

Paper-ID: VGI\_199102



## Über die Grenze von Modellen

Fritz K. Brunner <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *The University of New South Wales, P.O.Box 1, Kensington, Australia*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **79** (1), S.  
9–20

1991

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Brunner_VGI_199102,  
Title = {{\U}ber die Grenze von Modellen},  
Author = {Brunner, Fritz K.},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {9--20},  
Number = {1},  
Year = {1991},  
Volume = {79}  
}
```



## Über die Grenze von Modellen\*)

von *Fritz K. Brunner*, Sydney

\*) Manuskript des Festvortrages, der von Prof. Dr. F. K. Brunner im Anschluß an die Verleihung der Friedrich-Hopfner-Medaille am 7. Dezember 1990 an der Technischen Universität Wien gehalten wurde.

Eure Spektabilität,  
Sehr verehrter Herr Präsident der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und deren Mitglieder,  
Hochansehnliche Festversammlung.

Für die hohe Ehrung durch die Verleihung der Friedrich-Hopfner-Medaille der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung möchte ich mich ganz besonders herzlich bedanken. Dem Laudator, Herrn Professor Moritz, danke ich für die Laudatio und die darin enthaltene Würdigung meiner bisherigen Arbeiten. Erlauben Sie mir einige persönliche Bemerkungen, bevor ich zum eigentlichen Thema meines Vortrages komme.

Es ist mir ein Anliegen, gerade heute den Personen, die mich im wissenschaftlichen und praktischen Bereich der Geodäsie geleitet und gefördert haben, zu danken. In zeitlicher Reihenfolge möchte ich nennen: Dipl.-Ing. U. Röhrig, die Professoren A. Barvir und A. E. Scheidegger, meine früheren Assistentenkollegen K. Bretterbauer und Dr. E. Brückl, die Professoren P. V. Angus-Leppan und E. W. Grafarend und Dipl.-Ing. H. R. Schwendener.

Der soliden Ausbildung in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern an der Technischen Hochschule Wien, wo heute diese Ehrung stattfindet, verdanke ich die Grundlagen, von denen ich vor allem im Ausland zehren konnte. Heute werden Stimmen immer lauter, diese Grundlagen in der heutigen Ausbildung zu reduzieren; aber gerade das Gegenteil ist meiner Meinung nach nötig. Meine Einstellung zu den Fragen der Ausbildung wurde von dieser österreichischen Universität geprägt und ich bin stolz darauf.

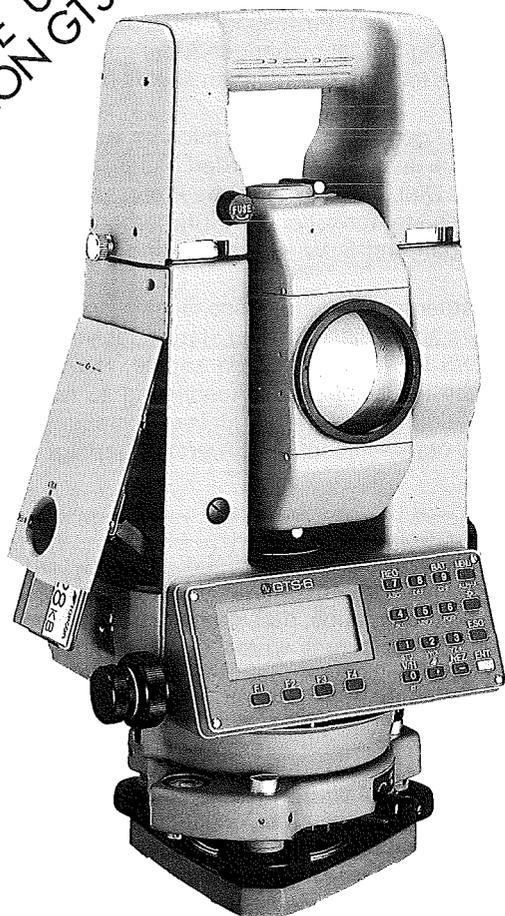
### Einleitung

Wie sie meinem Lebenslauf entnehmen konnten, war meine erste Neigung bei der Wahl eines Studiums „Technische Physik“. Ich glaube, daß meine Art, Probleme anzugehen durch diese ursprüngliche Neigung bestimmt wurde und auch heute noch bestimmt wird. Ich versuche immer, die physikalische Formulierung eines Problems zu finden. In meiner physikbetonten Einstellung sehe ich einen Zusammenhang mit dem berühmten Gelehrten Friedrich Hopfner, dessen Antlitz diese schöne Medaille zeigt. Hopfner schreibt im Vorwort seiner Monographie „Grundlagen der höheren Geodäsie“ im Jahre 1949 [1]: „An kritischen Stimmen, die es nicht wahr haben wollen, daß eben auch die Geodäsie nur ein kleines Teilgebiet angewandter Mathematik und Physik ist und sie auch unter einem solchen Gesichtspunkt behandelt werden kann, wird es unter den Geodäten vielleicht nicht fehlen.“ Ich darf auch erwähnen, daß Hopfner seine Karriere als Meteorologe begonnen hatte. Ich sehe auch darin einen Zusammenhang mit meinem besonderen Interesse an den physikalischen Prozessen in der atmosphärischen Grenzschicht, die bei meinen geodätischen Refraktionsuntersuchungen die Grundlage bilden.

# Die Zukunft im Auge



NEU  
TOPCON GTS-6



Interner Datenspeicher bis zu 256 kB  
Besonders günstiges Einführungsangebot

TOTAL-  
STATIONEN  
THEODOLITE  
NIVELLIERE  
LASER

GENERALVERTRETER:

***IPECAD***

Ges.m.b.H. & CoKG

Czerningasse 27  
A-1020 Wien

Tel. 0222/24 75 71-0 Fax 0222/24363622 Telex 136790

HARDWARE  
SOFTWARE  
CAD

Bringing future into focus



Ich möchte Ihnen nun einige Überlegungen zur Grenze von Modellen vorstellen. Dieses Thema erlaubt mir, mit Ihnen den Fragenbereich der Modellierung, mit dem ich mich zur Zeit beschäftige, grundlegend zu betrachten. Dieses Thema spielt auch in der Geodäsie eine zentrale Rolle und wird, meiner Ansicht nach, in Zukunft noch viel mehr an Bedeutung gewinnen. Es scheint mir, daß wir die Grundlagen der Modellbildung oft nur unbewußt, wenn überhaupt, benutzen und daher den vollen langfristigen Erfolg nicht erzielen können. Ich persönlich fühle mich in diesem Zusammenhang schon seit längerer Zeit schuldig.

Ist das gewählte Thema nun relevant? Die Geodäsie hat sich für die nächsten Jahre die Aufgabe gestellt, GPS-Messungen auf eine Wiederholbarkeitsgenauigkeit von  $\pm 3$  mm in Position und Höhe pro Tag für längere Basislinien auszubeuten. Da die Auswertung von GPS-Messungen auf vielen physikalischen und mathematischen Modellen beruht, denken Sie nur zum Beispiel an die Oszillatorenangabeschreibung, Mehrdeutigkeitslösung, Bahnmodellierung und ionosphärische und troposphärische Wellenausbreitungseffekte, ist es bei einer so hohen Genauigkeitssteigerung absolut notwendig, die Grundlagen der Modelle und ihre Bildung nochmals von den ersten Prinzipien her zu überprüfen.

Im ersten Teil möchte ich den Versuch einer Synthese der Grundlagen der Modellentwicklung wagen. Im zweiten Teil möchte ich dann die Überprüfung der Modelltreue und den wichtigen Vergleich zwischen verschiedenen Modellen ansprechen. Welches Modell soll nun verwendet werden, wenn es mehrere gibt? Im letzten Teil, möchte ich mit Ihnen die alte Problematik diskutieren: Sind nun Modelle deterministisch oder stochastisch zu betrachten?

### Evolution von Modellen

Das Wort Modell erscheint immer häufiger in wissenschaftlichen Abhandlungen, auch in der Geodäsie. Nach Dutton [2] können wir mit der folgenden Definition eines Modelles einen Anfang machen: „Ein Modell ist eine reduzierte, jedoch effiziente Representation eines physikalischen, chemischen oder biologischen Systems in einer mathematischen, abstrakten, numerischen oder experimentellen Form“. Der Wert des Modelles liegt in der Fähigkeit, die Kompliziertheit zu reduzieren, ohne an Effizienz einzubüßen.

Ich glaube, daß grundlegend kein Unterschied besteht zwischen Modell und Theorie. Die beiden Begriffe sind austauschbar. Kurz gesagt: Modelle, Theorien und Gesetze sind Beziehungen, die uns erlauben, Überlegungen anzustellen. Diese ergeben Resultate, die nur in bestimmten Grenzen korrekt sind. Wir behaupten, ein Phänomen zu verstehen, wenn wir uns ein Modell vorstellen können, welches mit bereits akzeptierten Gesetzen eine Erklärung der Beobachtungen liefert.

Modelle erfüllen eine Reihe von Zwecken [2], wobei die folgende Liste keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt:

- a) Organisieren von Wissen  
Messungen werden zum besseren Verständnis geordnet und führen so zu Modellen. Als Beispiel nenne ich das logarithmische Windprofilmodell der mittleren Windgeschwindigkeit in der bodennahen Luftschicht.
- b) Zusammenhang von Ursache und Auswirkung  
Wissenschaftler fassen beobachtete Auswirkungen als Resultate von Ursachen in Modellen zusammen. Newtons zweites Gesetz lehrt uns, nach Kräften als Ursache von Beschleunigungen zu suchen.
- c) Vorhersage von Ergebnissen durch Änderung der Parameter  
Wie hängt die Periode einer Pendelschwingung mit der Schwerebeschleunigung zusammen?

## d) Vorhersage von Entwicklungsprozessen

Welche Modelle können wir vielleicht entwickeln, um die Auswirkungen der Zunahme der Treibhausgase auf das Meeressniveau für die nächsten hundert Jahre vorherzusagen? Ich möchte hier bemerken, daß die Feststellung vieler Leute „Nicht einmal die Zukunft ist mehr so, wie sie früher einmal war“ nicht als gültiger wissenschaftlicher Ansatz zu werten ist.

## e) Überprüfen von Verständnis

Ein Modell mit prädiktiven Eigenschaften wird benutzt, um die Grundlagen unseres Verständnisses der Prozesse, welche das Modell beschreiben soll, immer aufs neue zu testen.

Wie wird so ein Modell denn eigentlich entwickelt? Diese Frage führt mich zu einer Betrachtung der Evolution von Modellen. In den Naturwissenschaften könnte diese Evolution vielleicht so aussehen, wie sie im Bild 1 dargestellt ist. Im speziellen Fall müssen nicht alle Phasen der folgenden Evolution voll ausgeprägt sein [3].

Bild 1A: Am Anfang steht sicherlich unser Grübeln über ein Naturphänomen.

Bild 1B: Die bereits vorhandenen Beobachtungen werden systematisch zusammengestellt.

Bild 1C: Verschiedene Modelle, z. B. physikalische Gesetze, werden als Basis für unsere Überlegungen benutzt. Daraus entwickeln wir spekulative Modelle. Ein Abbild der Natur, eine Theorie entsteht. Der große österreichische Physiker Ludwig Boltzmann hat das so beschrieben [4, S. 77]: „Der erste Ausbau, die stete Vervollkommnung dieses Abbildes ist nun die Hauptaufgabe der Theorie. Die Phantasie ist immer ihre Wiege, der beobachtende Verstand ihr Erzieher“.

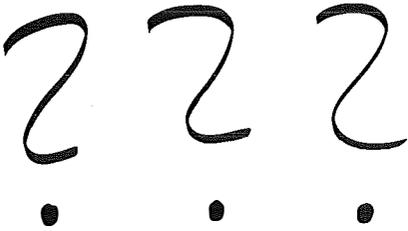
Bild 1D: Ein konzeptionelles Modell wird geboren, sozusagen „uns geht ein Licht auf“. Das Hauptmerkmal der konzeptionellen Modelle ist ihre Prädikationsfähigkeit. Hier beginnt auch die Suche nach Einfachheit. Oft wird behauptet, daß die Natur einfach ist. Ich stimme Brillouin [5] zu, der meint, daß das eine Illusion sei. Denn unser Verstand sucht nach Einfachheit, um damit künftigen Anstrengungen aus dem Weg zu gehen.

Bild 1E: Mit dem konzeptionellen Modell wird auch meistens ein Experiment erdacht, welches eine kritische Prüfung des Modells erlaubt. Darf ich hier auf den wichtigen Punkt hinweisen, daß auch dabei der Theorie der Vorrang gehört. Es ist eben nicht möglich, gute Experimente, ohne einer vorhergegangenen theoretischen Vision, zu entwickeln,

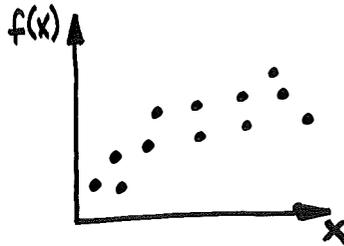
Bild 1F: Die Ergebnisse des Experiments werden nun mit der Theorie verglichen und interpretiert. Je genauer die Theorie ist, umso entscheidender kann das Experiment gestaltet werden. Mit dieser Interpretationsphase schließt der erste Zyklus der Modellevolution. Völlig neue Modelle, oder wesentlich verfeinerte Modelle, könnten das Resultat sein.

Im Bild 2 ist diese Modellevolution in Form einer Welle dargestellt. Wir erhöhen also unser Verständnis des untersuchten Naturprozesses von links nach rechts, indem wir aus der ursprünglichen „Licht auf“-Idee das Modell 1 entwickeln, dann ein Experiment durchführen, damit weitere Erfahrung sammeln, in der Analysephase über die aufgetretenen Diskrepanzen grübeln, zu einer neuen „Licht auf“-Idee kommen, daraus Modell 2 entwickeln, usw. Es scheint mir, daß die Ordinate dieser wellenartigen Modellevolution dem Gemütszustand des Wissenschaftlers entspricht.

**A** GRÜBELN  
ÜBER  
NATURPHÄNOMEN



**B** ZUSAMMENSTELLEN  
VON  
BEOBACHTUNGEN



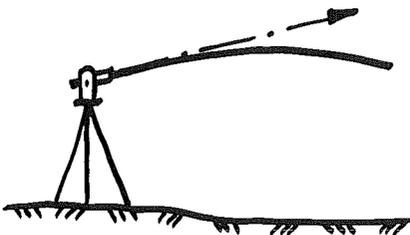
**C** SPEKULATIVE  
MODELLE



**D** KONZEPTIONELLES  
MODELL



**E** ENTWURF  
EINES  
EXPERIMENTES



**F** INTERPRETATION



Bild 1: Zyklus von Modellphasen A bis F.

Zur Zeit des Geistesblitzes ist ein Hoch und wenn das Experiment zu Ende ist, meistens ein Tief. Ich habe daher im Bild 2 die Ordinate mit Emotion bezeichnet.

Ich glaube, daß es völlig der Freiheit des Wissenschaftlers überlassen ist, und auch bleiben muß, die Auswahl des zu untersuchenden Naturphänomens und die Formulierung der Theorie zu treffen. Diese Wahl wird vom individuellen Genie des Wissenschaftlers geprägt. Dieser Prozeß ist gar nicht leicht verständlich und hat viele Wissenschaftstheoretiker beschäftigt. Der große Physiker Wolfgang Pauli hat dazu gemeint [6, S. 268]: „Jedes Verstehen ist ein langwieriger Prozeß, der lange vor der rationalen Formulierbarkeit des Bewußtseinsinhaltes durch Prozesse im Unbewußten eingeleitet wird. Die Archetypen nach C. G. Jung funktionieren als die gesuchte Brücke zwischen den Sinneswahrnehmungen und den Ideen. In dem Moment aber, in dem die richtigen Ideen auftauchen, spielt sich in der Seele dessen, der sie sieht, ein ganz unbeschreiblicher Vorgang von höchster Intensität ab.“

Wenden wir uns jetzt der Gestaltung von Experimenten und der Bewertung der Modellgüte zu, um zu sehen, ob es dafür vielleicht Methoden gibt.

### Entwurf von Experimenten

Sobald wir eine Theorie entwickelt haben, werden wir auch versuchen, diese durch Beobachtungen und Messungen in Experimenten zu überprüfen. Der österreichische Philosoph Sir Karl Popper, oft der bedeutendste Philosoph dieses Jahrhunderts genannt, hat die Doktrin der Falsifikation in seinem Buch „Logik der Forschung“ [7] und in weiteren Veröffentlichungen aufgestellt. Erlauben Sie mir, den Grundgedanken so zu formulieren: Eine Theorie muß als grundlegendste innere Eigenschaft ihre Falsifizierbarkeit beinhalten und das entsprechende Experiment muß versuchen, die Theorie zu widerlegen.

Poppers Doktrin hat etwas sehr Negatives an sich und wurde oft von anderen Wissenschaftsforschern als nicht realistisch bezeichnet. Man glaubt, daß Wissenschaftler nicht nach dieser Doktrin vorgehen, da der Mensch im allgemeinen, und die Wissenschaftler im besondern, eher bestätigende Messungen für ihre eigenen Ideen und Theorien suchen. Also das Positive oder auch die Eitelkeit, scheint vorzuherrschen. Lakatos hat behauptet, daß Poppers Falsifikation in der Forschung einfach

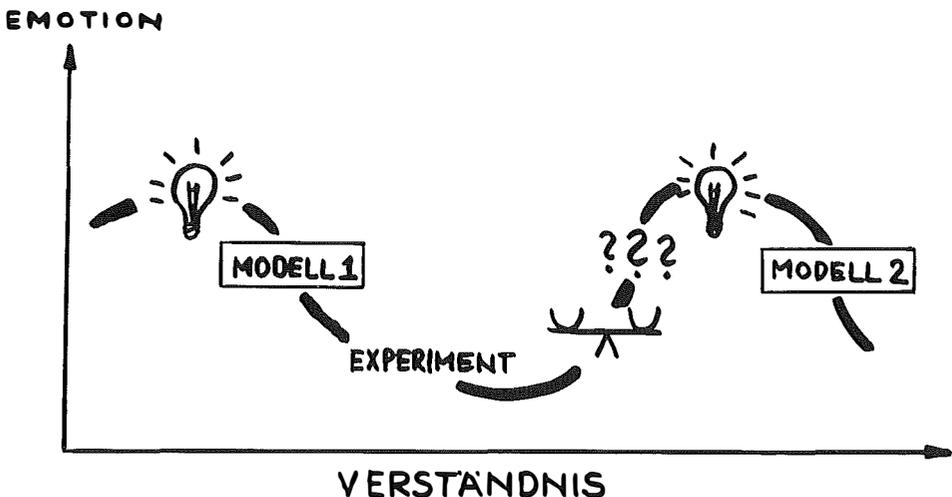


Bild 2: Evolution von Modellen.

nicht vorkommt. In freier Übersetzung schreibt Lakatos [8, S. 124]: „Poppers Kriterium ignoriert die bemerkenswerte Zähigkeit wissenschaftlicher Theorien. Wissenschaftler haben dicke Häute. Die geben eine Theorie nicht auf, nur weil bloß Fakten dagegen sprechen. Normalerweise erfinden sie eine Rettungshypothese, um das zu erklären, was sie bloß eine Anomalie nennen, oder falls sie auch diese Anomalie nicht erklären können, dann wird sie ignoriert und die Wissenschaftler wenden ihr Interesse anderen Problemen zu. Bemerkenswert ist, daß Wissenschaftler von Anomalien und widrigen Umständen, aber nicht von Refutationen sprechen.“ Es soll hier unbedingt erwähnt werden, daß Menschen im allgemeinen, und daher auch Wissenschaftler, einen starken Hang zum Bestätigen, eben zum Positiven zeigen. Das wurde von Psychologen in vielen Versuchen herausgefunden [8].

Popper wollte eigentlich seine Falsifikationsdoktrin eher als ein Kriterium verstanden wissen, um den wissenschaftlichen Status einer Theorie bestimmen zu können. Die Demarkationslinie zwischen Wissenschaft und Pseudowissenschaft ist eben die Eigenschaft der Falsifikation.

Zum Entwurf eines Tests für ein Modell oder eine Theorie meint Popper: „Jeder echte Test einer Theorie ist der Versuch, diese zu falsifizieren. Nur das Resultat eines Tests mit Falsifikationsabsicht kann als bestätigende Evidenz gelten.“ Als berühmtes Beispiel dafür möchte ich hier Watson und Crick anführen, die alle ihre Theorien durch Falsifikation zu Fall brachten, bis es ihnen endlich gelang, die Struktur des Fadenmoleküls, nämlich die Doppelkette der Nukleinsäure zu bestimmen.

Wissenschaftliche Modelle führen Verbindungen zwischen empirischen Fakten ein. Ein Modell kann ganz leicht wieder verworfen werden, während die Fakten bestehen bleiben, sofern sie natürlich korrekt beobachtet wurden. Modelle verbinden also Beobachtungen miteinander und schließen auch nicht beobachtbare Parameter ein. Ein neues Modell unterscheidet sich von früheren Modellen nur in den nicht beobachtbaren Parametern.

Bevor ich das Thema Experiment verlasse, möchte ich der Vollständigkeit wegen, noch anmerken — unter Geodäten eigentlich nicht nötig —, daß im Experiment der Meßapparat von äußeren Einflüssen zu isolieren ist. Aber auch beim bestisolierten Meßapparat der Welt ist es nicht möglich, Beobachtungsfehler zu vermeiden. Diese haben zufälligen Charakter.

### **Eigenschaften von Modellen**

Wissenschaftler benützen Intuition oder oft einen guten „Riecher“ für die Beurteilung effektiver Modelle. Es scheint mir daher nützlich, den Versuch zu starten, wichtige Eigenschaften erfolgreicher Modelle systematisch und objektiv zu erfassen [2].

Ein erfolgreiches Modell wird . . .

- a) auch gewisse Ergebnisse als nicht möglich voraussagen.
- b) auf eine breite Datenbasis aufgebaut sein.
- c) die anerkannten Gesetze der Physik benutzen, damit es unabhängig wird von lokalen empirischen Faktoren. Dadurch erhält das Modell eine allgemeinere Anwendbarkeit.
- d) die nötige komplexe Aussagefähigkeit besitzen. Wir wollen nicht auf Grund von Einfachheit die Aussagefähigkeit verlieren, auf die es eigentlich ankommt. Zum Beispiel, die nivellitische Refraktion sollte die Summe der individuellen Effekte auf Höhenunterschiede zwischen benachbarten Höhenpunkten eliminieren. Ein einziger Parameter, für den Durchschnitt des Refraktionseffektes im gesamten Nivellementnetz, ist zu grob dafür.
- e) den Informationsinhalt pro Freiheitsgrad maximieren. Zusätzliche Parameter, zum Beispiel pro Station in GPS-Netzen, bringen oft keinen Gewinn an Genauigkeit

- wegen ihrer hohen formalen Korrelation mit bereits existierenden Parametern.
- f) robuste Eigenschaften haben gegen kleine Änderungen der Eingabewerte.
  - g) vor allem die energiereichen Zustände beschreiben. Obwohl meistens Zustände in allen Frequenzen und Größenordnungen vorkommen, denken Sie zum Beispiel an die Fluktuationen der Vertikalrefraktionswerte, so sind wir doch hauptsächlich an jenen Frequenzen interessiert, welche den Hauptanteil der Energie beschreiben. Anders ausgedrückt, das Spektrum der Verbesserungen von Messungen nach der Ausgleichung sollte weißes Rauschen sein.

### Vergleichen von Modellen

Ich habe schon vorher einige, mir wichtig erscheinende Punkte zur Qualität der Modelle genannt, welche beim Vergleich von verschiedenen Modellen beachtet werden sollten. Zusätzlich möchte ich einige allgemeine Bemerkungen hier machen und dann einen objektiven Vergleichsparameter vorstellen.

Von Anfang an ist die Suche nach nicht unterstützenden Tatsachen für die Modellbewertung wichtig. Weiters sollten wir auch alternative Modelle prüfen. Sind nun beide Modelle, das von uns favorisierte und das alternative, im gleichen Maße mit der Evidenz im Einklang, dann sollte die im vorigen Abschnitt gebrachten Kriterien angewendet werden und eine Entscheidung bringen. Diese Kriterien sind: Einfachheit, Zahl der Freiheitsgrade, physikalische Gesetze als Basis, Möglichkeit der Falsifizierbarkeit und Robustheit.

Mich hat es oft gestört, wenn Kollegen von der Schönheit ihrer Modelle sprachen. Daher habe ich nach einem objektiven Verfahren gesucht, um einen Vergleich der Genauigkeit von verschiedenen Modellen ausführen zu können. Ich habe bei den Meteorologen entsprechende Ideen gefunden [9] und daraus den Parameter SKILL abgeleitet [10], den ich Ihnen jetzt anhand eines einfachen Beispiels vorstellen möchte.

Nehmen wir an, daß wir 10 Werte gemessen haben, die durch einen äußeren Effekt beeinflusst sind, z. B. die Vertikalrefraktion bei der Vertikalwinkelmessung. Im Bild 3 sind das die vollen Kreise. Modelle A und B wurden entwickelt, um diesen Effekt zu modellieren und um damit die Messungen reduzieren zu können. Im Bild 3 repräsentieren die offenen Dreiecke das Modell A und die offenen Quadrate das Modell B. Üblicherweise rechnet man den Korrelationskoeffizienten zwischen Modell und Meßwerten, um eine Aussage über die Güte des Modelles machen zu können. Um die Sache kurz zu machen, Modell A und B ergeben beide den gleichen Korrelationskoeffizienten und zwar exakt 1. Eine Überraschung? Eigentlich nicht, denn ich habe die Modellwerte A und B aus den Meßwerten durch Multiplikation mit einem Faktor erzeugt. Jedenfalls erscheint uns im Bild 3, daß Modell B die Meßwerte besser beschreibt.

Den Parameter SKILL,  $\phi$ , definiere ich mit

$$\phi = \frac{\langle (p_i' - l_i)^2 \rangle}{\langle l_i'^2 \rangle} \quad (1)$$

wobei  $p_i$  die Modellwerte und  $l_i$  die Meßwerte sind. Gestrichen bedeutet die Abweichung vom Mittelwert und  $\langle \rangle$  den Mittelwert.  $\langle l_i'^2 \rangle$  ist die Varianz der Meßwerte, während der Zähler des Bruches in (1) die Varianz der Unterschiede zwischen Meßwert und Modellwert ausdrückt.  $\phi$  zwischen 0 und  $\infty$  liegen, wobei  $\phi = 0$  für das absolut exakte Modell eintritt. Im Beispiel ergibt sich für das Modell A ein SKILL von 0,81 und für das Modell B ein SKILL von 0,01. Also ist Modell B wesentlich effektiver als Modell A. Das entspricht viel mehr unseren Erwartungen, wenn wir nochmals das Bild 3 betrachten.

Sollten zwei Modelle den gleichen Wert  $\phi$  erreichen, dann werden wir die zusätzlichen Eigenschaften der Modelle, die ich schon vorher besprochen habe, heranziehen,

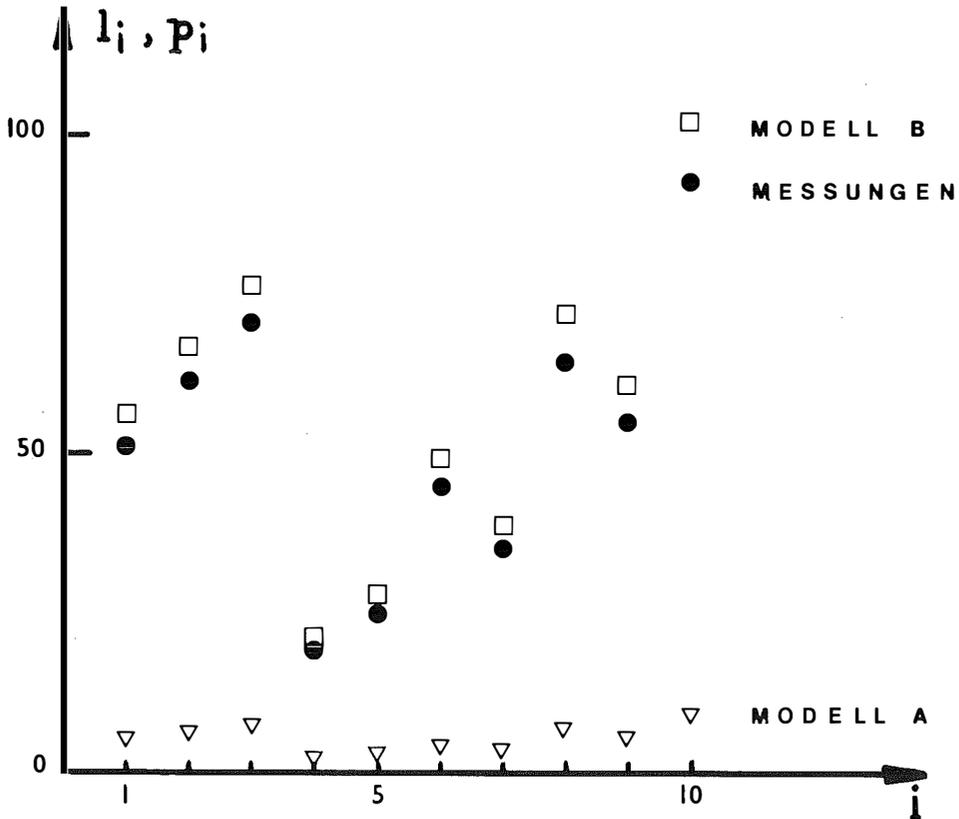


Bild 3: Drei Zeitreihen: Beobachtungswerte, Modell A und Modell B.

um eine Entscheidung über das effizientere Modell zu treffen. Diese Unterschiede der Modelleigenschaften betreffen allerdings nur die nicht beobachtbaren Parameter. Das wollte ich nochmals erwähnen.

Wie wir alle wissen und ich auch schon vorher erwähnt habe, sind Beobachtungsfehler unvermeidbar und von zufälliger Natur. Zu den Fehlern der Meßgeräte und Beobachtungssysteme kommen noch die zufälligen Fehler der Modelle. Da diese beiden unkorreliert sind, können wir die Varianz der zufälligen Fehler,  $\sigma_z^2$ , angeben als

$$\sigma_z^2 = \sigma_l^2 + \sigma_m^2 \tag{2}$$

wobei  $\sigma_l^2$  die Varianz der Meßfehler und  $\sigma_m^2$  die Varianz der stochastischen Modellfehler bedeutet.

Damit läßt sich aus (1) eine Formel für den POTENTIELLEN SKILL,  $\Phi$ , angeben:

$$\Phi = \frac{\sigma_z^2}{\langle l_i^2 \rangle} \tag{3}$$

Mit (3) haben wir eine Formel gefunden, die es uns erlaubt, eine Grenze für das sinnvolle Weiterentwickeln von Modellen anzugeben.

Allerdings fehlt noch eine Diskussion der stochastischen Modellfehler, da ich mir

unter Geodäten eine Erläuterung der Meßfehler sicherlich ersparen darf. Eine oft aufgeworfene Frage betrifft nun den Unterschied zwischen stochastischen und deterministischen Prozessen, der wir uns auch hier nicht entziehen können.

### Deterministisch oder stochastisch?

Während einiger Jahrhunderte galt die klassische Mechanik als die Festung des Determinismus. Man war der Meinung, daß in einem geschlossenen System die Variablen, die zu einem Zeitpunkt bekannt sind, zu jedem beliebigen späteren Zeitpunkt exakt berechnet werden können, zumindest prinzipiell. Ohne hier auf Quantenmechanik einzugehen, diese ist für die Aufgaben der Geodäsie nicht von direkter Bedeutung, möchte ich das folgende, einfache Beispiel bringen, um die Bedeutung der Anfangswerte für Modelle mit Ihnen zu diskutieren.

Nehmen wir ein Partikel an, das sich ohne Luftwiderstand im Schwerfeld bewegt [11]. Wir wollen die Höhe  $z$  des Partikels als Funktion der Zeit  $z(t)$  berechnen. Die vertikale Beschleunigung des Partikels ist gleich negativen Schwerebeschleunigung

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g \quad (4)$$

Gleichung (4) ist eine homogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, die elementar durch zweimalige Integration gelöst werden kann. Als Resultat erhalten wir

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \dot{z}_0 t + z_0 \quad (5)$$

wobei  $z_0$  die Höhe und  $\dot{z}_0$  die Vertikalgeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t_0$  sind. Daher haben wir aus dem physikalischen Gesetz (4) eine Schar von möglichen Trajektorien des Partikels im Raum und Zeit erhalten, welche durch (5) beschrieben werden. Um Determinismus zu erreichen, also zu jeder Zeit  $t$  die Höhe  $z(t)$  exakt angeben zu können, sind drei spezielle Anfangswerte nötig:  $g$ ,  $\dot{z}_0$  und  $z_0$ . Da wir ja schon mehrmals festgehalten haben, daß Beobachtungsfehler prinzipiell unvermeidbar sind, so werden die Anfangswerte mit Fehlern behaftet sein. Daher ist es uns höchstens möglich, Grenzen für die möglichen Trajektorien des Partikels anzugeben. Im Bild 4 habe ich die Schwerkraft als bekannt und konstant angenommen. Die Anfangslage und die Anfangsgeschwindigkeit ist nur mit  $\pm \Delta z_0$  und  $\pm \Delta \dot{z}_0$  bekannt. Wir sehen also schon an diesem einfachen Beispiel, daß rein deterministische Modelle nicht möglich sind, da zumindest die Anfangswerte gemessen werden müssen [12, S. 164].

Ich möchte mir erlauben, nochmals Popper zu zitieren [7], der festgestellt hat, daß kausale Erklärungen zwei Voraussetzungen benötigen:

- universale Gesetze, z. B. physikalische Gesetze mit allgemeiner Gültigkeit, und dazu
- partikuläre Informationen, die sich nur auf den speziellen Fall beziehen.

Beide zusammen erlauben es dann, spezifische und exakte Voraussagen zu treffen, welche wir Determinismus nennen. Es hat also nichts damit zu tun, ob wir gewisse großräumige Vorgänge, z. B. das Wettergeschehen, oder kleinmaßstäbige Vorgänge, z. B. atmosphärische Turbulenzerscheinungen, beschreiben. Beide Fälle haben stochastischen Charakter, wenn die Anfangswerte nicht exakt bekannt sind. Jedes Modell muß daher auch seinen stochastischen Bereich angeben. Mit unserem Verlangen, auch in der Geodäsie, nach immer genaueren Resultaten, nähern wir uns daher sehr rasch der Grenze dieser Modelle.

Ich möchte hier betonen, daß z. B. die Auswirkungen der Turbulenzelemente in der Atmosphäre auf die Fernrohrzielungen zum stochastischen Teil des Modellfehlers ge-

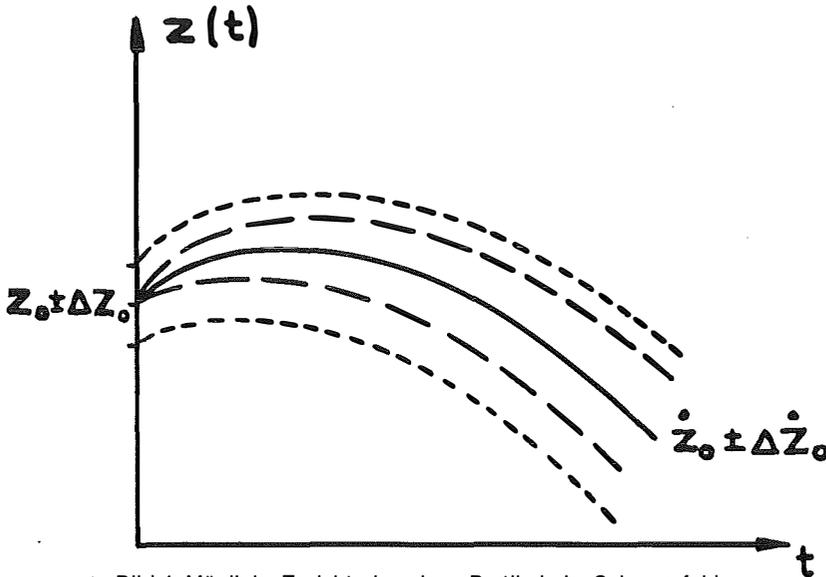


Bild 4: Mögliche Trajektorien eines Partikels im Schwerfeld.

hören und nicht zu den Meßfehlern zu zählen sind. Denn dieser zufällige Anteil stammt aus der Unmöglichkeit der exakten Erfassung der Anfangswerte der atmosphärischen Turbulenzprozesse.

Welche Hilfsmittel stehen uns jetzt zur Verfügung, um den stochastischen Teil der Modelle zu beschreiben? Ich möchte hier, ohne auf Details eingehen zu können, eine Lanze für die Verwendung von Strukturfunktionen brechen. Darf ich Sie erinnern, daß die Kreuzkorrelationsfunktion zufälliger Prozesse  $x(t)$  und  $y(t)$ , die abhängig von der Zeit  $t$  sind, definiert ist als

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \tag{6}$$

wobei  $\tau$  die Verschiebungszeit ist. Im Vergleich dazu ist die Kreuzstrukturfunktion definiert als

$$D_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - y(t + \tau)]^2 dt \tag{7}$$

Die Berechnung von  $R_{xy}(\tau)$  fordert, daß die Prozesse  $x(t)$  und  $y(t)$  stationär sind. Der große Vorteil der Strukturfunktionen  $D_{xy}(\tau)$  ist, daß diese für eine viel allgemeinere Klasse von Prozessen  $x(t)$  und  $y(t)$  existieren, nämlich zufällige Funktionen mit stationären ersten Änderungen. Die Zeitabhängigkeit kann auch leicht in eine Positionsabhängigkeit umgewandelt werden. Außerdem kann man die Strukturfunktion aus dem Spektrum der Prozesse ableiten, falls dieses bekannt ist.

Strukturfunktionen haben hauptsächlich in der Beschreibung der atmosphärischen Turbulenz und deren Auswirkung auf die Wellenausbreitung Anwendung gefunden. Variogramme, die Strukturfunktionen sehr ähnlich sind, wurden für Schwerfelduntersuchungen eingesetzt. Ich habe Strukturfunktionen bei der Beschreibung von Refraktionsfluktuationen benutzt [13] [14]. Bei der Modellierung von GPS-Messungen sehe ich ein weiteres attraktives Anwendungsgebiet für Strukturfunktionen. Damit werde ich mich auch in nächster Zeit intensiv beschäftigen.

### Abschließende Bemerkungen

Verehrte Anwesende, ich habe in meinem Vortrag versucht, den Zweck und die Methodik der Modellbildung zu erörtern. Dazu haben wir gemeinsam die Evolution eines Modelles, das Entwerfen von Experimenten und die erwünschten Modelleigenschaften betrachtet. Das führte uns zur Grenze von Modellen, die durch die Meßfehler und den stochastischen Anteil der Modelle gegeben ist. Ich habe allein auf Grund von Randwerten argumentiert, daß in den Naturwissenschaften jedes Modell grundsätzlich stochastischen Charakter haben muß.

All diese Betrachtungen wurden im Zusammenhang mit dem praktischen Anliegen ausgeführt, die Modelle in der Geodäsie noch weiter zu verbessern, bis das Ziel von  $\pm 3$  mm Genauigkeit für Basislängenmessungen mit GPS erreicht sein wird. Noch viel mehr Arbeit wird nötig sein. Ich wollte mit dem heutigen Vortrag darauf hinweisen, daß wir die physikalisch-mathematischen Grundlagen unserer Modellbildung nicht vernachlässigen dürfen und daß auch ein Verständnis für die Methodik der wissenschaftlichen Modellbildung von großem Nutzen sein wird.

Bitte erlauben Sie mir, meinen Vortrag mit einem weiteren Zitat zu dieser Thematik von Ludwig Boltzmann, eines meiner unerreichbaren Vorbilder als Wissenschaftler und Redner, abzuschließen. Bitte beachten Sie die Pragmatik, die Boltzmann hier ganz klar ausdrückt, obwohl diese durch die Romantik der Formulierung beim ersten Lesen etwas verschwimmen könnte [4, S. 26]: „Gerade so fragt der Naturforscher nicht: Welche Fragen sind die wichtigsten, sondern welche sind augenblicklich lösbar oder auch nur bei welchen ist ein kleiner reeller Fortschritt erreichbar? So verliert die Naturwissenschaft die großen allgemeinen Fragen scheinbar ganz aus dem Auge, aber um so großartiger ist der Erfolg, wenn sich beim mühsamen Tasten im Dickicht der Spezialfragen plötzlich eine kleine Lücke auftut, die einen bisher nicht geahnten Ausblick auf das Ganze gestattet.“

Ich bedanke mich nochmals bei der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung für die Verleihung der Friedrich-Hopfner-Medaille und die schöne Veranstaltung und bei Ihnen, verehrte Anwesende, fürs Kommen.

### Literatur

- [1] *Hopfner, F.* (1949): Grundlagen der Höheren Geodäsie. Springer Verlag.
- [2] *Dutton, J. A.* (1986): The Ceaseless Wind. Dover Publ.
- [3] *Greenwood, H. J.* (1989): On Models and Modeling. Canadian Mineralogist, 27: 1—14.
- [4] *Boltzmann, L.* (1925): Populäre Schriften. Dritte Auflage. Barth Verlag, Leipzig.
- [5] *Brillouin, L.* (1964): *Scientific Uncertainty and Information*. Academic Press.
- [6] *Heisenberg, W.* (1989): Schritte über Grenzen. 7. Auflage, Piper Verlag.
- [7] *Popper, K. R.* (1968): The Logic of Scientific Discovery. Second Edition, Harper & Row Publ.
- [8] *Tweney, R. D., M. E. Doherty and C. R. Mynatt (Eds)* (1981): On Scientific Thinking. Columbia University Press.
- [9] *Gedzelmann, S. D.* (1981): Limits on Forecast Accuracy Due to Small-Scale Weather Variations. Bull. Amer. Meteorol. Soc. 62: 1570—1576.
- [10] *Brunner, F. K.* (1984): Modelling of Atmospheric Effects on Terrestrial Geodetic Measurements. In Brunner (Ed) Geodetic Refraktion. Springer Verlag, 143—162.
- [11] *Lamb, R. G.* (1984): Air Pollution Models as Descriptors of Cause-Effekt Relationships. Atmos. Environment, 18: 591—606.
- [12] *Born, M.* (1956): Physics in my Generation. Pergamon Press.
- [13] *Brunner, F. K.* (1979): Atmospheric Turbulence: The Limiting Factor to Geodetic Precision. Aust. J. Geod. Photo. Surv., 31: 51—64.
- [14] *Brunner, F. K.* (1982): The Effects of Atmospheric Turbulence on Telescopic Observations. Bull. Geod., 56: 341—355.