

Paper-ID: VGI_198854



Verbesserung des funktionalen Modelles eines Höhennetzes nach mehreren Epochen

Albert Grimm-Pitzinger ¹

¹ *Universität Innsbruck, Institut für Geodäsie, Technikerstraße 13, A-6020 Innsbruck*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **76** (4), S. 422–430

1988

BibT_EX:

```
@ARTICLE{Grimm-Pitzinger_VGI_198854,  
Title = {Verbesserung des funktionalen Modelles eines H{"o}hennetzes nach  
mehreren Epochen},  
Author = {Grimm-Pitzinger, Albert},  
Journal = {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {422--430},  
Number = {4},  
Year = {1988},  
Volume = {76}  
}
```



Verbesserung des funktionalen Modells eines Höhennetzes nach mehreren Epochen

Von *Albert Grimm-Pitzinger*, Innsbruck

Zusammenfassung

Im Artikel wird das Modell eines in mehreren Epochen gemessenen Höhennetzes analysiert und verbessert. Grundlage ist die Aufdeckung von systematischen Verzerrungen der Verbesserungen einzelner Meßelemente mittels statistischer Testmethoden, was auf systematische Verfälschungen des Datenmaterials schließen läßt. Durch schrittweises Anfügen von Zusatzparametern an das Ausgangsmodell werden Auswirkungen der Beobachtungsverzerrungen auf die geschätzten Parameter und Genauigkeitsmaße verhindert. Die Modellverfeinerung bewirkt ein deutliches Absinken der aus der Ausgleichung folgenden Genauigkeitsmaße. Darauf basierende Testverfahren, etwa zur Deformationsanalyse, gewinnen an Güte.

Summary

The adjustment model of a repeated measured vertical network is analysed and improved by detecting systematic effects in the residuals of corresponding measurements. By adding parameters to the functional model effects of distortions of the measurements on the estimated parameters and variances are prevented. This leads to a better quality of testing procedures based upon these results.

1. Einleitung

Die Annahme eines mathematischen Modells für eine Ausgleichung beinhaltet die Voraussetzung der Unverzerrtheit der Messungen. Trifft dies nicht zu, sind also einzelne oder mehrere Beobachtungen systematisch verfälscht, folgen daraus verzerrte Schätzungen der Parameter und aller Genauigkeitsmaße. Darauf aufbauende Tests, etwa zur Deformationsanalyse, verlieren an Güte. Dadurch wächst die Wahrscheinlichkeit eines Fehlschlusses 2. Art, das heißt, die Hypothese einer Verschiebung zu verwerfen, obwohl tatsächlich eine stattgefunden hat.

Möglichkeiten zur Modellüberprüfung stellen die Suche nach groben Datenfehlern (z. B. data snooping) und der globale Modelltest dar. Während erstere die Beobachtungen selbst untersucht, vergleicht der globale Modelltest die Genauigkeit des gesamten Datenmaterials mit einer vorgegebenen Größe.

Liegen mehrere Epochen einer Meßkonfiguration vor, besteht eine zusätzliche, sensiblere Möglichkeit der Aufdeckung von Verzerrungen. Grundlage ist ein statistischer Test der aus den Ausgleichungen der einzelnen Epochen stammenden Verbesserungen eines Meßelementes. Werden diese als gemeinsam verzerrt erkannt, so deutet dies auf eine systematische Verfälschung einer oder mehrerer Messungen in allen Epochen. Unter bestimmten Annahmen ist es möglich, aus einer derart aufgedeckten Verbesserungssystematik auf deren Ursache (Verzerrungen in den Messungen) rückzuschließen. Durch schrittweises Anfügen von Zusatzparametern an das funktionale Modell einer alle Epochen umfassenden Gesamtausgleichung wird die Auswirkung der Beobachtungsverzerrungen aufgefangen, die Schätzung der Parameter und der Genauigkeitsmaße wird verbessert.

Eine Alternative ist das Streichen der als verzerrt erkannten Messungen aus dem Modell. Dies kann jedoch in schwach überbestimmten Systemen zu lokalen Genauigkeits- bzw. Zuverlässigkeitsmängeln führen und ist daher nicht immer praktikabel.

Im Artikel wird die Aufdeckung von systematischen Fehlern in den Verbesserungen und die darauf folgende Vorgangsweise bei der Modellverbesserung anhand des Beispiels eines in 5 Epochen vorliegenden trigonometrischen Höhennetzes demonstriert. Die Auswirkung auf die geschätzten Parameter und die Genauigkeitsmaße wird gezeigt. Die Deutung der Ursache der systematischen Verfälschungen der Beobachtungen ist nicht Gegenstand der Untersuchung.

2. Theorie

2.1. Das mathematische Modell einer Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen

Grundlage jeder Ausgleichung ist ein mathematisches Modell, das die funktionalen Zusammenhänge zwischen den zu schätzenden Parametern und den Messungen sowie die wahrscheinlichkeitstheoretischen Eigenschaften der Messungen beschreibt. Im Falle einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen besagt das funktionale Modell, daß der wahre Wert des verkürzten Beobachtungsvektors eine lineare Funktion **A** des wahren Wertes des Unbekanntenvektor ist:

$$\tilde{l} = A\tilde{x} \tag{1}$$

Im stochastischen Modell wird für die Beobachtungen meist Normalverteilung mit der Kovarianzmatrix **K_l** angenommen. Sie ist als Produkt aus der a-priori angenommenen Varianz der Gewichtseinheit σ_0^2 und der Kofaktorenmatrix **Q_l** darstellbar:

$$K_l = \sigma_0^2 Q_l = \sigma_0^2 P^{-1} \tag{2}$$

Darin enthalten ist die Annahme der Unverzerrtheit der Messungen:

$$E(l) = \tilde{l} \tag{3}$$

Treffen Gleichungen (1), (2) und (3) zu, so können mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die Parameter korrekt aus:

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l = Q_x A^T P l \tag{4}$$

geschätzt werden, wenn **(A^TPA)** regulär ist.

Von den weiters noch zu schätzenden Größen interessiert hier besonders der Vektor der Verbesserungen:

$$v = A\hat{x} - l = A Q_x A^T P l - l = (A Q_x A^T - Q_l) P l = (Q_l - Q_x) P l \tag{5}$$

Da die Differenz der Kofaktorenmatrizen der ursprünglichen (**Q_l**) und der ausgeglichenen Beobachtungen (**Q_x**) gleich der Kofaktorenmatrix der Verbesserungen **Q_v** ist, gilt:

$$v = -Q_v P l \tag{6}$$

Sind die Messungen unverzerrt (3), so kann (1) neu formuliert werden:

$$E(l) = A\tilde{x} \tag{7}$$

und der Erwartungswert der Verbesserungen ist Null:

$$E(v) = A\tilde{x} - E(l) = 0 \tag{8}$$

Wenn die Beobachtungen als normalverteilt angenommen werden, trifft dies auf die aus der Ausgleichung resultierenden Verbesserungen ebenfalls zu.

Liegen mit ∇l systematische Verfälschungen der Messungen vor, so wird (3) zu:

$$E(l + \nabla l) \neq A\tilde{x} \tag{9}$$

Die Auswirkung des Zuschlagsvektors der Messungen auf die Verbesserungen ergibt sich aus (6) mit:

$$\nabla v = -Q_v P \nabla l \tag{10}$$

Für den Erwartungswert gilt nun:

$$E(v + \nabla v) \neq 0 \tag{11}$$

Aus einem verfälschten Beobachtungsvektor resultieren verzerrte Verbesserungen.

2.2. Aufdecken von systematischen Verzerrungen in den Verbesserungen

Auf diesen Überlegungen aufbauend kann mit Hilfe eines Tests der Verbesserungen auf darin enthaltene systematische Verzerrungen geschlossen werden. Voraussetzung ist das Vorliegen von mehreren (Anzahl = k) Meßepochen mit identischem mathematischem Modell. Jede Epoche liefert, frei ausgeglichen, einen Verbesserungsvektor v_i . Diese k -Vektoren werden als Zeilenvektoren in der Matrix V zusammengefaßt:

$$V = \begin{pmatrix} v_1^T \\ \vdots \\ v_k^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{k1} & \cdots & v_{kn} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Da die Verbesserungen einer Einzel Epoche bei unverzerrten Messungen um den Erwartungswert Null normalverteilt sind (8), trifft dies auch auf die aus den einzelnen Epochen stammenden k Verbesserungen eines Meßelementes zu. Es ist daher mittels eines statistischen Tests die Hypothese, daß die Werte der einzelnen Spalten der Matrix V um den Erwartungswert Null normalverteilt sind, zu überprüfen.

Ein dafür geeignetes Verfahren stellt der t -Test dar (Fritzensmeier et al.). Dabei wird die zur Spalte i gehörende Testgröße t_i als Quotient aus Mittelwert der Spalte und dessen Standardabweichung errechnet:

$$t_i = \frac{v_i^m}{s_i} \quad (13)$$

Übersteigt der Abolutbetrag der Testgröße das Fraktile der t -Verteilung

$$|t_i| \geq t_{k-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad (14)$$

so ist die Hypothese abzulehnen, was auf eine in allen Meßepochen auftretende Verzerrung der entsprechenden Verbesserung hindeutet. Das Fraktile ist abhängig von der zu wählenden Irrtumswahrscheinlichkeit α und der Anzahl der Epochen k .

Die Überlegungen dieses Abschnittes treffen auch dann zu, wenn zwischen den Epochen Deformationen stattgefunden haben. Diese würden im freien Ausgleich durch Veränderungen der geschätzten Unbekannten kompensiert. Für den Erwartungswert der Verbesserungen gelten weiterhin die Gleichungen (8) bzw. (11). Die Methode versagt, wenn alle Epochen gemeinsam ausgeglichen und im funktionalen Modell nicht für jede Epoche eigene Unbekannte angesetzt werden. Der im Falle von Deformationen vorliegende Zwang würde sich in einer Verfälschung der Verbesserungen äußern, welche die in diesem Artikel interessierenden Verzerrungen überlagern würden.

2.3. Verbesserung des mathematischen Modells

Nach der im vorhergehenden Abschnitt erfolgten Aufdeckung der systematischen Verzerrungen in den Verbesserungen, sollen nun diese Informationen für eine Modellverbesserung genützt werden. Die Verbesserungsverzerrungen deuten auf systematische Fehler in einzelnen Meßelementen aller Epochen. Deren Auswirkung kann neutralisiert werden, wenn es gelingt, deterministische Zusatzparameter in richtiger Anzahl und an richtiger Stelle in das funktionale Modell einer zwangsfreien Gesamtausgleichung einzufügen:

$$\tilde{I} = A_g \hat{x}_g + B_g \hat{x}_z = (A_g \ B_g) \begin{pmatrix} \tilde{x}_g \\ \tilde{x}_z \end{pmatrix} \quad (15)$$

\tilde{x}_z ... Vektor der wahren Werte der Zusatzparameter

B_g ... Koeffizientenmatrix der Zusatzparameter

Der Index g bezeichnet Matrizen, die sich aus der Zusammenfassung aller Epochen ergeben. Die Normalgleichungen des erweiterten Modells lauten:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{A}_g & \mathbf{A}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{B}_g \\ \mathbf{B}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{A}_g & \mathbf{B}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{B}_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_g \\ \hat{\mathbf{x}}_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{A}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{l}_g \\ \mathbf{B}_g^T \mathbf{P}_g \mathbf{l}_g \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{16}$$

Da die Beobachtungsverzerrungen in den Zusatzparametern aufgefangen werden, resultiert aus (16) eine unverfälschte Schätzung für den Parametervektor \mathbf{x}_g . Die geschätzten Beobachtungsverzerrungen folgen aus:

$$\widehat{\nabla \mathbf{l}}_g = \mathbf{B}_g \hat{\mathbf{x}}_z \tag{17}$$

Mit dem Einführen von Zusatzparametern ist ein Ansteigen der Kofaktoren der geschätzten Hauptparameter verbunden (Pelzer). Falls jedoch das funktionale Modell tatsächlich verbessert wird, resultiert daraus ein Absinken der geschätzten Standardabweichung der Gewichtseinheit, was den ersteren Effekt meist weit übertrifft.

Eine Verbesserung des Modells kann nur eintreten, wenn die Zusatzparameter signifikant geschätzt werden. Dies kann durch einen F-Test überprüft werden. Trifft die Ungleichung:

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_z^T \mathbf{Q}_{zz}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_z}{m s_0^2} > F_{m, f, 1-\alpha} \tag{18}$$

- f . . . Redundanz des erweiterten Modells
- m . . . Anzahl der Zusatzparameter

zu, so dürfen die Zusatzparameter als signifikant betrachtet werden.

Im vorliegenden Fall des Höhennetzes (Kap. 3) wird jeder Zusatzparameter x_z durch die Koeffizientenmatrix \mathbf{B}_g mit dem Koeffizienten l mit einem Meßelement in allen Epochen verknüpft, das heißt, er wird einmal pro Epoche in das Modell eingebunden. Die Einführung von Zusatzparametern entspricht also im vorliegenden Fall der Schätzung von Beobachtungsverzerrungen. Von entscheidender Bedeutung ist daher die Frage, wie die Modellerweiterung erstellt wird, bzw. an welchen Beobachtungen die Verzerrungen vermutet werden. Nahelegend wäre das Anbringen der Zusatzparameter an alle Beobachtungen, deren Verbesserungen im Abschnitt 2 als systematisch verfälscht erkannt wurden. Diese Vorgangsweise ist jedoch bedenklich, da sie die komplexen Zusammenhänge zwischen Verzerrungen im Beobachtungs- und im Verbesserungsvektor allzu sehr vereinfacht.

Zur Erklärung soll auf (10) zurückgegriffen werden. Die Formel besagt, daß der funktionale Zusammenhang zwischen dem Vektor der Beobachtungsverzerrungen $\nabla \mathbf{l}$ und seiner Auswirkung auf den Verbesserungsvektor $\nabla \mathbf{v}$ durch das idempotente Matrixprodukt $\mathbf{Q}_v \mathbf{P}$ ausgedrückt wird. Er wird somit durch die Geometrie der Meßanordnung und die Wahl des stochastischen Modells bestimmt.

So läßt sich aus der Spalte i der Matrix ersehen, wie eine Verzerrung in der Beobachtung i alle Verbesserungen beeinflusst:

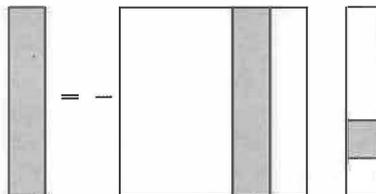


Abbildung 1 aus (Ackermann)

Eine Beobachtungsverzerrung wirkt sich somit im allgemeinen auf sämtliche Verbesserungen aus. Das Element in der Hauptdiagonalen bestimmt den Einfluß der Verzerrung auf die zugehörige Verbesserung i . Diese Werte, in der Zuverlässigkeitstheorie Redundanzanteile genannt, sind dort von großer Bedeutung.

Jede Verbesserung setzt sich aus Anteilen aller Beobachtungsverzerrungen zusammen. Welche Beiträge die einzelnen Elemente von ∇I zur Verbesserung i leisten, ist aus der Zeile i ersichtlich:

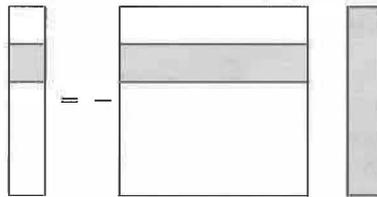


Abbildung 2 aus (Ackermann)

Deshalb ist es möglich, daß eine Beobachtungsverzerrung nicht nur in der entsprechenden, sondern auch in anderen Verbesserungen Verzerrungen verursacht. Die Lokalisierung der verfälschten Messungen wird erschwert, wenn außerhalb der Hauptdiagonalen von \mathbf{Q}, \mathbf{P} große Werte auftreten. Das im folgenden beschriebene Verfahren ist somit nur auf gut konzipierte Meßanordnungen anzuwenden. In solchen Konfigurationen ist sichergestellt, daß Verdrängungseffekte von Beobachtungsfehlern auf Verbesserungen anderer Beobachtungen nur in geringem Maße möglich sind. Dies ist der Fall, wenn sämtliche Redundanzanteile über einem akzeptablen Minimum liegen und die Nichtdiagonalelemente von \mathbf{Q}, \mathbf{P} klein sind.

Um die Gefahr der Einführung einer falschen Anzahl bzw. der falschen Platzierung von Zusatzparametern herabzusetzen, wurde im vorliegenden Beispiel folgende stufenweise Strategie angewendet:

- Im erweiterten Modell des Gesamtausgleichs wird nur ein Zusatzparameter eingeführt. Dieser wird an jene Messung angefügt, deren Spalte in \mathbf{V} (12) die größte Verzerrung aufweist. Es wird also vorausgesetzt, daß diese maximale Verzerrung in den Verbesserungen tatsächlich von der entsprechenden Beobachtung stammt.

- Auf das Ergebnis des ersten Schrittes werden neuerlich die in Kapitel 2 beschriebenen t -Tests angewendet. Durch das Einfügen des Zusatzparameters ist es möglich, daß jetzt Spalten der Matrix \mathbf{V} als verzerrt erkannt werden, die in der ersten Testserie nicht auffielen. Umgekehrt können vorher aufgedeckte Spalten jetzt nicht mehr als verzerrt erscheinen. Dies ist durch die Tatsache, daß sich die Änderung eines Beobachtungswertes auf alle Verbesserungen auswirkt, erklärbar. Wieder wird jetzt die Spalte in \mathbf{V} mit dem größten arithmetischen Mittel gesucht und das entsprechende Meßelement als systematisch verzerrt angenommen. Ein diesem Element entsprechender Zusatzparameter wird mit dem bereits bestehenden in einer zweiten Gesamtausgleichung geschätzt.

- Das Verfahren wird solange fortgesetzt, bis keine Spalte in \mathbf{V} mehr als signifikant verfälscht erscheint. Abschließend wird die Signifikanz der Zusatzparameter getestet (18).

3. Beispiel

Beim Kraftwerk Kaunertal wurde zur periodischen Überwachung des im Bereich des Druckschachtes liegenden Steilhangs ein trigonometrisches Höhennetz angelegt. Es besteht aus zehn Punkten, die sich über einen Höhenbereich von 870 m erstrecken. Der größte der 21 gemessenen Höhenunterschiede beträgt 680 m, die steilste Zenitdistanz 64 gon und die längste Visur 3,3 km. Es wurde in fünf Epochen mit gleichem Beobachtungsplan und gleichem Instrumentarium gemessen. Zur Ermittlung der in die Ausgleichung eingehenden Höhen-

unterschiede wurden gleichzeitig-gegenseitig gemessene Zenitdistanzen und aus einem Lageausgleich entnommene horizontale Seiten verwendet.

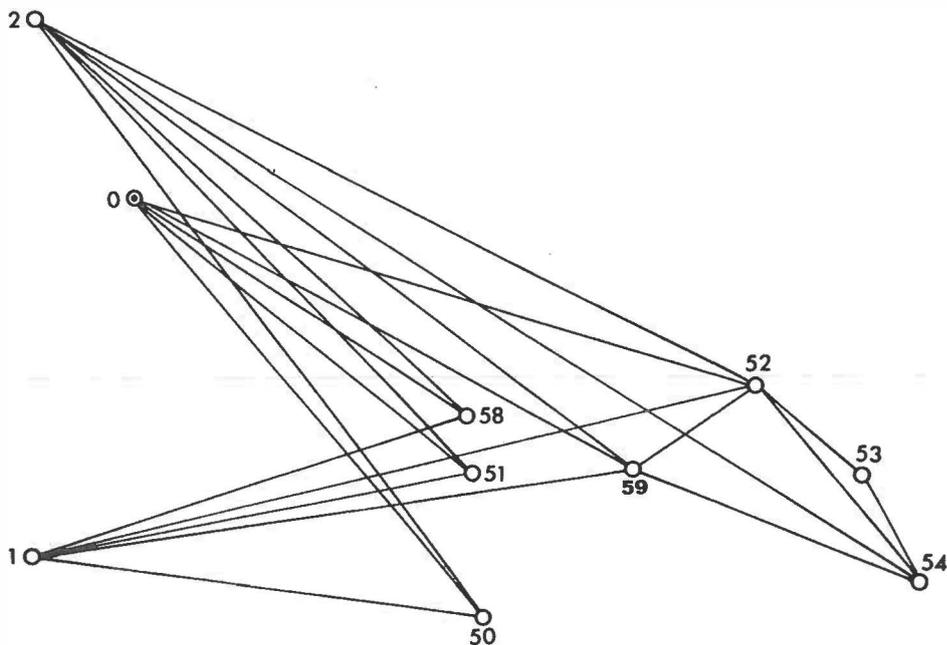


Abbildung 3: Höhennetz Kampe

3.1. Aufdeckung der Systematik in den Verbesserungen

Die fünf vorliegenden Epochen des Netzes wurden je einer zwangsfreien Ausgleichung unterzogen. Zur Datumsfestlegung wurde in jeder Epoche die Höhe des Punktes 0 festgehalten, die stochastischen Modelle wurden identisch erstellt. Bei der routinemäßig durchgeführten Überprüfung des Datenmaterials (data-snooping) wurden keine groben Fehler angezeigt. Es fiel jedoch auf, daß einzelne Beobachtungen in allen Epochen annähernd gleiche Verbesserungen aufweisen. Um zu einer objektiven Aussage über etwaige systematische Verzerrungen in den Verbesserungen zu gelangen, wurde die in 2.2. beschriebene Testprozedur auf die Ergebnisse der Ausgleichungen der fünf Datensätze angewendet. Tabelle 1 zeigt die transponierte 5×21 Matrix V der Verbesserungen in Tabellenform sowie alle für diet-Tests relevanten Größen. Von den 21 durchgeführten Tests lassen vier auf systematische Verzerrungen der Verbesserungen schließen.

Das Verfahren verlangt identische mathematische Modelle in allen Epochen. Tabelle 1 zeigt, daß diese Forderung nicht streng erfüllt wurde, da in der Epoche 4 eine Messung fehlt. Die Auswirkung auf die übrigen Verbesserungen ist vernachlässigbar gering und wird übergangen.

Nr.	Ep. 1	Ep. 2	Ep. 3	Ep. 4	Ep. 5	v_i^n	s_i	t_i	$t_{k-1,0.995}$	
1	0-52	-6	-3	-3	-21	-4	-7.4	3.4	-2.1	4.6
2	0-51	-2	-3	-6	0	-7	-3.6	1.3	-2.8	4.6
3	0-50	-4	-7	-2	2	0	-2.2	1.6	-1.4	4.6
4	0-58	0	1	-1	-2	-1	-0.6	0.5	-1.2	4.6
5	0-59	12	13	13	14	15	13.4	0.5	26.3	4.6*
6	1-51	-1	2	7	0	13	4.2	2.6	1.6	4.6
7	1-52	-13	-19	-32	-13	-16	-18.6	3.5	-5.3	4.6*
8	1-50	4	8	5	-1	-1	3.0	1.8	1.7	4.6
9	1-58	-3	-2	2	2	-3	-0.8	1.2	-0.7	4.6
10	1-59	7	-1	1	7	-1	2.6	1.8	1.4	4.6
11	2-54	-40	-45	-42	-41	-45	-42.0	1.0	-42.6	4.6*
12	2-52	-18	-15	-1	4	-11	-8.2	4.2	-2.0	4.6
13	2-51	7	7	6	0	1	4.2	1.5	2.7	4.6
14	2-50	3	1	-8	-5	2	-1.4	2.2	-0.6	4.6
15	2-58	6	-1	0	3	9	3.4	1.9	1.8	4.6
16	2-59	12	24	22	16	12	17.2	2.5	6.9	4.6*
17	52-53	-2	-3	-1	-2	1	-1.4	0.7	-2.1	4.6
18	52-54	2	5	-7	-	2	0.5	2.6	0.2	5.8
19	52-59	-1	0	1	-1	-2	-0.6	0.5	-1.2	4.6
20	53-54	-1	-1	0	0	0	-0.4	0.2	-2.0	4.6
21	54-59	-10	-11	-20	-8	2	-9.4	3.5	-2.7	4.6

Tabelle 1:

Aus der Gesamtausgleichung ohne Zusatzparameter stammende Verbesserungen in mm

- v_i^n ... gemittelte Verbesserung
 s_i ... Standardabweichung der gemittelten Verbesserung
 t_i ... Testgröße
 $t_{k-1,0.995}$... Fraktile der t-Verteilung, Sicherheitswahrscheinlichkeit = 0.99

3.2. Modellverbesserung

Entsprechend der in 2.3. beschriebenen Strategie wurden die Ergebnisse der t-Tests dazu benützt, das mathematische Modell der Ausgleichungen zu verbessern. Im folgenden werden die einzelnen Schritte des Verfahrens beschrieben:

— In einem ersten Schritt wurde das Modell einer Gesamtausgleichung erstellt und mit einem Zusatzparameter erweitert. Dieser wurde in jeder Epoche an die Messung mit der größten signifikanten Verbesserungsverzerrung (Messung 11) angefügt.

— Die Ausgleichung dieses Modells ergab eine veränderte Matrix \mathbf{V} , deren Spalten wiederum mittels t-Test untersucht wurden. Die Ergebnisse sind aus Tabelle 2 ersichtlich. Da jetzt die Messung 5 die größte Verbesserungsverzerrung aufweist, wird im Modell der Gesamtausgleichung ein zweiter Zusatzparameter mit diesem Meßelement verknüpft.

— Die Matrix \mathbf{V} aus dieser neuerlichen Ausgleichung weist in den Verbesserungen der Messung 7 keine Verzerrung mehr auf, obwohl an diese Messung kein Zusatzparameter angebracht wurde. Diese scheinbare Systematik wurde offensichtlich durch Verdrängungseffekte der systematischen Fehler in den Messungen 5 und 11 auf die Verbesserungen der Messung 7 vorgetäuscht.

— Der gegenteilige Effekt trat im nächsten Schritt auf. Die Ausgleichung des Modells mit drei Zusatzparametern ergab eine Systematik in den Verbesserungen der Messung 10, die bisher nicht in Erscheinung getreten war. Diese Systematik dürfte bisher durch Verdrängungseffekte seitens der Beobachtung 16 verdeckt worden sein.

3.3. Auswirkung der Modellverbesserung

Die Einführung der vier Zusatzparameter beeinflusst alle aus der Ausgleichung resultierenden Größen.

Tabelle 3 zeigt die Auswirkung auf die geschätzten Genauigkeitsmaße. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit geht um 36% zurück. Davon abweichend ist die Entwicklung der Spur von $\mathbf{Q}_{x(g)}$, der Kofaktorenmatrix der Hauptparameter (Punkthöhen). Mitzunehmender Anzahl der Zusatzparameter steigt dieser, rein aus der Konfiguration stammende Teil, an. Dieser Effekt wird jedoch durch das Absinken der Standardabweichung der Gewichtseinheit weit übertroffen. Die durchschnittlichen Werte der geschätzten Standardabweichung der Punkthöhen sinken um 32% ab.

	s_0	spur $\mathbf{Q}_{x(g)}$	$\sqrt{q_{x(g)}^m}$	$s_{x(g)}^m$
0	1.14	1749	6.2	7.1
1	0.99	1756	6.3	6.2
2	0.87	1847	6.4	5.6
3	0.78	1874	6.5	5.1
4	0.73	1934	6.6	4.8

Tabelle 3:
Auswirkung der Modellverbesserung auf die geschätzten Genauigkeitsmaße

- s_0 . . . geschätzte Standardabweichung der Gewichtseinheit
- spur $\mathbf{Q}_{x(g)}$. . . Spur der Kofaktorenmatrix der Hauptparameter (Punkthöhen)
- $\sqrt{q_{x(g)}^m}$. . . Wurzel aus dem Mittelwert der Kofaktoren der Hauptparameter
- $s_{x(g)}^m = s_0 \sqrt{q_{x(g)}^m}$. . . Mittel der Standardabweichungen der Hauptparameter in mm

– Nach der Ausgleichung eines Modells mit vier Zusatzparametern konnte in den Spalten der Matrix \mathbf{V} keine Systematik mehr nachgewiesen werden. Abschließend wurden die vier Zusatzparameter noch einem Signifikanztest gemäß (18) unterzogen. Der Vergleich von Testgröße und Fraktil bestätigt die Signifikanz der Gruppe der vier Zusatzparameter:

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_z^T \mathbf{Q}_{zz}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_z}{m s_0^2} = 46.9$$

$$F_{4,55,0.99} = 3.7$$

Anz. der zus. Par.	angefügt an Messung Nr.	ergibt Verzerrung der Verb. der Messung Nr.	$\hat{x}_{z(5)}$	$\hat{x}_{z(10)}$	$\hat{x}_{z(11)}$	$\hat{x}_{z(16)}$
0	—	5,7,11(max),16	—	—	—	—
1	11	5(max),7,16	—	—	48	—
2	5,11	16	-20	—	44	—
3	5,11,16	10	-23	—	38	-24
4	5,10,11,16	—	-27	-14	35	-27

Tabelle 2:
Einzelschritte der Modellverbesserung

$\hat{x}_{z(i)}$. . . aus dem jeweiligen Rechenschritt geschätzter Wert des Zusatzparameters an die Messung i in mm

Den Einfluß auf die geschätzten Punkthöhen zeigt Tabelle 4. Die Werte stellen das arithmetische Mittel über fünf Epochen dar:

Punkt	$\nabla \bar{x}$
52	12
51	1
50	1
58	0
59	11
2	3
1	4
54	11
53	12

Tabelle 4:

Gemittelte Auswirkung der Modellverbesserung auf die geschätzten Punkthöhen in mm

Dank

Der Verfasser dankt der Vermessungsabteilung der Tiroler Wasserkraftwerke (TIWAG) für die Überlassung der Meßdaten.

Literatur

Ackermann, F.: Grundlagen und Verfahren zur Erkennung grober Datenfehler. Vorträge des Lehrgangs „Numerische Photogrammetrie (4)“ an der Universität Stuttgart, Stuttgart 1981

Fritzensmeier, Niemeier, Brunner: Zur Aufdeckung kleiner systematischer Fehler in wiederholt gemessenen geodätischen Netzen. Allgemeine Vermessungsnachrichten 1986, Heft 4

Pelzer, H.: Überprüfung von Ausgleichungsmodellen. In: „Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung 2“, Konrad Wittwer, Stuttgart, 1985

Manuskript eingelangt im Mai 1988

Korrektur

Im Beitrag „Die Österreichische Basiskarte 1:5000 (ÖBK 5000) aus der Sicht der Ingenieurkonsulenten“ von G. Otepka und R. Gutmann im Heft 3/1988 der ÖZ ist leider ein sinnstörender Druckfehler enthalten.

Im vorletzten Absatz auf Seite 364 wurde aus der „Flurabstandskarte“ eine „Flurbestandskarte“. Da dieser Fachbegriff offensichtlich (auch in der Schriftleitung) nicht geläufig ist, wird auf Wunsch der Autoren folgende Begriffsdefinition gegeben:

Flurabstandskarten beinhalten die Differenz der Geländeoberfläche (Topographie) zu den jeweils aktuellen Grundwasserständen, die sich aus Grundwassermeßstellen mit über-tägigem Festpunktanschluß ergeben.

Die Schriftleitung