

Paper-ID: VGI\_199202



## Punkte in topographischen Flächen mit gleicher Geländeneigung

Karl Killian <sup>1</sup>, Karl Kraus <sup>2</sup>

<sup>1</sup> + 13. Dezember 1991

<sup>2</sup> *Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27-29, 1040 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **80** (1), S. 20–24

1992

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Killian_VGI_199202,  
Title = {Punkte in topographischen Fl{"a}chen mit gleicher Gel{"a}ndeneigung  
},  
Author = {Killian, Karl and Kraus, Karl},  
Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {20--24},  
Number = {1},  
Year = {1992},  
Volume = {80}  
}
```



## Punkte in topographischen Flächen mit gleicher Geländeneigung

von *Karl Killian* und *Karl Kraus*, Wien

### Vorbemerkung

Der vor kurzem in zwei Zeitschriften [1] veröffentlichte Aufsatz „Welche Umweltparameter kann man mit der Photogrammetrie und Fernerkundung erfassen?“, in dem im vierten Abschnitt auf die Genauigkeit der Linien gleicher Geländeneigung, also der Gefällstufenkarte, eingegangen wurde, hat Prof. Dr. Karl Killian zur Diskussion herausgefordert. In mehreren gemeinsamen Gesprächen wurde das in der zitierten Veröffentlichung angedeutete Problem vertieft. Die letzte Besprechung hatten wir am 25. 11. 1991 an der TU Wien. Dabei wirkte Prof. Killian körperlich erschöpft; seine Formulierungen waren — wie von ihm gewohnt — bestechend klar und kreativ. Es ist vermutlich im Sinne Prof. Killians, wenn ich — wie in dem von mir verfaßten und in diesem Heft wiedergegebenen Nachruf zum Ausdruck gebracht — diesen Aufsatz veröffentliche, obwohl nicht alle aufgeworfenen Fragen in der uns gemeinsam zur Verfügung stehenden Zeit geklärt werden konnten.

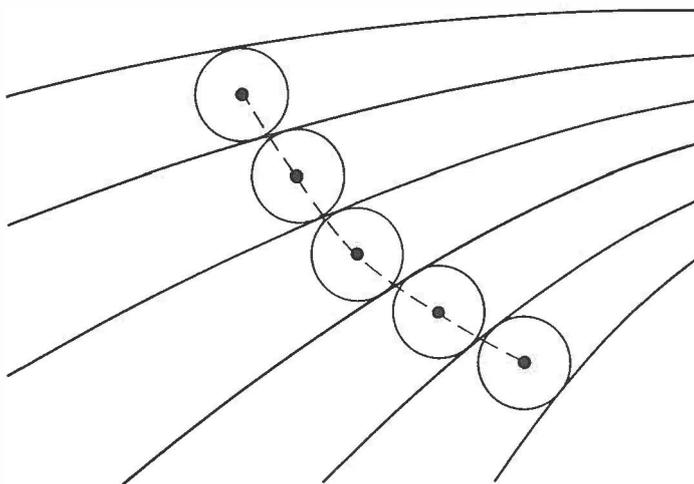
*Karl Kraus*

### 1. Punkte, Linien und Flächen mit gleicher Geländeneigung

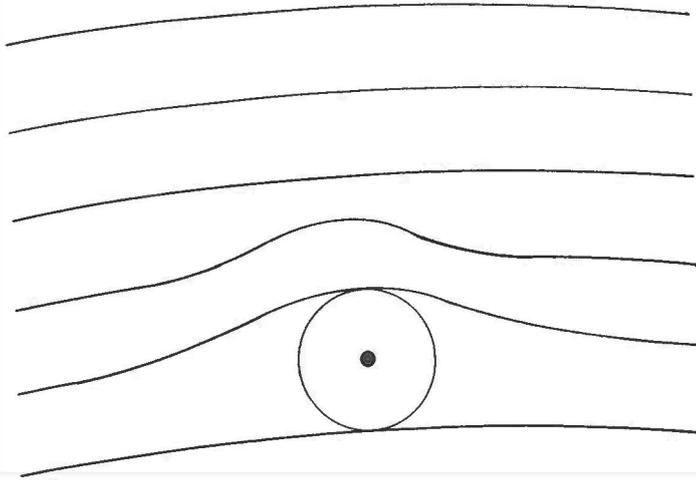
Punkte einer topographischen Fläche, in denen gleiche Geländeneigung besteht, können

- auf Linien des Geländes liegen,
- aber auch isolierte Punkte sein und
- insbesondere auch auf bestimmten Flächen eine beliebige Lage haben.

Die Punkte mit gleicher Geländeneigung findet man in einer Höhenlinienkarte auf primitive Art folgendermaßen: Wir zeichnen auf Pauspapier einen Kreis, dessen Durchmesser der gesuchten Geländeneigung entspricht. Diesen Kreis passen wir in benachbarte Höhenlinien ein und markieren die Lage der Kreismittelpunkte. Die Verbindung der Mittelpunkte ergibt die gesuchte Linie (Figur 1). Figur 2 zeigt einen isolierten Geländepunkt.



Figur 1: Linie mit gleicher Geländeneigung

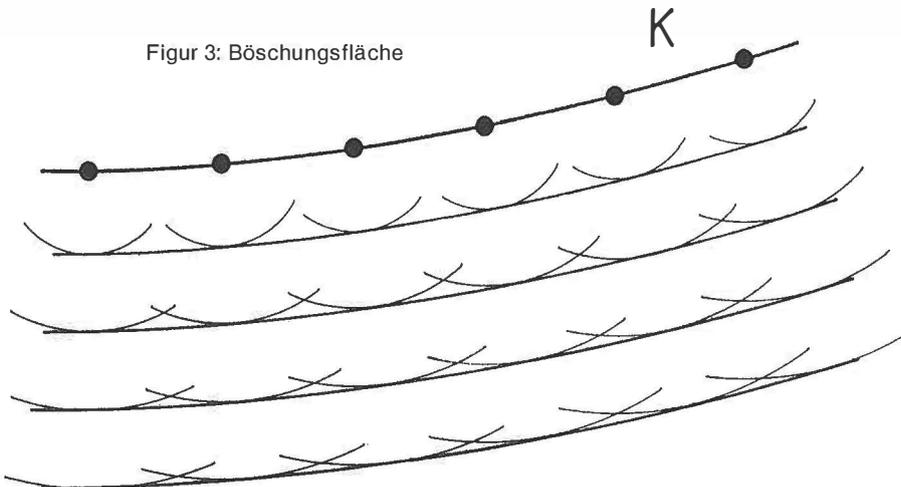


Figur 2: Isolierter Geländepunkt

In Figur 3 ist eine spezielle Böschungsfläche — mit den Kegelspitzen auf einer horizontalen Kurve K — dargestellt. Man sieht unmittelbar, daß in jedem Punkt dieser Fläche dieselbe Geländeneigung besteht. Eine Linie gleicher Geländeneigung ist in einer Böschungsfläche also nicht definiert. Das gilt natürlich auch dann, wenn die Kegelspitzen der Böschungsfläche auf einer beliebigen Raumkurve liegen. Weitere Fälle von Böschungsflächen sind der senkrechte Kreiskegel, die geneigte Ebene sowie die Umgebung einer in der Falllinie liegenden Erzeugenden einer abwickelbaren Regel­fläche.

## 2. Böschungslinien

Es bedarf vielleicht des Hinweises, daß die oben behandelten Linien mit den Li­nien gleicher Wegneigung, wie sie bei trassierten Wegen bzw. Straßen vorkommen, nichts zu tun haben. Die Linien gleicher Wegneigung werden auch Böschungslinien ge­nannt. Die von uns behandelten Linien hingegen sind Linien gleicher Geländeneigung.



Figur 3: Böschungsfläche

### 3. Veranschaulichung der Punkte, Linien und Flächen mit gleicher Geländeneigung

Die Linien gleicher Geländeneigung können im Gelände — zum Unterschied von Geländegerippllinien wie z. B. Geländekanten und Rückenlinien — nicht unmittelbar erkannt werden; sie geben auch im Kartenbild kaum einen Aufschluß über die Gestalt des Geländes. Jedoch der Wert dieser Linien ist sehr bedeutungsvoll, zum Beispiel für die Erosionsermittlung der landwirtschaftlich genutzten Grundstücke.

Die Punkte, Linien und Flächen mit gleicher Geländeneigung können zwar im Gelände und im Kartenbild nicht unmittelbar erkannt werden, sie können aber mit den sogenannten Isophoten durchaus veranschaulicht werden. Man nimmt eine (gedankliche) Lichtquelle und bestrahlt das Gelände bzw. das Geländemodell senkrecht zur Grundrißebene. Die Punkte, Linien und Flächen mit gleicher Leuchtdichte bzw. mit gleichem Grauwert entsprechen dann den Punkten, Linien und Flächen, in denen gleiche Geländeneigung herrscht. In der Kartographie ist diese Technik unter der Bezeichnung Böschungs- oder Neigungsplastik bekannt.

### 4. Diskussion der beiden veröffentlichten Gefällstufenkarten [1]

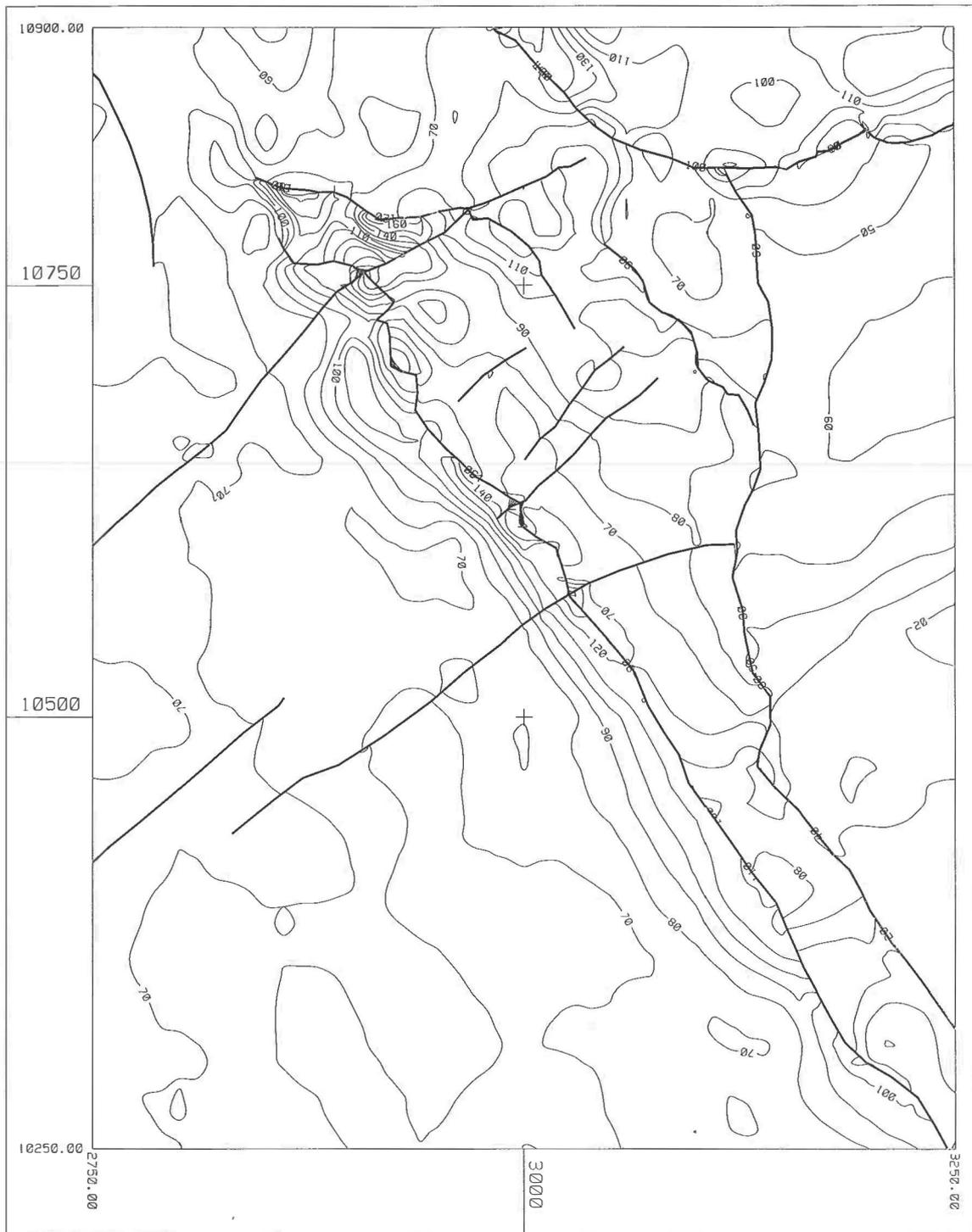
Der Unterschied der beiden Gefällstufenkarten ist mit Hilfe des bisher Gesagten einfach erklärbar: Aus der ebenfalls veröffentlichten Höhenlinienkarte des Untersuchungsgebietes ist zu ersehen, daß insbesondere der südwestliche Teil fast eine Böschungsfäche ist. Alle Punkte in dieser Fläche weisen praktisch dieselbe Geländeneigung auf. Ermittelt man in einer solchen (Böschungs-)Fläche — z. B. mit einem Computerprogramm — die Linien mit gleicher Geländeneigung, so werden geringe Höhenfehler im digitalen Geländemodell größere Lagefehler in diesen Linien verursachen.

An dieser Stelle ist noch eine ergänzende Bemerkung zu den beiden veröffentlichten Gefällstufenkarten [1] zu machen. Vorauszuschicken ist, daß Gefällstufenkarten ohnehin verhältnismäßig unanschaulich sind. Da in den beiden veröffentlichten Gefällstufenkarten nicht nur die Linien mit gleicher Geländeneigung, sondern auch die Geländekanten, in denen die Linien mit gleicher Geländeneigung in der Regel eine Unstetigkeitsstelle aufweisen, eingezeichnet sind, ist die Interpretation der Gefällstufenkarten erschwert. Man sollte die Geländekanten in einer anderen Strichstärke als die Linien mit gleicher Geländeneigung darstellen. In der Figur 4 wurde diese Verbesserung in der Darstellung vorgenommen.

Die Diskussion über die Genauigkeitseigenschaften der Linien mit gleicher Geländeneigung soll mit dem Hinweis auf analoge Genauigkeitseigenschaften der Linien mit gleicher Geländehöhe, also den Höhenlinien, abgeschlossen werden. Herr Dr. L. Kiefer vom Landesamt für Flurbereinigung, Baden-Württemberg, hat dafür in einem Brief vom 10. 7. 1991 folgende einprägsame Formulierung gefunden: „Im Gelände mit geringer Neigung ist die Lage der Höhenlinien ungenau, auch wenn die Höhenwerte genau sind; im Gelände mit geringer Krümmung in Gefällrichtung ist die Lage der Linien gleicher Hangneigung ungenau, auch wenn die Neigungswerte genau sind.“

### 5. Ermittlung der mittleren Geländeneigung für einzelne Grundstücke

Für Grundstücke, die in Böschungsfächen liegen, sollte man — wie in der Veröffentlichung [1] angedeutet — keine Flächenanteile zu vorgegebenen Neigungszonen angeben. Statt dessen sollte man — zumindest bei kleinen Grundstücken, in denen keine Geländekanten vorkommen — die mittlere Geländeneigung, d. h. den Tangens des mittleren Böschungswinkels, ermitteln. Diese mittlere Geländeneigung kann man aus einem digitalen Geländemodell zum Beispiel in der Weise berechnen, daß man über das Gelände ein Dreiecksnetz legt, in dem die Grundstücksgrenzen als Dreiecksseiten



Institut fuer  
Photogrammetrie und Fernerkundung  
Technische Universitaet Wien

Figur 4: Gefaellstufenkarte mit einem Intervall von 10% (Gelaendekanten sind dick gezeichnet)

(Kanten) auftreten. Anschließend wird für jede Dreiecksfläche die Geländeneigung aus den Geländehöhen der drei Eckpunkte berechnet [2] und schließlich das allgemeine arithmetische Mittel aus den Neigungen aller in einem Grundstück liegenden Dreiecke gebildet. Als Gewicht für das allgemeine arithmetische Mittel sind die (Horizontal-)Flächen der einzelnen Dreiecke zu benutzen [3].

Hat man ein Geo-Informationssystem, in dem kein digitales Geländemodell vorhanden ist und das nur zweidimensional arbeitet, kann man die mittlere Neigung eines Grundstückes — nach einem auf S. Finsterwalder [3] zurückgehenden Verfahren — wie folgt ermitteln: Man verschneidet die (zweidimensionalen) Höhenlinien mit den Grundstücksgrenzen und ermittelt die Summe der Höhenlinienteilstücke. Der Tangens des mittleren Böschungswinkels  $\alpha$  eines Grundstückes ergibt sich schließlich aus der Formel:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Höhenintervall} \times \text{Summe der Höhenlinienstücke}}{\text{Grundstücksfläche}}$$

Bei der Anwendung dieser Methode können Probleme auftreten, z. B. bei kleinen Grundstücken im flachen Gelände oder bei Höhenlinien mit einem großen Höhenlinienintervall. Auf diese Probleme soll aber in dieser Veröffentlichung nicht näher eingegangen werden.

#### Literatur

- [1] Kraus, K.: Welche Umweltparameter kann man mit der Photogrammetrie und Fernerkundung erfassen? ZfV 116, 371—381, 1991, und ÖZ 79, 235—246, 1991.  
 [2] Kraus, K.: Photogrammetrie. Band 2, 2. Auflage, Dümmler Verlag, Bonn, 1987.  
 [3] Finsterwalder, S.: Über den mittleren Böschungswinkel. Sitzungsberichte der math. physik. Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften, Band XX, S. 35ff., München, 1890.

Adresse des Autors

Kraus, K., o. Univ.-Prof Dr.-Ing.: Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Technische Universität Wien, Gußhausstraße 27—29, 1040 Wien.