



## Untersuchungen zur Korrelation zwischen Freiluftanomalie und Stationshöhe im Hochgebirge

Wolfgang Ehrismann <sup>1</sup>, Otto Rosenbach <sup>2</sup>, Peter Steinhauser <sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, D 3392 Clausthal-Zellerfeld*

<sup>2</sup> *Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, D 3392 Clausthal-Zellerfeld*

<sup>3</sup> *Lehrkanzel für Geophysik der Universität Wien, derzeit beurlaubt an das Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **57** (6), S. 183–191

1969

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Ehrismann_VGI_196919,  
  Title = {Untersuchungen zur Korrelation zwischen Freiluftanomalie und  
    Stationshöhe im Hochgebirge},  
  Author = {Ehrismann, Wolfgang and Rosenbach, Otto and Steinhauser, Peter},  
  Journal = {{\u00}sterreichische Zeitschrift f{\u00}r Vermessungswesen},  
  Pages = {183--191},  
  Number = {6},  
  Year = {1969},  
  Volume = {57}  
}
```



Nebel auftrat, wurde untersucht, wie weit der Distomat DI 10 bei Nebel einsetzbar ist. Es konnte hierbei die Faustregel aufgestellt werden, daß im allgemeinen eine Streckenmessung mit diesem Gerät dann noch durchführbar ist, wenn auch eine Winkelmessung noch möglich ist.

Zusammenfassend ergibt sich aus der Testung: Die Handhabung des Distomat DI 10 Z ist sehr einfach, das Gerät ist relativ leicht, es ist nach Erreichen des Standpunktes rasch aufgestellt und sofort meßbereit. Wie die Ergebnisse der Vergleichsmessungen auf der Prüfstrecke Prater-Hauptallee zeigen, liegt die Genauigkeit in dem von der Firma angegebenen Bereich von  $\pm 1$  bis 2 cm.

#### Berichtigung

zum Artikel von *J. Mitter* im Heft Nr. 5.

Die Abbildung 2 auf Seite 151 und die Abbildung 4 auf Seite 152 wurden verwechselt und gehören vertauscht.

Auf Seite 153 ist ein störender Druckfehler stehengeblieben: Im letzten Absatz, 6. Zeile von unten soll es statt **Cal-Spert** richtig **Cal-Wert** lauten.

## Untersuchungen zur Korrelation zwischen Freiluftanomalie und Stationshöhe im Hochgebirge<sup>1)</sup>

Von *Wolfgang Ehrismann*<sup>2)</sup>, *Otto Rosenbach*<sup>2)</sup> und *Peter Steinhauser*<sup>3)</sup>

#### Zusammenfassung:

Zur Bestimmung der Figur der Erde wird die lineare Korrelation zwischen Freiluftanomalie und Höhe zur Schwerevorhersage verwendet. An Hand von neuem Datenmaterial aus den Ostalpen wird untersucht, wieweit diese statistische Beziehung in regionalen und lokalen Bereichen im Hochgebirge erfüllt ist. Außerdem wird die Möglichkeit der Dichtebestimmung aus dem Regressionskoeffizienten einer kritischen Betrachtung unterzogen. In beiden Fällen ergibt sich, daß die Anwendung dieser Verfahren im Hochgebirge problematisch ist.

#### Summary:

For determining the figure of the earth often a linear correlation between free air anomaly and elevation is used for gravity prediction. By the aid of new gravity data from the eastern alps the applicability of this statistical relation is examined in local and regional areas in the high mountains. Further the method of density determination using the regression coefficient is critically discussed. In both cases it is not unobjectionable to use these methods in high-mountainous areas.

#### 1. Einleitung

Schwereanomalien werden in der Geodäsie zur Bestimmung der Figur der Erde verwendet. Hierbei handelt es sich, mathematisch gesehen, um Integrationen über die gesamte Erdoberfläche (Integrale von Stokes, Vening-Meinesz etc.). Für die Kenntnis der Integranden im Integrationsbereich ist ein hinreichend dichtes und gleichmäßig über die ganze Oberfläche verteiltes Netz von gravimetrischen Meßstationen notwendig. Ein derartiges weltweites und engmaschiges Schwerenetz existiert derzeit nicht. Für jene Gebiete, in denen keine oder zu wenig Schwerewerte vorliegen, werden mit Hilfe von statistischen Verfahren aus dem vorhandenen Datenmaterial Anomalien extra- bzw. interpoliert, für die der zusammenfassende Begriff „Schwerevorhersage“ verwendet wird.

## 2. Gebräuchliche Methoden zur Vorhersage von Schwerewerten

a) Im *Flach- und Hügelland* geschieht die Schwerevorhersage vielfach mit Hilfe der Autokorrelation (Heiskanen-Moritz, 1967).

b) Für *Hügelland und Mittelgebirge* existiert der Vorschlag, die an der Erdoberfläche gemessenen Schwerewerte mittels einer „einfachen linearen oder quadratischen Funktion der Höhe“ auf das Meeresniveau zu reduzieren und dann als Linien gleicher „Anomalien der höhenreduzierten Schwere“ darzustellen (Ramsayer, 1963). Aus einer derartigen Karte lassen sich Schwerewerte für beliebige Punkte des dargestellten Gebietes entnehmen; jedoch dürfte die geophysikalische Bedeutung dieser Werte u. E. problematisch sein.

c) Im *Mittel- und Hochgebirge* wird die Freiluftanomalie  $\Delta g$  mit der Höhe  $h$  korreliert und die sich ergebende Regressionsgerade zur Schwerevorhersage verwendet (Heiskanen, 1965, Groten u. Reinhart, 1968, u. a.).

Ausgehend von dem linearen Ansatz

$$\Delta g = a + bh \quad (1)$$

wird üblicherweise

$$a = \Delta g - bh \quad (2)$$

als formales Analogon zur Bouguer-Anomalie betrachtet. Auf Grund dieser Analogie wird der Term  $bh$  als die Schwerewirkung einer ebenen Bouguerplatte der Dichte  $h$  gedeutet, so daß

$$b = 2 \pi k \sigma \quad (3)$$

$k$  = Gravitationskonstante

$\sigma$  = konstante Dichte der Bouguerplatte

Auf diese Weise wird der Regressionskoeffizient  $b$  mit der Dichte  $\sigma$  verknüpft, so daß letztere bei der Regressionsanalyse gleichzeitig bestimmt und als Gesteinsdichte angesehen wird.

Für diese Analyse wird teilweise an der Freiluft-Anomalie die Geländereduktion angebracht, wobei sich in Einzelfällen eine Verbesserung der Korrelation zwischen Schwereanomalie und Stationshöhe ergibt. Da es sich hierbei um eine formale Beziehung handelt und keinesfalls um einen physikalisch gesetzmäßigen Zusammenhang, ist eine derartige Korrelation nicht für beliebig große Gebiete zu erwarten. Sie besteht jedoch in Gebieten mit einem Durchmesser von ca. 50 km (Groten u. Reinhart, 1968).

Damit sind allerdings nicht die Schwierigkeiten der Schwerevorhersage im Hochgebirge behoben (Wolf, 1968), wie an Beispielen aus den Ostalpen gezeigt werden soll.

---

1) Beitrag-Nr. 118 zum Schwerpunktprogramm „Erforschung des tieferen Untergrundes in Mitteleuropa“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

2) Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, D 3392 Clausthal-Zellerfeld.

3) Lehrkanzel für Geophysik der Universität Wien, derzeit beurlaubt an das Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal.

### 3. Untersuchungsgebiete und Daten

Um die Gültigkeitsgrenzen erfassen zu können, sind zur Untersuchung verschieden große Meßgebiete von regionalem bis lokalem Ausmaß herangezogen worden, die aus Abb. 1 zu ersehen sind:

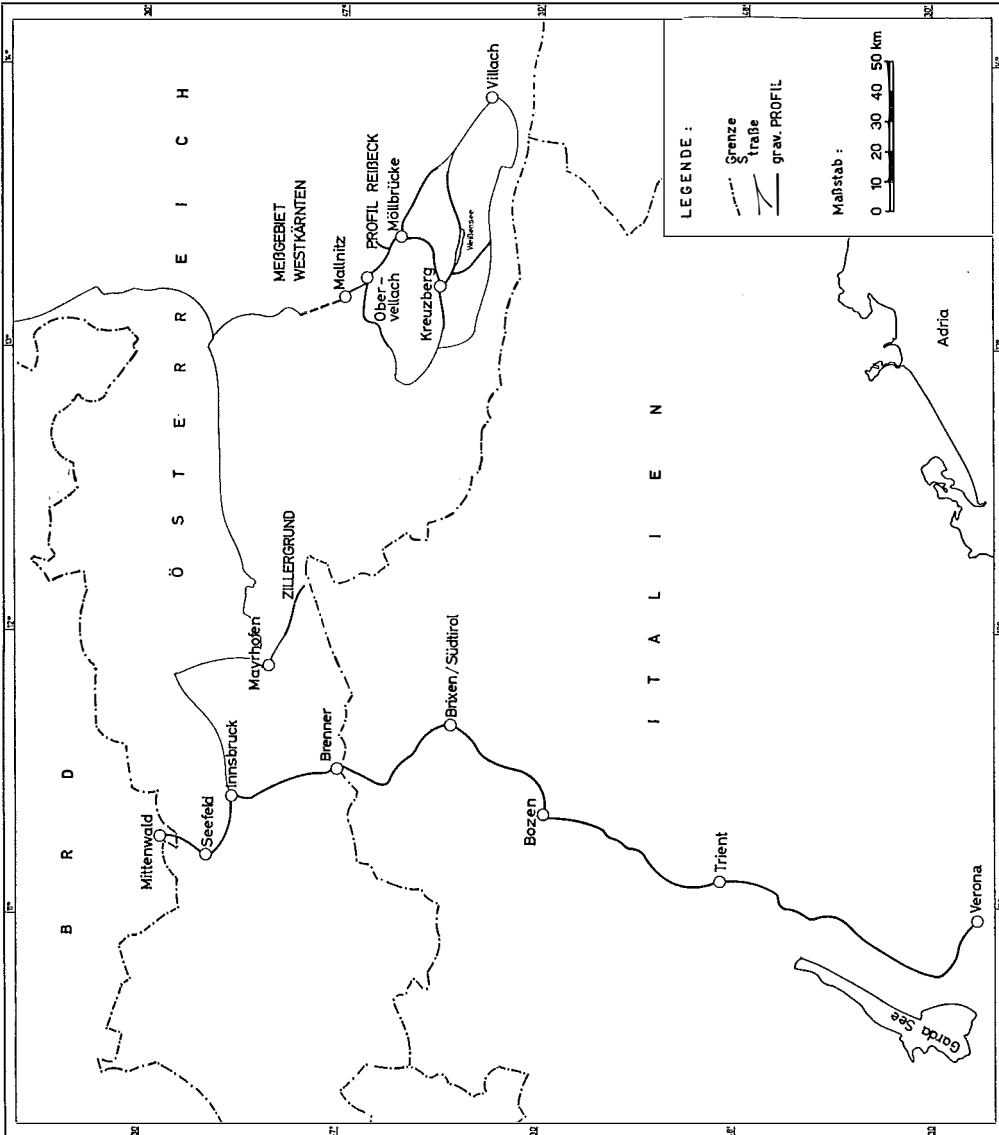


Abb. 1

Lageskizze der gravimetrischen Profile:

Meßgebiet A: Alpenquerprofil Mittelwald—Brenner—Verona

Meßgebiet B: Meßgebiet Westkärnten

Meßgebiet C: Profil Zillergrund

Meßgebiet D: Profil Reibeck

A) Alpenquerprofil Mittenwald — Innsbruck — Brenner — Verona, mit einer Profillänge von ca. 280 km, 137 Meßstationen in einem Höhenintervall von ca. 70 bis 1400 m.

B) Meßgebiet Westkärnten mit einem Durchmesser von ca. 50 km, 66 Meßstationen in Höhenlagen von ca. 500 bis 1200 m.

C) Profil Zillergrund mit einer Länge von etwa 10 km, 88 Meßstationen in einem Höhenintervall von ca. 1000 bis 1800 m.

D) Profil Reißbeck mit einer Länge von ca. 4 km im Zentrum des Untersuchungsgebietes Westkärnten, 14 Meßstationen in einem Höhenintervall von ca. 500 bis 2200 m.

Die Messungen sind im Rahmen von gravimetrischen Untersuchungen in den Ostalpen seit 1962 als Teil des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Schwerpunktprogrammes „Geophysikalische Erforschung des tieferen Untergrundes in Mitteleuropa“ durchgeführt worden\*).

Die Profile, vermessen mit Gravimetern vom Typ Worden Master, laufen meistens entlang von Nivellementlinien. Für die topographische Reduktion wurde das Gelände bis 200 m Entfernung von dem Meßpunkt tachymetrisch aufgenommen und von 200 m bis 167 km (Hayford Zone O<sub>2</sub>) aus dem im Literaturverzeichnis angegebenen Kartenmaterial festgelegt. Die Berechnung der topographischen Reduktion erfolgte nach dem von W. Ehrismann, G. Müller, O. Rosenbach und N. Sperlich (1966) angegebenen Verfahren.

#### 4. Die Meßergebnisse

Meßgebiet A):

Das Alpenquerprofil zeigt gem. Abb. 2 keine eindeutig lineare Beziehung zwischen Freiluftanomalie und Stationshöhe. Auf dem Profilstück Verona-Trient-Bozen ist die Stationshöhe nahezu konstant (Etschtal), während die Freiluftanomalie um ca. 130 mgal variiert. Der folgende Anstieg der Punktkette wird im Bereich oberhalb von ca. 500 m durch eine höhenunabhängige Änderung der Anomalien unterbrochen. Oberhalb von ca. 1000 m ist eine eindeutige Korrelation kaum möglich.

Meßgebiet B):

Gegenüber A) handelt es sich bei dem Meßgebiet Westkärnten um einen relativ kleinen und flächenmäßig mit Stationen belegten Untersuchungsraum; trotzdem zeigt die Darstellung in Abb. 3 weitgehende Ähnlichkeit mit derjenigen in Abb. 2. Offenbar ist auch für dieses Gebiet ein Regressionskoeffizient nicht bestimmbar.

Auch nach Anbringung der Geländereduktion an der Freiluft-Anomalie ist gem. Abb. 4 eine Regressionsanalyse der Daten nicht möglich.

Meßgebiete C) und D):

Für die lokal begrenzten Untersuchungsgebiete Zillergrund (Abb. 5) und

---

\*) Ausführung: Institut für Geophysik der TU Clausthal in gebietsweiser Zusammenarbeit mit dem Institut für die Physik des Erdkörpers der Universität Hamburg (Meßgebiete A und B) und des Osservatorio Geofisico Sperimentale, Trieste (Meßgebiet A) sowie der Lehrkanzel für Geophysik der Universität Wien (Meßgebiete B, C, D).

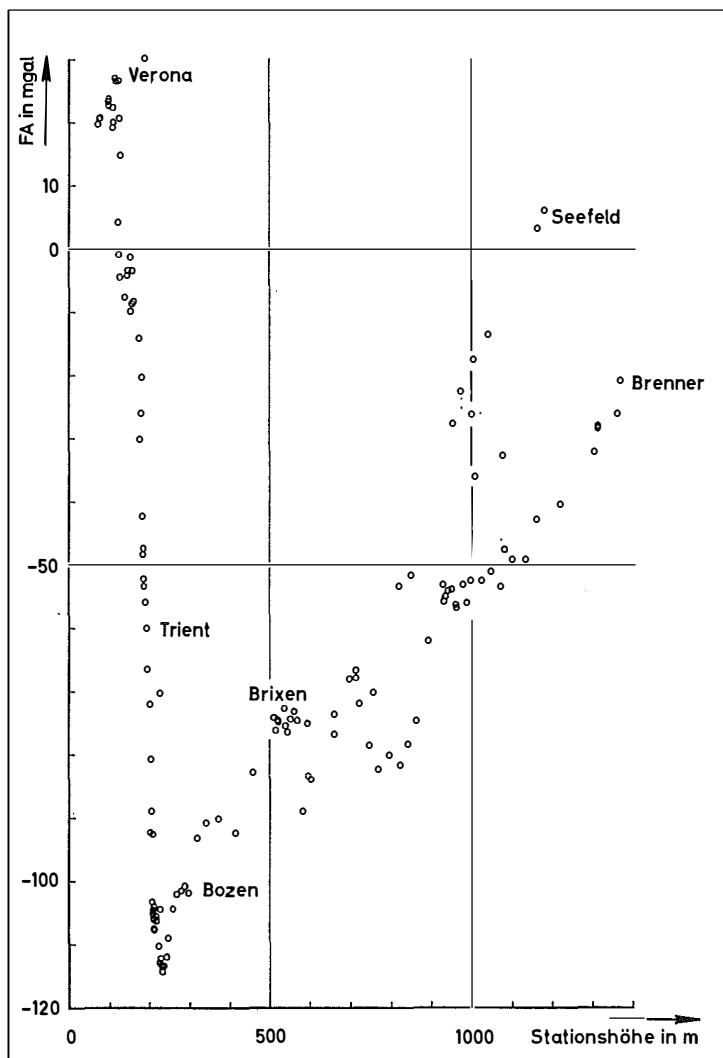


Abb. 2

Freiluftanomalien als Funktion der Stationshöhe im Meßgebiet A

Reißbeck (Abb. 6) bestehen eindeutige Beziehungen zwischen Freiluftanomalie und Stationshöhe. Bei stückweise linearer Betrachtung schwankt jedoch der Regressionskoeffizient im Zillergrund zwischen 0,093 und 0,282 sowie derjenige am Reißbeck zwischen 0,084 und 0,120.

### 5. Diskussion der Meßergebnisse

Die Meßbefunde haben ihre Konsequenzen für die Methodik der Schwerevorhersage, und zwar in unterschiedlicher Weise je nach Größe, Topographie und geologischem Aufbau des Untersuchungsgebietes.

Im Meßgebiet A) ist die Freiluft-Anomalie auf der Strecke Verona-Trient-

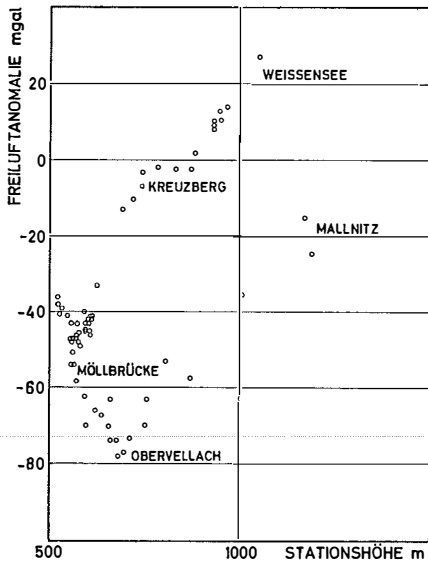


Abb. 3

Freiluftanomalien als Funktion der Stationshöhe im Meßgebiet B

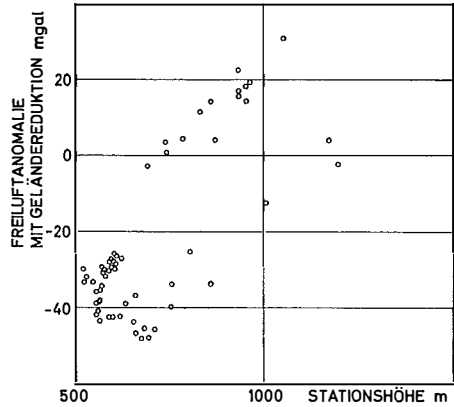


Abb. 4

Freiluftanomalien nach Anbringung der Geländereduktion (bis einschließlich Hayford Zone OZ) als Funktion der Stationshöhe im Meßgebiet B

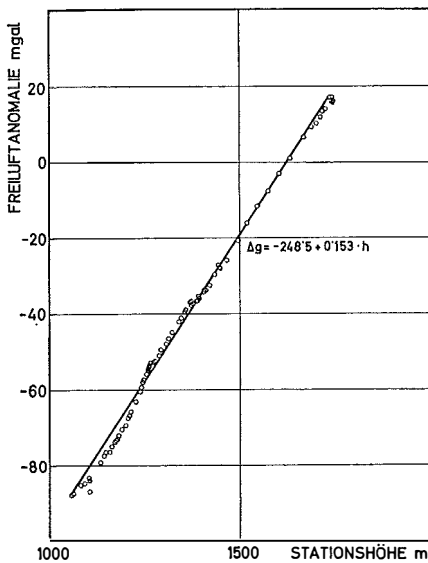


Abb. 5

Freiluftanomalien als Funktion der Stationshöhe im Meßgebiet C. Unter Verwendung aller Meßpunkte ergibt sich die eingezeichnete Regressionsgerade der Gleichung  $\Delta g = -248,5 + 0,153 \cdot h$

Bozen praktisch alleine durch das Massendefizit der Alpenwurzel bestimmt. Da sich die Stationshöhe nach Abb. 2 nur geringfügig ändert, kommt hier klar die Ortsabhängigkeit der Schwere innerhalb des großräumigen geologischen Störungsgebietes zum Ausdruck. Auf dem Profilstück Bozen-Brenner-Mittenwald tritt zu der auch dort ortsabhängigen Wirkung der Alpenwurzel die Höhenabhängigkeit der

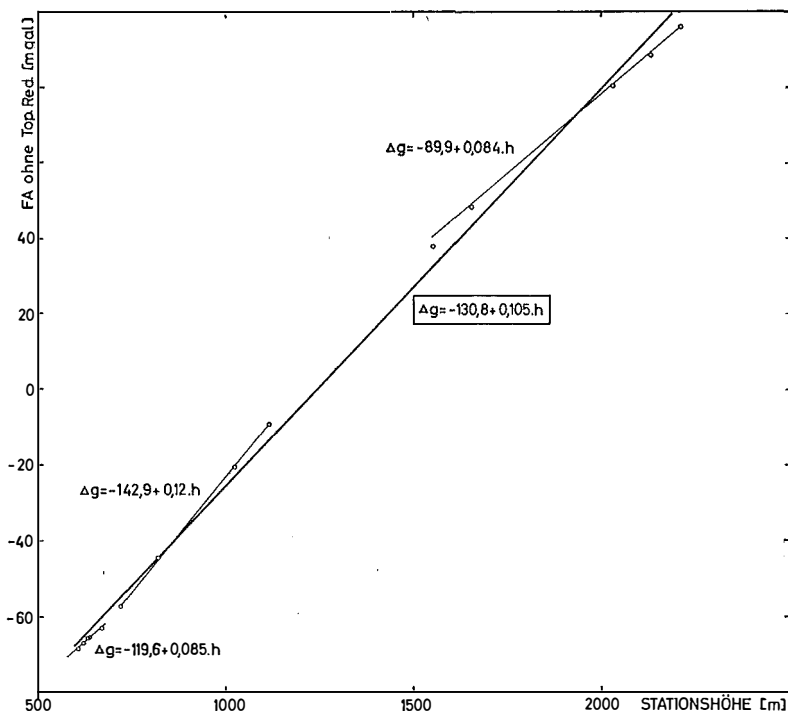


Abb. 6

Freiluftanomalien als Funktion der Stationshöhe im Meßgebiet D. Es sind Regressionsgerade für das gesamte Profil und für einzelne Profilabschnitte eingezeichnet

Freiluft-Anomalie hinzu. Für Stationen gleicher Höhe streuen die Anomalien stark wegen der unterschiedlichen Lage der Meßpunkte relativ zur Alpenwurzel; selbstverständlich wird das Bild auch von lokalen geologischen Effekten beeinflusst, die jedoch im allgemeinen von wesentlich geringerer Größenordnung sein dürften. — Hiernach ist es gar nicht verwunderlich, daß für ein großräumiges Gebiet vom Typ A) eine Korrelation von Freiluft-Anomalie und Stationshöhe nicht besteht.

In dem wesentlich kleineren *Meßgebiet* B) mit einem Durchmesser von ca. 50 km sind die Ergebnisse nach Abb. 3 ähnlich denjenigen des großräumigen Meßgebietes A). Auch hier bewirkt bei Stationen gleicher Höhe deren unterschiedliche Ortstage relativ zum geologischen Aufbau des Untergrundes eine starke Streuung der Anomalien, so daß eine Regressionsanalyse nicht sinnvoll ist. — An dieser Aussage ändert nach Abb. 4 die Anbringung der Geländereduktion an der Freiluft-Anomalie nichts, was im Grunde genommen nicht überraschend ist.

In den kleinräumigen *Meßgebieten* C) und D) mit ihrem geologisch weitgehend einheitlichen Bau ist nach den Abb. 5 und 6 eine Regressionsanalyse möglich. Aber auch in diesen lokalen Bereichen ist lediglich eine Interpolation der Schwerewerte vertretbar, jedoch wohl kaum eine Extrapolation von einem gemessenen Profilabschnitt auf Punkte mit einer davon wesentlich abweichenden Höhenlage.

Aus den Abb. 5 und 6 ergeben sich die Regressionskoeffizienten  $b$  und hieraus



nach Formel (3) die Dichtewerte  $\sigma$  gemäß Tabelle 1. Evident streuen diese Dichtewerte in beiden Meßgebieten viel zu stark, um sie zum geologischen Aufbau sinnvoll in Beziehung setzen zu können. Auch dieser Befund kann nicht überraschen, da nach Abschn. 2 die Heranziehung von Formel (3) lediglich wegen einer formalen Analogie erfolgt; dieses Vorgehen ist jedoch physikalisch nicht begründet.

Tabelle 1

Regressionskoeffizienten  $b$  und Dichtewerte  $\sigma$  für die Meßgebiete C) und D)

	Meßgebiet C)		Meßgebiet D)	
	$b$	$\sigma$	$b$	$\sigma$
Gesamtprofil	0,156	3,7	0,105	2,5
Profilschnitte:				
Steigung minimal	0,093	2,2	0,084	2,0
Steigung maximal	0,282	5,7	0,120	2,9

Außerdem läßt sich aus den Abb. 2—6 ersehen, daß unabhängig von der Größe des Meßgebietes für die Beurteilung der Zuordnung von Schwereanomalie und Geländehöhe auch die Meßpunktdichte eine erhebliche Rolle spielt. Bei willkürlicher Auswahl relativ weniger Meßwerte ließen sich für jedes Gebiet ohne weiteres gut belegte Regressionsgeraden unterschiedlicher Steigung finden. Eine zu geringe Meßpunktdichte kann daher leicht zu Trugschlüssen führen.

Insgesamt ergibt die Diskussion der hier vorgelegten Meßbeispiele aus den Ostalpen, daß die Schwerevorhersage im Hochgebirge für Gebiete mit einer zur geodätischen Bearbeitung interessierenden Größenordnung recht problematisch ist.

#### Referenzen:

Wir danken für die wohlwollende Unterstützung und Förderung der gravimetrischen Feldmessungen folgenden Institutionen:

Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien, Abt. K 2, Vorstand Hofrat Dr. J. Mitter

Draukraftwerke AG, Klagenfurt

Österreichisches Bundesheer

Tauernkraftwerke AG, Salzburg, Abt. B. V., Leiter Dipl.-Ing. E. Kropatschek

Die vorliegende Arbeit stellt ein Teilergebnis von gravimetrischen Untersuchungen im Alpenraum dar, die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziell unterstützt werden, wofür wir sehr zu Dank verpflichtet sind.

#### Literatur

*Ehrismann, W., Müller, G., Rosenbach, O., Sperlich, N.*: Topographic reduction of gravity measurements by the aid of digital computers. Bull. Geofis. teor. ed appl. VIII (29), 3—20, 1966.

*Grotten, E., Reinhart, E.*: Gravity prediction in mountainous areas. Boll. Geofis. teor. ed appl. X (37), 28—43, 1968.

*Heiskanen, W. A.*: Present problems of physical geodesy. Ann. Acad. Scient. Fenn. Ser. A. III. 82, 36 pp, 1965.

*Heiskanen, W. A.-Moritz, H.*: Physical Geodesy, W. H. Freeman and Co., London, 1967.

Ramsayer, K.: Vorschlag für eine Schwerekarte für Hügelland und Mittelgebirge ohne Berechnung der topographischen Reduktion, DGK, Reihe B, 104, 1963.

Uotila, U. A.: Physical Geodesy, U. S. National Report 1963–1967, IUGG ass. 1967, Transactions, AGU, 48 (2), 358–363, 1967.

Wolf, H.: Die Sitzungen der Sektion V – Physikalische Geodäsie, Sonderheft der Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 13, Berichte zur XIV. Generalversammlung der IUGG – Assoziation für Geodäsie – im September/Oktober 1967 in Luzern, Stuttgart 1968.

#### Kartenmaterial

Schleusener, A.: Karte der mittleren Höhen von Zentraleuropa, DGK, Reihe B, 60, 1959.

Senftl, E.: Karte der mittleren Höhen von Österreich. Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien, 1966.

Carta quadrettata delle altitudini medie dell'Italia e delle regioni limitrofe . . . , Commissione Geodetica della Repubblica Italiana, Istituto Geografico Militare, 1960.

Österreichische Karte, 1:25000 und 1:50000.

## In welchem Maß können affine Transformationen durch die Auswahl der Paßpunkte beeinflusst werden?

Von Josef Kovarik, Wien

(Schluß)

Schließlich sei noch kurz auf die Dimension des sich ergebenden Punktlagefehlers eingegangen. Sie wird bestimmt durch die Einheit des *Punktlageeinheitsfehlers* (dm oder cm). Der 2. Summand unter der 2. Wurzel enthält im Nenner ebenso wie im Zähler die 4. Potenz von Längen. Man wird daher die Paßpunkte vorteilhafterweise in einem solchen Maßstab (auf Millimeterpapier etwa) kartieren, daß man handlich damit arbeiten, also die Entfernungen der Paßpunkte von ihrem Schwerpunkt, z. B. in cm-Einheiten, leicht ablesen kann.

Zuerst seien die Verhältnisse an einer Affintransformation mit 3 Punkten dargestellt. Diese läßt, da sie keine Überbestimmungen enthält, keinen Einheitsfehler aus den Restfehlern der Einpassung rechnen. Nichtsdestoweniger enthält aber auch sie die Einflüsse der unvermeidlichen Fehler und man wird i. a. entweder aus der Erfahrung oder aus anderen Überlegungen heraus zumindest einen Näherungswert für die Einheit bestimmen können (Genauigkeit der terrestrischen Einmessungen bzw. Genauigkeit der maschinellen Auswertungen).

In Abb. 3 wurden im Original die Punkte 1, 2, 3 mit Hilfe ihrer Landeswerte im Maßstab 1:10000 kartiert\*\*). Den Schwerpunkt S der 3 Punkte bildet man leicht und mißt sodann die auf S reduzierten Koordinaten der Punkte . .

$$\begin{array}{rcl} 1 & y_r = - 6,8 \text{ cm} & x_r = + 7,1 \text{ cm} \\ 2 & + 3,2 & + 6,8 \\ 3 & + 3,6 & - 13,9 \end{array}$$

Mit dem Rechenschieber bildet man  $[y_r, y_r] = 69,6$   $[x_r, x_r] = 290,5$   $[x_r, y_r] = - 76,8$

und kann damit rechnen  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{-2 \cdot 76,8}{290,5 - 69,6} = - 0,695 \dots \alpha = 180,7^\circ$ .

\*\*\*) Für den Druck wurden die Abbildungen 3, 4 und 5 auf  $1/3$  verkleinert.