



Bestimmung des Dichteunterschiedes “Felsen – Aufschüttung“ und der Tiefe des Felsens

Wilhelm Embacher ¹

¹ *Institut für Vermessungswesen der Universität Innsbruck, Kranebitter-Allee 140,
A-6020 Innsbruck*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **63** (2), S.
46–59

1975

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Embacher_VGI_197505,  
  Title = {Bestimmung des Dichteunterschiedes ‘‘Felsen -- Aufsch{\u}ttung‘‘ und  
    der Tiefe des Felsens},  
  Author = {Embacher, Wilhelm},  
  Journal = {{{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen und  
    Photogrammetrie},  
  Pages = {46--59},  
  Number = {2},  
  Year = {1975},  
  Volume = {63}  
}
```



Bestimmung des Dichteunterschiedes „Felsen – Aufschüttung“ und der Tiefe des Felsens

Von *Wilhelm Embacher*, Innsbruck

Zusammenfassung

Im ersten Abschnitt, der zum großen Teil aus einer Arbeit des Verfassers aus der Festschrift „Karl Ledersteger 1970“ stammt, wird gezeigt, daß die Schwerkraftdifferenzen, welche in der Falllinie eines Hanges mit homogenem Untergrund gemessen werden, nur von der mittleren Dichte des Untergrundes und vom Neigungswinkel des Hanges abhängig sind.

Im zweiten Abschnitt zeigt der Verfasser die Erprobung und Anwendung dieser Dichtebestimmung für Aussagen über Massendefizite und Massenansammlungen unter Hanglagen.

Schließlich wird im dritten Abschnitt eine Formel für den Abstand des Felsens von einer Aufschüttung entwickelt und dazu praktische Beispiele gebracht.

Die Bruns'schen Formeln werden als bekannt vorausgesetzt:

$$\begin{aligned} H_i - H_a &= -4\pi k^2 \sigma \cos \delta \sin \delta \\ V_i - V_a &= -4\pi k^2 \sigma \cos^2 \delta. \end{aligned} \quad \dots (1.00)$$

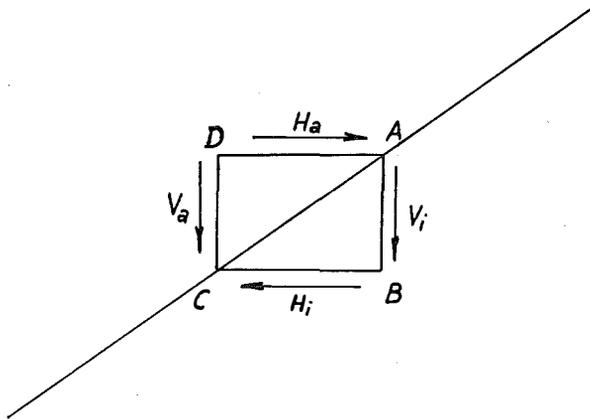
Es soll die Falllinie eines schrägen Hanges als Unstetigkeitsfläche der Dichte eine Gerade sein. Weiters soll

$$\frac{\Delta g}{h} = V_i - V_a = -4\pi k^2 \sigma \cos^2 \delta \quad \dots (1.01)$$

und

$$\frac{\Delta g}{h} = H_i - H_a = -4\pi k^2 \sigma \cos \delta \sin \delta \quad \dots (1.02)$$

sein.



In den vier Punkten *A*, *B*, *C*, *D* vorstehender Abbildung, an der schrägen Grenzfläche zweier Räume mit dem Dichteunterschied σ seien die Schwerewerte g_A , g_B , g_C und g_D gemessen. So ist die Differenz der Vertikalgradienten

$$V_i - V_a = g_B - g_A - g_C + g_D. \quad \dots (1.03)$$

Wollen wir die Differenz der Gradienten durch $g_A - g_C$ ausdrücken, so müssen wir die rechte Seite der Gleichung mit $+g_A$ und $-g_A$ erweitern, d. h. es wäre dann

$$g_B + g_D = 2g_A \quad \dots (1.04)$$

und g_A ist der Mittelwert zwischen g_B und g_D .

Aus dem Gradientenbild sieht man, daß es grundsätzlich möglich ist, daß g_A der Mittelwert aus g_B und g_D sein kann, denn die Schwerkraft nimmt von D nach A und von A nach B zu.

Im Innenraum suchen wir zunächst den Zusammenhang von $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$ und $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$. Bekanntlich finden wir die Darstellung von $\frac{\partial V}{\partial x}$ für innere Punkte als Summe zweier Potentiale [1]

$$U = \iiint \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \frac{\partial V}{r}; \quad W = - \iint \frac{\sigma \cos(N, \xi)}{r} do \quad \dots (1.05)$$

und damit

$$\frac{\partial V}{\partial x} = W + U. \quad \dots (1.06)$$

Es ist

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \dots (1.07)$$

also

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = - \iint \frac{\sigma \cos(N, \xi) (\xi - x)}{r^3} do + \iiint \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \frac{(\xi - x)}{r^3} dv \quad \dots (1.08)$$

und

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z}, \quad \dots (1.09)$$

somit

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = - \iint \frac{\sigma \cos(N, \xi) (\zeta - z)}{r^3} do + \iiint \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dv. \quad \dots (1.10)$$

Wir können für Schichten in der Nähe der Trennfläche δ fast konstant setzen, und es gilt mit großer Annäherung

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x + r \cos \delta; & \zeta &= z + r \sin \delta \\ \frac{\partial \xi}{\partial r} &= \cos \delta = \frac{\xi - x}{r}; & \frac{\partial \zeta}{\partial r} &= \sin \delta = \frac{\zeta - z}{r} \end{aligned} \right\}, \quad \dots (1.11)$$

daher ist

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = - \iint \frac{\sigma \cos(N, \xi) \cos \delta}{r^2} do + \iiint \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \frac{\cos \delta}{r^2} dv \quad \dots (1.12)$$

und

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = - \iint \frac{\sigma \cos(N, \xi) \sin \delta}{r^2} do + \iiint \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \frac{\sin \delta}{r^2} dv, \quad \dots (1.13)$$

somit ist im Innenraum

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \operatorname{ctg} \delta. \quad \dots (1.14)$$

Wir wollen nun den Vertikalgradienten im Außenraum mit V_a und im Innenraum mit V_i , den Horizontalgradienten $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$ im Außenraum mit H_a und im Innenraum mit H_i bezeichnen.

Für den Innenraum gilt die Poisson'sche Gleichung. Wir setzen den Wert für $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$ aus Gleichung (1.14) in diese ein und erhalten bei Vernachlässigung von $2\omega^2$

$$H_i \cot \delta - V_i = -4\pi k^2 \sigma. \quad \dots (1.15)$$

Setzen wir für H_i die 1. Gleichung (1.00), so erhalten wir

$$H_a \cot \delta - 4\pi k^2 \sigma \cos^2 \delta - V_i = -4\pi k^2 \sigma \quad \dots (1.16)$$

oder

$$H_a \cot \delta + 4\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta = V_i. \quad \dots (1.17)$$

Mit Hilfe der zweiten Gleichung (1.00) ergibt sich daraus die Summe der äußeren Gradienten an der Unstetigkeitsstelle der Dichte mit

$$H_a \cot \delta - V_a = -4\pi k^2 \sigma. \quad \dots (1.18)$$

Nur dann, wenn die Zunahme der Schwerkraft von D nach A und von A nach B (siehe Abbildung) gleich groß ist, ist die Messungsdifferenz gleich der Differenz von inneren und äußeren Vertikalgradienten. Das heißt, wir müssen die Messungsdifferenz Δg so verbessern wie g_A , damit g_A der Mittelwert zwischen g_D und g_B ist. Nach Gleichung (1.17) ist die Zunahme der Schwerkraft von D nach B gleich

$$2H_a \cot \delta + 4\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta.$$

Die Zunahme von D nach A ist $H_a \cot \delta$, daher müssen wir g_A und damit Δg um $2\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta$ verbessern. Die endgültige Gleichung (1.01) lautet also

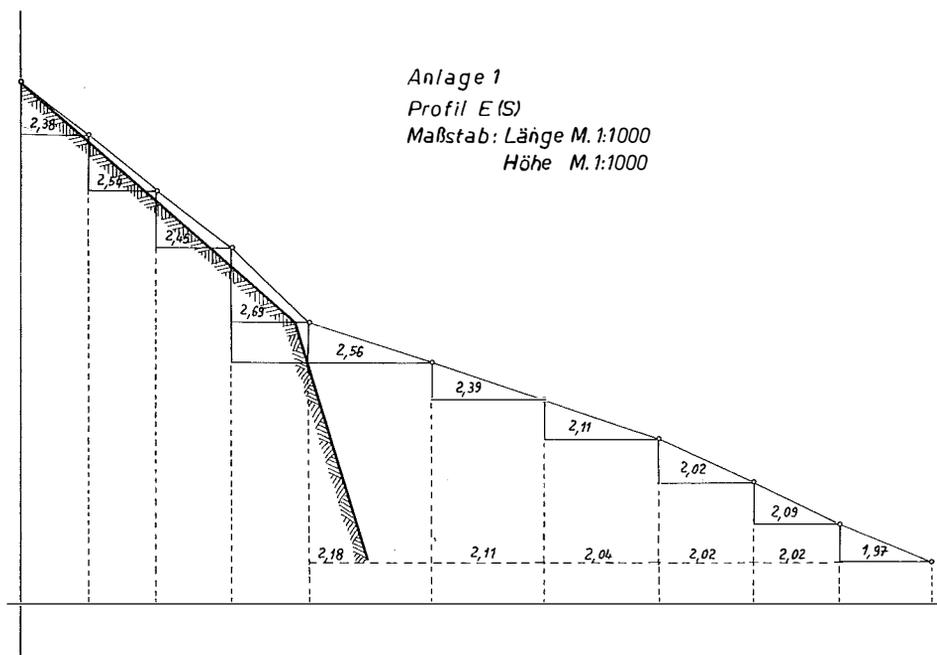
$$\frac{\Delta g}{h} - 2\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta = V_i - V_a = -4\pi k^2 \sigma \cos^2 \delta \quad \dots (1.19)$$

oder Δg auf 1 m Höhenunterschied bezogen

$$\begin{aligned} \Delta g &= -4\pi k^2 \sigma \cos^2 \delta - 2\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta = \\ &= -4\pi k^2 \sigma + 2\pi k^2 \sigma \sin^2 \delta = -2\pi k^2 \sigma (1 + \cos^2 \delta). \quad \dots (1.20) \end{aligned}$$

Der erste Versuch, aus Schweremessungen Aussagen über verschiedenartigen Untergrund zu treffen, wurde vom Verfasser beim Bau des Katschbergtunnels unternommen. Für die Planung eines Entlüftungstollens wurden dort zahlreiche Tiefbohrungen gemacht, welche keine Ergebnisse brachten, obwohl der anstehende Fels im oberen Teil des Hanges sichtbar war.

Im Anschluß an diese Bohrungen hat der Verfasser im Profil des geplanten Tunnels Schweremessungen durchgeführt und mit Hilfe der oben abgeleiteten Formel (1.20) Dichtewerte bestimmt. Wie man aus Anlage 1 (Profil E [S] Katschberg) ersieht, sind die Dichtewerte verschieden, von der Dichte $\sigma = 1,97$ (Sand)



bis $\sigma = 2,69$ (Kalkfels) steigen diese. Die Zunahme ist aber nicht stetig, sondern zeigt Sprünge. Aus diesen Sprüngen und mit Hilfe der abgeleiteten Horizontal- und Vertikalgradienten leitete der Verfasser den in Anlage 1 gezeigten Verlauf des Felsens ab.

Zwei Jahre später wurde der Tunnel gebaut und es ergab sich auf eine Entfernung von 94 m ein Fehler von 2 m.

Durch diesen Erfolg ermutigt, wurden beim Brententunnel im Salzachtal im Zuge des Baues der Tauernautobahn ebenfalls Schweremessungen durchgeführt. Aus den Dichtebestimmungen und durch die Auslegung des Verlaufes der Horizontal- und Vertikalgradienten wurde der Felsverlauf gemutet und eine Bohrung auf 30 m Tiefe (Anlage 2) bestätigte die Felsmutung. Die Differenz zwischen Mutung und Bohrung lag wieder in der Größenordnung von 2 bis 3 m.

Der Versuch der Felsmutung in der Gasteiner Klamm verlief negativ. Die Schweremessungen in 3 Profilen brachten keine eindeutigen Resultate. Der Grund hierfür ist in der gegenüber den Meßstellen senkrecht aufsteigenden Felswand zu suchen, deren Massenwirkung die Ergebnisse der Schweremessungen verzerrte.

In den Jahren 1940 bis 1942 wurde durch den Wolfsberg östlich von Spittal an der Drau ein Tunnel gebaut, dessen betoniertes Südende der damaligen Oströhre noch gut erhalten war, während der nördliche Tunnelmund und davor etwa 250 m der alten Röhre verbrochen waren.

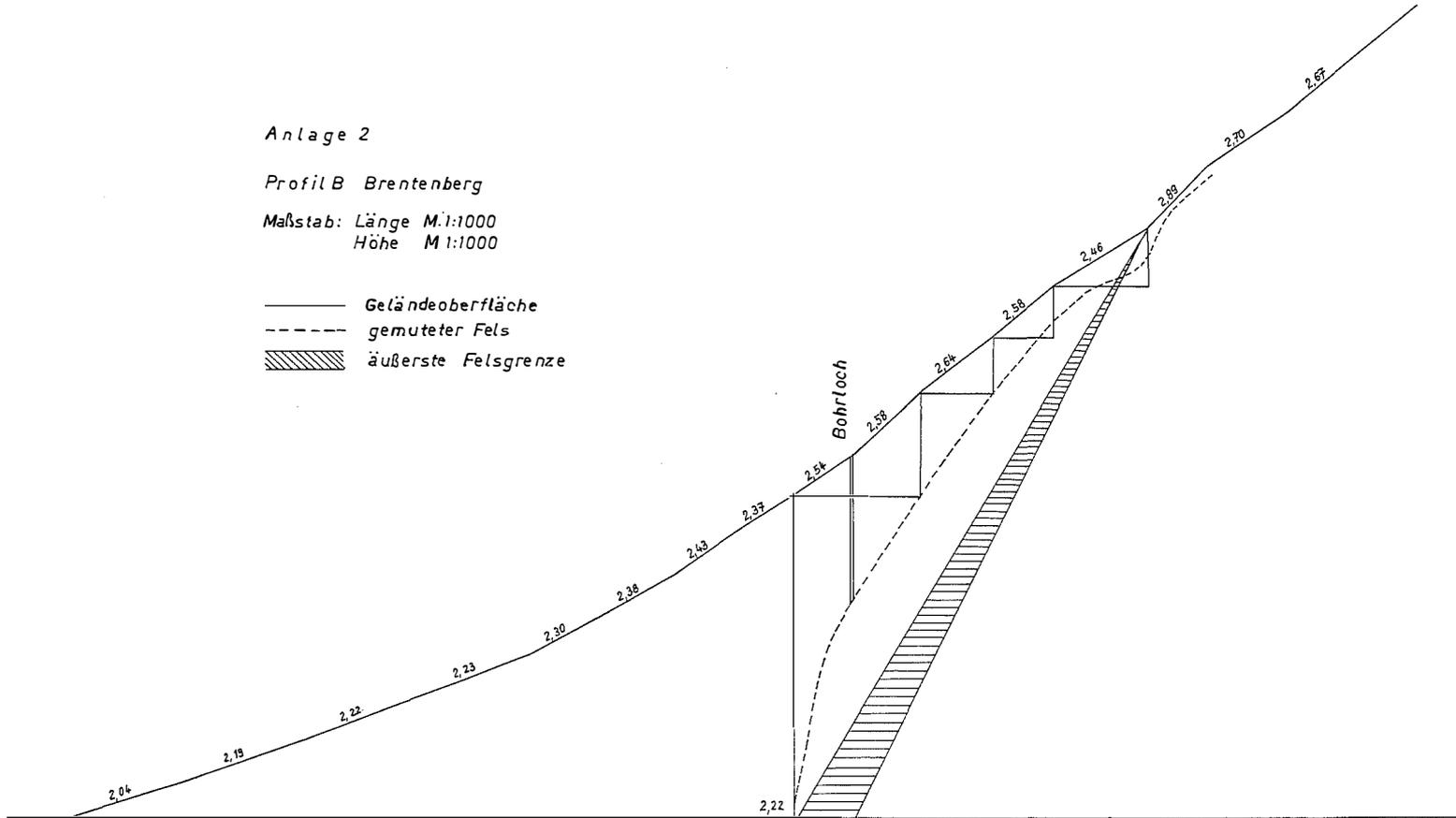
Da die angeführte Methode zur Dichtebestimmung im geeigneten Gelände die mittlere Bodendichte zwischen zwei Gravimetermeßpunkten ergibt, wurde der Versuch unternommen, das verbrochene Gebiet im nördlichen Tunnelbereich zu bestimmen.

Anlage 2

Profil B Brentenberg

Maßstab: Länge M.1:1000
Höhe M.1:1000

- Geländeoberfläche
- - - gemuteter Fels
- ▨ äußerste Felsgrenze



Dazu wurde zunächst, nach ungefähre Rekonstruktion der Tunnelachse, ein Gravimeterprofil mit einem Punktabstand von 100 m über dieser gemessen und 25 m links und rechts der Tunnelachse wurden im gleichen Punktabstand je zwei weitere Profile bestimmt. Das Profil über der Tunnelachse und das östliche daneben ergaben eine mittlere Dichte, die etwa um 0,2 geringer war als die der anderen Profile. Das ergab zunächst die ungefähre Ausdehnung des verbrochenen Gebietes.

Nun wurden die Profile auf 4 m seitlichen Abstand und 50 m Abstand in der Länge verengt. Es zeigte sich, daß in einer Breite von 16 m auf eine Länge von ca. 50 m vom Tunnelmund nach Süden die mittlere Dichte mit 1,8 bis 1,9 sehr gering war, daß also das verbrochene Gebiet bis fast an die Oberfläche reichte. Die Dichte, bezogen auf das Niveau des Tunnelmundes, blieb bis etwa 200 m südlich davon relativ kleiner als die Dichtewerte, bezogen auf die höheren Querprofile, beginnend mit dem Querprofil 50 m südlich des Tunnelmundes, deren mittlere Dichte 2,3 bis 2,4 betrug.

Aus den Schweremessungen zur Dichtebestimmung konnte also geschlossen werden, daß das verbrochene Gebiet des alten Stollens durchgehend eine Breite von 20 bis 25 m hat und daß etwa 50 m südlich des ehemaligen nördlichen Tunnelmundes der gewachsene Boden beginnt, unter dem sich die verbrochene Tunnelröhre fortsetzt.

Der inzwischen fertiggestellte „Wolfsbergtunnel“ ist seit zwei Jahren ein Teil der Umfahrung Spittal an der Drau und bestätigte die vorhergegangene Mutung über das verbrochene Gebiet aus Schweremessungen.

Im Juni 1972 erhielt der Verfasser einen Forschungsauftrag des Bautenministeriums mit dem Ziel, die Felsmutung auf eine mathematische und physikalische Grundlage zu stellen. Zu Beginn wurden in Hunderten von Rechenstunden am Computer zahlreiche Modellrechnungen durchgeführt. Es wurde der Einfluß verschieden gelagerter Massen auf die Differenz von Schweremessungen untersucht. Gleichzeitig wurden zur Verifikation der Formel (1.20) eine große Anzahl von Schweremessungen durchgeführt.

Zunächst wurden diese Schweremessungen auf homogenem Untergrund gemacht und die daraus abgeleiteten Dichtewerte mit den theoretischen Werten verglichen. Im folgenden seien einige dieser Vergleiche angeführt:

Messungsort:	Dichtewerte:	
	aus Schweremessungen abgeleitete Dichte	theoretischer Wert
Innsbruck-Kranebitten	2,24	Kalk-Sand 2,20
Zirl, Kapelle	2,41	Kalk-Stein 2,45
Saalfelden, Schottergrube	2,10	Kalk-Sand 2,00
Saalfelden, Diabaswerk	2,59	Diabas-Fels 2,67

In Saalfelden wurde zum Vergleich der mittleren Dichte (oben angeführte Werte sind Oberflächenwerte) eine Bohrung auf 26 m Tiefe durchgeführt. Die aus diesen Bohrproben abgeleitete mittlere Dichte betrug $\sigma = 2,24$ und die aus Schwere-messungen über dem Bohrloch abgeleitete Dichte war $\sigma = 2,27$. Das Bohrloch wurde verrohrt, um später mit einem anzuschaffenden Rohrgravimeter Messungen in verschiedenen Höhen durchführen zu können. Damit könnten Dichtewerte abgeleitet werden, die mit der Tiefe variieren.

Zur Gravimetereichung wurden eine Anzahl Messungen an Punkten mit bekannten Schwerewerten (aus K. Marzahn: „Schwerewerte im europäischen Gravi-metereichsystem 1962 für die Linie Kopenhagen—Catania“) zwischen Innsbruck und Kufstein durchgeführt, teilweise als Parallelmessungen mit dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen. Eine weitere Eichung des Instrumentes fand direkt bei der Erzeugerfirma in Texas statt. Eine große Anzahl von Horizontal- und Vertikal-gradientenmessungen wurden in der Umgebung des Gebäudes der Fakultät für Bauingenieurwesen und Architektur der Universität Innsbruck gemacht, um die Genauigkeit und die Einsatzmöglichkeit des Instrumentes aufzuzeigen.

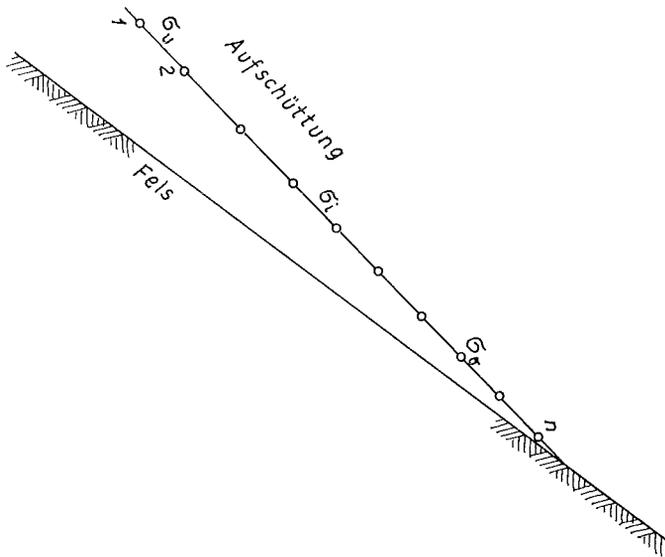


Abb. 1

Die Punkte 1 bis n (Abb. 1) seien Schweremeßpunkte, σ_u die aus Schwere-messungen nach Formel (1.20) berechnete Dichte der Aufschüttung, σ_o die nahe dem Felsen berechnete Dichte und σ_i sei die jeweils zwischen den laufenden Punkten be-rechnete Dichte.

Die Ergebnisse aus zahlreichen Messungen haben gezeigt, daß der Dichtewert dort, wo der Fels weit entfernt ist, mit dem der Aufschüttung übereinstimmt, während dort, wo der Fels über Tag aufsteht, die Dichte des Felsens erreicht wird. Die Differenz: „vom Fels gestörte Dichte weniger Aufschüttungsdichte“, oder $\sigma_i - \sigma_u$, ist die Abweichung vom Dichtewert der Aufschüttung, d. h. es ist dies die Zunahme

der Dichte. Da nun, wie man aus (1.20) sieht, die Dichte bei gleicher Hangneigung direkt proportional dem Schweregradienten in Richtung des Hanges ist, ist $\sigma_i - \sigma_u$ direkt proportional der Zunahme des Gradienten am Hang und diese Zunahme ist bekanntlich reziprok zur 4. Potenz der Entfernung von der Störmasse.

Bilden wir den Quotienten

$$\lambda = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\sigma_i - \sigma_u} \quad \dots (3.0)$$

und bezeichnen wir die im allgemeinen unbekannte Entfernung des Randes der Störmasse von seinem Zentrum mit a und den Abstand des Störmassenrandes vom Aufschüttungsrand mit Δa , so können wir für die Größe λ , welche geometrisch gesehen eine Verhältniszahl zwischen σ_u , σ_i und σ_o ist, unter der Annahme, daß $a \gg \Delta a$ ist, setzen

$$\lambda = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\sigma_i - \sigma_u} \sim \frac{a^4 \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)}{a^4} \sim 1 + 4 \frac{\Delta a}{a} \quad \dots (3.1)$$

oder, wenn wir für einen begrenzten Bereich für $\frac{a}{4} = \text{const}$ setzen

$$\Delta a = (\lambda - 1) \cdot C. \quad \dots (3.2)$$

Einen ähnlichen Ausdruck für Δa erhalten wir bei der Bildung von $\lambda^2, \lambda^3, \dots, \lambda^n$.

Untersuchen wir für $\sigma_u = 2 < \sigma_i < \sigma_o = 3$ als Abszisse und λ bzw. $\lambda^2, \lambda^3, \lambda^4$ als Ordinate die Funktion (3.0) bzw. (3.2) unter der Annahme $C = 1$, so erhalten wir gleichseitige Hyperbeln, die in Abb. 2 dargestellt sind.

Die Kurven zeigen den Felsverlauf, wenn die Abszisse die Aufschüttungsgrenze ist und der Exponent von λ von 1–4 variiert.

Nehmen wir den Felsverlauf von A, I, II, III und IV bis Punkt 3,0 eben an, so sieht man aus den Tabellen 1 bis 4 die an der Aufschüttung zurückgerechnete Dichte.

Tabelle 1 $n = 1$

A	2,10	2,11	2,12	2,14	2,16	2,20	2,25	2,33	2,50	3,0
I		2,04	2,04	2,05	2,06	2,07	2,10	2,14	2,27	3,0
II	2,01	2,01	2,01	2,01	2,01	2,02	2,02	2,04	2,08	3,0
III		2,00	2,00	2,01	2,01	2,01	2,02	2,03	2,06	3,0
IV			2,00	2,00	2,01	2,01	2,01	2,02	2,05	3,0

Tabelle 2 $n = 2$

A	2,31	2,33	2,35	2,38	2,41	2,45	2,50	2,58	2,71	3,0
I		2,20	2,21	2,23	2,25	2,27	2,32	2,38	2,52	3,0
II	2,10	2,10	2,11	2,12	2,13	2,14	2,17	2,20	2,29	3,0
III		2,08	2,09	2,10	2,11	2,12	2,14	2,17	2,25	3,0
IV			2,09	2,09	2,10	2,11	2,13	2,16	2,23	3,0

Tabelle 3 $n = 3$

A	2,45	2,47	2,50	2,52	2,55	2,58	2,62	2,71	2,80	3,0
I		2,34	2,35	2,37	2,40	2,41	2,46	2,52	2,64	3,0
II	2,21	2,22	2,23	2,24	2,26	2,28	2,30	2,35	2,44	3,0
III		2,20	2,20	2,21	2,23	2,25	2,27	2,31	2,39	3,0
IV			2,20	2,21	2,22	2,24	2,26	2,30	2,38	3,0

	Tabelle 4 $n = 4$									
A	2,56	2,58	2,59	2,61	2,64	2,67	2,70	2,76	2,84	3,0
I		2,44	2,46	2,48	2,50	2,52	2,56	2,62	2,72	3,0
II	2,31	2,32	2,33	2,35	2,36	2,38	2,41	2,45	2,54	3,0
III		2,29	2,30	2,32	2,33	2,35	2,38	2,42	2,50	3,0
IV			2,30	2,31	2,32	2,34	2,37	2,41	2,48	3,0

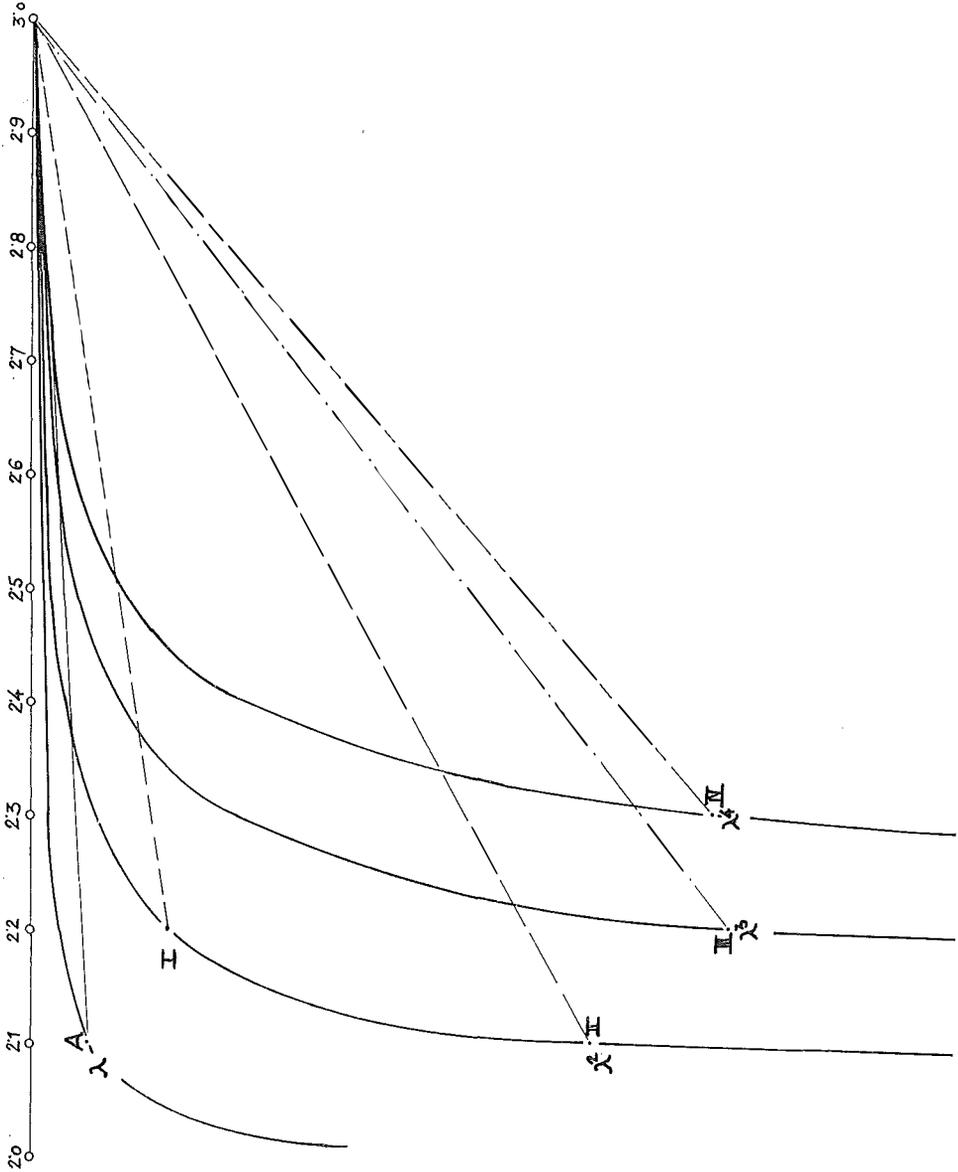


Abb. 2

Ein Vergleich dieser theoretischen Werte mit zahlreichen Erfahrungswerten läßt den zunächst allgemeinsten Schluß zu, daß nur in der nächsten Entfernung der Störmasse der lineare Quotient λ ein Maß für die Entfernung dieser Störmasse von

den Messungspunkten sein kann und dies nur, wenn die Anordnung von Störmasse und Aufschüttung etwa unserem angenommenen Modell entspricht.

Ausgehend von einer Formel von Helmert [2] und der Arbeit des Verfassers [3] kann die Vertikalkomponente des in y von $+$ bis $-$ unendlichen Prismas mit dem Querschnitt Abb. 3 in zwei Teile zerlegt werden:

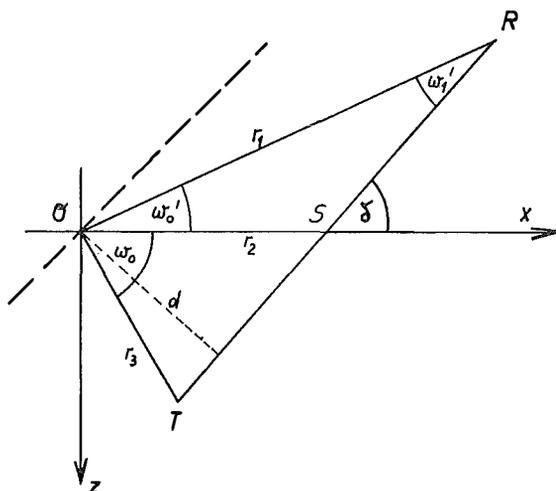


Abb. 3

ΔORS :

$$P_{1,0} = 2k^2 \sigma d \left[\omega_0' \cos (\omega_1' + \omega_0') - \sin (\omega_1' + \omega_0') \ln \frac{r_1}{r_2} \right] \quad \dots (4.0)$$

$$(\omega_1' + \omega_0') = \delta$$

$$P_{1,0} = 2k^2 \sigma d \left[\omega_0' \cos \delta - \sin \delta \ln \frac{r_1}{r_2} \right] \quad \dots (4.1)$$

ΔOST :

$$P_{2,0} = 2k^2 \sigma d \left[\omega_0 \cos \delta - \sin \delta \ln \frac{r_2}{r_3} \right],$$

also

$$P_0 = P_{1,0} + P_{2,0} = 2k^2 \sigma d \left[(\omega_0 + \omega_0') \cos \delta + \sin \delta \ln \frac{r_3}{r_1} \right]. \quad \dots (4.2)$$

Zieht man in Abb. 3 in O die Parallele zu RT und bezeichnet die so entstandenen Winkel bei O mit α_1 und α_3 , so kann man aus Abb. 3 ablesen

$$\omega_0 = 180^\circ - (\delta + \alpha_3)$$

$$\omega_0' = \alpha - \alpha_1$$

und

$$\omega_0 + \omega_0' = 180 - (\alpha_1 + \alpha_3), \quad \dots (4.3)$$

so geht Formel (4.2) über in

$$P_0 = 2k^2 \sigma \left[(180 - [\alpha_1 + \alpha_3]) \sin \delta \cos \delta + \sin^2 \delta \ln \frac{r_3}{r_1} \right]. \quad \dots (4.4)$$

Setzt man $d \ll r_1, r_3$, so kann man die Summe der Winkel $(\alpha_1 + \alpha_3)$ vernachlässigen, und bleibt man etwa in der Mitte des Hanges, so ist $r_1 \sim r_3$ und man erhält die Näherung

$$P_0 = 2 \pi k^2 \sigma d \cos \delta. \quad \dots (4.5)$$

(Von dieser Formel ist Ledersteger [4] ausgegangen, um die Bruns'schen Formeln aus den Formeln von Helmert abzuleiten.)

Durch Vernachlässigung der Winkelsumme kommen wir von dem schmalen Dreieck (Abb. 3) zu einer planparallelen Platte mit der Dicke von 1 m (Abb. 4).

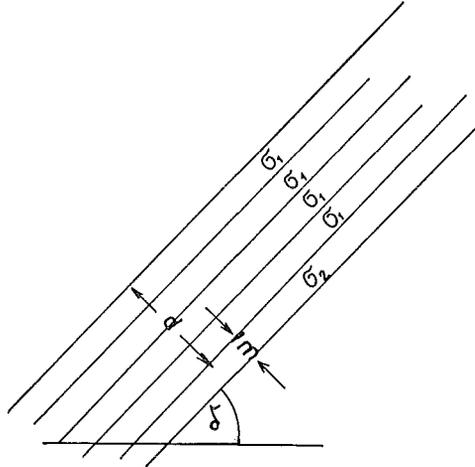


Abb. 4

Wir können die Gleichung (4.5) so interpretieren, daß Platten mit der Dicke von je 1 m und der Dichte σ_1 dieselbe Vertikalintensität erzeugen, wie eine 1 m dicke Platte mit der Dichte σ_2 :

$$\left. \begin{aligned} 2 \pi k^2 \sigma_2 \cos \delta &= 2 \pi k^2 \sigma_1 d \cos \delta \\ \text{oder} \quad \sigma_2 &= \sigma_1 \cdot d. \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.6)$$

Gleichung (4.6) hat natürlich nur bedingte Gültigkeit, da wir $(\alpha_1 + \alpha_3)$ vernachlässigt haben und damit d bewußt als klein voraussetzen mußten. Wenn wir aber das Modell der Summe von planparallelen Platten weiter aufrecht halten, wobei von jeder Platte die Dichte eine Abweichung vom Sollwert $(\sigma_1 - \sigma_u) = \varepsilon_i$ hat, so gilt für die Fehlerfortpflanzung der Näherung

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_1 + \dots + \sigma_1 = d \sigma_1 \quad \dots (4.61)$$

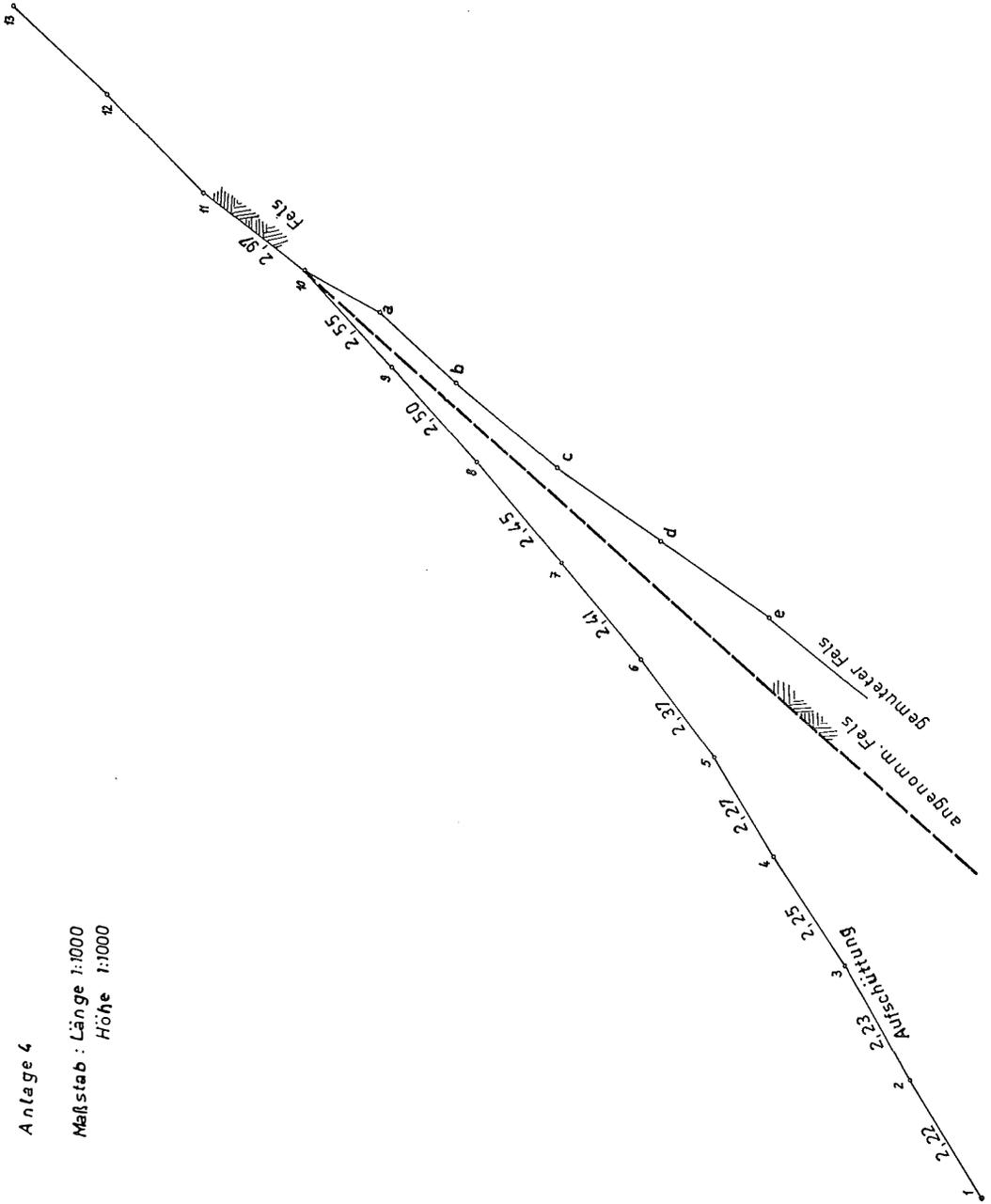
die Gleichung:

$$\varepsilon_2 = \sqrt{d} \varepsilon_1 \text{ und } d = \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}. \quad \dots (4.7)$$

Das heißt also, daß der obige Ausdruck für ε_2 ein Maß für den Abstand der Meßpunkte vom Felsen ist, solange das in Abb. 1 angenommene Modell eine Annäherung an den Naturzustand darstellt. Ein solches Modell wurde offensichtlich im Gebiet des Taschachbaches des Kaunertalkraftwerkes gefunden (Anlage 3, 4 und 5). In der Anlage 4 wurde das Geländeprofil mit den Schweremeßpunkten 1 bis

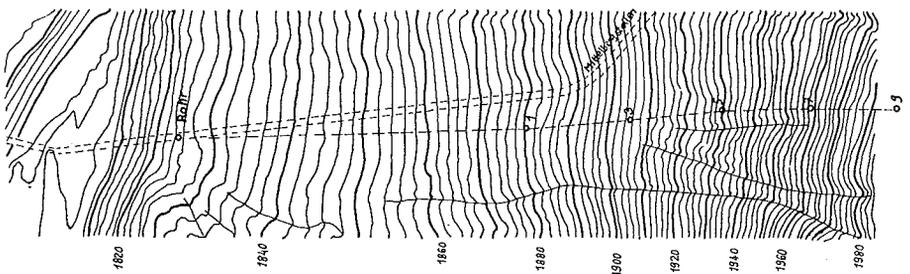
Anlage 4

Maßstab : Länge 1:1000
Höhe 1:1000



Anlage 3

M. 1:2500



Anlage 5
Gravimeterprofil
TASCHACHBACH/PITZTAL

Pkt	1 ΔE_H in <i>m</i>	2 ΔH in <i>m</i>	3 Δg in <i>mgal</i>	4 $\cos^2\delta$	5 σ	6 $\sigma_i - \sigma_n$	7 $\frac{\sigma_o - \sigma_n}{\sigma_i - \sigma_n} = \lambda$	8 λ^2	
1									1
2	22,48	12,73	2,083	0,75743	2,22				2
3	21,59	12,38	2,024	0,75283	2,23				3
4	20,42	13,23	2,128	0,70441	2,25				4
5	18,76	10,67	1,782	0,75572	2,27	0,05			5
6	18,27	13,67	2,233	0,64098	2,37 ₅	0,15 ₅	4,8	24,0	6
7	18,36	14,96	2,417	0,60115	2,41	0,19	4,1	16,8	7
8	18,87	15,60	2,552	0,59418	2,45	0,23	3,3	10,4	8
9	18,06	15,60	2,565	0,57292	2,50	0,28	2,7	7,2	9
10	18,25	16,14	2,676	0,56127	2,55	0,33	2,3	5,0	10
11	14,92	18,78	3,242	0,38711	2,97	0,75	1,0		11
12	18,62	18,17	2,939	0,51209	2,55				12
13	17,04	17,59	2,959	0,48453	2,55				13

13 eingezeichnet. Aus Anlage 3 und einem Stollenprofil läßt sich der Felsbeginn an einem Punkt etwa 50 m unter dem Punkt 1 unter der Aufschüttung rekonstruieren und damit läßt sich der Fels, vom Fels über Tag bis zu diesem Punkt unter Annahme eines geradlinigen Verlaufes in Anlage 4 einzeichnen. Die gemessenen Entfernungs- und Höhenunterschiede sowie die gemessenen Schweredifferenzen (die letzten 4 Ziffern) sind aus Anlage 5 ersichtlich. In Spalte 5 scheint der nach Gleichung (1,20) berechnete Dichtewert auf, der jeweils für den Bereich zwischen den zwei Meßpunkten gilt. Man sieht, daß dieser Dichtewert zwischen den Punkten 10 und 11, also direkt am gewachsenen Felsen, den Maximalwert erreicht, während weiter unten, zwischen den Punkten 1 und 5 etwa die Dichte der Aufschüttung errechnet wurde. Die gemessenen Dichtewerte zeigen etwa den gleichen Verlauf wie die theoretischen Werte in Tabelle 2, Reihe I, das würde heißen, daß der Felsen unter der Aufschüttung etwa geradlinig einfällt. Die aus der Spalte 8 der Anlage 5 entnommenen Entfernungen ergeben die gemuteten Felspunkte a bis e (Anlage 4).

Wie schon oben festgestellt wurde, geben aus theoretischen Überlegungen die Randpunkte keine brauchbaren Werte, da der Modellvorstellung nur die Meßpunkte etwa in der Mitte eines unbegrenzten Hanges entsprechen.

Eine Bohrung im Bereich der fünf gemuteten Punkte würde eine wertvolle Ergänzung der Mutung darstellen. Durch ein Entgegenkommen des Leiters der Vermessungsabteilung der Tauernkraftwerke, Herrn Dipl.-Ing. Kropatschek, war es möglich, die Methode der gravimetrischen Felsmutung weiter zu erproben:

Im Juni 1974 wurde der Verfasser eingeladen, für den geplanten Umfahrungsstollen von Mayerhofen im Zillertal Schweremessungen durchzuführen, um Aussagen über den Felsverlauf unter der Aufschüttung machen zu können. Mein Mitarbeiter Dipl.-Ing. Dr. techn. B. Bauer führte die Schweremessungen in dem in Anlage 6 dargestellten Profil durch. Meine Auswertung ergab den Felsverlauf, dessen Schnittpunkt mit dem Messungsprofil in Stollenhöhe in Anlage 6 dargestellt ist. Ebenso ist der Schnittpunkt des durch seismische Messungen gemuteten Felsens mit dem Messungsprofil in Stollenhöhe eingezeichnet. Der Stollen, der in einem Winkel von 38° gegen das Messungsprofil verläuft, erreichte im Februar dieses Jahres den Felsen in der eingetragenen Entfernung. Anlage 6 zeigt, daß man auf eine gute Übereinstimmung zwischen Felsvoraussage und tatsächlichem Fels schließen kann.

Literatur

- [1] *A. Wangerin*: Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen.
- [2] *F. R. Helmert*: Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie.
- [3] *W. Embacher*: Ergänzung zur Dichtebestimmung aus Schweremessungen. *ÖZfV*, 57 (1969), Nr. 4, S. 105–115.
- [4] *K. Ledersteger*: *Jordan-Eggert-Kneissl*, Bd. V.