

Paper-ID: VGI_197117



Messung von Vertikalgradienten im kleinen Vermessungsbereich

Bruno Bauer ¹

¹ *Institut für Vermessungswesen, Universität Innsbruck, Technikerstraße 13*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **59** (6), S. 173–177

1971

BibTEX:

```
@ARTICLE{Bauer_VGI_197117,  
Title = {Messung von Vertikalgradienten im kleinen Vermessungsbereich},  
Author = {Bauer, Bruno},  
Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {173--177},  
Number = {6},  
Year = {1971},  
Volume = {59}  
}
```



verwenden. Die Lage kann etwa aus der Katastermappe gefunden werden, wobei idente Paßpunkte oder besser „Paßfelder,, in den geforderten Planmaßstab übertragen werden. Dies geschieht je nach Größe der Aufgabe auf photographischem oder zeichnerischem Wege. In diese Unterlage sind nun ausreichend Höhenpunkte einzutragen, die aus der Ö. K., den Trig.-Operaten und den Nivellementsoperaten entnommen werden können. Hierbei leisten Punktstopographien und Grundstücksverzeichnisse wertvolle Unterstützung. Vorhandene Planunterlagen, wie Projektgrundlagen in Form von Lage- und Schichtplänen, können für die Modellorientierung wertvolle Hilfe bedeuten. Es lohnt und empfiehlt sich eventuell auch, zu Identifizierungszwecken mit Plan und Luftbild eine Geländerekognosizierung anzusetzen, da man dadurch die kostspielige Paßpunktmessung z. T. reduzieren kann. Hierher gehört auch die barometrische Höhenbestimmung an gut identifizierbaren Geländepunkten.

4. *Schlußfolgerungen*

Die Fülle der aufgezeigten Möglichkeiten der Paßpunktbestimmung läßt es unbedingt geraten erscheinen, vor Beginn der einschlägigen Arbeiten eine möglichst sorgfältige „Grundlagenerhebung“ vorzunehmen. Aus der Fülle dieses Materials und aus der notwendigen Genauigkeit des Ergebnisses ist die Methode der Paßpunktbestimmung abzuleiten. Meist wird eine Kombination der mannigfachen Möglichkeiten die wirtschaftlichste Lösung der Aufgabe bringen. Der mit Paßpunktbestimmungen beschäftigte Vermessungsingenieur sollte vor Inangriffnahme der Arbeiten unbedingt und in jedem Fall mit dem photogrammetrisch Versierten Kontakt aufnehmen, da die Bestimmung der Paßpunkte und ihre Verwendung im Orientierungsvorgang zwei eng „korrelierte“ Vorgänge sind.

Literatur

- [1] *Schmid u. Stickler*: Über die Genauigkeit der Paßpunktmessung... ÖZfV 1968, S. 104ff.
- [2] *Hirn, Stickler, Waldhäusl*: Zur Signalisierung in Stadtgebieten, ÖZfV 1966, S. 158ff.
- [3] *Hlawaty u. Stickler*: Signalisierungsversuch, Photogrammetria 1955—56, S. 236ff.
- [4] *Schwiedefsky u. Kellner*: Beiträge zur Punktsignalisierung... Bildm. u. Luftb. 37. Jahrg., S. 97ff.
- [5] *Schwiedefsky*: Grundriß der Photogrammetrie, Teubner-Verl., Stuttgart 1963, 6. Aufl., S. 331.
- [6] *Hörmannsdorfer*: Der Geodimeteereinsatz... ÖZfV 1969, S. 74ff.

Messung von Vertikalgradienten im kleinen Vermessungsbereich

Von *Bruno Bauer*, Innsbruck

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine der Möglichkeiten aufgezeigt, im sehr begrenzten Vermessungsbereich mit einem modernen Gravimeter selbst feine Strukturen im Untergrund zu erfassen. Die Genauigkeit eines heutigen astasierten Schweremessers gestattet es, Horizontal- und Vertikalgradienten zu messen, wobei die Meßstationen nicht mehr als 1,5 bis 2 m voneinander entfernt sind. Die voraus berechneten Werte für ein bestimmtes Massendefizit konnten durch Messungen selbst bestätigt werden.

Von den älteren bisher ausgeführten Vertikalgradientenmessungen seien besonders genannt die Arbeiten von St. Thyssen-Bornemisza und W. F. Stackler mit einem Worden-Gravimeter (1955) mittels eines 4 m hohen Holzstativs [1], die Messungen von H. Bodemüller (1958/59) mit einem North-American-Gravimeter in hohen Gebäuden mit Höhenunterschieden von etwa 10 m [2] und (1961/62) die Vertikalgradientenmessungen von W. Embacher auf einem 2–3 m hohen transportablen Hochstand mit einem Askania-Gravimeter GS 11 [3].

Alle diese Methoden waren erst ein Anfang und nicht überall anwendbar, da einerseits die mit großer innerer Genauigkeit in hohen Gebäuden erhaltenen Werte nur einen mittleren Gradienten in einige Höhe über der Erdoberfläche brachten (zusätzlich zur Bindung an gewisse Beobachtungsorte), und andererseits die beweglichen Türme und Stative bis zu einem halben Tag zur Aufstellung benötigten und geringere Genauigkeiten lieferten.

Klaus Hilbert hat danach 1963 mit Hilfe eines 4 m hohen Holzturmes mit 5 Meßebenen Vertikalgradienten gemessen, wobei er die Unterteilung nur zur Genauigkeitssteigerung für W_{zz} verwendete und nicht W_{zzz} direkt zu messen versuchte [4]. Dabei kam ein Askania-Gravimeter Typ GS 11 zum Einsatz, dessen Kompensationsfeder zur Steigerung der Ablesegenauigkeit nicht verändert wurde, und somit Galvanometerausschläge nach einer vorhergehenden Eichung als Maß für Schwereänderungen dienen konnten. Die erreichten Genauigkeiten waren demzufolge besser als bis dahin (etwa 10 Eötvös), die praktische Messung mit dem schweren Gerüst gestaltete sich jedoch immer noch mühsam.

Grundsätzlich stehen heute zwei Wege zur Messung von Gradienten offen:

A) Messung mit einem sehr empfindlichen astasierten Gravimeter in zwei, gegebenenfalls auch mehreren Punkten der Lotlinie, was im lokalen Bereich sehr gute Ergebnisse liefert. Ein solches Gerät kann ohne viel Aufwand auf jeden Meßstandpunkt eingestellt werden und liefert außerdem bei Anschluß an absolut bekannte Punkte am Anfang und Ende der Messung einigermaßen brauchbare Schwerewerte für das ganze Meßfeld, wenn der lineare Gang so klein ist wie z. B. beim La Coste u. Rhomberg-Gravimeter.

B) Messung mit noch empfindlicheren Geräten, wie z. B. mit elektrischen Federn und damit Galvanometerablesungen wie sie von R. Brein vorgeschlagen und in letzter Zeit auch zur Gezeitenregistrierung verwendet werden [5]. Ein Nachteil wäre bei dieser Methode, daß jeweils am Meßpunkt das Gerät mittels Hilfseinrichtungen auf die dort herrschende Schwere einzustellen wäre, was bei bedeutenden Unterschieden, wie sie im Gebirge auftreten, nicht leicht sein dürfte. Außerdem scheinen die derzeit verwendeten Geräte noch nicht robust genug, um einem Feldeinsatz standzuhalten.

Vorerst dürften also Feldmessungen von Vertikalgradienten am besten mit astasierten Gravimetern auszuführen sein. Der Verfasser hatte Gelegenheit, mit einem La Coste und Rhomberg-Gravimeter (Nr. 251) Versuchsmessungen durchzuführen. Dabei hatten die beiden Meßebenen einen Höhenunterschied von ca. 1,5 m. Begonnen wurde jeweils auf einem dazu angefertigten horizontierbaren Metalltischchen (A) in einer Höhe von etwa 0,1 m über dem natürlichen Boden. Als zweiter

Aufstellpunkt diente eine auf einem normalen Dreibeinstativ befestigte, mittels Kugelkopf horizontierbare Metallplatte (B).

Es wurden mehrere Meßanordnungen versucht:

1. ABABA — mit Kontrolle jeder Ablesung und Möglichkeit der Mittelung gegen Gezeiteneinwirkungen (länger dauernde Vermessungen auf größeren Feldern).

2. ABA — ohne Kontrolle der Ablesung in B, wobei grobe Ablesefehler hier (Verwechslung der Ableselinie) zu ganz absurden Werten führen würden und sofort erkannt werden. Diese Methode war für das verwendete Gerät optimal, da ausreichende Genauigkeiten bei einer annehmbaren Meßgeschwindigkeit erreicht wurden.

3. AB — für kurzdauernde, sehr lokale Einsätze und mit besonderer Sorgfalt wegen Ablese- und Einstellfehlern anzuwenden.

Bei allen Messungen des Vertikalgradienten konnte regelmäßig die dritte Stelle (30 E) zu Aussagen herangezogen werden, obwohl die Ablesegenauigkeit laut Hersteller nur 0,01 m gal beträgt. Die strenge Einhaltung eines Zeitplanes und eine ständige Beobachtung des Gerätes schon während der Einspielzeit tragen dazu wesentlich bei.

Zur Diskussion der Meßergebnisse wurden die Formeln für die Schwere eines Prismas von Mader [6] in Algol programmiert und lieferten Schwerewerte sowie beliebig wählbare Differenzenquotienten für Gradient (Wzz) und dessen Änderung (Wzzz).

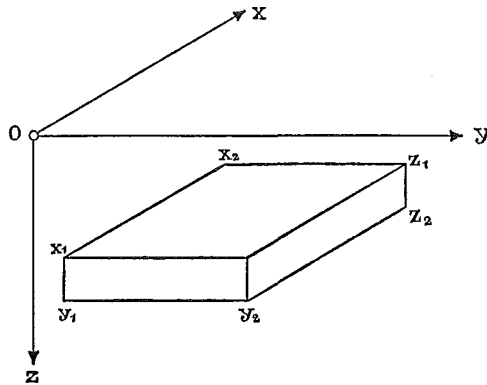


Abb. 1
Koordinatensystem

Das unbestimmte Integral

$$VZ: = X \cdot \text{LN}(Y + \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}) + Y \cdot \text{LN}(X + \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}) - Z \cdot \text{ARCTAN } XY/Z \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

wurde als Funktion abgestellt, mit den jeweiligen bestimmten Grenzen achtmal aufgerufen und die berechneten Funktionswerte summiert. Sofern man die Dichte in g/cm³ angibt und die Koordinaten der Prismeneckpunkte in m, muß die Attraktionskonstante als 66,7 · 10⁻⁴ eingegeben werden, um den Schwerewert des Prismas in Z-Richtung in m gal zu bekommen. Mit diesem Programm kann auch ein ganzes Feld von Aufpunkten berechnet werden, um die Reichweite von Massenstörungen theoretisch genau festlegen zu können.

Um der praktischen Messung besser zu entsprechen, wurden für die Berechnung von WZZ zwei Berechnungen von Wz in verschiedener Höhe ausgeführt und voneinander subtrahiert. Bei Verkleinerung der Stufe kann man die Annäherung des Differenzquotienten an den Differenzialquotienten beobachten, was übrigens nicht in jedem Fall unter der Meßgenauigkeit liegt.

Um sicher gehen zu können, daß die gemessenen Vertikalgradienten auch tatsächlich repräsentativ für die ganze Meßstelle sind, wurde die 3. Ableitung als Fehler des mittleren Gradienten berechnet. Alle Messungen erfolgten in annähernd ebenem Gelände, so daß der Mittelwert der Stationen A_i und B_i jeweils um maximal 0,2 m unregelmäßig schwankte. Im angegebenen Beispiel waren die Unterschiede sogar nur höchstens 0,07 m. Bei gleichmäßiger Änderung des Stationnmittelwertes (langer schräger Hang), treten ja unterirdische Strukturen durch den Vertikalgradienten genauso wie in der Ebene zutage.

Als Störmassen wurden eine senkrechte Stufe mit einem relativen Dichteunterschied von $\Delta\sigma = +0,6 \text{ g/cm}^3$ in einer Tiefe von 2 m unter der Erdoberfläche und ein Schacht mit $\Delta\sigma = -2,2 \text{ g/cm}^3$ untersucht, die sehr schön erkennen lassen, daß eine geringe Schwankung von $(HA + HB)/2$ keinen Einfluß auf die gemessenen Vertikalgradienten hat. Die Ordinaten sind dabei mit Eötvös-Einheiten (E) beziffert [$10^{-6} \cdot \text{sec}^{-2}$].

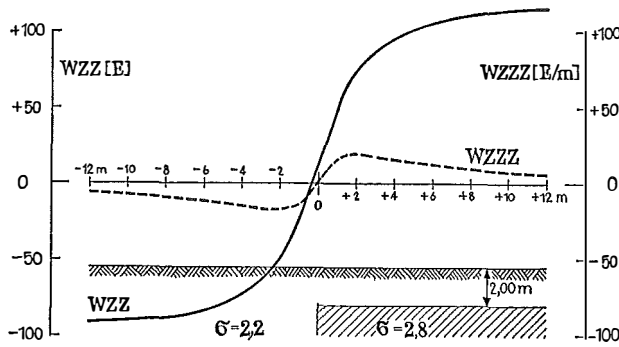


Abb. 2

Felsbank im Schotter (senkrechte Stufe), 2 m überschüttet, $\Delta\sigma = +0,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

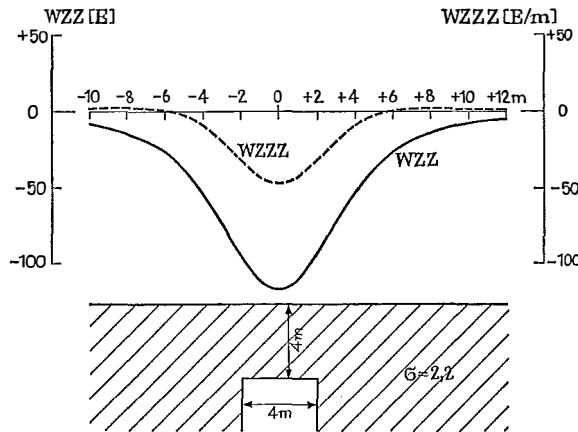


Abb. 3

Hohlraum im Gestein (Brunnen, Schacht), 4 x 4 m, 4 m überdeckt, $\Delta\sigma = -2,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

Es zeigt sich also, daß bis zu einer unregelmäßigen Änderung der Stationshöhenmittel von 0,5 m bzw. 0,2 m kein störender Einfluß auf die Vertikalgradienten zu befürchten ist, wenn man einen Fehler von nur 10 E zuläßt. Gerade für den zweiten Fall des großen Dichtesprunges läßt sich jedoch erwarten, daß mit einer Messung in mehreren Ebenen auch die Werte W_{ZZ} meßbar werden.

Mit dem nachfolgend angeführten Meßbeispiel soll einerseits die gute Übereinstimmung der Kurve W_{ZZ} mit den theoretischen Werten gezeigt werden. Dies ist eine Folge des geringen Einflusses der Geländegestalt auf den Vertikalgradienten. Andererseits sind die Schwerewerte W_Z von der Topographie ziemlich stark abhängig, was die Unsymmetrie gegenüber der Schachttachse erklärt und die Senkung der Kurve nach Süden bewirkt.

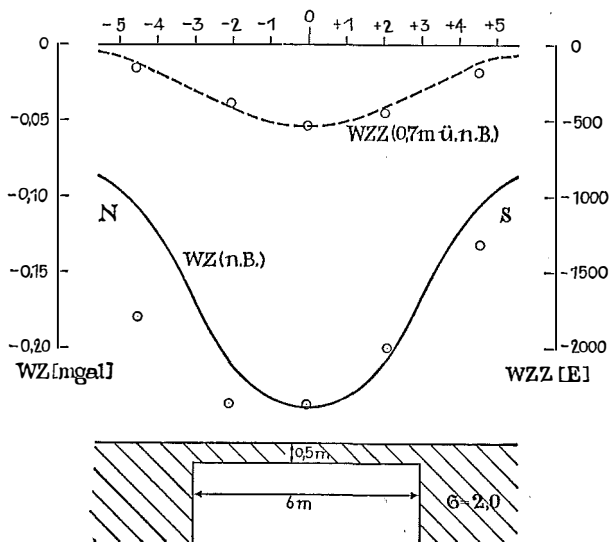


Abb. 4

Schacht 6×6 m, 0,5 m überdeckt, $\Delta\sigma = -2,0 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

Literatur

- [1] *Thyssen-Bornemisza, St. u. Stackler, W. F.*: Observation of the vertical gradient of gravity in the field; *Geophysics*, Tulsa 21 (1956) 3.
- [2] *Bodemüller, H.*: Beitrag zur Messung und Auswertung vertikaler Schwergradienten; *ZfV*, Jg. 85 (1960) Nr. 4.
- [3] *Embacher, W.*: Die Lotkrümmung und das Gravimeterversuchsfeld am Buschberg; *ÖZfV*, Jg. 53 (1965) Nr. 1.
- [4] *Hilbert, K.*: Messungen von Vertikalgradienten der Schwerkraft mit einem Askania-Gravimeter und geodätische Auswertung der Ergebnisse; *D. G. K.*, Reihe C (1967) Nr. 107.
- [5] *Brein, R.*: Ein Gerät zur Messung kleiner Schweredifferenzen; Bericht über die Tätigkeit des Instituts für angewandte Geodäsie im Jahre 1970, Frankfurt a. M.
- [6] *Mader, K.*: Das Newtonsche Raumpotential prismatischer Körper u. seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung, Sonderheft 11 d. *ÖZfV* (1951).