

Paper-ID: VGI_197318



Notiz zur analytischen Berechnung des ebenen Rückwärtsschnittes

Gerhard Brandstätter ¹

¹ A-8010 Graz, Glacisstraße 33

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **61** (4), S. 134–136

1973

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Brandstaetter_VGI_197318,  
Title = {Notiz zur analytischen Berechnung des ebenen R{"u}ckw{"a}  
rtsschnittes},  
Author = {Brandst{"a}tter, Gerhard},  
Journal = {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {134--136},  
Number = {4},  
Year = {1973},  
Volume = {61}  
}
```



trigonometrische Nivellement mit *schief* gemessenen Seiten imstande sein kann, geometrische Nivellementhöhenunterschiede zu liefern.

Literatur

- [1] *Brunner, F. K.*: Beiträge zum trigonometrischen Nivellement im Gebirge. Dissertation der Fakultät für Naturwissenschaften der Technischen Hochschule Wien, 1972.
- [2] *Gleinsvik, P.*: Studien über die Ermittlung der Geoidform und die Bestimmung von Meereshöhen aus Höhenwinkeln. Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut an der ETH. Zürich, Nr. 7, 1960.
- [3] *Jordan-Eggert-Kneissl*: Handbuch der Vermessungskunde. 10. Auflage, Band III, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1956.
- [4] *Ledersteiger, K.*: Zur Theorie der trigonometrischen Höhenmessung. *ÖZfV*, 43 (1955); 33–39, 65–73.

Notiz zur analytischen Berechnung des ebenen Rückwärtsschnittes

Von *Gerhard Brandstätter*, Graz

Für jedes Rechenhilfsmittel, das dem Vermessungsingenieur im Laufe der Zeit zur Verfügung stand, wurden stets auch die günstigsten Berechnungsmethoden entwickelt. So vermied man durch diverse Kunstgriffe additive Ausdrücke bei Anwendung der dekadischen Logarithmen und die mechanischen Rechenmaschinen führten zu den bekannten trigonometrisch-analytischen Berechnungsmethoden. Auch für die erste Generation der elektronischen Bürocomputer waren diese noch angemessen, während die bereits kleinen EDV-Anlagen entsprechende jüngste Generation derselben zwangsläufig zur Anwendung rein analytischer Methoden führt, weil auf diesem Wege numerische Probleme am besten überblickt werden.

Diese skizzierte Entwicklung wird besonders deutlich an der Unzahl von Lösungen für den ebenen Rückwärtsschnitt sichtbar. Leider ist keine davon für die Datenverarbeitung wirklich praktikabel. Es wird daher im folgenden eine höchst einfache analytische Lösung vorgeschlagen, die bereits als Programm für den neuesten Mikrocomputer P 652 der Firma Olivetti getestet wurde.

Für die Bestimmung eines Neupunktes $N(y, x)$ werden in der Regel drei Richtungen R_i zu sichtbaren Festpunkten $P_i(y_i, x_i)$ ($i = 1, 2, 3$) gemessen, die sich von den orientierten Richtungen v_i um die Orientierungskonstante o unterscheiden, so daß die bekannte Beziehung

$$\tan(R_i + o) = \frac{\tan R_i + \tan o}{1 - \tan R_i \tan o} = \frac{y_i - y}{x_i - x} \quad \dots (1)$$

dreimal angewendet werden kann. Hieraus folgen nach einfacher Umformung die drei linearen Gleichungen

$$u + \tan R_i^* v + (x_i + y_i \tan R_i) w = y_i - x_i \tan R_i \quad \dots (2)$$

mit den Hilfsunbekannten

$$u = y - x \tan o, \quad v = -(x + y \tan o), \quad w = \tan o.$$

Für die Auswertung ist es numerisch günstig, die Koordinaten auf P_1 zu beziehen, wodurch neben dem aus der ersten Gleichung (2) folgenden Ausdruck

$$u + \tan R_1 v = 0$$

die zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} y_2' - x_2' \tan R_2 &= (\tan R_2 - \tan R_1) v + (x_2' + y_2' \tan R_2) w \\ y_3' - x_3' \tan R_3 &= (\tan R_3 - \tan R_1) v + (x_3' + y_3' \tan R_3) w \end{aligned} \quad \dots (3)$$

entstehen. Die Determinanten

$$D = (\tan R_2 - \tan R_1)(x_3' + y_3' \tan R_3) - (\tan R_3 - \tan R_1)(x_2' + y_2' \tan R_2) \quad \dots (4)$$

$$D_w = (\tan R_2 - \tan R_1)(y_3' - x_3' \tan R_3) - (\tan R_3 - \tan R_1)(y_2' - x_2' \tan R_2) \quad \dots (5)$$

$$D_v = (y_2' - x_2' \tan R_2)(x_3' + y_3' \tan R_3) - (y_3' - x_3' \tan R_3)(x_2' + y_2' \tan R_2) \quad \dots (6)$$

liefern die Unbekannten

$$w = \frac{D_w}{D}, \quad v = \frac{D_v}{D} \quad \text{und} \quad u = -\frac{D_v}{D} \tan R_1,$$

aus denen die auf P_1 bezogenen gesuchten Standpunktskoordinaten zufolge

$$y' = \frac{u - v w}{1 + w^2} \quad \text{und} \quad x' = -\frac{v + u w}{1 + w^2},$$

zu berechnen sind. Der Bruch, aus dem die Unbekannte w folgt, kann in die von Delambre [1] angegebene Form zur Ermittlung der Richtung $[N_1 P_2]$ umgeformt werden, und es lassen sich sicherlich weitere Querverbindungen zu bekannten Lösungen herstellen. Dies soll hier aber nicht weiter verfolgt werden.

Die numerische Kondition der Gln. (2) bzw. (3) ist weitgehend durch Verdrehen des Richtungssatzes beherrschbar, und zwar so, daß weder die Werte für die $\tan R_i$ noch für $w = \tan \sigma$ gewisse Grenzen überschreiten, die natürlich von der numerischen Kapazität des jeweiligen Rechners abhängen. Am günstigsten ist es, mit genähert orientierten Richtungen einzugehen, um $\tan \sigma$ möglichst klein zu halten und nur so lange zu verdrehen, bis sich keine der Richtungen R_i um weniger als etwa $\pm 15^\circ$ von den kritischen Stellen $R = 100^\circ$ bzw. 300° unterscheidet.

w kann auch zur Abfrage hinsichtlich der Lage von N zum gefährlichen Kreis herangezogen werden. Verschwinden nämlich gleichzeitig D und D_w , dann wird w unbestimmt und N liegt auf dem durch die drei Festpunkte gehenden Umkreis. Diese Behauptung ergibt sich aus folgender Überlegung.

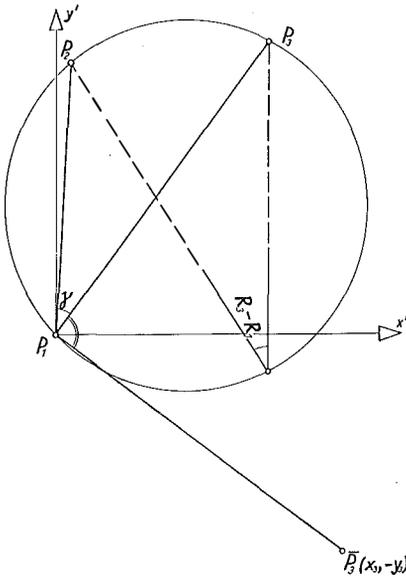
Die Differenzen $\tan R_2 - \tan R_1$ und $\tan R_3 - \tan R_1$ müssen am gefährlichen Kreis stets von Null verschieden sein. Aus (4) und (5) kann daher die Beziehung

$$\frac{x_3' + y_3' \tan R_3}{y_3' - x_3' \tan R_3} = \frac{x_2' + y_2' \tan R_2}{y_2' - x_2' \tan R_2}$$

abgeleitet werden, die umgeformt zur Bedingung

$$(y_2' y_3' + x_2' x_3') \sin(R_3 - R_2) + (y_2' x_3' - x_2' y_3') \cos(R_3 - R_2) = 0 \quad \dots (7)$$

führt. Diese ist nur dann erfüllt, wenn der Peripheriewinkel über P_2 und P_3 in P_1 gleich dem in N ist und somit alle vier Punkte auf ein und demselben Kreis liegen (Abb. 1).



$$\cos \gamma = \frac{y_2' y_3' + x_2' x_3'}{\sqrt{y_2'^2 + x_2'^2} \sqrt{y_3'^2 + x_3'^2}}$$

$$- \sin \gamma = \frac{y_2' x_3' - x_2' y_3'}{\sqrt{y_2'^2 + x_2'^2} \sqrt{y_3'^2 + x_3'^2}}$$

Abb. 1

Wiewohl moderne Streckenmeßgeräte den Rückwärtsschnitt schon fast überflüssig erscheinen lassen, ist es gegenwärtig offensichtlich noch undenkbar, ihn nicht in ein Programmpaket für die Auswertung vermessungstechnischer Operationen einzubeziehen. Genügend Anlaß, sich mit dieser Aufgabe nach wie vor auseinanderzusetzen.

Literatur

[1] *Jordan-Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde. 9. Auflage, Band 2, 1. Halbband. J. B. Metzler, Stuttgart, 1931.

Die Erhaltung des Festpunktfeldes

Problematik und Prophylaxe

Von *Paul Hörmannsdorfer*, Wien

Zu den Aufgaben der Landesvermessung gehört gemäß § 1 Abs. 1 des Vermessungsgesetzes, BGBl. Nr. 306/1968 (mit Wirksamkeit vom 1. Jänner 1969) unter anderem die Schaffung und Erhaltung eines engmaschigen Festpunktnetzes. Alle bezüglichen Weisungen enthält die Dienstvorschrift Nr. 11 (1. Auflage 1970) des Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen.