

Paper-ID: VGI_198007



Moderne Instrumente und Verfahren zur Genauigkeitssteigerung geodätischer Netze

Ferenc Halmos ¹

¹ *Geodetical and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences, H-9401 Sopron – Hungary, POB 5*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **68** (3), S. 105–118

1980

BibT_EX:

```
@ARTICLE{Halmos_VGI_198007,  
Title = {Moderne Instrumente und Verfahren zur Genauigkeitssteigerung geod{\a  
}tischer Netze},  
Author = {Halmos, Ferenc},  
Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {105--118},  
Number = {3},  
Year = {1980},  
Volume = {68}  
}
```



Moderne Instrumente und Verfahren zur Genauigkeitssteigerung geodätischer Netze

Von *Ferenc Halmos*, Sopron

1. Allgemeine Fragen der geodätischen Netze

Im allgemeinen werden sog. *statische* und *dynamische Netze* unterschieden. Im ersten Fall wird angenommen, daß die Koordinaten der Netzpunkte unverändert sind (z. B. staatliche Grundnetze). Im zweiten Falle ist die räumliche Lage der Punkte im Laufe der Jahre einer gewissen Änderung ausgesetzt (z. B. lokale Netze zur Bewegungsuntersuchung, geodätische Netze zur Untersuchung geodynamischer Erscheinungen usw.). Um die unveränderte Lage der Punkte festzustellen, wird der in der Literatur bekannte *Fishersche Test* angewendet (Fehlertest erster und zweiter Art). Unserer Ansicht nach ist es immer vorteilhafter – das Risiko in Betracht gezogen – eine relative Bewegung in jenem Falle anzunehmen, wo keine Bewegung vorhanden ist, als die Möglichkeit der Bewegung auszuschalten, wenn von einer tatsächlichen Verschiebung gesprochen werden kann. Je kleiner die Bewegungen sind, desto genauer müssen die Messungen geplant und durchgeführt werden.

Bei den präzisen Winkel- und Entfernungsmessungen entsteht bei der Überbrückung von großen Entfernungen mit Dreiecken aufgrund der Häufung der *zufälligen Fehler* ein ziemlich großer Punktfehler ($\pm 0,5\text{--}0,7$ m). Bei moderner Meßtechnik muß aber die Häufung von *systematischen Fehlern* in erhöhtem Maß, verglichen mit den zufälligen Fehlern, in Betracht gezogen werden. So entsteht z. B. bei einem systematischen Fehler von 1 cm/km auf einer Länge von 20 km ein Fehler von 20 cm.

Es ist übrigens bemerkenswert, daß das Dreieck die Grundfiguration der Triangulierung blieb, obwohl das *versteifte Viereck* fehlertheoretisch viel günstiger ist.

Es ist nebst den herkömmlichen Versteifungsmethoden zweckmäßig, im geodätischen Netz die Richtungs- und Entfernungsmessungen zu *kombinieren*. Laut unseren Untersuchungen an gleichseitigen schematischen Netzen werden die Fehler durch Kombination der Messungen und das Maß der absoluten und relativen Fehlerellipsen um das zwei- bis dreifache vermindert. Es kann experimentell bewiesen werden, daß am *Rande* des Netzes mit Distanzmessungen das mittlere Fehlerquadrat der Punkte den Bartelme-Meisslschen [1974] Formeln entsprechend

$$\mu_{Pr}^2 = 2 \cdot (0,5 \cdot \log d + 0,7) \quad (1)$$

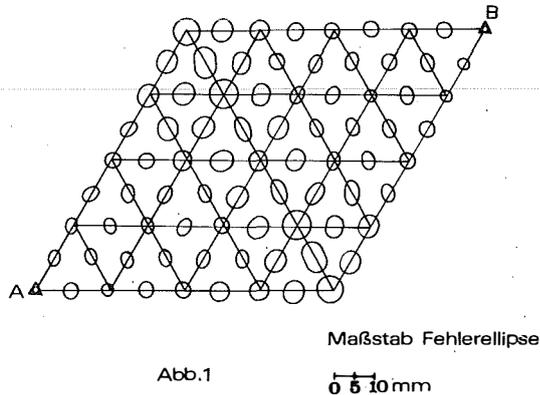
ist, worin d gleich der Entfernung der Randpunkte vom Mittelpunkt ist. Falls im Netz *Distanzen* und *Azimute* gemessen sind, so wird:

$$\mu_{P,R,AD}^2 = 2 \cdot (0,2 \log d + 0,33) \quad (2)$$

Von der Mitte des Netzes ausgehend wird für die ersten Nachbarpunkte den Bartelme-Meisslischen [1974] Formeln entsprechend:

$$\mu_{P,N,AD}^2 = 0,2 \log d + 0,33 \quad (3)$$

Inzwischen verläuft die Fehlerkurve der Punkte näherungsweise nach einer verbindenden Geraden vom ersten Nachbarpunkt bis zum Randpunkt.



In Abb. 1 (Ergebnisse ohne Ausgleich) wird für ein Strecken-Winkelnetz die Fehlerkonfiguration angegeben, wo an beiden Enden die Punkte A und B gegebene Punkte höherer Ordnung ($\mu_p = 0$) sind. Die einzelnen Streckenlängen sind $s = 10$ km; der mittlere Fehler der Richtungsmessungen $\mu_\beta = \pm 1''$, und der mittlere Streckenfehler $\mu_s = \pm 1$ cm. Man kann feststellen, daß bei Streckenmessungen die Ergebnisse günstiger sind als bei Richtungsmessungen (ohne Orientierung). Die günstigsten Ergebnisse erhält man beim kombinierten Netz mit Distanz- und Richtungsmessungen.

Bei einem symmetrisch aus gleichseitigen Dreiecken aufgebauten Netz kann man durch diese Untersuchungen die *Isolinien* gleicher Fehlerellipsenflächen konstruieren.

Die konzentrieren sich ohne Ausgleich um die gegebenen Punkte, oder bei frei ausgeglichenen Netzen um das Zentrum. Dies beweist, daß man die freien Netze nicht beliebig groß aufbauen darf, sondern daß den Meßgenauigkeiten und der Netzkonfiguration entsprechend Fixpunkte eingebaut oder Versteifungen gesichert werden müssen. Wegen der unvermeidbaren systematischen Fehler haben die mit *Rahmen* gebildeten Netzversteifungen gewisse Grenzen. So sind flächenmäßig verteilte Kontrollpunkte auch sehr wichtig (Abb. 2). Solche Kontrollpunkte können heutzutage sehr günstig in

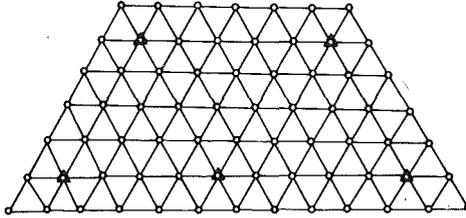


Abb. 2

großen Netzen mit Dopplerschen *Satellitenbeobachtungen* [Rinner, 1978; Halmos, 1975; 1979] abgeleitet werden. Bei kleineren Netzen kann die kombinierte Strecken- und Winkelmessung mit orientierten Seiten angewendet werden.

Solche Versteifungen sind auch für die Ausmerzung von unvermeidbaren systematischen Meßfehlern (z. B. schlechte Eichkorrektur, Richtungsübertragung mit Refraktionsfehlern usw.) sehr wichtig. Es muß festgestellt werden, daß die ausschließlich auf zufälligen Fehlern basierenden Netzuntersuchungen vom Netz ein zu optimistisches Bild geben. Wir möchten z. B. den Effekt eines systematischen Streckenmeßfehlers einer Strecke von Punkt A ausgehend auf die anderen Punkte graphisch darstellen (Abb. 3).

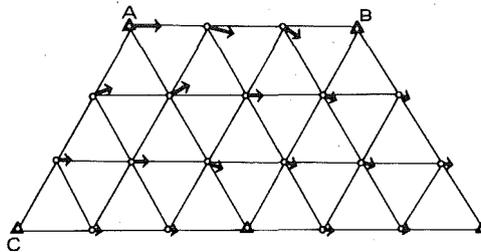


Abb. 3

2. Die Bedeutung der kreiseltechnischen Orientierungen bei geodätischen Meßarbeiten

Die Kontrolle der Orientierung der geodätischen Netze, die Orientierung der selbständigen Netze, die Orientierung und Zwischenorientierung der langen obertägigen und untertägigen Polygone, die Orientierung von präzisen Durchschlagsmessungen (z. B. städtisches Untergrundbahnnetz, lange Verkehrs- und Wasserleitungstunnels usw.) erfordern eine sehr große Genauigkeit. Die Lösung zahlreicher hier erwähnter Aufgaben ist ohne zeitgemäße Instrumente undenkbar.

Heutzutage sind die geodätischen Geräte teilweise oder voll automatisiert. Diese Entwicklungstendenz ist auch bei Kreiseltheodoliten spürbar (z. B.

die gemeinsame Konstruktion der Firma MOM und der kanadischen Firma Tellurometer-Plessy GYMO Gi-BI/A). Hier wird durch die automatisierte Durchgangszeit-Messung die Meßgenauigkeit wesentlich gesteigert. ($\mu_A = \pm 2-3''$) (Abb. 4).

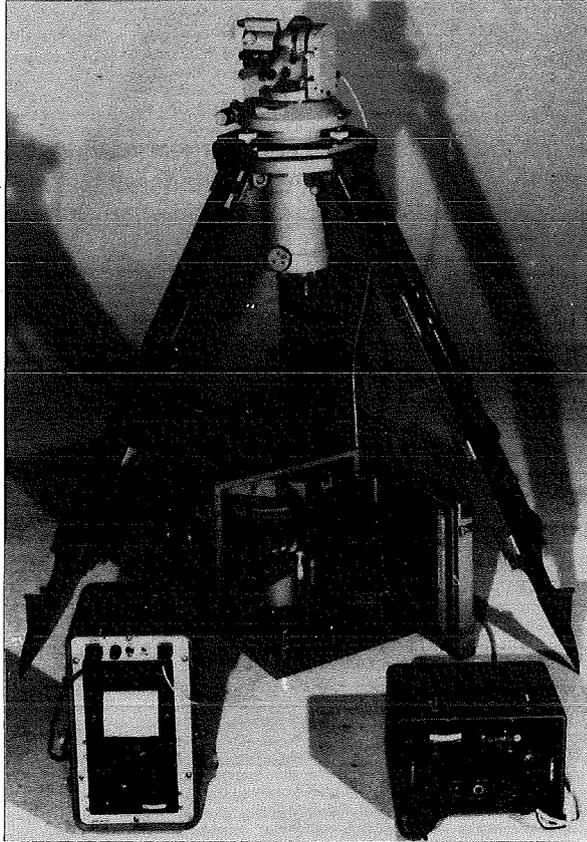


Abb.4

Bei der *automatisierten Durchgangszeit-Messung* fällt der vom Spiegel projizierte Lichtstrahl des aus einem Kreisel und Aufhängeband bestehenden Pendelsystems nicht durch den Autokollimator, sondern durch den Lichtspalt auf die Photodioden. Die durch Lichtsignale entstandenen elektrischen Impulse gelangen auf einen mit Quarz stabilisierten Impulzzähler, wodurch die Werte der Durchgangszeit im Prinzip mit Hunderstel-Sekunden-Genauigkeit gemessen bzw. registriert werden können [Halmos, 1968–1977; Pusztai-Beskó, 1970; Gregerson et al., 1971; Tarcsafalvi, 1974]. Die Lösung besteht im allgemeinen aus einem Lichtspalt und aus zwei bis drei Photodioden (Photo-transistoren). Bei zwei Photodioden wird die linke mit L, die rechte mit R

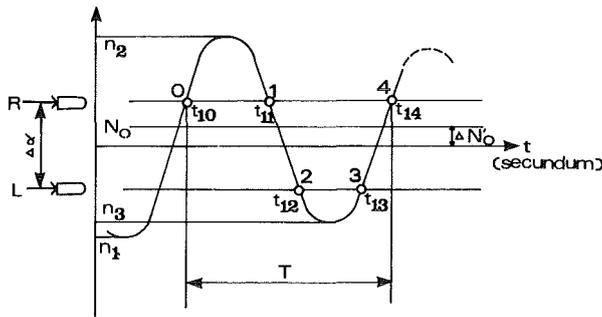


Abb.5

bezeichnet (Abb. 5). Die Symmetrielinie der beiden Photodioden ist die der vorherigen Nordeinstellung entsprechende Horizontalkreis-Ablesung (α_u). Die Durchgangs-Zeitwerte können einander nur in logischer Reihe folgen ($t_{10} \dots t_{14}$), z. B. im Falle der linksseitigen Schwingung des Pendels steht das Zeitmeßgerät beim Durchgang der Photodiode auf Null und mißt dann bei der rechten Photodiode (R) den ersten Zeitdurchgang $t_{10} = 0$. Der Zeitwert t_{14} gibt gleichzeitig den ersten Meßwert der nächsten vollständigen Schwingung, d. h. $t_{21} = 0$. Die Daten erscheinen der Reihenfolge entsprechend an einem Display oder an einer Registrieranlage.

Die Vorteile können folgend zusammengefaßt werden:

- Die durch Bedienung des Instrumentes hervorgerufenen Vibrationswirkungen entfallen. Personelle Fehler der Nachführung und der Ablesung werden eliminiert.
- Bei mittelgroßer Schwingungsamplitude ($\pm 40^\circ$) können die Durchgangszeiten genau wahrgenommen werden und der unregelmäßige Torsions-Widerstand des Bandes sowie kleinere Störungen des Pendelmoments können eliminiert werden.
- Es besteht auch die Möglichkeit zur Ablesung der Umkehrpunkte an der Autokollimator-Skale, was die Anwendung der kombinierten Meßmethode gewährleistet [Halmos, 1968; 1978].
- Bei Messung mit und ohne Nachführung in einem Standpunkt kann der den Meßumständen bestentsprechende Torsionskoeffizient abgeleitet werden.
- Bei laufender Messung der Durchgangszeiten kann die Rechenarbeit bedeutend verringert und bei einer einfachen Auswertung mit einem zu trigonometrischen Berechnungen geeigneten Taschenrechner durchgeführt werden.

Die genaue Azimutbestimmung erfordert, daß die näherungsweise Nord-einstellung des Instrumentes genauer durchgeführt wird ($\pm 20-30''$). Außerdem muß die torsionsfreie Lage des Aufhängebandes auf die Nullteilung der Autokollimatorskala (± 1 Skalenteilung) eingestellt werden. Ist dies nicht

gewährleistet, wird man infolge der Gegenwirkung des Kreiselmomentes und des Bandes während der ganze Messung die langsame, kleine Verschiebung der torsionsfreien Lage in Richtung der Ruhelage beobachten können.

Auf die einzelnen *rechentechnischen Probleme* möchten wir hier nicht näher eingehen [Halmos, 1968–1977; Halmos, 1977]. Das in Ungarn ausgearbeitete vereinfachte Rechenschema wurde in [Voronkov, 1977] veröffentlicht, welches sich auf die Gleichung der Ruhelage-Bestimmung (N'_0) bezieht:

$$N'_0 = \alpha_M - \frac{\Delta\alpha}{2} \frac{\cos\left(\pi \frac{t_{11}}{T}\right) - \cos\left(\pi \frac{t_{13} - t_{12}}{T}\right)}{\cos\left(\pi \frac{t_{11}}{T}\right) + \cos\left(\pi \frac{t_{13} - t_{12}}{T}\right)} \quad (4)$$

worin $\Delta\alpha$ der in Winkelwert ausgedrückte Diodenabstand, T die volle Schwingzeit bedeutet. Die torsionsfreie Lagebestimmung wird mit derselben Formel durchgeführt. Die weitere Berechnung ist ähnlich wie bei den herkömmlichen Instrumenten. Mit der Anwendung von Umkehrpunkt-Ablesungen kann mit der Fox-Schulerschen Methode für die Ruhelage ein Kontrollwert, oder mit den Durchgangszeiten und den Amplituden eine weitere unabhängige Nordbestimmung durchgeführt werden. Es bestehen noch zahlreiche weitere Kombinationsmöglichkeiten, auf die wir hier nicht eingehen möchten. Die mit den verschiedenen Methoden erzielten Genauigkeitsdaten werden in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Meßmethode	Mit Nachführung: + Ohne Nachführung: ✖	Zahl der Messungen	Stelle der Messung im Feld: ✖ Unterirdisch: x	Azimet oder Instrumentenkonstante	Mittlerer Fehler einer Beobachtung	Laufzeit /sec/
Mit 6 Durchgangszeiten und Reversionen	+	4	x	207°38'43,9"	±1,6"	-
	✖	6	x	207°38'42,3"	±2,4"	-
Mit 6 Durchgangszeiten	+	4	x	207°38'42,9"	±0,8"	-
	✖	6	x	207°38'43,0"	±2,7"	-
Mit 5 Durchgangszeiten und dem entsprechenden Reversionen	+	4	x	207°38'43,7"	±2,6"	-
	+	4	x	207°38'44,5"	±2,0"	-
	✖	5	x	207°38'43,0"	±2,8"	-
	✖	5	x	207°38'42,8"	±2,2"	-
Mit 5 Durchgangszeiten	+	4	✖	90°47'44,3"	±1,5"	$T_{\xi} = 574,51 \pm 0,08$ $T_{\sigma} = 100,77 \pm 0,06$
	+	2	✖	90°47'45,0"	±0,9"	
	+	1	✖	90°47'44,5"	±2,1"	
	+	24	✖	90°47'49,3"	±5,2"	$T_{\xi} = 572,95 \pm 0,19$ $T_{\sigma} = 100,83 \pm 0,05$
	+	12	✖	90°47'48,8"	±4,8"	
	+	4	✖	90°47'51,0"	±3,0"	/wind-speed 5m/sec/
	✖	10	✖	90°47'47,3"	±3,6"	$T_{\xi} = 544,59 \pm 0,08$ $T_{\sigma} = 100,79 \pm 0,13$
	✖	5	✖	90°47'47,9"	±4,2"	
✖	2	✖	90°47'45,5"	±3,5"		

Tabelle 1: Praktische Ergebnisse mit automatisiertem Kreiselmessgerät

Zuerst möchten wir uns mit der Anwendung von Kreiseltheodoliten bei untertägigen, linienartigen Anlagen befassen. Eine einzige Orientierung im unterirdischen Netz ist deshalb schon gefährlich, weil dadurch keine *Kontrolle der Winkelmessungen* der Polygonzüge besteht. Weiters darf man nicht vergessen, daß in den Polygonzügen symmetrisch bzw. optimal angeordneten Orientierungsmessungen nicht nur die von der Orientierung herrührenden Meßfehler, sondern auch die Fehlerwirkungen der Winkelmessungen im Endpunkt in beträchtlichem Maße verringern. Auf Grund der von uns bereits bewiesenen Regel [Halmos, 1968–1977] verringert sich die Fehlerwirkung der Orientierungsmessungen auf die Verschwenkung des Schlußpunktes im Falle von symmetrisch verteilten Orientierungsmessungen um die Wurzel der Zahl der Messungen. Die Fehlerwirkung der Winkelmessungen auf die Verschwenkung des Endpunktes verringert sich aber im geraden Verhältnis zur Zahl der Orientierungen. Daraus folgt, daß hauptsächlich bei genaueren Orientierungsmessungen die symmetrisch verteilte Zwischenorientierung äußerst zweckmäßig ist, da dadurch die *Fehlerwirkung* der Winkelmessungen bedeutend verringert werden kann. Zum Beweis unserer Ergebnisse möchten wir für verschiedene Polygonzüge die Tabelle 2 anführen.

Im Falle von *langen Tunnels* möchten wir als Beispiel die Fehlerwirkung der Durchschlagsmessungen eines 35 km langen Tunnels für den in der Mitte geplanten Durchschlag prüfen. Es sei vorausgesetzt, daß auf Grund der beiden Variationen der Meßplanung die durchschnittliche Polygonseitenlänge im ersten Falle 300 m, im zweiten aber 500 m beträgt. Im ersten Falle haben wir an beiden Seiten des Durchschlages 58 Polygonpunkte, im anderen Falle 35 Polygonpunkte. Die mittleren Fehler der Winkelmessung seien mit μ_β , die der Orientierungsmessung mit μ_A bezeichnet. μ_p bedeutet den mittleren Fehler der Koordinaten der Ausgangspunkte am Anfang des Polygonzuges und $\mu_{s,e}$ die Wirkung des mittleren Längsfehlers je Einheit. Die prinzipielle Anordnung der Messungen wird an Abb. 6 dargestellt. Ist die Zahl der Polygonpunkte an beiden Abschnitten vor dem Durchschlag n , und die Zahl der dazwischen liegenden symmetrisch verteilten Orientierungen u , so beträgt das Quadrat des zu erwartenden mittleren Fehlers des Durchschlages an der Stelle des Durchschlages bei der durchschnittlichen Seitenlänge s , mit Einführung von $ns = S$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Dschl}}^2 &= 2 \cdot \mu_p^2 + 2 \cdot S \mu_{s,e}^2 + \frac{2S^2}{u} \cdot \frac{\mu_A^2}{\rho^2} + \\ &+ 2S^2 \frac{(n-u) \cdot (n+u) \cdot n}{12u^2} \cdot \frac{\mu_\beta^2}{\rho^2} \end{aligned} \tag{5}$$

Seitenlänge s=100 m	Zahl der Ausgangs- seiten n=30	Fehler der Ausgangs- koordinaten $b_K = \pm 2$ cm	Winkel: μ_B -Glied $\mu_B = \pm 5''$ / $\varphi_B = \pm 5''$	Azimuth: μ_A -Glied $\mu_A = \pm 10''$ / $\varphi_A = \pm 10''$	Querfehler des End- punktes	Winkel: μ_A -Glied $\mu_A = \pm 5''$ / $\varphi_A = \pm 5''$	Azimuth: μ_A -Glied $\mu_A = \pm 8''$ / $\varphi_A = \pm 8''$	Querfehler des End- punktes	Winkel: μ_B -Glied $\mu_B = \pm 3''$ / $\varphi_B = \pm 3''$	Azimuth: μ_A -Glied $\mu_A = \pm 5''$ / $\varphi_A = \pm 5''$	Querfehler des End- punktes
In der Mitte des Poly- gonzuges orientiert			$\pm 10,9$ cm	$\pm 14,5$ cm	$\pm 18,3$ cm	$\pm 10,9$ cm	$\pm 11,6$ cm	$\pm 16,1$ cm	$\pm 6,5$ cm	$\pm 7,2$ cm	$\pm 10,0$ cm
An den beiden Enden des Polygonzuges orientiert, Widersprüche nicht verteilt			$\pm 10,9$ cm	$\pm 10,2$ cm	$\pm 15,0$ cm	$\pm 10,9$ cm	$\pm 8,2$ cm	$\pm 13,8$ cm	$\pm 6,5$ cm	$\pm 5,1$ cm	$\pm 8,5$ cm
An drei Stellen orien- tiert / beide Enden und Mitte/, Widersprüche nicht verteilt			$\pm 5,4$ cm	$\pm 8,9$ cm	$\pm 10,6$ cm	$\pm 5,4$ cm	$\pm 7,1$ cm	$\pm 9,2$ cm	$\pm 3,2$ cm	$\pm 4,6$ cm	$\pm 5,8$ cm
An vier Stellen orien- tiert / beide Enden und zwei symmetrische Zwischenorientierungen, Widersprüche nicht verteilt			$\pm 3,6$ cm	$\pm 7,8$ cm	$\pm 8,7$ cm	$\pm 3,6$ cm	$\pm 6,1$ cm	$\pm 7,4$ cm	$\pm 2,1$ cm	$\pm 3,8$ cm	$\pm 4,8$ cm
An fünf Stellen orien- tiert / beide Enden und drei symmetrische Zwischenorientierungen, Widersprüche nicht verteilt			$\pm 2,7$ cm	$\pm 6,8$ cm	$\pm 7,5$ cm	$\pm 2,7$ cm	$\pm 5,4$ cm	$\pm 6,4$ cm	$\pm 1,7$ cm	$\pm 3,4$ cm	$\pm 4,2$ cm

Tabelle 2. Mittlere Fehleranteile bei verschiedenen Polygonzügen

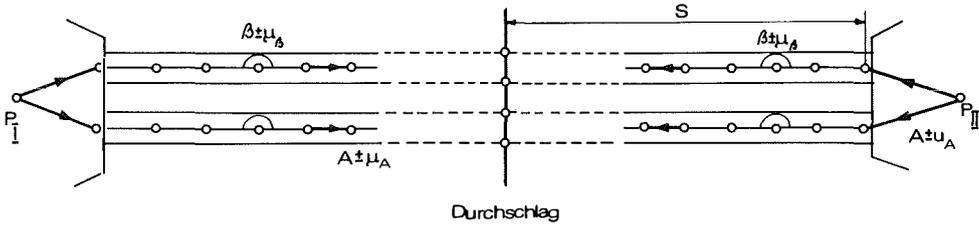


Abb.6

n/2	s	Gegebene Werte				Durchschlagsfehler		
		μ_β	μ_A	μ_k	Orientierung	μ_β Glied	μ_A Glied	$\mu_{\text{Durchschlag}}$
58	300 m	$\pm 2''$	$\pm 5''$	± 5 cm	jede Seite	-	$\pm 7,8$ cm	$\pm 9,9$ cm
					die 1. und jede 5. Seite	$\pm 3,0$ cm	$\pm 14,4$ cm	$\pm 15,9$ cm
		$\pm 3''$	$\pm 4''$	± 5 cm	jede Seite	-	$\pm 6,2$ cm	$\pm 8,6$ cm
					die 1. und jede 5. Seite	$\pm 4,5$ cm	$\pm 11,3$ cm	$\pm 13,5$ cm
		$\pm 5''$	$\pm 4''$	± 5 cm	die 1. und jede 5. Seite	$\pm 7,5$ cm	$\pm 11,3$ cm	$\pm 14,8$ cm
			die 1. und jede 5. Seite	$\pm 7,5$ cm	$\pm 8,8$ cm	$\pm 11,3$ cm		
			die 1. und jede 5. Seite	$\pm 4,5$ cm	$\pm 7,0$ cm	$\pm 8,9$ cm		
35	500 m	$\pm 2''$	$\pm 5''$	± 5 cm	jede Seite	-	$\pm 10,1$ cm	$\pm 11,7$ cm
					die 1. und jede 5. Seite	$\pm 2,8$ cm	$\pm 18,5$ cm	$\pm 19,5$ cm
		$\pm 3''$	$\pm 4''$	± 5 cm	jede Seite	-	$\pm 8,1$ cm	$\pm 10,1$ cm
					die 1. und jede 5. Seite	$\pm 4,2$ cm	$\pm 14,8$ cm	$\pm 16,5$ cm
		$\pm 5''$	$\pm 4''$	± 5 cm	die 1. und jede 5. Seite	$\pm 7,0$ cm	$\pm 14,8$ cm	$\pm 17,4$ cm
					die 1. und jede 5. Seite	$\pm 7,0$ cm	$\pm 17,8$ cm	$\pm 14,5$ cm
		$\pm 3''$	$\pm 2''$	± 3 cm	die 1. und jede 5. Seite	$\pm 4,2$ cm	$\pm 9,0$ cm	$\pm 11,5$ cm
			die 1. und jede 10. Seite	$\pm 7,5$ cm	$\pm 12,8$ cm	$\pm 17,3$ cm		

Tabelle 3. Durchschlagsfehler beim 35 km langen Tunnel

Unter Berücksichtigung der Gleichung (5) wurden die zu erwartenden mittleren Fehler des Durchschlages in Tabelle 3 zusammengefaßt. Durch die Analyse der verschiedenen Fälle kann festgestellt werden, daß die Orientierung von sämtlichen Polygonseiten am unwirtschaftlichsten ist. Es ist *optimaler*, die Orientierungsmessung bei jeder zehnten Seite, als bei jeder fünften Seite durchzuführen. Im Falle von genauerer Winkel- und Orientierungsmessung ist z. B. die Orientierung jeder zehnten Seite ausreichend. Zum Vergleich wurden die Fehlerwirkungen der Winkel- und der Orientierungsmessungen angegeben. Die angeführten Untersuchungen beschränken sich auf einen Stollen. Werden zwei bzw. laut Plan drei parallele Stollen ausgefahren, so entsteht die Möglichkeit der Versteifung bzw. der weiteren Genauigkeitssteigerung.

Den Daten der Tabelle 3 ist zu entnehmen, daß bei sehr genauen kreiseltechnischen Orientierungen das Einhalten der Durchschlagsfehler-Grenze von ± 10 – ± 20 cm leicht gesichert werden kann. Wird z. B. angenommen, daß an beiden am Endpunkt liegenden Eingängen des Tunnels Orientierungsmes-

sungen mit einem mittleren Fehler von $\pm 5''$ durchgeführt werden, so wird der dadurch entstehende mittlere Durchschlagsfehler $\pm 0,87$ m betragen. Die Fehlerwirkung der Winkelmessung wird unter Berücksichtigung der einmaligen Orientierung $\pm 1,12$ m sein, falls $\mu_\beta = \pm 3''$ ist und die Zahl der Polygonpunkte, die durch Winkelmessungen bestimmt wurden, in beiden Richtungen des Stollenaustriebs 58 beträgt.

Für die Zahl der nötigen Orientierungsseiten (u) bei bekanntem Durchschlagsfehler (μ'_{Dschl}) wird gemäß unseren Ableitungen:

$$u = \frac{K^2 \mu^2 + (K^2 \cdot \mu)^2 + \left(\frac{n}{6} \mu + \mu_{\text{at}}^2\right)^2 \cdot \frac{n^3}{6} \cdot \mu^2}{\frac{n}{6} \cdot \mu^2 + \mu_{\text{Dschl}}^2} \quad (6)$$

wo bei bekanntem Orientierungsfehler (μ_A)

$$K^2 = \frac{\mu_A^2}{\mu_\beta^2} \quad \text{und} \quad \frac{S}{\rho} \mu_\beta = \mu \quad (7)$$

	Gruppe A	Gruppe B	Gruppe C	Gruppe D
	<u>Instrument A</u>	<u>Instrument B</u>	<u>Instrument A</u>	<u>Instrument B</u>
	157-01-40.8	157-01-49.9	157-01-48.9	157-01-47.5
	46.9	44.8	48.3	49.1
	44.3	51.4	43.3	43.9
	41.8	46.5	44.7	42.4
	46.4	50.8	44.8	48.0
	46.8	49.4		46.7
Mittel	157-01-44.5	157-01-48.8	157-01-46.0	157-01-46.7
		Gegebener Wert	157-01-46.4	
Fehler	-1.9	+2.4	-0.4	+0.35
		Gesamtmittel	157-01-46.53	
		Fehler	+0.13''	

Tabelle 4. Meßergebnisse mit GYMO Gi-31A

Diese Aufgaben beweisen, daß die Kreiselltheodolite als moderne Meßgeräte bei Lösungen großer Meßprobleme wirtschaftlich eingesetzt werden können.

Auf Grund der Häufung von zufälligen und systematischen Fehlern im Füllnetz der Landstriangulation erster und zweiter Ordnung kann eine ziemlich beträchtliche azimutale Verschwenkung beobachtet werden (öfters von einer Größe von 6 bis 8''). Zur Bestimmung dieses Fehlers bzw. Festle-

gung von *Kontroll-Richtungen* sind die zeitgemäßen Kreiselscheidolite äußerst geeignet. Für die im geodätischen Netz durchgeführten Versuche möchten wir uns auf die Resultate von Tabelle 4 beziehen. Die einzelnen Serienmittel haben auf den Gesamt-Mittelwert bezogen eine höchste Streuung zwischen - 1,9" und + 2,4". Das gegebene Azimut und der Gesamt-Mittelwert stimmten sehr gut überein. Dies ist auch ein Beweis dafür, daß solche automatisierte Kreiselscheidolite sehr nützlich zur Lösung von Orientierungsaufgaben sind.

3. Optimale Entfernungsmessungen

Die Präzisionsmessungen mit zeitgemäßen Distanzmessern (wie z. B. Trilaterationsmessungen, Bestimmung der Deformationen und Erdkrustenbewegungen, Paßpunktbestimmung für die Aerotriangulation usw.) erfordern die Anwendung von modernen Meßtechnologien sowie eine sehr genaue und öfters wiederholte Eichung der Geräte. Für die Eichmessungen haben wir ein Verfahren mit einer gleichmäßigen Verteilung der Messungen in *allen Kombinationen* über die Prüfstreckenlänge abgeleitet [Halmos-Kádár, 1976]. Die erste Variante der Eichmessungen wendet das Vielfache des Feinmaßstabes des zu prüfenden Gerätes an, bei der zweiten Methode werden den Teilstrecken unterschiedliche Bruchteile des Feinmaßstabes zugeordnet. Hier erhält man die *Additionskonstante* sowie den *zyklischen Fehler* des Distanzmessers direkt. Der Nachteil ist, daß hier die ausgeglichene Additionskonstante durch die gemeinsame Bestimmung mit dem zyklischen Fehler beeinflusst wird (Bestimmung einer falschen Additionskonstante). Deswegen haben wir eine Methode ausgearbeitet, bei der der zyklische Fehler getrennt und unabhängig bestimmt wird [Halmos-Kádár, 1976].

Die Messung in allen Kombinationen kann aber auch zur sehr genauen Entfernungsbestimmung angewendet werden. Wird z. B. die unbekannt lange Entfernung in *n* verschieden lange Abschnitte geteilt und werden die zwischen den Teilpunkten liegenden Strecken *s_{ij}* in jeder Kombination gemessen, so wird die Zahl der sich bildenden Entfernungen

$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

sein (Abb. 7). Nach dem Schreiberschen Satz werden die ausgeglichenen Strecken

$$x_{ij} = \frac{1}{n} \left[2 \cdot s_{ij} + \sum_{k=2}^n (s_{ik} + s_{kj}) \right] \tag{8}$$

oder

$$x_{ij} = \frac{1}{n} \left[2 \cdot s_{ij} + \sum_{k=1}^n (s_{ik} + s_{kj}) \right] \tag{9}$$

wobei $i < j$, $k \neq j$ und $s_{kj} = -s_{jk}$ sind, falls $k > j$ ist. Dadurch ist eine einfache Methode zur genauen Bestimmungsbestimmung, z. B. für Deformationsmessungen, angegeben.

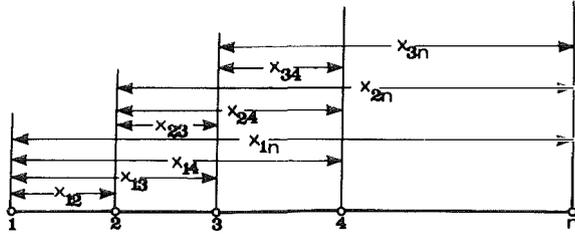


Abb.7

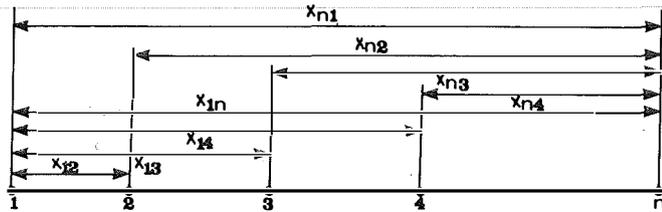


Abb.8

Falls die Entfernungsmessungen für alle Strecken nur von jedem Endpunkt durchgeführt werden (Abb. 8), so wird:

$$x_{1n} = \frac{1}{n} \left[2 \cdot (s_{1n} + s_{ni}) + \sum_{i=2}^{n-1} (s_{1i} + s_{ni}) \right] \quad (10)$$

Bei dieser Meßanordnung ist der Meßaufwand wesentlich kleiner. Gleichzeitig wird auch die Genauigkeit etwas kleiner [Halmos, 1978]. Die Varianz-Kovarianz-Werte sind bei Messungen in allen Kombinationen:

$$Q_{ii} = \left\{ \frac{4 \cdot (i-1)}{n} + 2 \right\} \frac{1}{n}, \quad Q_{ij} = \left\{ \frac{4 \cdot (j-i)}{n} + 2 \right\} \frac{1}{n} \quad (11)$$

Bei Messungen von beiden Endpunkten werden diese die folgenden Werte annehmen:

$$Q_{1n} = \frac{2}{(n+2)}; \quad Q_{i,(n-1)} = \frac{1}{(n+2)}; \quad Q_{ij} = \frac{1}{2 \cdot (n+2)} \quad (12)$$

Weitere Einzelheiten sind in [Halmos, 1978a] zusammengefaßt. Aus diesen Formeln kann man feststellen, daß bei größerer Zahl von n die Genauigkeitssteigerung in beiden Fällen wesentlich ist. Die Zahl der Streckenunterteilung hat aber ihre Grenzen. Es muß auch bestätigt werden, daß bei Messungen von beiden Endpunkten der Genauigkeitsverlust noch in vielen Fällen die Anforderungen gut erfüllt. So ist z. B. bei $n = 5$ der Genauigkeitsverlust 25–30%. Demgegenüber ist die Meßzeit wesentlich kürzer.

4. Die Genauigkeit und Ausgleichung von geodätischen Netzen

Die *innere Genauigkeit* der Netze wird durch die sog. freie Ausgleichung abgeleitet. Das Ausgleichungsergebnis ist mit jenem übereinstimmend, welches durch eine Ausgleichung mit Schwerpunktskoordinaten und mit den Zwangsbedingungen (zweidimensional eine für Orientierung, eine für den Maßstabsfaktor und zwei für die Translation) abgeleitet wird. Man kann aber die *innere* und *äußere Genauigkeit* der Netze von einer Ausgleichung in einem Guß auch angeben.

Zur Frage der gemeinsamen Ausgleichung von Meßergebnissen von großen geodätischen Netzen muß man betonen, daß die *Rundungsfehler* infolge der vielen Rechenoperationen ein beträchtliches Maß annehmen [Bartelme-Meissl, 1975]. Es ist allgemein bekannt, daß die herkömmliche Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate die Berechnung von sehr vielen Daten zur Aufstellung der Normalmatrix bzw. zu deren Lösung erfordert, die nur als Zwischenergebnisse nötig sind. Der Wirkungsbereich der zur Bestimmung von je einem Punkt nötigen Messung ist sehr klein und übertrifft von der Rechenschärfe abhängig den zweit- bzw. drittrangigen Nachbarschaftsgrad. Zur Lösung solcher großer Rechenaufgaben sind sogar im Falle von sehr ausgebreiteten Netzen kleine programmierbare Rechenautomaten bei Benutzung der Vorteile der sog. lokalen Ausgleichung anwendbar [Halmos, 1978 b].

5. Zusammenfassung

Zum Ausbau eines modernen geodätischen Netzes müssen die genauesten Geräte mit zeitgemäßen Verfahren kombiniert angewendet werden, so daß dadurch eine den Erfordernissen entsprechende maximale Genauigkeit erreicht wird. Die Güte eines Netzes wird in erster Linie nicht durch die Ausgleichung, sondern zuerst durch eine einwandfreie Meßtechnologie beeinflusst.

Literatur

Bartelme, N., Meissl, P. (1974): Strength analysis of distance networks. Mitt. der Geod. Institute d. T. H. in Graz. No. 15.

Bartelme, N., Meissl, P. (1975): Theoretical analysis of rounding error propagation during the direct solution of geodetic normal equations of the levelling type. IAG Congress, Grenoble.

Gregerson, L. F., Vaniček, P. (1971): Report from experiments with a gyroscope equipped with electronic registration. IAG Congress, Moscow.

Halmos, F. (1968): Giroteodolitos azimutmeghatározások módszertani és pontossági vizsgálata (Methodische und Genauigkeitsuntersuchungen bei kreiseltechnischen Azimutbestimmungen). Geodézia és Kartográfia.

Halmos, F. (1968–1977): Die Theorie und Praxis der geodätischen Anwendung von Kreiseltheodoliten. Dissertation f. d. Titel Dr. Sc. (ungarisch), Publ. d. Geod. Geophys. Forschungsinstituts. Nr. 6 (1977), (englisch).

Halmos, F. (1977): High precision measurement and evaluation method for azimuth determination with gyrotheodolites. Manuscripta Geodaetica.

Halmos, F. (1978): Giroteodolits lengések nyugalmi helyzetének meghatározása (Die Ruhelage-Bestimmung bei kreiseltechnischen Schwingungen). Geodézia és Kartográfia.

Halmos, F. (1978 a): Eichung und Genauigkeit der Entfernungsmessungen. Wiss. Arbeiten der Lehrstühle f. Geodäsie d. T. U. Hannover, Nr. 83.

Halmos, F. (1978 b): Connections between the structure, densification and computation of geodetic networks. Second Int. Symp. on problems related to the redefinition of North American Geodetic Networks. National Geodetic Survey, Washington.

Halmos, F. (1979): Geodynamical evaluation of Doppler satellite observations. Acta Geod. Geoph. et Mont.

Halmos, F., Kádár, I. (1976): Weitere Untersuchungen zur Bestimmung der Eichkonstanten von elektrooptischen Streckenmeßgeräten kurzer Reichweite. Vermessungstechnik.

Pusztai, F., Beskó, D. (1970): Vizsgálatok a giroteodolítok pontosságának fokozására (Untersuchungen zur Genauigkeitssteigerung der Kreiseltheodolite), Bányászati és Kohászati Lapok, Bányászati.

Rinner, K. (1978): Wissenschaftliche Zielsetzung und bisherige Arbeiten auf der Satellitenbeobachtungsstation Graz-Lustbühel. Öst. Z. f. Vermessungswesen und Photogrammetrie.

Tarcsafalvi, A. (1974): Neuer digitaler Gyrotheodolit der Fa. MOM. Geodetic Instruments (MOM Budapest):

Voronkov, K. N. (1977): Iz opita ispitanii giroteodolitov Gi-B 21. VUZ Geodezija i Aerfotogramjka, No. 2. S. 49–54.

Druckfehlerberichtigung

In der Veröffentlichung „Fremde Bauführung und Kataster“ von L. Krepper in dieser Zeitschrift, 67. Jahrg. 1979, Heft 4, Seite 197–208, sind folgende Berichtigungen vorzunehmen:

Seite 199, Zeile 2: . . . aufgeführt . . . statt . . . ausgeführt . . .

Seite 201, Zeile 30: . . . Bauführers . . . statt . . . Bauführens . . .

Seite 202, Zeile 1 und 2: . . . und der Meinung ist, der Bauführer sei Eigentümer des Grundes, verschweigt . . .

Seite 202, Zeile 24: Dieses Erkenntnis . . . statt . . . Diese Erkenntnis . . .