

Paper-ID: VGI_197215



Dynamische Fahrkurven in Übergangsbogen

Peter Lugner ¹, Gerhard Palfinger ²

¹ Lehrkanzel für Technische Mechanik an der TH Wien, Karlsplatz 13, A-1040 Wien

² Institut für Allgem. Geodäsie an der TH Wien, Karlsplatz 13, A-1040 Wien

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **60** (3), S. 90–96

1972

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Lugner_VGI_197215,  
Title = {Dynamische Fahrkurven in {\U}bergangsbogen},  
Author = {Lugner, Peter and Palfinger, Gerhard},  
Journal = {{{\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {90--96},  
Number = {3},  
Year = {1972},  
Volume = {60}  
}
```



Schlußbemerkung

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß alle Aussagen über kosmographische Perspektiven mit Hilfe der mitgeteilten Formelsysteme beschrieben werden können. Das gleiche gilt auch für Diskussionen der mathematischen Form der Bildkurven ausgezeichneter Kurven des Urbildes (Grenzkreis: $\alpha = \text{const.}$, Breiten- bzw. Längenkreis: φ bzw. $\lambda = \text{const.}$ etc.).

Bemerkenswert erscheint, daß aus dem photogrammetrischen Modell auch sämtliche Fälle azimuthaler Projektionen abgeleitet werden können. Die Annahme einer Kugel als abzubildende Fläche bedeutet keine Beschränkung der Allgemeinheit [3].

Literatur

[1] *Dumitrescu, V.*: Mathematische Grundlagen schräger und senkrechter kosmographischer Perspektiven, AVN Jahrgang 78, Heft 5 pp. 163–172 (1971).

[2] *Rinner, K.*: Einführung in die analytische Photogrammetrie, ÖHS der TH Graz (1964).

[3] *Kuntz, E.*: Die analytischen Grundlagen perspektiver Abbildungen der Erdoberfläche aus großen Höhen, DGK Reihe C, Heft 69 (1964).

Dynamische Fahrkurven in Übergangsbogen

Von *P. Lugner* und *G. Palfinger*, Wien

1. *Einleitung*

Als Haupttrassierungselement neben der Geraden und dem Kreisbogen ist die Klotoide als Übergangsbogen im Straßenbau allgemein in Verwendung [1]. Technisch notwendig ist ein Übergangsbogen bei kleinen Radien, wie dies bei Anschlußstellen an Autobahnen und Schnellstraßen [2] oder bei Kehren der Fall ist. Stellt man sich ein Kraftfahrzeug als Massenpunkt vor, so kann dieses Ersatzmodell mit einem linearen Lenkgesetz die Klotoide, die ja als Kurve mit proportional der Länge wachsender Krümmung definiert ist, genau einhalten. Unter Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung und der auftretenden dynamischen Effekte wird ein Kraftfahrzeug aber eine von der so projektierten Trasse abweichende Fahrkurve besitzen.

Diese Abweichungen sind natürlich von besonderem Interesse, da sie einerseits zur Vermeidung von unbenutzten Fahrbahnflächen [2] und damit zu geringeren Baukosten führen, andererseits zur Ausbildung fahrdynamisch günstigerer Trassen angewendet werden könnten. Wesentlich ist also die genaue Kenntnis der Fahrkurve zu einer gegebenen Trasse. Solche Fahrspurerfassungen wurden bisher vornehmlich mit photogrammetrischen Methoden durchgeführt ([2], [4], [5], [6], [11]). All diesen Verfahren haftet aber eine Reihe von nicht immer exakt erfaßbaren Fehlern an, wie: Subjektive Lenker, fahrpsychologische Leiteinrichtungen und ihr Einfluß auf die jeweilige Fahrkurve, Fahrbahnzustand, technischer Zustand der Kraftfahrzeuge, Ungenauigkeiten bei der Auswertung der Meßergebnisse, Seitenwind etc. Ein weiterer Nachteil dieser Vorgangsweise ist, daß sie nur zu Aussagen über bereits gebaute Trassierungen führt und Erkenntnisse erst bei weiteren ähn-

lichen Bauvorhaben berücksichtigt werden können. Diesen praktischen Verfahren stehen theoretische Untersuchungen mit mathematisch-mechanischen Kfz-Ersatzmodellen gegenüber. So werden z. B. in [3] die Fahrspuren einer Fahrt durch Übergangsbogen mit einem statisch-geometrischen Modell untersucht. Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zur Fahrspuranalyse darstellen, und zwar mit objektiven rechnerischen Methoden. Um die Eigenheiten eines Kraftfahrzeuges — Schwerpunktslage, Massenmoment, Radstand usw. — quantitativ zu erfassen, sollen die Abweichungen eines realen Fahrzeuges von einer Klotoide als Sollbahn betrachtet werden.

2. Berechnung der Fahrkurven

Für jede theoretische Untersuchung muß von einem Modell ausgegangen werden, das der Wirklichkeit möglichst gut entspricht bzw. die zu untersuchenden Zusammenhänge genügend genau simulieren kann.

Im vorliegenden Fall wurde für das Kraftfahrzeug (Kfz) das gleiche 4-Rad-ersatzmodell gewählt, wie es in den Arbeiten [7], [8] verwendet wurde. Die für das Fahrverhalten sehr wesentlichen Eigenschaften der Reifen können nur an Hand experimentell ermittelter Zusammenhänge zwischen der Aufstandskraft P des Reifens, seinem Schräglaufwinkel α , der Umfangskraft T und seiner Seitenkraft S analytisch approximiert werden (siehe [8], [9]). Das für die gefahrene Bahnkurve sehr wesentliche Lenkgesetz wird so idealisiert, daß die Normalen auf die Radebenen in den Mittelpunkten der Vorderräder sich stets auf der Verlängerung der Hinterachse schneiden. Entsprechend dazu soll der mittlere Lenkwinkel β für die Mitte zwischen den beiden Vorderrädern festgelegt werden (siehe Bild 1). Außerdem wird bei den Untersuchungen eine ebene Fahrbahn und Windstille angenommen, wobei jedoch die Luftkräfte auf das Kfz zufolge der Fahrgeschwindigkeit — Geschwindigkeit v des Fahrzeugschwerpunktes S — in den Berechnungen berücksichtigt werden.

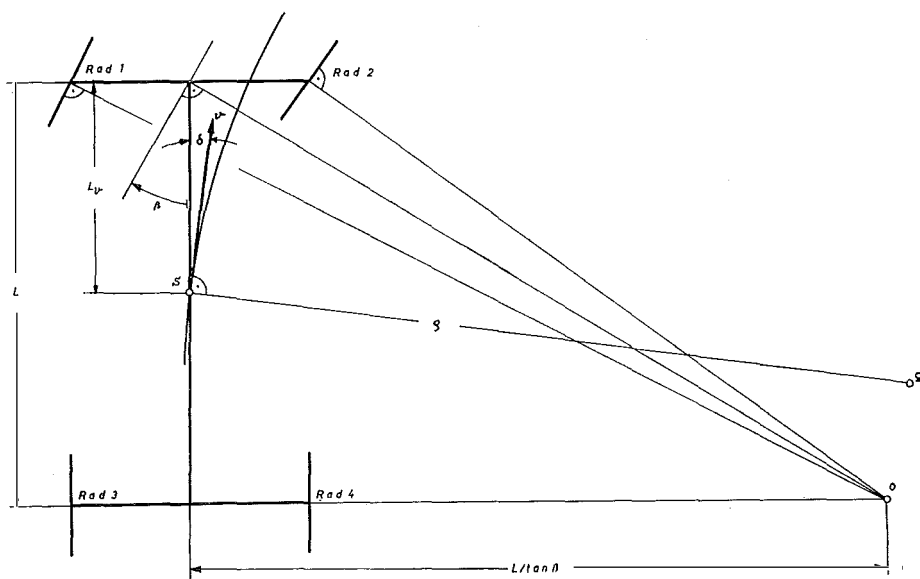


Bild 1

Mit Hilfe von Schwerpunkts- und Drallsatz kann für das Kfz-Ersatzmodell ein Differentialgleichungssystem hergeleitet werden, durch das sich die Bahnbewegung des Fahrzeuges bestimmen läßt.

Auf die Herleitung und andere Details kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden und es muß diesbezüglich auf [7] und [8] verwiesen werden. Die Einflüsse einer geringen Fahrbahnlängs- und -querneigung, die in diesen Arbeiten nicht berücksichtigt wurden, beeinträchtigen im wesentlichen nur einige Parameter in den Differentialgleichungen ohne deren Bauart zu ändern. Die Fahrbahnquerneigung wurde in den folgenden Betrachtungen miteinbezogen.

Für die Abweichung a des Schwerpunktes des Kraftfahrzeuges von einer Sollbahn müssen noch — für kleine Winkel ψ — die Differentialgleichungen

$$\frac{da}{ds} = \psi(s)$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{1}{\rho(s)} - \frac{1}{\rho_0(s)}$$

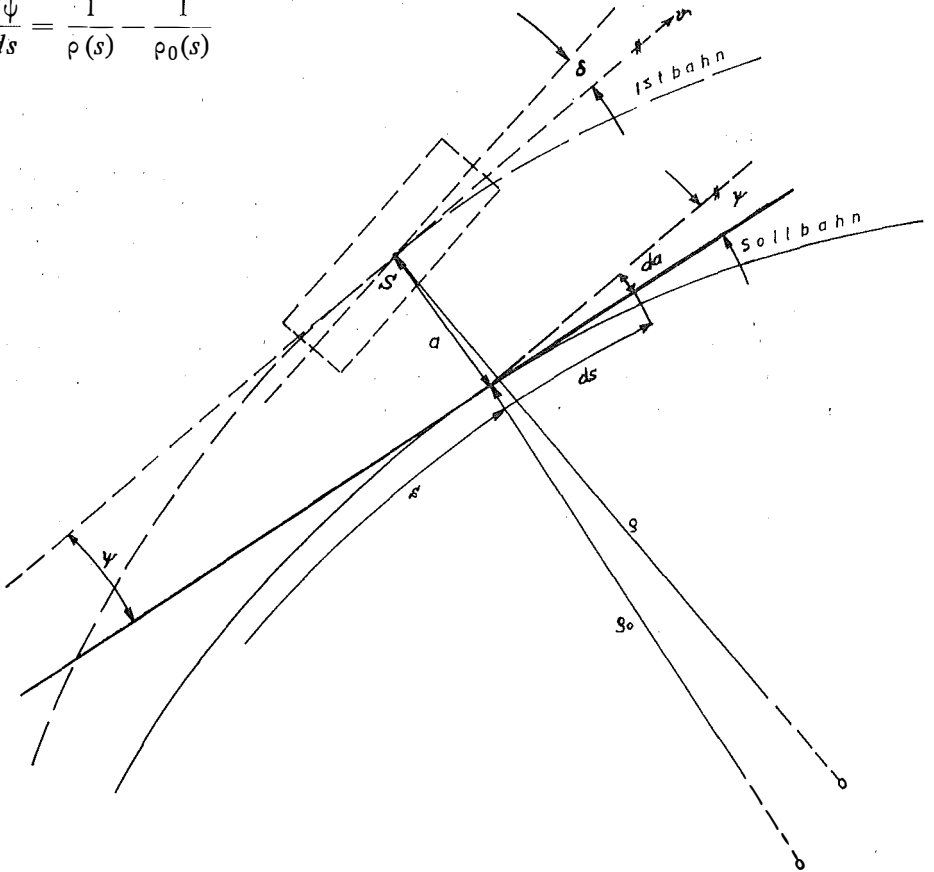


Bild 2

dem die Fahrzeugbewegung beschreibenden System beigefügt werden, s bedeutet dabei die Bodenlänge, ρ_0 den Krümmungsradius der Bezugskurve, ρ den Krümmungsradius der Bahnkurve des Schwerpunktes S und $\psi(s)$ den Winkel zwischen den Tangenten an diese beiden Kurven an der Stelle s (siehe Bild 2).

Mit dem so erweiterten Differentialgleichungssystem können nun bei wählbarem Geschwindigkeitsverlauf (etwa Abbremsen), Lenkgesetz, Fahrbahnquerneigungsverlauf und Anfangsbedingungen (Kurveneinfahrt!) über numerische Integration die die Fahrbewegung des Kfz beschreibenden Größen ermittelt werden (siehe [7]). Mit diesen ließe sich überdies z. B. aus der Abweichung a , dem Winkel ψ und dem Stellungswinkel der Kraftfahrzeuglängsachse gegen die Tangenten an die Schwerpunktsbahn (Schwimmwinkel δ) gemeinsam mit den Wagenabmessungen der Platzbedarf des Kfz beim Durchfahren der Kurve bestimmen. So lassen sich auch die für die Fahrsicherheit wesentlichen Kraftschlußwerte der 4 Reifen

$$\mu_i = \sqrt{\frac{Ti^2 + Si^2}{Pi^2}} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

sofort mit angeben. Sie sind ein Maß für die Kraftschlußbeanspruchung der Reifen und können nur kleiner oder höchstens gleich dem maximalen Kraftschlußwert μ_{max} sein, bei dem ein Haften des Rades auf der Fahrbahn gerade noch gewährleistet ist.

3. Auswertung und Ergebnisse*

Für die prinzipiellen Untersuchungen dieser Arbeit wurden 2 Personenkraftwagen mit Hinterradantrieb ausgewählt, die sich im Lenkverhalten deutlich unterscheiden. Der erste (I) entspricht einem vollbeladenen hecklastigen Mittelklassewagen (übersteuerndes Lenkverhalten), der zweite (II) einem frontlastigen großen Pkw (untersteuerndes Lenkverhalten). Die verwendeten Reifenkennfelder beschreiben das Verhalten der zum jeweiligen Kfz passenden Reifen auf trockener Fahrbahn, $\mu_{max} = 0,9$.

Untersucht wird das Einfahren eines Kfz von einer Geraden über eine Klotoide (Parameter: $A = 40\text{m}$ und $L = 32\text{m}$) in eine Kreisbahn mit Radius $\rho_0 = 50\text{m}$.

Um das subjektive Verhalten des Lenkers aus den Untersuchungen herauszuhalten, soll das Kfz dabei das Lenkgesetz, bei dem es bei Geschwindigkeit v gegen 0, d. h. ohne dynamische Effekte (oder als „Massenpunkt“), die vorgegebene Bahn exakt befahren würde, einhalten. Es werden sich eine Abweichung a von der Sollbahn und eine Differenz in den Krümmungen der tatsächlich gefahrenen $\left(\frac{1}{\rho}\right)$ und der Sollbahn $\left(\frac{1}{\rho_0}\right)$ ergeben, die nur von den Eigenheiten des Kfz abhängen, jedoch nicht vom Verhalten des Lenkers.

Für Kfz I wird in den beiden ersten Diagrammen (Bild 3) die Auswirkung verschiedener Geschwindigkeiten auf a , ρ , ρ_0 und die Kraftschlußwerte der einzelnen Räder untersucht (s ist die Bogenlänge der Sollbahn).

In den beiden Diagrammen für die Kraftschlußwerte μ_i der einzelnen Räder wurde zum Vergleich der sich ergebende Kraftschlußwert $\mu = \frac{v^2}{\rho \cdot g}$ für den Massen-

* Die numerische Auswertung erfolgte an der Rechenanlage des inter fakultären Rechenzentrums der TH Wien.

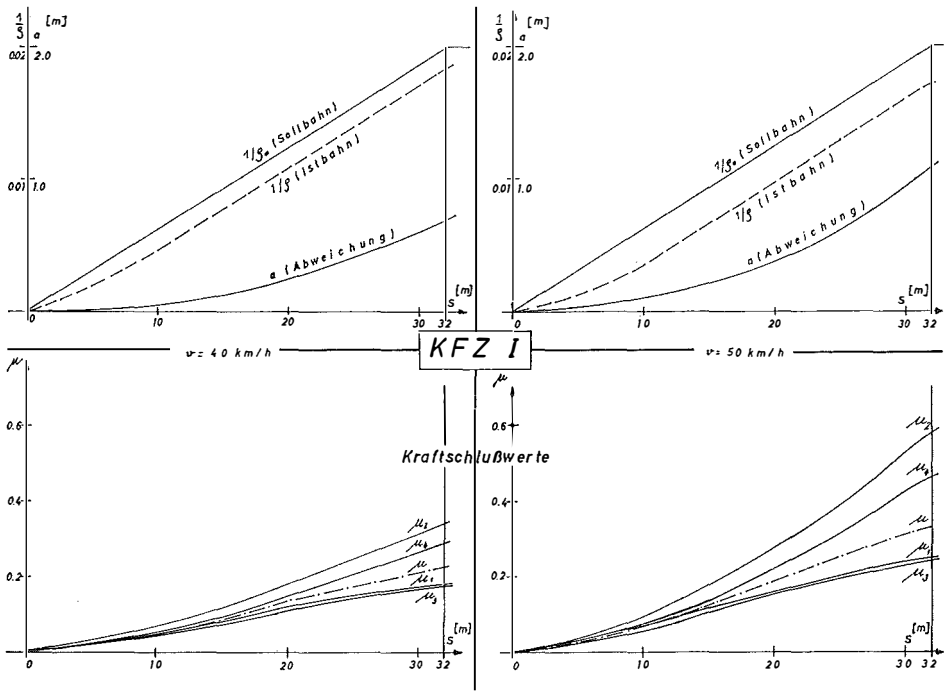


Bild 3

punkt eingetragen, der nichts anderes darstellt als die auf Fallbeschleunigung bezogene Normalbeschleunigung.

Für beide Geschwindigkeiten zeigt sich qualitativ das gleiche Bild: Die tatsächlich gefahrenen Krümmungsradien sind in dem Übergangsbogen stets größer als die der Sollbahn, die Abweichungen nehmen stärker als linear zu. Dies resultiert aus dem durch die Massenträgheit verzögerten Einstellen des Fahrzeuges auf eine Änderung des Lenkwinkels. Die Kraftschlußwerte μ_i weichen teilweise beträchtlich von μ ab (siehe [7]).

Für den gegebenen maximalen Kraftschlußwert $\mu_{max} = 0,9$ ist daher selbst im ungünstigsten Fall genügend Sicherheit für die Kraftübertragung der Reifen gewährleistet.

Die weiteren Untersuchungen beschränken sich auf eine Geschwindigkeit von 50 km/h. Dies bedeutet ein μ von 0,39 bei $\rho = 50$ m, ein Wert, der in Hinblick auf die Trassierung ($\mu = 0,25$) hoch erscheint, jedoch im normalen Verkehr bei trockener Fahrbahn leicht erreicht wird (bis $\mu = 0,6$). Es werden überdies dadurch die dynamischen Auswirkungen bei der Kurvenfahrt deutlich erkennbar.

In den nächsten Diagrammen (Bild 4) werden für das Fahrzeug II ebenfalls die Abweichungen dargestellt. Hier zeigen sich gegenüber dem Fahrzeug I beträchtliche Unterschiede, die auf Eigenheiten der Kfz zurückzuführen sind.

Im rechten Teil des Bildes wird der Einfluß einer linear zunehmenden Querneigung q ($q = \frac{8 \cdot s}{32} \%$ für $\ell = s = 32$ m) untersucht [10]. Dabei zeigt sich in den Abweichungen von der Sollbahn kaum ein Unterschied, wohl aber sehr deutlich

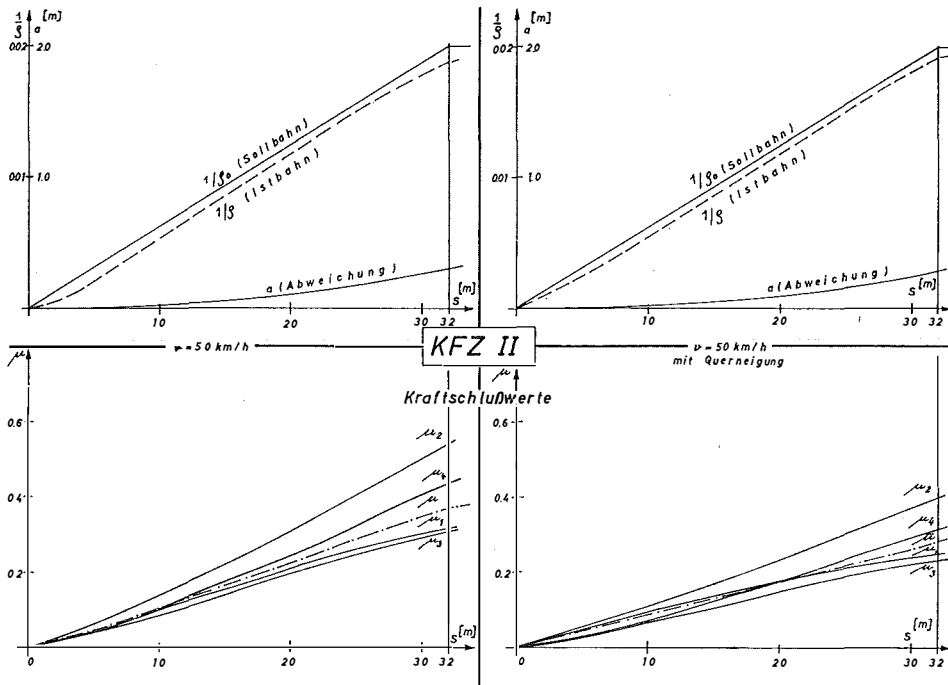


Bild 4

in den Kraftschlußwerten. Der Vergleichswert für den Massenpunkt stellt sich in

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{v^2}{\rho \cdot g} - q}{1 + q \frac{v^2}{\rho \cdot g}} \text{ dar.}$$

Die Kurven für $\frac{1}{\rho}$ und $\frac{1}{\rho_0}$ deuten an, daß ein früherer Beginn des Einlenkens in die Kurve bei Beibehaltung des Lenkgesetzes die Abweichungen nahezu zum Verschwinden bringen. In Bild 5 sind die Auswirkungen eines solchen „Vorauslenkens“ dargestellt. Die strichpunktierten Kurven beziehen sich dabei auf den Beginn des Lenkens vor Erreichen des Übergangsbogens. Die dazugehörigen Abweichungen \bar{a} sind, wie man sieht, dann deutlich kleiner.

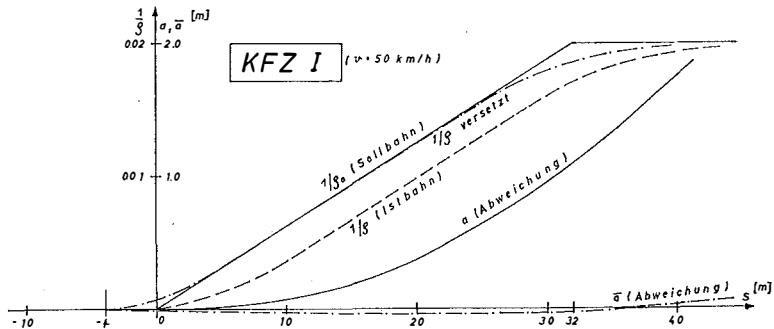


Bild 5

4. *Schlußfolgerungen*

An Hand der Ergebnisse sieht man deutlich, daß die maximalen Abweichungen der Istbahnen der beiden Fahrzeuge von der Sollbahn und voneinander in der Größenordnung von rund 1 m liegen und dies nach einer Übergangsbogenlänge von 32 m. Das Kurvenverhalten verschiedener Fahrzeuge ist so unterschiedlich, daß es nicht möglich erscheint, für die Trassierung Übergangsbogen, auch komplizierterer Formen, zu finden, die für alle Fahrzeuge optimal sind. Dabei wäre überdies noch zu berücksichtigen, daß das Lenkgesetz nicht generell vorgegeben werden kann. Gerade durch das individuelle Verhalten des Lenkers können jedoch die Abweichungen wie auch in Bild 5 gezeigt, stark beeinflußt werden.

Es wäre jedoch von der theoretischen Seite her möglich, den Trassierungsentwürfen ein Normfahrzeug mit einem bestimmten Lenkverhalten zu Grunde zu legen. Auch extreme Bahnabweichungen realer Fahrzeuge von der so ermittelten Sollbahn ließen sich rechnerisch erfassen und damit eventuell im Entwurf berücksichtigen. Andererseits könnten für ein Kollektiv von Fahrzeugen und Fahrzeuglenkern günstigste Übergangsbogen mit statistischen Methoden gefunden werden.

Literatur

[1] Kasper, *Schürba, Lorenz*: Die Klottoide als Trassierungselement. 5. Auflage. F. Dümmler's Verlag, Bonn 1968.

[2] *Blaschke*: Die Ausfahrt an Anschlußstellen, ein aktuelles Problem der Autobahntrassierung. Forschungsarbeiten aus dem Straßenwesen, Heft 26.

[3] *Petrović*: Übergangsbogen und Schleppkurve im Straßenbau, ÖJZ, 9 (1966), S. 200.

[4] *Gläser*: Grundsätze der Linienführung von Straßen. VR, 31 (1969), S. 161.

[5] *Klingenberg*: Bestimmung der Fahrbahnränder bei Einmündungen städtischer Straßen durch direkte photogrammetrische Darstellung der Fahrspuren. SZfV, 66 (1968), S. 166.

[6] *Auberlen*: Fahrt formt Fahrbahn. Forschungsarbeiten aus dem Straßenbau, Heft 59.

[7] *Desoyer und Slibar*: Kraftschlußbeanspruchung und Schräglauf der Räder eines Kraftfahrzeuges bei stationärer Kurvenfahrt. ATZ, 72 (1970), S. 206.

[8] *Lugner*: Untersuchungen über die Kurvenfahrt eines Kraftfahrzeuges. Dissertation TH Wien, Nov. á969.

[9] *Springer*: Untersuchungen der allgemeinen ebenen Bewegungen eines luftbereiften und rückangetriebenen Personenkraftfahrzeuges. Dissertation TH Wien, Mai á971.

[10] *Petrović*: Die richtige Berechnung der Straßenquerneigung. ÖJZ, 117 (1972), S. 1.

[11] *Spindler*: Wege und Querbeschleunigung bei der Kurvenfahrt von Kraftfahrzeugen. ATZ, 67 (1965), S. 150.

Eine weitere Möglichkeit der Anwendung des Doppelverhältnisses

Von *Friedrich K. Brunner*, Wien

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, daß das Doppelverhältnis λ von 4 Punkten einer Geraden (diese bilden drei aneinanderliegende Strecken x , a und b) dazu benützt werden kann, eine dieser drei Strecken (x) als Unbekannte zu errechnen, wenn man die beiden anderen Strecken (a , b) kennt. Man rechnet sich dann das Doppelverhältnis λ mit Hilfe der Winkel (α , α , β), die man von einem Winkelmeßpunkt (0) aus zu den 4 Punkten bestimmt hat, siehe dazu Abb. 1. Es werden die Fehlerformeln der