{\min}^2$  vor, wobei  $D_{\min}$  der kleinste Abstand zwischen den Stützstellen ist.

Die Interpolation eines Funktionswertes  $z_k$  an der Stelle  $P_k = (y_k, x_k)$  erfolgt mit Hilfe eines Vektors  $\mathbf{a}$  von Interpolationskoeffizienten und der Werte der Kernfunktion, die in einem Vektor  $\mathbf{c}_k$  zusammengefasst werden:

$$z_k = \mathbf{c}_k^T \cdot \mathbf{a} \quad \text{mit} \quad c_{ki} = c(P_k, P_i) \quad (5)$$

Die Interpolationskoeffizienten  $\mathbf{a}$  werden berechnet, indem man (5) für alle Stützstellen ansetzt. Weil  $k$  jetzt nicht mehr konstant ist, erhält man eine Koeffizientenmatrix  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{s} \quad \text{mit} \quad c_{ji} = c(P_i, P_j) \quad (6)$$

Die Funktionswerte (Klaffungen) an den Stützstellen werden dabei im Vektor  $\mathbf{s}$  zusammengefasst, und  $\mathbf{a}$  ergibt sich dann aus:

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{s} \quad (7)$$

### 3.3 Anwendung der MQI zur Restklaffenaufteilung

Zur Aufteilung von Restklaffungen mit der MQI müssen für die  $y$ - und  $x$ -Koordinaten getrennte Interpolationsflächen nach (7) angesetzt werden.

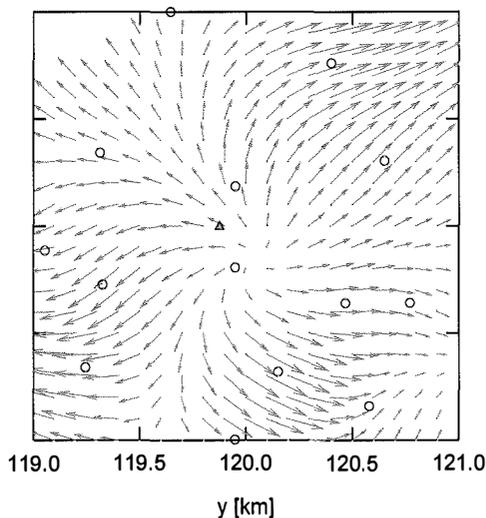
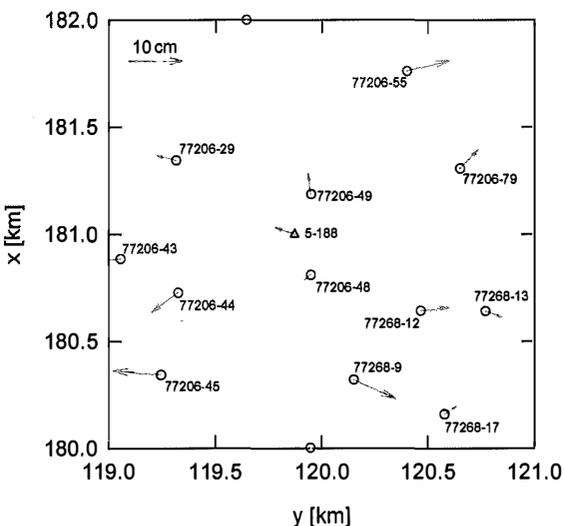


Abb. 4: Nördlicher Teil des Testgebietes: Restklaffungen nach der Helmert-Transformation (links), Korrekturvektoren zur nachbarschaftstreuen Aufteilung der Restklaffungen in  $100 \times 100 \text{ m}^2$  Rasterpunkten mithilfe der MQI (rechts).

Dies hat sich in der praktischen Arbeit jedoch nicht als Nachteil gegenüber anderen Methoden erwiesen, bei denen die Interpolation flächenhaft, d. h. für beide Koordinatenrichtungen zugleich, erfolgt.

Wir haben für die Restklaffungsaufteilung den Glättungsfaktor mit  $G = 0.6 \times 200^2$  angesetzt, womit ein guter Kompromiss zwischen möglichst homogenem Verlauf der Interpolationsfunktion in Stützstellennähe ( $G$  groß) und Beschränkung des Einflusses der Stützstelle auf ihre unmittelbare Umgebung ( $G$  klein) gefunden wurde.

Die Abbildung 4 zeigt für einen Ausschnitt des Testgebietes, wie die Restklaffungen in den identen Punkten nach der Helmert-Transformation mit der MQI auf die dazwischen liegenden Neupunkte verteilt werden. Zur Visualisierung wurde das Testgebiet mit einem 100-Meter-Raster überzogen und für die Rasterpunkte der jeweils interpolierte Verschiebungsvektor vergrößert dargestellt. Man kann deutlich sehen, dass benachbarte Punkte sehr ähnliche Verschiebungen erfahren. Dadurch wird die Nachbarschaftstreue gewährleistet.

### 3.4 Auswahl der Stützpunkte

Aus rechtlichen Gründen müssen für Teilungen die nächstliegenden Festpunkte als Anschlusspunkte – hier also als idente Punkte bei der Transformation – einbezogen werden. Eine detaillierte Untersuchung zeigt, dass es im Allgemeinen ausreicht, zusätzlich noch die Stütz-

punkte einzubeziehen, die um den durchschnittlichen Stützstellenabstand  $D$  außerhalb des Interessensgebietes liegen. Wird später (z. B. in einem anderen Operat) eine noch weiter außen liegende Stützstelle verwendet, dann hat das auf die bereits transformierten Koordinaten im Interessensgebiet eine Auswirkung von weniger als 5%. So würde dann z. B. eine Klaffung von 20 cm eine Änderung der Koordinaten um 1 cm bewirken. Die Transformationsergebnisse können daher für die Durchführung von Teilungen als hinreichend reproduzierbar angesehen werden. Nur bei hohen Genauigkeitsanforderungen oder sehr großen Klaffungen muss man weitere Stützstellen verwenden. Eine Extrapolation ist natürlich in jedem Fall zu vermeiden.

### 3.5 Ausreißerproblematik

Für den Übergang vom Ausgangs- ins Zielsystem könnte man direkt aus den Koordinatendifferenzen in den identen Punkten Korrekturvektoren für alle anderen Punkte interpolieren. Der zweistufige Transformationsansatz nach (3) hat jedoch den Vorteil, dass er eine statistische Qualitätskontrolle anhand der Restklaffungen erlaubt. Nur so können Ausreißer identifiziert werden.

Ein besonderes Problem ergibt sich, wenn Ausreißer auftreten, die nicht der Neueinmessung zugeschrieben werden können. Prinzipiell wird man bestrebt sein, die betreffenden Punkte zu berichtigen bzw. nicht als Zwangspunkte zu verwenden. Falls allerdings schon Operate unter

Anschluss an diese „falschen“ Punkte durchgeführt wurden, treten in der Umgebung der Punkte vermutlich entsprechende Verzerrungen auf. Unter Umständen kann es dann nötig sein, auch die Ausreißer als idente Punkte für die weitere Transformation zu verwenden, damit die Nachbarschaftstreue weiterhin gewährleistet wird. Eine Diskussion der Vorgehensweise mit dem zuständigen Vermessungsamt wird unumgänglich sein.

### 4 Anwendungsbeispiel: Transformation einer projizierten Trasse ins AFP

Wir betrachten nun ein fiktives geradliniges Trassenstück im nördlichen Teil des Testgebietes, Abb. 5. Die Trassenachse liegt in Form von Kleinpunkten mit runder 20-Meter-Stationierung im PRF vor und wird mittels Helmert-Transformation unter Verwendung der 102 identen Punkte auf das AFP transformiert.

Als Resultat erhält man die Koordinaten der Festpunkte und Trassenpunkte im Landessystem. Allerdings stammen die Koordinaten der Trassenpunkte aus der Transformation, während die Koordinaten der Festpunkte aus den amtlichen Operaten stammen und trotz der Restklaffungen festgehalten werden. Dadurch wird in der Umgebung der Festpunkte die lokale Geometrie zerstört, wie die Tabelle 1 belegt. Sie zeigt die Normalabstände der umliegenden Festpunkte von der Trasse und die Änderung dieser Abstände durch die Transformation. Die syste-

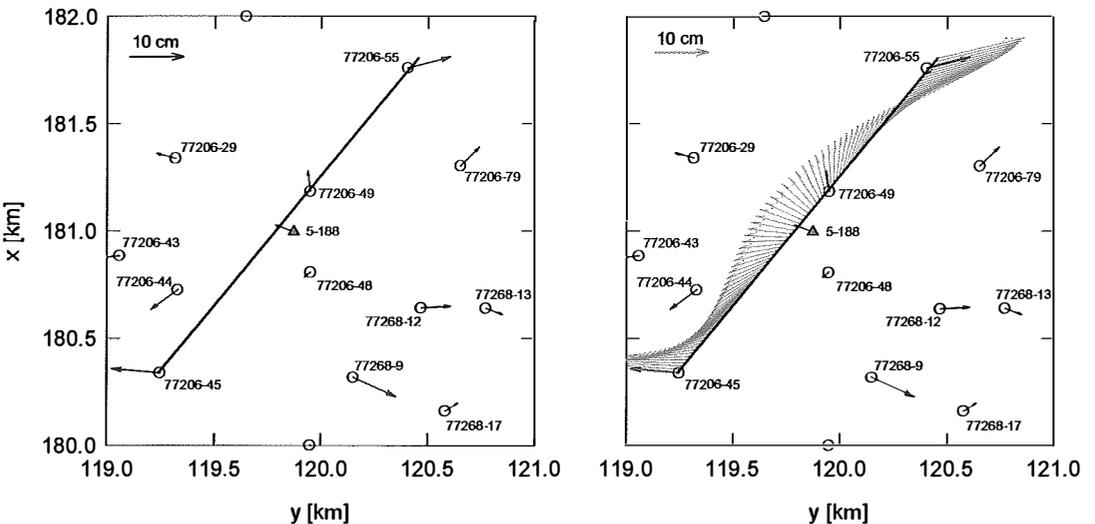


Abb. 5: Fiktive Trassenachse im nördlichen Teil des Testgebietes: Korrekturvektoren zur nachbarschaftstreuen Aufteilung der Restklaffungen (blau) mithilfe der MQI (rot).

Punkt	Normalabstand ( $\rho$ ) zur Trasse [m]	Abweichung von $\rho$	
		nach HT [cm]	nach MQI [cm]
1	2	3	4
77206-45	3,8	7,4	0,0
77206-49	6,6	2,8	0,0
77206-55	10,0	4,9	0,0
5-188	68,8	3,5	-0,3
77206-44	179,3	-1,5	0,1
77206-48	249,1	0,3	-2,9
77206-79	472,3	-0,5	2,5

Tab. 1: Normalabstand der nächsten Festpunkte von der fiktiven Trasse. Abweichung des Abstandes vom wahren Wert, nach einer Helmert-Transformation (HT) der Trasse (102 idente Punkte) und nach Anwendung der MQI zur Nachbarschaftstreuen Anpassung.

matischen Abweichungen betragen hier 3–7 cm in unmittelbarer Nähe der Trasse und sind daher auch bei der Durchführung von Teilungen durchaus schon relevant.

Bei der Transformation vom PRF auf das AFP mithilfe der multiquadratischen Interpolation wird die Trasse deformiert, damit die Nachbarschaftsbeziehung zwischen Trasse und TP/EP erhalten bleibt.

Für den fiktiven Trassenabschnitt zeigt Abb. 5 die Restklaffungen in den benachbarten Festpunkten und die interpolierten Verschiebungen der Kleinpunkte. Benachbarte Punkte erfahren ähnliche Verschiebungen; aus dem geradlinigen Trassenabschnitt wird rechnerisch eine Schlangelinie. Koordinativ passt sich diese Schlangelinie dem AFP gut an, in der Natur ist die Trasse trotzdem eine Gerade.

In Tab. 1 sieht man, dass die Normalabstände in der Umgebung der Festpunkte nach Anwendung der MQI sehr viel besser erhalten werden, als vorhin. Allerdings kann es über größere Entfernungen durchaus auch zu größeren Abweichungen kommen, wie ein Vergleich der Spalten 3 und 4 zeigt. Die Spannungen im Festpunktfeld werden jetzt ja nicht mehr gleichmäßig über alle Bereiche verteilt.

## 5 Zusammenfassung

Bei der Transformation von einem homogenen, präzisen Punktfeld auf ein inhomogenes Punktfeld untergeordneter Genauigkeit wird die Geometrie des Ausgangssystems zerstört. Dieses Problem tritt insbesondere im Zusammenhang mit der Einbindung von GPS-Messungen ins amtliche Festpunktfeld auf. Wie wir anhand von Testmessungen aus dem Kärntner Lavanttal zeigen, hat dieses Festpunktfeld typische Helmert'sche Punktlagefehler von 4–5 cm, aber ver-

einzelnt treten auch Ausreißer mit Größen von 10–30 cm auf. Anspruchsvolle Ingenieurprojekte erfordern die Absteckung in einem eigenen, spannungsfreien Grundlagennetz. Wegen der meist nötigen Teilungen muss jedoch auch eine Transformation der „exakten Geometrie“ ins amtliche Festpunktfeld erfolgen.

Für diese Transformation haben wir hier als Diskussionsgrundlage eine Kombination aus Helmert-Transformation und multiquadratischer Interpolation vorgeschlagen. Damit ist eine nachbarschaftstreue Einbindung des Ingenieurprojekts in das amtliche Festpunktfeld zum Zweck der Durchführung von Teilungen möglich.

### Dank

Wir bedanken uns bei der HL-AG für die Beauftragung der wissenschaftlichen Untersuchung. Die Feldarbeiten wurden als Teil des Auftrags von der Verbundplan Prüf- und Messtechnik und dem IKV-Büro Dipl.-Ing. Pöllinger durchgeführt.

### Referenzen

- [1] Vermessungsverordnung 1994, BGBl. Nr. 562/1994
- [2] Hardy R: Geodetic applications of multiquadratic analysis. AVN 79: 298–406, 1972.
- [3] Kollenprat D, Permann E, Rinner H: persönliche Mitteilung, Besprechung in der Projektleitung Koralmbahn/Graz, 25.5.1999
- [4] Hartung J: Statistik, 11. Auflage, R. Oldenbourg Verlag, München, 1998.
- [5] Heck B: Ein- und zweidimensionale Ausreißertests bei der ebenen Helmert-Transformation, ZfV 110: 461–471, 1985.
- [6] Deutsche Bundesbahn AG, Handbuch für Mitarbeiter in der Gleis- und Bauvermessung, 1883, gültig ab 1.1.1997
- [7] Pflichtenheft für Vermessungsarbeiten im Auftrag der ÖBB, Stand 30.1.2000, <http://oebb.a-eder.com/web/standard/pflicht.htm>
- [8] Fröhlich H: Die Verteilung von Restklaffungen im Modell multiquadratischer Funktionen, Vermessungsingenieur 38: 117–119, 1987.
- [9] Benning W: Netzausgleichung und/oder Transformation – Verfahren für die praktische Anwendung. Forum 24: 283–299, 1998.
- [10] Overhoff W: Fehlerverteilung nach Winkel- und Abstandsgewichten bei der Koordinatentransformation. Vermessung und Raumordnung 46: 210–215, 1985.