



Kombinierte Ausgleichung von terrestrischen und GPS-Messungen

Werner Daxinger ¹, Robert Stirling ²

¹ *Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abteilung Theoretische Geodäsie, Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien*

² *Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abteilung Theoretische Geodäsie, Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien*

VGI – Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation **83** (1–2), S. 48–55

1995

Bib_T_EX:

```
@ARTICLE{Daxinger_VGI_199506,  
  Title = {Kombinierte Ausgleichung von terrestrischen und GPS-Messungen},  
  Author = {Daxinger, Werner and Stirling, Robert},  
  Journal = {VGI -- {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessung und  
    Geoinformation},  
  Pages = {48--55},  
  Number = {1--2},  
  Year = {1995},  
  Volume = {83}  
}
```





Kombinierte Ausgleichung von terrestrischen und GPS-Messungen

Werner Daxinger und Robert Stirling, Wien

Kurzfassung

Die gemeinsame Ausgleichung von terrestrischen und GPS-Messungen gestattet die Anlage ausgedehnter und fehlertheoretisch einwandfreier geodätischer Netze. Das hier beschriebene Verfahren ermöglicht die Berechnung aller Unbekannten in einem Guß, ohne die Transformationsparameter zur Überführung der GPS-Vektoren in das Landessystem apriori vorauszusetzen. Die Einpassung in das Gebrauchsnetz erfolgt durch eine freie Ausgleichung mit gewichteter Teilspurminimierung. Obiger Ansatz wurde in das Ausgleichungsprogramm rm-NETZ implementiert. Die damit erzielten Ergebnisse werden anhand eines Projektes präsentiert.

Abstract

Combined adjustment of terrestrial and GPS-measurements allows the conception of extensive and accurate geodetic networks. The following procedure enables the computation of all unknowns simultaneously without presupposing the transformation parameters between the global coordinate system and the national reference system. The local network is fitted into the superior network by datum-free adjustment and minimizing a part of the trace of the inverse. The model mentioned above was implemented into the program rm-NETZ and applied to a definite project. The results obtained are presented.

1. Einleitung

Nach dem Endausbau des von den Vereinigten Staaten entwickelten und betriebenen NAVSTAR-GPS Systems dringen die satellitengestützten Punktbestimmungsverfahren in die Vermessungspraxis ein. Die Bestimmung von dreidimensionalen Differenzvektoren erfolgt unabhängig von der Sichtverbindung zwischen den Endpunkten, zu jeder Tageszeit und bei jeder Witterung. Dadurch werden geometrisch einwandfreie Konfigurationen und ausgedehnte Punktabstände ermöglicht. Die einzige Beschränkung ist durch die Situation in den Gerüststandpunkten gegeben, denn die Signalverbindung zu den Satelliten muß gewährleistet sein. Diese Voraussetzung macht es auch unmöglich, die Auswertung von Basisvektoren zu garantieren. Erst nach erfolgter Feldarbeit läßt sich durch Zusammenspielen der von Referenz- und Rover-Empfänger aufgezeichneten Daten deren Qualität beurteilen.

Die mittels GPS bestimmten Vektoren sind auf das World Geodetic System 1984 (WGS84) bezogen und beinhalten durch ihren Bezug zu den Koordinatenachsen (Orientierung) mehr Information als die gemessene Richtung, die Zenitdistanz und die Schrägeite zwischen zwei Raumpunkten. Das Fehlergesetz für GPS-Vektoren ($s = 5$ bis 10 mm + 1 ppm, Rapid Static) läßt erkennen, daß der Einsatz terrestrischer Meßin-

strumente bei kleinräumigen Punktbestimmungen (< 1 km) genauere Resultate liefert. Die Kombination von traditionellen und satellitengestützten Meßverfahren erweist sich vielfach als die optimale Wahl. Da GPS-Basislinien einen räumlichen Bezug vermitteln, liegt es nahe, der Auswertung ein gemeinsames Lage/Höhen-Modell zugrunde zu legen. Durch die zu erwartende hohe Genauigkeit der ellipsoidischen Höhenunterschiede kommt der Gestalt des Geoides große Bedeutung zu.

2. Das mathematische Modell einer gemeinsamen Ausgleichung

Die Ergebnisse geodätischer Messungen sind stets im Landessystem gefragt. Die mit der Software der Gerätehersteller ausgewerteten GPS-Beobachtungen müssen mittels Identpunkte vom WGS84 System in das Datum der jeweiligen Landesvermessung (in Österreich: Datum des Militärgeographischen Institutes, MGI, Gauß-Krüger Abbildung, sphäroidische Höhen bezogen auf das Mittelwasser der Adria) übergeführt werden. Mit den derzeit vorliegenden EDV-Programmsystemen können sie erst nach erfolgter Transformation mit terrestrischen Meßgrößen gemeinsam weiterverarbeitet werden. Diese Zweistufigkeit setzt genaue Transformationsparameter als Vorinformation voraus. In-

folge der Inhomogenitäten des Festpunktfeldes variieren diese sehr stark und besitzen nur lokale Gültigkeit. Streng genommen erfordert die Berechnung der Elemente der überbestimmten räumlichen Helmerttransformation die Kenntnis der durch die kombinierte Ausgleichung verbesserten Satellitenbeobachtungen. Diese sollen jedoch als Beobachtungen an der Ausgleichung teilnehmen. Die Umrechnung von GPS-Vektoren in das MGI-System stellt somit einen Eingriff in das deterministische Modell dar. Außerdem können mit den meisten Ansätzen hybrider Ausgleichung nur zusammenhängende GPS-Vektoren berücksichtigt werden, nicht jedoch einzelne, voneinander unabhängige Basislinien.

Die gleichzeitige Bestimmung der Koordinatenunbekannten und der Transformationsparameter erweist sich als theoretisch einwandfreier, praxistauglicher Ansatz und soll hier erläutert werden. Dabei wird keine apriori-Information vorausgesetzt und die Berechnung aller Unbekannten erfolgt in einem Guß.

Es gilt nun, die GPS-Vektoren als Funktion der gesuchten Unbekannten darzustellen. Die drei ursprünglichen Verbesserungsgleichungen für einen Vektor lauten formal:

$$\begin{aligned} dX + v_{dX} &= F_1(x_i, y_i, h_i, x_j, y_j, h_j, \alpha, \beta, \gamma, m) \\ dY + v_{dY} &= F_2(x_i, y_i, h_i, x_j, y_j, h_j, \alpha, \beta, \gamma, m) \\ dZ + v_{dZ} &= F_3(x_i, y_i, h_i, x_j, y_j, h_j, \alpha, \beta, \gamma, m) \end{aligned} \quad (1)$$

Dabei bezeichnen x, y, h die Koordinaten von Stand- und Zielpunkt und α, β, γ, m die Drehwinkel und den Maßstab der 7-Parametertransformation (für kleine Winkel) MGI => WGS84:

$$\begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}_{WGS} = (1+m) \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dX \end{bmatrix}_{MGI} \quad (2)$$

Die drei Translationen der 7-Parametertransformation entfallen in (2), da die Anwendung von GPS hochgenaue Differenzvektoren liefert; es sind also neben den Koordinatenunbekannten nur vier zusätzliche Parameter zu bestimmen.

Die Koeffizienten der linearisierten Verbesserungsgleichungen können durch Differentiation von (1) gewonnen werden. Analytisch geschieht dies, indem man vereinfachte Formeln (1-3 mm Abweichung) für die Gauß-Krüger Abbildung einführt, so wie sie auch in GIS-Systemen zur Anwendung gelangen. Auf die Genauigkeit der Differentialkoeffizienten bleibt dies ohne Einfluß.

Der Aufwand dieser Ableitung kann vermieden werden, indem man anstatt Differentialquotienten numerisch bestimmte Differenzenquotienten

einführt (Strauss, Walter, 1993). Dazu werden die Landeskoordinaten und Gebrauchshöhen zuerst in Breite, Länge und ellipsoidische Höhe über dem Referenzellipsoid und anschließend in kartesische Koordinaten (X, Y, Z) umgerechnet. Nun erhält die entsprechende Gebrauchskoordinate (z.B.: x) eines Punktes einen Zuschlag ($\Delta x = +1m$) und das so erhaltene Koordinatentripel $(x+1, y, h)$ wird erneut in kartesische Koordinaten (X', Y', Z') umgerechnet. Die Änderung der kartesischen Koordinaten liefert nun drei Differenzenquotienten (in diesem Fall $\Delta dX/\Delta x, \Delta dY/\Delta x, \Delta dZ/\Delta x$). Die Bestimmung der restliche Differenzenquotienten erfolgt analog.

Die numerische Differentiation ermöglicht die Anwendung dieses Ausgleichungsansatzes auf verschiedene Projektionen, ohne die oftmals schwierigen Ableitungen explizit darstellen zu müssen. Für die Berechnung der Absolutglieder sind die Geoidundulationen der Netzpunkte erforderlich, um genaue Ergebnisse in den Höhen der Neupunkte zu erzielen.

Mit der linearisierten (Glieder zweiter Ordnung werden vernachlässigt) 7-Parametertransformation für kleine Drehwinkel

$$(1+m) \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1+m & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1+m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & m & \alpha \\ \beta & -\alpha & m \end{bmatrix} \quad (2a)$$

ergeben sich die umgeformten Verbesserungsgleichungen für einen GPS-Vektor zu

$$\begin{aligned} v_{dX} &= -\frac{\Delta dX}{\Delta x_i} dx_i - \frac{\Delta dX}{\Delta y_i} dy_i - \frac{\Delta dX}{\Delta h_i} dh_i \\ &+ \frac{\Delta dX}{\Delta x_j} dx_j + \frac{\Delta dX}{\Delta y_j} dy_j + \frac{\Delta dX}{\Delta h_j} dh_j \\ &- dZ \beta + dY \gamma + dX m - (dX - dX_0) \\ v_{dY} &= -\frac{\Delta dY}{\Delta x_i} dx_i - \frac{\Delta dY}{\Delta y_i} dy_i - \frac{\Delta dY}{\Delta h_i} dh_i \\ &+ \frac{\Delta dY}{\Delta x_j} dx_j + \frac{\Delta dY}{\Delta y_j} dy_j + \frac{\Delta dY}{\Delta h_j} dh_j \\ &+ dZ \alpha - dX \gamma + dY m - (dY - dY_0) \\ v_{dZ} &= -\frac{\Delta dZ}{\Delta x_i} dx_i - \frac{\Delta dZ}{\Delta y_i} dy_i - \frac{\Delta dZ}{\Delta h_i} dh_i \\ &+ \frac{\Delta dZ}{\Delta x_j} dx_j + \frac{\Delta dZ}{\Delta y_j} dy_j + \frac{\Delta dZ}{\Delta h_j} dh_j \\ &- dY \alpha + dX \beta + dZ m - (dZ - dZ_0) \end{aligned} \quad (3)$$

Da die Verbesserungsgleichungen für einen GPS-Vektor als Funktion der Landeskoordinaten

ten formuliert sind, können sie direkt an die Verbesserungsgleichungen für terrestrische Beobachtungen angefügt werden:

$$\begin{pmatrix} v_{terr} \\ v_{GPS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{terr} & 0 \\ & A_{GPS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dh \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_{terr} \\ l_{GPS} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Lediglich der Unbekanntenvektor muß um die vier Transformationsparameter erweitert werden. Somit ist dieses Modell auch in höchstem Maße als Aufsatz für bereits bestehende Ausgleichungsprogramme geeignet.

Die drei Verbesserungsgleichungen für einen GPS-Vektor sind korreliert. Die herstellereigene Auswertesoftware liefert zu jedem Vektor eine 3×3 Kovarianzmatrix, die dann für das stochastische Modell weiterverarbeitet werden kann. In der Gewichtsmatrix tritt je nach Beobachtungstyp (GPS-Vektoren, Richtungen, Strecken, Zenitdistanzen, Nivellementdaten) eine Gruppenvarianz auf, die sich nur durch eine Varianzkomponentenschätzung exakt bestimmen läßt.

3. Lagerung im Gebrauchsnetz

Die Spannungen im vorhandenen Festpunktfeld sind in der Regel viel größer als die Meßfehler des verwendeten Instrumentariums. Die freie Netzausgleichung gestattet es, die Ergebnisse geodätischer Berechnungen im Gebrauchsnetz zu erhalten, ohne die Beobachtungen einzuzwängen zu müssen. Da bei der freien Ausgleichung nach vermittelten Beobachtungen alle Koordinaten, also auch jene der staatlichen Festpunkte, als Unbekannte eingeführt werden, entsteht eine singuläre Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} (L2-Norm). In diesem Fall bleibt dann ein Rangdefizit von \mathbf{A} bzw. \mathbf{N} entsprechende Anzahl von Unbekannten unbestimmt, wenn keine Zusatzverfügungen bezüglich Lagerung (Translation, Orientierung, Maßstab) getroffen werden. Dies folgt aus der Tatsache, daß die vorhandenen Beobachtungen nur die innere Geometrie des Netzes im Raum festlegen, nicht jedoch seine Lage in Bezug auf den übergeordneten Koordinatenrahmen. Die zugehörige Korrelationsmatrix \mathbf{Q} läßt sich mit Hilfe der erweiterten Matrizenalgebra (z.B. nach Bjerhammer) berechnen und hat minimale Spur:

$$\text{Spur}(\mathbf{Q}) = \text{Minimum} \quad (5)$$

Für den eindeutigen Lösungsvektor \mathbf{dx} als Funktion der Beobachtungen gilt

$$\mathbf{dx}^t \mathbf{dx} = \text{Minimum} \quad (5a)$$

Der Lösungsvektor beinhaltet die Abweichungen der ausgeglichenen Unbekannten von ihren Näherungswerten. Beziehung (5a) bedeutet somit die Anbindung der inneren Netzgeometrie an den durch die Näherungskordinaten vorgegebenen Lösungsraum. Da der Lösungsvektor neben den Koordinatenzuschlägen auch zusätzliche Unbekannte wie Orientierungs-, Maßstabsunbekannte oder die Transformationsparameter für die GPS-Vektoren enthält, werden auch diese Unbekannten von der Minimumsbedingung erfaßt und ihre Näherungswerte tragen zur Datumsfestlegung bei. Geometrisch ist jedoch nur die Forderung nach der minimalen Summe der Quadrate des sogenannten totalen Punktla-gefehlers

$$\Sigma(m_{xx}^2 + m_{yy}^2) = \text{TeilSpur}(\mathbf{Q}) \quad (6)$$

m_{xx}^2, m_{yy}^2 mittleres Fehlerquadrat der Punkt-kordinaten

vorstellbar. Daher ist die nach Bjerhammer erhaltene Lösung mittels S-Transformation auf das gewünschte Datum zu transformieren. Nach der von (Meissl, 1962) formulierten inneren Fehlertheorie kann diese Transformation bereits im Zuge der Ausgleichung erfolgen. Hierfür wird der den Koordinatenunbekannten der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} (n Zeilen, n Spalten, Datumsdefekt d) entsprechende Teil mit einer Matrix \mathbf{G} (n Zeilen, d Spalten) gerändert und invertiert (Teilspurminimierung):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^t & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{G}(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{-1} \\ (\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^t & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

\mathbf{G} enthält die Eigenvektoren zu dem d-fachen Eigenwert $\lambda=0$ und erfüllt die Bedingungen

$$\mathbf{N} \mathbf{G} = 0, \quad \mathbf{Q} \mathbf{G} = 0, \quad \mathbf{G}^t \mathbf{x} = 0 \quad (7a)$$

Die Normalgleichungsmatrix eines nur durch GPS-Vektoren gebildeten räumlichen Netzes, dessen Maßstab an das übergeordnete System angeglichen werden soll, weist einen Rangdefekt von $d=7$ auf. In diesem Falle hat die Matrix \mathbf{G}^t folgende Gestalt:

$$\mathbf{G}^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z_1 & y_1 & \dots & 0 & -z_n & y_n \\ z_1 & 0 & -x_1 & \dots & z_n & 0 & -x_n \\ -y_1 & x_1 & 0 & \dots & -y_n & x_n & 0 \\ x_1 & y_1 & z_1 & \dots & x_n & y_n & z_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

G wird sinnvollerweise nur über jenen Teil der Netzpunkte formuliert, auf dem die innere Netzgeometrie gelagert werden soll. Dies wird als Teilspurminimierung im engeren Sinn bezeichnet, da nur jene diesen Punkten entsprechende Teilmatrix der Inversen minimale Spur hat. Dabei wird zwischen Voll-, Lage-, und Höhenpaßpunkten unterschieden. Die Bedingungen (8) werden nur über die jeweiligen Koordinaten formuliert und in Abhängigkeit ihrer Genauigkeit gewichtet, da z.B. nivellitisch bestimmte Punkthöhen wesentlich genauer anzusehen sind als trigonometrisch ermittelte.

Der Endzustand des Berechnungsvorganges ist dadurch gekennzeichnet, daß das ausgeglichene Netz auf die Näherungskordinaten der Datumspunkte aufgefördert erscheint. Geometrisch interpretiert ist dies das Helmert'sche Prinzip der kleinsten Klaffungssquadratsumme. Die Zeilen der Ränderungsmatrix \mathbf{G} sind mit den Bestimmungsgleichungen der räumlichen Helmert(= 7 Parameter-)transformation ident. Die Anwendung der Ränderung erfordert daher ein kartesisches Koordinatensystem.

Der in den Abschnitten 2 und 3 beschriebene Algorithmus wurde in ein Modul des Ausgleichsprogrammes rm-NETZ der Firma rm-data umgesetzt. Diese Kooperation fand im Rahmen der Diplomarbeit von Robert Stirling statt. Bei der Realisierung wurde großen Wert auf Transparenz und Bedienerfreundlichkeit gelegt. Es steht dem Benutzer frei, verschiedene Datentypen miteinander zu kombinieren und die Art der Ausgleichung festzulegen (frei, zwangsfrei, gezwängt). Die Gewichtung der einzelnen Datentypen erfolgt derzeit noch manuell. Vorhandene Undulationsdaten können in die Berechnung eingeführt werden. Die GPS-Vektoren werden mitsamt den zugehörigen Kovarianzmatrizen über eine Schnittstelle eingelesen. Die Visualisierung der Netzkonfiguration und der Fehlermaße erfolgt entweder direkt im Zeichenprogramm AutoCad oder offline über Dateien im DXF-Format.

4. Das Netz ‚Lieser‘

Um obiges Programm zu testen und neben technischen Aspekten auch die Wirtschaftlichkeit einer kombinierten Ausgleichung zu belegen, wurde ein geodätisches Netz gemessen.

Das von Robert Stirling bewußt in einer alpinen Region ausgewählte Netz liegt bei Gmünd im Liesertal, ca. 20 km nördlich von Spittal/Drau. Es umfaßt 13 Netzpunkte, von denen sich

4 in der Talsohle und die übrigen 9 an den Hängen befinden. Das Netz hat eine horizontale Ausdehnung von 5 mal 4 km (siehe Abb. 1) und weist Höhenunterschiede bis zu 700 m auf. Bei den Netzpunkten handelt es sich um amtliche Festpunkte (8 KT's und 5 EP's), wodurch aufwendige Vermarkungsarbeiten entfielen. Das Netz entspricht einem zur Absteckung von Ingenieurbauten verwendeten Grundlagnetz und wurde sowohl durch konventionelle als auch durch satellitengestützte Beobachtungsverfahren jeweils vollständig bestimmt. Von den 13 Punkten befinden sich 3 in unwegsamem Gelände und können mit herkömmlichen Personenkraftwagen nur schwer erreicht werden. Somit waren für Signalisierung und terrestrische Messung lange Wegzeiten zu kalkulieren.

Nach dem Erkunden der Visuren und Aufstellen des Beobachtungsplanes wurde das notwendige Instrumentarium zusammengestellt. Zum Einsatz gelangten zwei Wild T2002 Theodolite ($s_H = s_V = 0.15$ mgon) mit Aufsatzdistanzmessern DI2002 ($s = 1\text{mm} + 1\text{ppm}$, Reichweite: bis 3.5 km mit 1 Prisma, bis 5.5 km mit 3 Prismen).

Der Beobachtungsplan sah die gleichzeitige Verwendung beider Theodolite vor, wodurch der Einsatz von 6 Personen (in der Praxis würde sich der Meßtrupp aus einem Diplomingenieur, zwei Technikern und drei Meßhelfern zusammensetzen) mit 4-5 Fahrzeugen notwendig war. Die Gerätemiete ist bereits mit hohen Kosten verbunden und verlangt daher eine zeitliche Optimierung der Beobachtungen. Pro Standpunkt wurden mindestens zwei vollständige Richtungssätze und alle Distanzen gemessen. Die Meteorologie wurde durch Druck und Temperatur zum ungefähren Zeitpunkt der Streckenmessung in Stand- und Zielpunkt erfaßt. Zur Erkennung grober Fehler und um die Übersichtlichkeit zu wahren, wurde auf eine automatische Registrierung der Meßdaten verzichtet. Bevor die gemessenen Distanzen in die Ausgleichung eingeführt werden konnten, erfolgte eine meteorologisch-instrumentelle Reduktion. Da die Reflektoren und Zieltafeln ständig auf die Beobachter ausgerichtet werden mußten und die hochgelegenen Punkte nur durch serpentinartig angelegte Wald- und Schotterwege erreichbar waren, entstanden große Wegstrecken. Bei zwei Netzpunkten konnte das letzte Teilstück nur zu Fuß zurückgelegt werden. Die mobilen Meßhelfer wurden über Funk zeitsparend angewiesen.

Die Punkte in der Talsohle haben infolge Bebauung, Bewuchs oder Topographie keine ge-

NETZ 'LIESER'

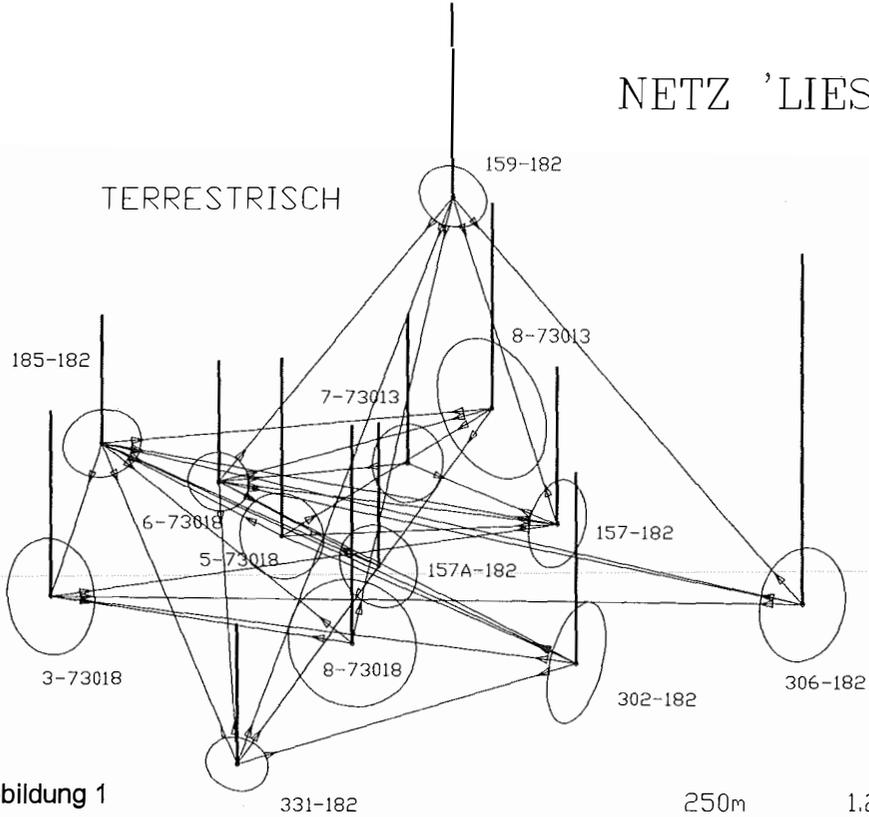


Abbildung 1

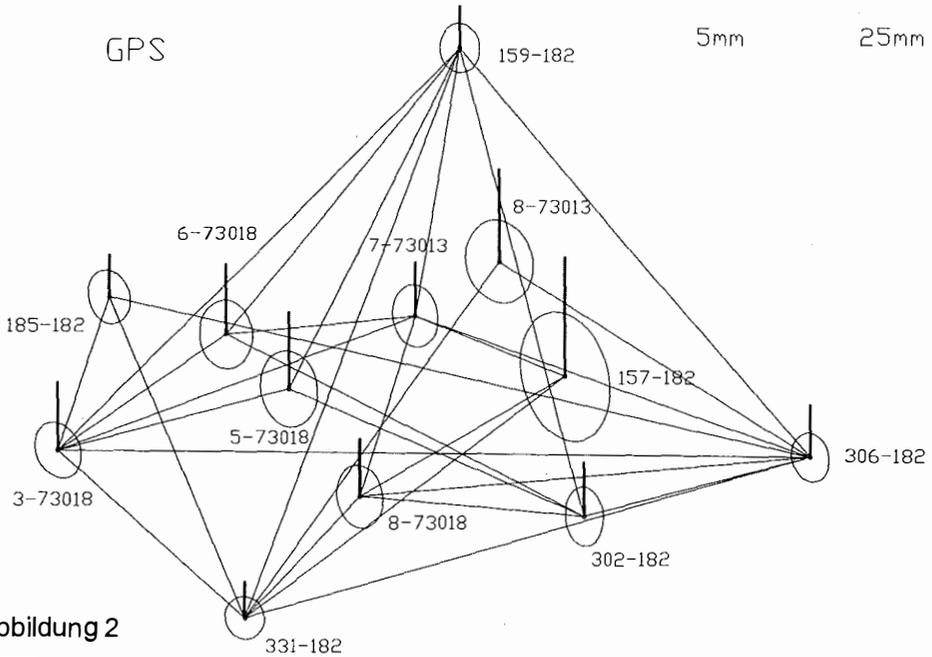


Abbildung 2

gegenseitige Sichtverbindung, ebensowenig die Punkte in der jeweiligen Talflanke. Zur Genauigkeitssteigerung der trigonometrischen Höhenmessung wurden zwischen ausgewählten Hang- und Talpunkten gleichzeitig gegenseitige Zenitdistanzen gemessen. Diese Beobachtungen erfolgten allesamt am frühen Nachmittag bei gut durchmischter Atmosphäre. Die Höhenunterschiede zwischen den Talpunkten wurden nivellistisch bestimmt und an einen staatlichen Höhenfestpunkt angeschlossen. Für die terrestrische Bestimmung des Netzes waren vier Meßtage zu 12^h notwendig.

Eine Abschätzung der Kosten für die terrestrische Netzmessung ergibt 15.000,- ÖS (excl. Ust.) für die Gerätemiete (1 T2002, 1 DI2002, 5 Stative, Prismen samt Untersätze, Funkgeräte; sonstige Gerätschaft wurde als vorhanden angenommen), rund 57.400,- für Personalkosten (Jahresverdienste brutto: Diplomingenieur: 400.000,- Techniker: 300.000,- Meßhelfer: 200.000,-) inkl. Übernachtung und Diäten, und 5.200,- für 1100 km (ohne Anreise nach Gmünd), also in Summe 77.600,-.

Wesentlich einfacher gestaltete sich der Einsatz von GPS-Meßgeräten (Leica, System 200). Die Meßausrüstung umfaßte drei Empfänger und einen Laptop mit der Auswertesoftware (Leica SKI), der Meßtrupp bestand aus einem Diplomingenieur und einem Techniker (Praxis). Während zwei Empfänger mobil im Einsatz waren, wurde mit dem dritten ein weiterer Netzpunkt besetzt. Die Beobachtungszeiten wurden so gewählt, daß sich alle drei zwischen den Empfängern zu bildenden Vektoren voneinander stochastisch unabhängig auswerten ließen und betragen ca. 25^{min} pro Vektor. In einem Netzpunkt (157) mußten die Abschattungen nach ungefährem Azimut und Zenitdistanz in den Rechner eingegeben werden, um einen Beobachtungszeitpunkt mit ausreichender Satellitenüberdeckung zu ermitteln. In diesem Punkt war lediglich ein 90°-Sektor des Horizontes frei von Bewuchs! Durch die Vorausberechnung ließen sich die Beobachtungen durchführen, wenn auch nur um 1.30 Uhr in der Nacht. Der Punkt 157A befindet sich unter Bäumen und konnte daher nicht durch GPS-Basislinien bestimmt werden. Nach Abschluß der Messungen eines Tages wurden die Vektoren am Laptop ausgewertet und überprüft. Das gesamte Netz ließ sich in drei Tagen mit je 14 Stunden Arbeitszeit bestimmen, wobei 33 Differenzvektoren ermittelt wurden. 32 (ein Vektor ließ sich nicht auswerten) Vektoren wurden samt ihrer Fehlermaße ohne weitere Reduktionen über die Schnittstelle in das Programm rm-NETZ transferiert.

Die Kosten für die GPS-Messungen würden 35.000,- Gerätemiete (3 Empfänger, Software, Batterien), rund 20.200,- für den Meßtrupp und 2.600,- für 550 km im Gelände, zusammen 57.800,- betragen.

Zwecks gegenseitiger Kontrolle wurden die terrestrischen Meßdaten und die GPS-Vektoren vorerst getrennt ausgeglichen (freie Ausgleich, Teilspurminimierung) und einander gegenübergestellt (Abb. 1 und 2, mittlere Fehlermaße). Die Geoidhöhen wurden aus einer großmaßstäbigen, analogen Geoidkarte entnommen. Die Datumsfestlegung erfolgte über die Triangulierungspunkte, die Nivellementdaten wurden vorderhand nur zur Beurteilung der Ergebnisse herangezogen. Ein Vergleich der nivellistisch bestimmten Höhenunterschiede mit jenen aus Koordinaten abgeleiteten ergab Differenzen von 18 bzw. 13 mm für die GPS-, und 48 mm bzw. 20 mm bzw. 17 mm für die terrestrische Lösung. Diese Höhenunterschiede konnten terrestrisch mangels Sichtverbindung nicht direkt bestimmt werden!

Punkt	in y	in x	in h
157-182	1.9	- 1.5	- 0.6
159-182	0.1	- 0.3	3.5
185-182	- 1.2	0.0	- 5.5
302-182	0.2	2.6	- 3.1
306-182	- 1.0	- 0.6	8.4
331-182	0.0	- 0.1	- 2.8
3-73018	0.6	0.9	- 7.2
5-73018	- 1.9	- 0.3	0.7
6-73018	0.8	0.0	- 4.2
7-73013	0.9	- 1.1	- 0.9
8-73013	2.0	- 1.0	5.6
8-73018	1.9	1.1	- 0.3

Tabelle 1: Klaffungen zwischen GPS- und terrestrischer Lösung [cm]

Beide Lösungen passen gut zusammen (Tabelle 1) und weisen Lagegenauigkeiten im mm-Bereich auf. Die Autoren möchten darauf hinweisen, daß im Netz keine Pfeiler vorhanden waren und die Definitionsunsicherheit der Punkte mehrere mm beträgt (KT: fingernagelgroßes Punktzentrum).

Die Höhenfehler der GPS-Lösung betragen rund das doppelte der Lagefehler. Dies ist auf die Schnittbedingungen der Trisphäration und auf den Troposphären einfluß zurückzuführen. Die Genauigkeiten der GPS-Lösung sind zu optimistisch, da Korrelationen zwischen den Phasenbeobachtungen und Korrelationen aus der Satellitenkonstellation vernachlässigt wurden.

NETZ 'LIESER'

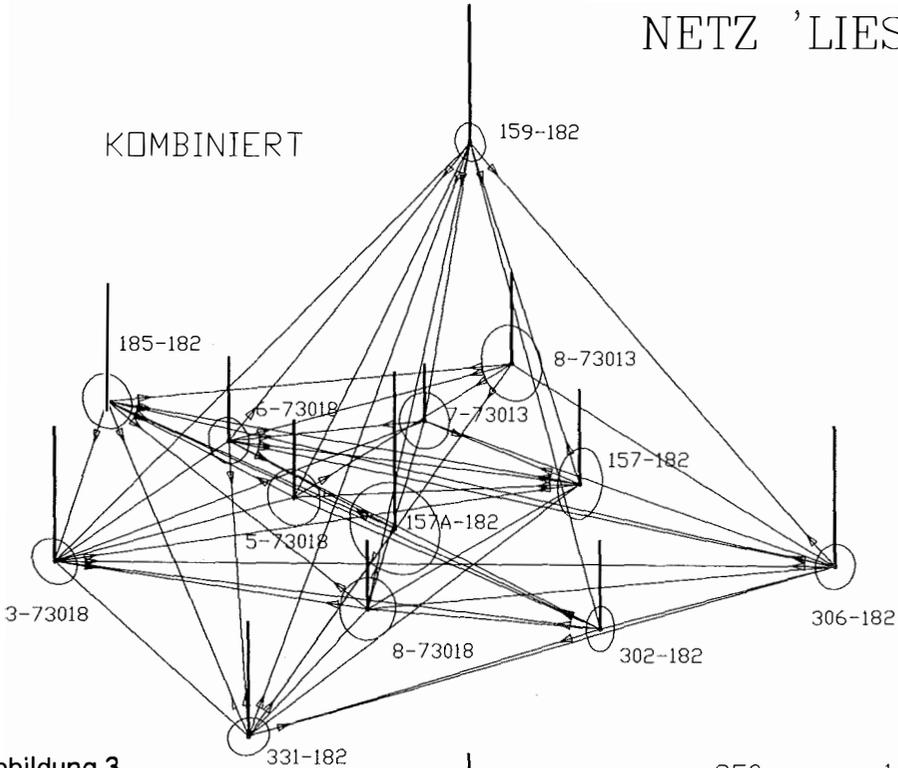
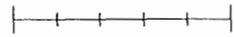


Abbildung 3

250m 1.25km



5mm 25mm

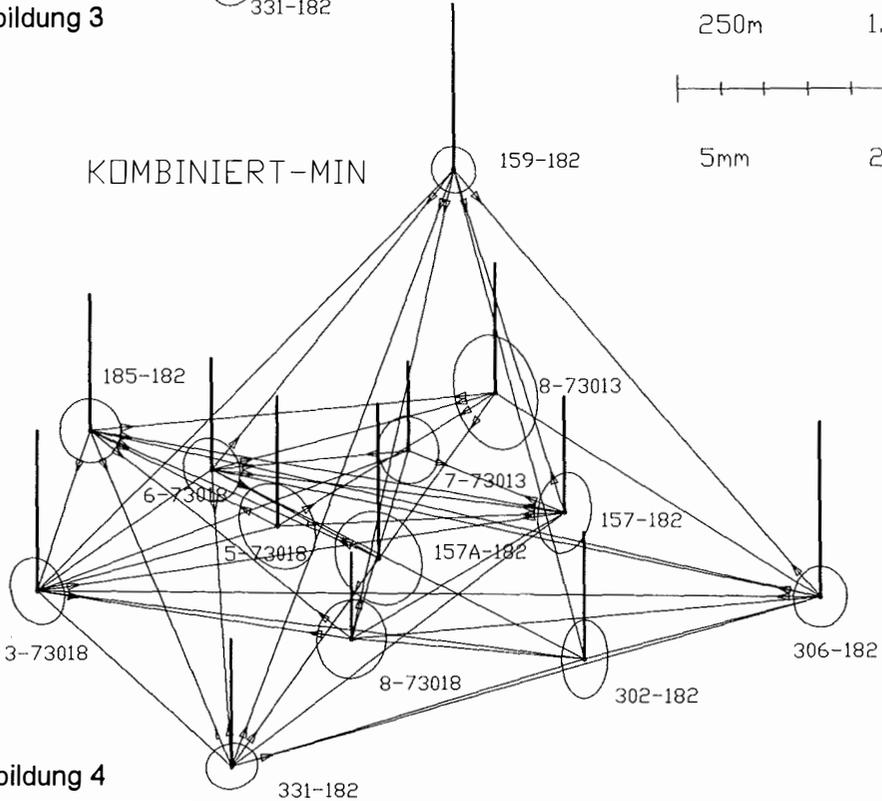


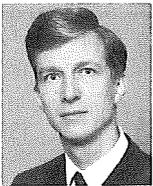
Abbildung 4

Die aus den terrestrischen Beobachtungen erzielte Lagegenauigkeit liegt geringfügig unter jener der GPS-Lösung, die Höhengenaugigkeit liegt zwischen 11 mm und 25 mm (nur Punkt 306 mit 38 mm außerhalb dieses Intervalles) und resultiert aus den infolge Refraktion systematisch verfälschten Zenitdistanzen.

Die kombinierte Lösung zeigt die besten Lagegenauigkeiten, die Höhenfehler betragen durchschnittlich 10 mm, maximal 18 mm (Abb. 3). Sie wurde aus 124 Richtungen, 84 Zenitdistanzen, 55 Strecken und 32 GPS-Vektoren berechnet (Überbestimmung: 294).

Das Ergebnis einer in wirtschaftlicher und fehlertheoretischer Hinsicht günstigen Kombination ist in Abb. 4 dargestellt. Darin sind rund zwei Drittel der Bestimmungsstücke der vollständigen Kombination verarbeitet.

Das hier beschriebene Testprojekt ‚Lieser‘ veranschaulicht die Notwendigkeit der Zusammenführung heterogener Beobachtungen. Kleine Netze oder Netzteile können exakt und effizient mit traditionellen Meßverfahren bestimmt werden, ihre großräumige genaue Verbindung gelingt aber erst durch die Hinzunahme von Satellitenbeobachtungen. Durch den Einsatz von GPS erhält man Höhenunterschiede über größere Distanzen mit hoher Genauigkeit (einige cm unter Berücksichtigung des lokalen Geoides). Diese ist jedoch für technische Anforderungen unzureichend und somit kann GPS die präziseste und aufwendigste Art der Höhenbestimmung – das Nivellement – nicht ersetzen.



Die konforme Abbildung oder: Muß Komplexes komplex sein?

Bernhard Hofmann-Wellenhof, Graz

Zusammenfassung

Die Theorie der konformen Abbildung des Ellipsoids in die Ebene wird möglichst einfach und übersichtlich dargestellt und am Beispiel der Gauß-Krüger-Abbildung angewendet.

Abstract

The theory of conformal mapping of the ellipsoid into the plane is presented in a simple structure and is demonstrated for the Transverse Mercator projection (which is also referred to as Gauss-Krüger projection).

1. Einführung

Das geodätische Schicksal führte mich schon in universitären Jugendjahren an die Frage

Literatur

- [1] Caspary, W.: „Zur Lösung singulärer Ausgleichsmodelle durch Bedingungs-gleichungen“, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 85. Jg., Nr. 2, Herbert Wichmann, Karlsruhe 1978.
- [2] Illner, I.: „Datumsfestlegung in freien Netzen“, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 309, München 1985.
- [3] Killian, K., Meissl, P., Rinner, K.: „Beiträge zur Theorie geodätischer Netze im Raum“, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft Nr. 61, München 1969.
- [4] Meissl, P.: „Die innere Genauigkeit eines Punkthaufens“, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, 50. Jg., S. 159-165 und S. 186-194, Österreichischer Verein für Vermessungswesen, Baden bei Wien 1962.
- [5] Niemeier, W.: „Zur Nutzung von GPS-Meßergebnissen in Netzen der Landes- und Ingenieurvermessung“, Zeitschrift für Vermessungswesen, 117. Jg., Nr. 8/9, Konrad Wittwer, Stuttgart 1992.
- [6] Niemeier, W.: „Aufbau eines 3-D Grundlagentetzes für das Pumpspeicherwerk Goldisthal durch Kombination von GPS- und terrestrischen Messungen“, Zeitschrift für Vermessungswesen, 119. Jg., Nr. 5, Konrad Wittwer, Stuttgart 1994.
- [7] Schwintzer, P.: „Zur Berechnung von Inversen mit minimaler Teilspur“, Zeitschrift für Vermessungswesen, 107. Jg., Nr. 11, Konrad Wittwer, Stuttgart 1982.
- [8] Strauss, R., Walter, H.: „Die Ausgleichung von GPS-Beobachtungen im System der Landeskoordinaten“, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 100. Jg., Nr. 6, Herbert Wichmann, Karlsruhe 1993.
- [9] Wolf, H.: „Die Helmert-Inverse bei freien geodätischen Netzen“, Zeitschrift für Vermessungswesen, 98. Jg., Nr. 9, Konrad Wittwer, Stuttgart 1973.

Anschrift der Verfasser:

Dipl.-Ing. Werner Daxinger, Robert Stirling, Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abteilung Theoretische Geodäsie, Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien.