



## Eine neue Methode zur Interpolation und Filterung von Daten mit schiefer Fehlerverteilung

Karl Kraus <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, TU Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien*

VGI – Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation **85** (1), S. 25–30

1997

BibT<sub>E</sub>X:

```
@ARTICLE{Kraus_VGI_199705,  
Title = {Eine neue Methode zur Interpolation und Filterung von Daten mit  
schiefer Fehlerverteilung},  
Author = {Kraus, Karl},  
Journal = {VGI -- {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessung und  
Geoinformation},  
Pages = {25--30},  
Number = {1},  
Year = {1997},  
Volume = {85}  
}
```



- [3] *Bédard, Y.; Gagnon, P. (1995): From Surveying to Geomatics – The Evolution of Industry and Organizations within a new Paradigm (A Canadian Perspective). In: Frank, A.U.; Orchard, I. (Hrsg.): Third Advanced Workshop on Surveying, Mapping and Geo-Information Science Education, Vienna, Austria, June 1995. pp. 37-52*
- [4] „Raumdaten werden für Firmen zu Traumdaten“. *Computerzeitung Nr.7 / 13. Februar 1997, p. 17*
- [5] *Kotler, P.; Bliemel, F. (1995): Marketing-Management. Analyse, Planung, Umsetzung und Steuerung. Schäffer-Poeschel. 8.Auflage*
- [6] *Guptill, S.C.; Morrison, J.L. (1995): Elements of spatial data quality. Elsevier Science Ltd., Oxford.*
- [7] *Stanek, H.; Smith, N.; Giordano, A. (1995): Modellierung und Normierung von Datenqualität im GIS. In: Salzburger Geographische Materialien, Heft 22, pp. 265–274*
- [8] *Mai, C. (1997): Qualitätsmanagement und Flexibilität. In: Spektrum der Wissenschaft, Heft 1, pp. 99–102*
- [9] *Angst, M. (1996): Konzept eines Qualitätsmanagement-Systems nach ISO 9001 für ein Vermessungsbüro. Diplomarbeit. Institut für Landesvermessung und Ingenieurgeodäsie, Abteilung Ingenieurgeodäsie, Technische Universität Wien*
- [10] *Frigo-Mosca, F.; Brüttsch, D. (1996): Unterwegs zur virtuellen Organisation. In: Bulletin, Heft 263, pp. 24-26*
- [11] *Malorny, C. (1997): Der Weg zum umfassenden Qualitätsmanagement. In: Spektrum der Wissenschaft, Heft 1, pp. 96–99*
- [12] *Frank, A.U.; Egenhofer, M.J.; Kuhn, W. (1991): A Perspective on GIS Technology in the Nineties. In: Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 57.Jhg., Heft 11, pp. 1431–1436*
- [13] *Kölbel, B.; Kummer, K.; et al. (1996): Management im Vermessungswesen. In: Zeitschrift für Vermessungswesen, 121.Jhg., Heft 10, pp. 476-484*
- [14] *Mentzel, W. (1994): Unternehmenssicherung durch Personalentwicklung : Mitarbeiter motivieren, fördern und weiterbilden. Haufe, Freiburg im Breisgau. 6.Auflage*
- [15] *Stieger, B. (1993): Innerbetriebliches Marketing für Personalentwicklungsmaßnahmen. Diplomarbeit. Abteilung für ABWL unter besonderer Berücksichtigung von Personalwesen, Führung und Organisation, Wirtschaftsuniversität Wien*
- [16] *Farago, M. (1996): Aus für die Bildung? Anforderungen an die Bildungsarbeit in Zeiten von Budget- und Personalknappheit. In: Verwaltung Heute, Heft 6, pp. 41–42*
- [17] *Olesch, G. (1992): Praxis der Personalentwicklung. Weiterbildung im Betrieb. Sauer, Heidelberg. 2.Auflage*

#### *Anschrift der Verfasser:*

Dipl.-Ing. Martin Staudinger, Mag. Bernhard Stieger:  
Abteilung Geoinformation und Landesvermessung,  
Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27-29/  
127.1, A-1040 Wien, staudin@geoinfo.tuwien.ac.at,  
b.stieger@apa.co.at



## Eine neue Methode zur Interpolation und Filterung von Daten mit schiefer Fehlerverteilung

*Karl Kraus, Wien*

### Zusammenfassung:

Daten von flugzeuggetragenen Laser-Scannern bieten die Chance, in bewaldeten Gebieten zu einem sehr genauen Geländemodell zu kommen. Allerdings müssen diese Daten im Rahmen der Interpolation speziell gefiltert werden, weil nur ein Teil der Lasermessungen das Gelände erreicht. In diesem Aufsatz wird eine Methode vorgeschlagen, die den „unten“ liegenden Punkten einen größeren Einfluß auf die interpolierte Fläche einräumt als die „oben“ liegenden Punkte. Die Leistungsfähigkeit der neuen Methode wird anhand eines Beispiels demonstriert.

### Abstract

Data recorded by air-borne scanners provide the chance of precise digital terrain modeling in forested areas. For this, surface interpolation with specific filtering is needed, for a considerable part of the laser rays is reflected before reaching the terrain surface. In this study a method of filtering is proposed to increase the influence of the „lower“ points as compared to that of the „higher“ ones. The effectiveness of the method is demonstrated by an example.

### 1. Einleitung

Die von einem Meßprozeß stammenden Daten sind in der Regel mit einem Rauschen überlagert, das bei der anschließenden Interpolation weitgehend zu eliminieren ist. Bei einer solchen Interpolation mit Filterung wird meistens unterstellt, daß die zu eliminierenden Meßfehler  $v$  normalverteilt sind und den Erwartungswert  $E(v) = 0$  besitzen.

Es gibt aber auch Meßprozesse, die mit einer deutlich anderen Verteilung der zu eliminierenden Meßfehler behaftet sind. Die Daten eines im Flugzeug eingebauten Laserscanners, der die Entfernungen von einer mit GPS (Global Positioning System) festgelegten und mit INS (Inertial Navigation System) orientierten Plattform zu vielen Punkten mißt [2,3], weisen – in Bezug zur Geländeoberfläche – nur kleine negative Fehler (= unterhalb der Geländeoberfläche liegend),

aber verhältnismäßig große positive Fehler (= Reflexion des Laserstrahles an Bäumen, Gebäuden, etc.) auf. Diese positiven Fehler treten auch dann auf, wenn das Lasermeßsystem im Modus „Entfernungsmessung mittels des letzten Impulses“ arbeitet.

Ein ähnliches Fehlerverhalten hat auch die Echolotmessung, mit der von Meßschiffen aus der Untergrund eines Sees oder eines Flusses bestimmt wird. In diesem Fall kann es zu vorzeitigen Reflexionen infolge von Schwebstoffen kommen. Auch bei kleinräumigen 3D-Koordinatenmeßsystemen, die mit einem mechanischen Fühler Oberflächen abtasten, tritt ein ähnliches Fehlerverhalten auf.

Aus den Daten der erwähnten Meßsysteme sind entweder Profile oder Oberflächen abzuleiten. Die erwähnten Meßsysteme liefern zu jeder Lageposition immer nur einen Höhenwert. Wir können deshalb von einem 2.5-dimensionalen Interpolationsproblem sprechen und brauchen keine 3D-Algorithmen verwenden [1,6].

## 2. Der neue Algorithmus

Die Meßpunkte – im Sinne einer Interpolation die Stützstellen – seien zweidimensional in einer XY-Ebene oder eindimensional entlang einer X-Geraden angeordnet. Der erste Schritt des neuen Algorithmus besteht in der hinlänglich bekannten Interpolation und Filterung nach kleinsten Quadraten, auch lineare Prädiktion genannt [5]. Sie wird im folgenden zunächst für gleich genaue Daten und mit symmetrisch verteilten Datenfehlern in Erinnerung gebracht.

### 2.1 Prädiktion mit symmetrisch verteilten Datenfehlern

Dabei ergibt sich der interpolierte Wert  $z$  an der beliebig gewählten Interpolationsstelle  $P$  aus den  $n$  Stützpunkten  $P_i$  wie folgt [5]:

$$z = (C(PP_1), C(PP_2), \dots, C(PP_n)) \begin{pmatrix} V_{zz} & C(P_1P_2) & \dots & C(P_1P_n) \\ & V_{zz} & & C(P_2P_n) \\ & & & \vdots \\ & & & \vdots \\ \text{symm.} & & & V_{zz} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z} \quad (1)$$

$z_i$  ... zentrierte Stützwerte, die aus den ursprünglichen Stützwerten  $Z_i$  durch die Abspaltung eines Trends, z.B. mittels eines Polynomes sehr niedrigen Grades, entstehen.

$C(P_iP_j)$  ... Kovarianzen zwischen den  $n$  Stützwerten  $z_i$ .

Die erwähnten Kovarianzen können aus den Daten selbst gewonnen werden oder es kann a-priori-Wissen (zum Beispiel ein vorweg geschätzter mittlerer Fehler  $\sigma_z$  der Stützwerte) eingebracht werden [5]. Da man bei den Laser-Scanner-Daten aus Flugzeugen, für die wir im folgenden den Algorithmus erläutern wollen, den Anteil der sogenannten Vegetationspunkte (d.h. mit großen positiven Fehlern) und den Anteil der sogenannten Bodenpunkte (d.h. mit kleinen positiven und kleinen negativen Fehlern) a priori nicht kennt, kommt nur eine Schätzung der Parameter der Kovarianzfunktion

$$C(P_iP_k) = C(0) \cdot e^{-\left(\frac{P_iP_k}{c}\right)^2} \quad (2)$$

aus den Daten selbst in Frage. Solche Schätzungen sind in der Veröffentlichung [5] ausführlich beschrieben. Sie liefert aus den empirischen Kovarianzen  $C_j$  für einige Entfernungsklassen  $d_j$  die beiden Parameter  $C(0)$  und  $c$  der Kovarianzfunktion (siehe Abb. 1).

Damit liefert diese Analyse auch eine Schätzung für den mittleren Fehler  $\sigma_z$  der Stützwerte  $z_i$ :

$$\sigma_z^2 = V_{zz} - C(0) \quad (3)$$

Die Filterbeträge  $\mathbf{v}$  in den Stützpunkten ergeben sich aus der folgenden Beziehung [5]:

$$\mathbf{v} = \sigma_z^2 \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z} \quad (4)$$

Diese Verbesserungen sind weitgehend symmetrisch verteilt mit dem Erwartungswert  $E(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$ . Aus den Verbesserungen  $\mathbf{v}$  kann a posteriori eine Standardabweichung  $\sigma_{z\text{-a-posteriori}}$  berechnet werden, die der Standardabweichung  $\sigma_{z\text{-a-priori}}$  (3) etwa entsprechen soll. Bevor die Erweiterung der linearen Prädiktion auf Daten mit schief verteilten Fehlern besprochen wird, ist ein Kapitel einzuschieben, das die lineare Prädiktion mit der robusten Schätzung verbindet.

$C(PP_i)$  ... Kovarianzen zwischen dem Interpolationswert  $z$  an der Stelle  $P$  und den  $n$  Stützwerten  $z_i$  an den Stellen  $P_i$ .

$V_{zz}$  ... aus den zentrierten Stützwerten  $z_i$  berechnete Varianz.

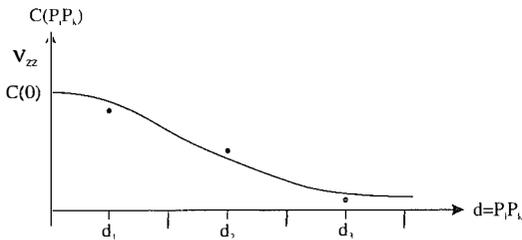


Abb. 1: Varianz  $V_{zz}$  der zentrierten Stützpunkte und Kovarianzen  $C_j$  für einige Entfernungsklassen  $d_j$  sowie die daraus gefundene Kovarianzfunktion

## 2.2 Prädiktion und robuste Schätzung

Die robuste Schätzung ist in der Ausgleichsrechnung weit verbreitet. Mit ihr werden grobe Datenfehler, d.h. die Ausreißer, im Rahmen des Ausgleichsprozesses weitgehend unschädlich gemacht. Die Lösung erfolgt iterativ. Man beginnt mit einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, wobei wir von gleich genauen Beobachtungen ausgehen. Anschließend bekommt für eine zweite Ausgleichung jede Beobachtung ein Gewicht  $p_i$ , das im wesentlichen umgekehrt proportional zum Absolutbetrag der Verbesserung  $v_i$  aus der ersten Ausgleichung angesetzt wird. Als Gewichtsfunktion hat sich die folgende Beziehung bewährt [4]:

$$p_i = \frac{1}{1 + (a|v_i|)^b} \quad a, b > 0 \quad (5)$$

Dabei sind die Parameter  $a$  und  $b$  so zu wählen, daß die Beobachtungen mit großen Verbesserungsbeiträgen nahezu das Gewicht Null bekommen, sodaß die Ausreißer nahezu nichts mehr zum Ausgleichsergebnis beitragen. Beobachtungsfehler, die an der Grenze zwischen einem groben und einem zulässigen Fehler liegen, sollen wenigstens nur mehr mit einem geringen Gewicht am Ausgleichsergebnis beteiligt sein. Die robuste Schätzung ist mehrmals zu wiederholen; von Iteration zu Iteration werden die beiden Parameter  $a$  und  $b$  den Verbesserungen angepaßt.

Die Idee der robusten Schätzung kann auch auf die lineare Prädiktion übertragen werden. Nach der ersten linearen Prädiktion, wie sie im Abschnitt 2.1 beschrieben wurde, bekommt man ebenfalls Verbesserungen  $v_i$  (4). Mittels diesen Verbesserungen führt Gleichung (5) zu Gewichten  $p_i$  für jeden Stützpunkt  $z_i$ . Damit liegen die Voraussetzungen vor, die Stützpunkte  $z_i$  in Abhängigkeit ihres vermutlichen (groben) Fehlers mehr oder weniger schwach am Interpolationsergebnis zu beteiligen.

Die Gewichte  $p_i$  sind auch bei der Ermittlung der Varianz der zentrierten Stützpunkte wie folgt zu berücksichtigen

$$V_{zzp=1} = \frac{\sum z_i z_j p_i}{n - u} \quad (6)$$

Im Nenner wurde  $(n-u)$  gewählt, da die zentrierten Stützpunkte  $z_i$  durch eine Trendabspaltung mit  $u$  Unbekannten entstanden sind. Die Varianz  $V_{zzp=1}$  bezieht sich auf die zentrierten Stützpunkte mit dem Gewicht gleich Eins, das sind die Stützpunkte mit der höchsten Genauigkeit. Für diese Stützpunkte mit der höchsten Genauigkeit bzw. mit dem Gewicht  $p = 1$  ist in der Regel auch von vornherein eine Schätzung für die Standardabweichung  $\sigma_{z-a-priori}$  bekannt. Man wird deshalb den Scheitelwert  $C(0)$  der Kovarianzfunktion – in Anlehnung an die Gleichung (3) – wie folgt bestimmen:

$$C(0) = V_{zzp=1} - \sigma_{z-a-priori}^2 \quad (7)$$

Damit kann für jeden Stützpunkt  $z_i$  mit seinem Gewicht  $p_i$  eine individuelle Varianz  $V_{zzp_i}$  angegeben werden:

$$V_{zzp_i} = \frac{V_{zzp=1} - C(0)}{p_i} + C(0) = \frac{\sigma_{z-a-priori}^2}{p_i} + C(0) \quad (8)$$

Für einen Stützpunkt mit dem Gewicht  $p_i = 1$  liefert diese Gleichung die gewünschte Varianz  $V_{zzp=1} = C(0) + \sigma_{z-a-priori}^2$ , für einen Stützpunkt mit dem Gewicht  $p_i = 0.5$  eine Varianz von  $V_{zzp=0.5} = C(0) + 2 \sigma_{z-a-priori}^2$  etc.

Damit ist die lineare Prädiktion mit der robusten Schätzung in Beziehung gebracht: Auf der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianzmatrix der Gleichung (1) tritt an die Stelle einer konstanten Varianz  $V_{zz}$  für jeden Stützpunkt eine individuelle Varianz  $V_{zzp_i}$  in Abhängigkeit von seinem Gewicht  $p_i$ . Dadurch erhalten die Stützpunkte mit geringen Gewichten große Filterbeiträge  $v_i$ . Diese Filterbeiträge werden nicht mehr mittels Gleichung (4) sondern mittels der folgenden Gleichung ermittelt (in Anlehnung an die Gleichung (3–72) in [5]):

$$\mathbf{v} = \sigma_{z-a-priori}^2 (1/p_1, 1/p_2 \dots 1/p_n)^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z} \quad (9)$$

## 2.3 Prädiktion und robuste Schätzung mit schief verteilten Datenfehlern

Bei der Prädiktion und robusten Schätzung mit schief verteilten Datenfehlern ist keine symmetrische Gewichtsfunktion (5) sondern eine nicht-symmetrische Gewichtsfunktion, zum Beispiel die exzentrische Funktion

$$p_i = \frac{1}{1 + (a|v_i - g|)^b} \quad (10)$$

zu verwenden. Der Verschiebungsparameter  $g$  sorgt dafür, daß – um wieder mit dem Laser-Scanner-Daten von Waldgebieten zu reden – die Bodenpunkte mit ihren negativen Verbesserungen nach der ersten Prädiktion (Abschnitt 2.1) große Gewichte  $p_i$  und die Vegetationspunkte mit ihren positiven Verbesserungen nach der ersten Prädiktion kleine Gewichte  $p_i$  erhalten. Dadurch tragen die Vegetationspunkte nur mehr sehr wenig – idealerweise gar nichts mehr – zum Endergebnis bei.

Wie kommt man zu dem wichtigen Verschiebungsparameter  $g$ ? Man bildet ein Histogramm der Filterbeträge (4) nach der ersten Prädiktion (Abb. 2). Dieses Histogramm weist für bewaldete Gebiete eine unsymmetrische Verteilung auf. Im negativen Ast gibt es eine Position  $g$ , die sich dadurch auszeichnet, daß die rechenbare Standardabweichung  $\sigma_z$  bezogen auf den in  $g$  verschobenen Nullpunkt der gewünschten Standardabweichung  $\sigma_{z-a-priori}$  entspricht. Eine Prädiktion mit den Gewichten (10) und den individuellen Varianzen  $V_{zzp_i}$  (8) auf der Hauptdiagonalen der Matrix  $\mathbf{C}$  der Gleichung (1) führt daher zu der angestrebten Filterung mit großen Filterbeträgen bei den Vegetationspunkten und kleinen Filterbeträgen bei den Bodenpunkten. Ein neues Histogramm mit diesen Filterbeträgen, die mittels Gleichung (9) ermittelt werden, müßte einen Nullpunkt ergeben, der im negativen Ast des Histogrammes die gewünschte Standardabweichung  $\sigma_{z-a-priori}$  ergibt. Ist das (noch) nicht der Fall, ist erneut eine Verschiebung  $g$  zu bestimmen. Das Verfahren konvergiert sehr rasch, d.h. der  $g$ -Wert erreicht nach wenig Iterationen den Wert Null.

### 3. Zahlenbeispiel

Um die neue Methode zur Interpolation und Filterung von schief verteilten Datenfehlern zu veranschaulichen und ihre Wirkungsweise aufzuzeigen, wird ein kleines simuliertes Beispiel bearbeitet. Es gibt 71 in einem Profil angeordnete Punkte (Abb. 3). Diese spezielle Profilanordnung wird nicht genutzt; die Berechnung wird mit einer zweidimensionalen Anordnung der Stützstellen durchgeführt.

Der Trend wurde mit einer schrägen Geraden abgespaltet. Die Varianz  $V_{zz}$  der zentrierten Stützpunkte beträgt:  $V_{zz} = 6\,072 / (71 - 2) = 88.0$ . Die Kovarianzen  $C_j$  für die Entfernungsklasse  $d_1[0-4.8] = 2.4$  und für die Entfernungsklasse  $d_2[4.8-9.6] = 7.2$  betragen 64.8 und 53.9. Eine Gerade durch diese beiden Punkte und der Verschnitt mit der Ordinatenachse liefert den Scheitelwert  $C(0) = 70.2$ , d.h. diese Daten haben – falls man ihre spezielle Eigenschaft der Schiefe der Datenfehler nicht beachtet, eine Genauigkeit von etwa (laut Gleichung (3))  $\sigma_z = \sqrt{88.0 - 70.2} = \pm 4.2$ . Mit den Kovarianzen  $C_j$  für die vier Entfernungsklassen  $d_j = 12.0, 16.8, 21.6, 26.4$  wurde der  $c$ -Wert berechnet und gemittelt. Es ergab sich ein  $c$ -Wert von 18.3. Die lineare Prädiktion mit dem Scheitelwert  $C(0) = 70.2$  und dem  $c$ -Wert = 18.3 liefert den in Abb. 4 angegebenen Kurvenverlauf und die in der Abb. 2 in Form eines Histogrammes wiedergegebenen Filterbeträge. Obwohl bei dieser Prädiktion symmetrisch verteilte Datenfehler angenommen wurden, sind die Filterbeträge unsymmetrisch verteilt. Die Standardabweichung beträgt  $\pm 3.8$ , das ist ein Wert, der nicht weit vom „vorgesehenen“ Wert  $\pm 4.2$  entfernt ist.

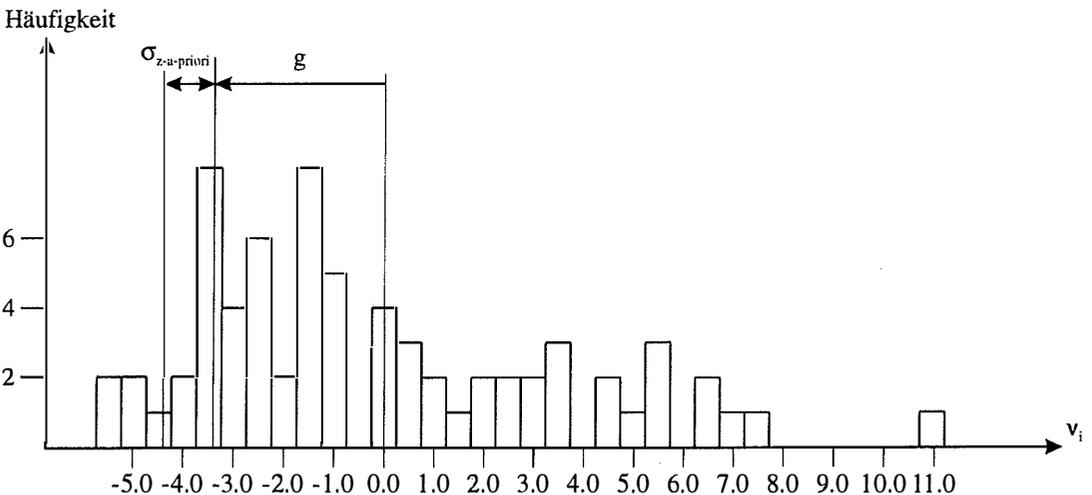


Abb. 2: Histogramm der schief verteilten Filterbeträge mit der Extentrität  $g$  und der gewünschten Standardabweichung  $\sigma_{z-a-priori}$

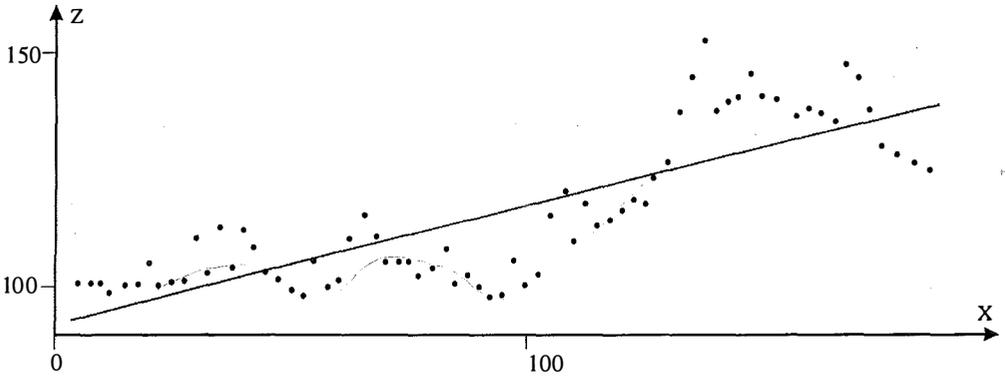


Abb. 3: Stützpunkte und Trend

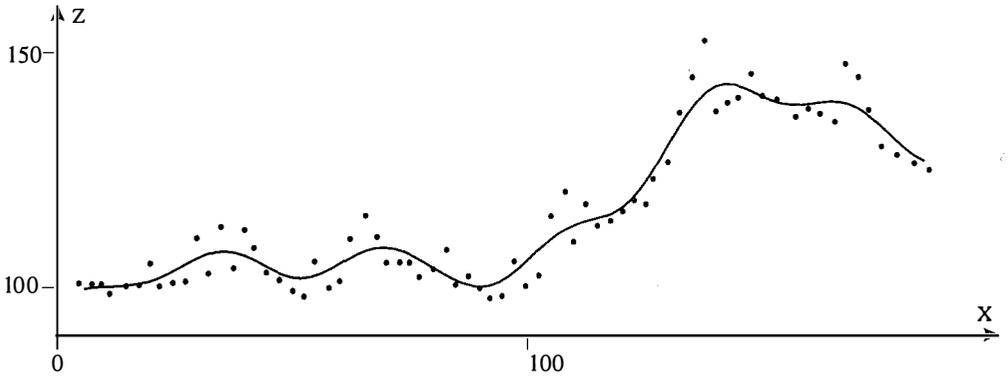


Abb. 4: Lineare Prädiktion mit der Annahme symmetrisch verteilter Datenfehler

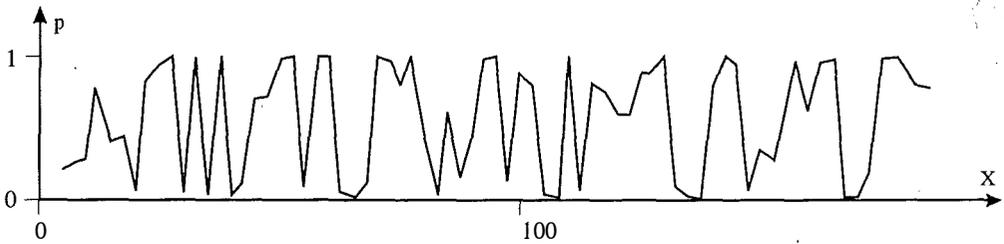


Abb. 5: Gewichte aus der exzentrischen Gewichtsfunktion (10)

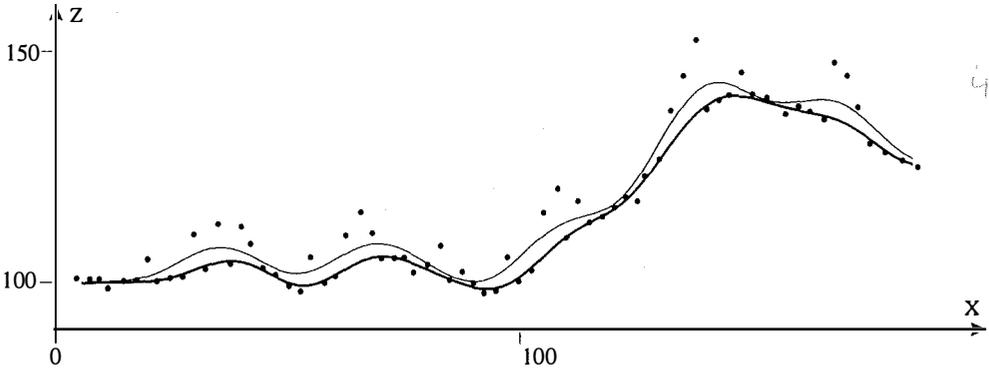


Abb. 6: Lineare Prädiktion unter Berücksichtigung der schief verteilten Datenfehler (zum Vergleich ist auch die Kurve der Abb. 4 dünn eingetragen)

Die Standardabweichung  $\pm 3.8$  ist aber viel zu groß, denn wir erwarten für die Bodenpunkte eine Genauigkeit von  $\sigma_{z-a-priori} = \pm 1.0$ . Es ist daher mit einer linearen Prädiktion mit einer nicht-symmetrischen Gewichtsfunktion fortzusetzen. Zuerst ist ein neuer Nullpunkt  $g$  im Histogramm der Abb. 2 zu suchen, der die gewünschte Standardabweichung  $\pm 1.0$  auf dem negativen Ast ergibt. Die Verschiebung  $g$  beträgt in unserem extremen Zahlenbeispiel  $-3.42$ . Damit können die Gewichte (10) ermittelt werden (Abb. 5), wobei als Halbwertsweite 3.0 und eine Steigung der Funktion (10) in diesem Punkt von  $-0.25$  gewählt wurde (siehe dazu auch [9]).

Die Varianz (6) für die Gewichtseinheit ergibt den Wert 42.38. Damit folgt laut Gleichung (7) der Scheitelwert für die Kovarianzfunktion  $C(0) = 41.38$ . Der  $c$ -Wert wurde wieder aus den Entfernungsklassen  $d_j = 12.0, 16.8, 21.6, 26.4$  ermittelt; es ergab sich  $c = 17.5$ . Das Ergebnis der linearen Prädiktion unter Berücksichtigung der schiefe verteilten Datenfehler enthält die Abb. 6; zum Vergleich ist auch das Ergebnis mit symmetrisch angenommenen Datenfehlern wiedergegeben. Das Ergebnis entspricht unseren Vorstellungen: Die interpolierte Kurve verläuft vermittelnd durch die Bodenpunkte; die Vegetationspunkte werden mehr oder weniger ignoriert.

Die Standardabweichung für ein Gewicht von Eins ergibt sich aus den Filterbeträgen zu  $\pm 1.1$ . Dieser a-posteriori-Wert deutet an, daß das gesuchte Ergebnis bereits gefunden ist. Auch die oben beschriebene Analyse des Histogrammes mit den neuen Filterbeträgen ergibt nur die kleine Nullpunktverschiebung  $g = 0.17$ , sodaß keine weitere Iteration mehr erfolgen muß.

#### 4. Ausblick und Schlußbetrachtung

Das synthetische Zahlenbeispiel des vorherigen Abschnittes zeigt überzeugend die Leistungsfähigkeit der neuen Methode. In nächster Zeit sind umfangreiche Experimente mit Laser-Scanner-Daten durchzuführen. Solche Daten stehen vom Wiener Wald zur Verfügung [7]. Diese Experimente mit realen Daten werden auch für die im Zahlenbeispiel des Abschnittes 3. teilweise willkürlich gesetzten Parameter zuverlässige Schätzungen liefern. Mit diesen Experimenten kann auch das Verhalten der Methode an Waldrändern, an denen Daten mit unterschiedlichen Fehlercharakteristiken zusammenstoßen, studiert werden. Die neue Methode wird in das Geländemodell-Programmpaket SCQP integriert werden, zumal Laser-Scanner-Aufnah-

men über bewaldeten Gebieten in Zukunft eine große Bedeutung erlangen werden. Im SCOP-Programm wird auch der Zusammenschluß der Teilgebiete (etwa 100 Stützpunkte), die jeweils getrennt nach der vorgestellten Methode bearbeitet werden, verwirklicht.

Eine unsymmetrische Gewichtsfunktion, die der wichtigste Gedanke der neuen Methode ist, kann selbstverständlich nicht nur bei der linearen Prädiktion sondern auch bei vielen anderen Methoden zur Oberflächenapproximation verwendet werden, zum Beispiel auch bei den bikubischen Splines, die bisher bevorzugt zur Auswertung von Laser-Scanner-Daten benutzt werden [2]. Auch eine Gegenüberstellung der hier vorgestellten Methode mit der Methode, die Lindemberger [8] angegeben hat, ist von Interesse. Seine Methode hat er nur für Profildaten angegeben. Sie kann mit den Stichworten „morphologischer Operator“, „autoregressiver, integrierter Prozeß“ und „robuste Zeitreihenanalyse“ charakterisiert werden.

#### Literatur

- [1] Bill, R., Fritsch, D.: Grundlagen der Geoinformationssysteme. Band 1, Wichmann Verlag, 1991.
- [2] Fritsch, D., Killan, J.: Filtering and Calibration of Laser Scanner Measurements. ISPRS-Archive XXX, part 3/1, pp. 227-234, Munich, 1994.
- [3] Killan, J., Haala, N., English, M.: Capture and Evaluation of Airborne Laser Scanner Data. ISPRS-Archive, Volume XXXI, part B3, pp. 383-388, Vienna, 1996.
- [4] Klein, H., Förstner, W.: Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M43 Using Robust Estimators. ISPRS-Archive XXV, part A3a, pp. 234-245, Rio de Janeiro, 1984.
- [5] Kraus, K.: Photogrammetrie. Band 2, 2. Auflage, Dümmler Verlag, 1987.
- [6] Kraus, K.: Die dritte Dimension in Geo-Informationssystemen. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 15, S. 167-176, 1991.
- [7] Kraus, K., Hynst, E., Belada, P., Reiter, T.: Data in Wooded Regions. Proceedings of the EUROGI Conference, Vienna, April 16-18, 1997. Dieser Aufsatz erscheint in einem der nächsten VGI-Hefte in deutscher Sprache mit einigen Ergänzungen.
- [8] Lindemberger, J.: Laser-Profilmessungen zur topographischen Geländeaufnahme. DGK, Reihe C, Heft Nr. 400, München, 1993.
- [9] ORIENT-Gebrauchsanleitung des Institutes für Photogrammetrie und Fernerkundung.

#### Dank

Das Projekt wird vom Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung (FWF) gefördert (Projekt Nr. P11336-ÖMA). Herrn Dr. H. Kager und Herrn N. Pfeifer verdanke ich wertvolle Hinweise. Herr Pfeifer hat auch das Zahlenbeispiel bearbeitet.

#### Anschrift des Autors:

o.Univ.-Prof. Dr. Karl Kraus, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, TU Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien