Paper-ID: VGI_196902



Beiträge zur Distanzmessung mit Mikrowellen

Kurt Bretterbauer¹

¹ Technische Hochschule Wien, 1040 Wien, Karlsplatz 13

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 57 (1), S. 3–13

1969

BibT_EX:

```
OARTICLE{Bretterbauer_VGI_196902,
Title = {Beitr{\"a}ge zur Distanzmessung mit Mikrowellen},
Author = {Bretterbauer, Kurt},
Journal = {{\"0}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {3--13},
Number = {1},
Year = {1969},
Volume = {57}
}
```



für seinen beispielhaften Einsatz für das Zustandekommen des Vermessungsgesetzes überreicht.

Wenn Präsident *Eördögh* nun wohl von den Sorgen und Mühen des von ihm zustandegebrachten und mit 1. Jänner 1969 in Kraft tretenden Vermessungsgesetzes befreit sein wird, so hegen wir doch die Hoffnung und den Wunsch, daß er dem Beruf und seinem an die Schwelle des Neuen Jahres gelegten Kinde auch weiterhin verbunden bleibe. Dazu mögen ihm nach den Jahren reichster beruflicher Erfüllung viele Jahre bester Gesundheit und ungetrübter Lebensfreude beschieden sein.

O. Kloiber

Beiträge zur Distanzmessung mit Mikrowellen*)

Von Kurt Bretterbauer, Wien

Abstract: In the first part of this paper an EDM-test net around Vienna is proposed. The results of measurements with Wild's Distomat DI 50 on a special test line are discussed. In this test line use is made of the 250 m Viennese TV-tower for determination of the refractive index in an intermediate point of the measuring beam. The second part of the paper is a theoretical discussion of the distribution of water vapour in the free atmosphere. A physically sound new formula is derived.

Die elektromagnetische Distanzmessung (EDM) ist in ihren Auswirkungen auf die geodätische Forschung und Praxis mit der Erfindung des Fernrohres vergleichbar. Wegen ihrer großen Reichweite und Wetterunabhängigkeit genießen dabei Mikrowellengeräte den Vorzug gegenüber elektro-optischen Geräten. Dieses günstige Bild wird leider durch die Tatsache getrübt, daß die Abhängigkeit der Mikrowellen vom Wasserdampfgehalt der Luft etwa hundertmal größer ist als für Licht. Als Beiträge zu den damit verbundenen Problemen wird im ersten Teil der vorliegenden Arbeit über eine praktische Testmessung berichtet, im zweiten Teil dagegen die Wasserdampfverteilung in der freien Atmosphäre theoretisch behandelt.

I. Über eine Wiener Teststrecke

Es wäre sehr zu wünschen, daß auch im Wiener Raum ein Testnetz geschaffen werden möge. Der Nutzen eines solchen ist offensichtlich. Nachdem Maßstabsbestimmungen im österreichischen Triangulierungsnetz bereits von Prof. Dr. Rinner im Raum von Graz bzw. Innsbruck durchgeführt wurden (siehe die beiden letzten Nummern dieser Zeitschrift), wäre eine weitere Kontrolle des Maßstabes auch im Bereich von Wien wertvoll. Darüber hinaus aber wären in einem Wiener Testnetz ganz besondere Umstände gegeben, die Anlaß zu wertvollen Forschungsarbeiten sein könnten. Ich meine damit die Einrichtungen und ständigen Beobachtungsprogramme der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik (ZA). Die Abb. 1 zeigt die günstigste Konfiguration des vorgeschlagenen Netzes. Die beigefügten

^{*)} Die Kosten der Feldarbeiten wurden von Herrn Hofrat Prof. Dr. Dr. Karl Ledersteger aus Mitteln des österreichischen Fonds zur Förderung wissenschaftlicher Forschung bestritten. Es ist mir eine angenehme Pflicht, an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Zahlen bedeuten die Meereshöhen der Stationen sowie die Entfernungen in km. Alle Punkte sind Triangulierungsstationen 1. Ordnung und durchwegs bequem erreichbar. Die aus der modernen Wiener Basis abgeleitete Seite Königsberg-Matznerwald kann leider wegen Fehlens von Hochständen nicht mehr einbezogen werden. Nahezu im Schwerpunkt des Netzes liegt die ZA, von wo aus zweimal täglich (um 0 Uhr und 12 Uhr Weltzeit) Radiosondenaufstiege durchgeführt werden. Nicht



weit davon steht der Wiener Donauturm, auf dem die ZA eine Temperaturregistrieranlage unterhält. Neuerdings wird eine solche Anlage auch auf dem Sendemast des Senders Bisamberg eingerichtet. Weiters hat die ZA eine Außenstation in Obersiebenbrunn, wo neben anderen Beobachtungen auf einem 15 m-Mast in mehreren Höhen Temperatur und Feuchtigkeit laufend registriert werden. Es besteht also die sonst nirgends gegebene Möglichkeit, ständig über Meßwerte der meteorologischen Daten bzw. über Vertikalgradienten verfügen zu können, und zwar nicht nur in der bodennahen Schicht, sondern auch in Höhen, in denen die Meßstrahlen verlaufen. Es wäre überdies sicher möglich, auch die Daten des Flugwetterdienstes des Flughafens Schwechat zu bekommen.

Die wichtigste und interessanteste Einrichtung aber ist der Donauturm (DT). Dieser 250 m hohe Restaurant- und Fernsehturm hat in 150 m Höhe eine Aussichtsterrasse. Nahe seinem Fuße (im Wirtschaftshof des Donauparkes) hat die ZA Baro-, Thermo- und Hygrographen aufgestellt. Am Turm selbst sind in den Höhen 35, 75, 112, 150, 175, 200, 225 und 250 m Temperaturfühler angebracht, deren Meßwerte laufend registriert werden. An der Turmspitze werden außerdem Windstärke und -richtung gemessen. Es war nun mein Gedanke, eine Teststrecke derart anzulegen, daß der Meßstrahl unmittelbar an der Aussichtsplattform des DT vorbeigeht. Als der eine Endpunkt dieser Strecke wurde der Hermannskogel gewählt, der zweite Endpunkt kam zwangsläufig knapp nördlich von Aspern zu liegen. Abb. 2 zeigt die Gegebenheiten in stark überhöhtem Aufriß. Der Strahl ist in der Figur als Gerade dargestellt, in Wahrheit verläuft er aber infolge Erdkrümmung und Refraktion unterhalb der Geraden. Bei einem angenommenen Refraktionskoeffizienten von k = +0,30 z. B. liegt der Meßstrahl beim DT 3,1 m tiefer als die geradlinige Verbindung und geht dann genau in der Höhe der Terrasse am DT vorbei. Da der Refraktionskoeffizient erheblichen Veränderungen unterworfen ist, kann die Höhe des Meßstrahles durchaus um ± 1 m schwanken. Übrigens bietet sich hier die Möglichkeit, bei Verwendung eines scharfgebündelten Meßstrahles, z. B. eines Lasers, seine Höhe am DT direkt zu messen und dadurch die Bahnkrümmung des Strahles und in weiterer Folge seine Geschwindigkeit zu bestimmen.



Im Rahmen eines umfangreichen Versuchsprogrammes war geplant, diese Teststrecke zu verschiedenen Tages- und Nachtzeiten sowie bei möglichst unterschiedlichen atmosphärischen Bedingungen zu messen, Fluktuationen der atmosphärischen Parameter zu untersuchen und anderes mehr. Zu diesem Zwecke wurde mir von der Firma Wild Heerbrugg AG in großzügigem Entgegenkommen eine komplette Distomatausrüstung DI 50 zur Verfügung gestellt, wofür ich ebenfalls meinen besonderen Dank sage. Leider konnte durch einen bedauerlichen Unglücksfall nur ein kleiner Teil des Programmes verwirklicht werden; die Teststrecke wurde dreimal, die Seite 1. Ordnung Buschberg—Hermannskogel einmal gemessen. Die Ergebnisse und Schlußfolgerungen werden im folgenden mitgeteilt.

Während der Messungen wurden sowohl an den beiden Endpunkten der jeweiligen Meßstrecke als auch auf der Plattform des DT die meteorologischen Daten mit Aneroiden und geeichten Psychrometern vom Typ Assmann bestimmt. Zur Zeit der Messungen war das Wetter leider sehr unbeständig; Sonnenschein und Strichregen wechselten in rascher Folge. In einem Fall wurde versuchsweise in Aspern eine exzentrische Aufstellung gewählt und zwar wurde der Sendeteil um 0,556 m in Richtung auf den Hermannskogel verschoben. In allen Fällen wurde eine

| Autum, Zeit und Umstände En Messung <i>I. Messung</i> , Dörger Wind aus W., von sornigen Abschnitten und Strich- börger Wind aus W., von sornigen Abschnitten und Strich- börger Wind aus W., von op,556 m. <i>I. Messung</i> , S. <i>Messung</i> , 19, 7, 68, 11,00 U. <i>C. Messang</i> , S. <i>Messung</i> , 20, 7, 68, 11,00 U. Ration Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT 1 = 1,000 Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT Aspen H. Kogel DT 1 = 1,000 135,3 308,0 317,7 329,8 308,2 315,9 328,0 316,9 322 1 = 0,000 1.00 15 344,29 15 344,29 DT 15 344,29 DT 328,5 323 2 = 1,000 1.1,00 1.1,7 329,8 308,2 316,9 323,0 323,0 324,5 2 = 1,000 1.1,00 1.1,00 1.1,00 1.1,00 1.1,00 1.1,00 324,5 323,0 324,5 323,0 323,0 324,5 324,5 324,5 324,2,56 4,37,6 4,3 | | | Ð | | Tavva | - | | | | |
|---|--|--|---|--|--|--|----------------------------|--|--|--------------------------------------|
| ation eccesholeAspern 158H. Kogel 359DT 158Aspern 359H. Kogel 359DT 314Aspern 559H. Kogel 559DT 316,9H. Kogel 559DT 316,9H. Kogel 316,9DT 316,9Aspern 326,5H. Kogel 331,9DT 328,0Aspern 326,5H. Kogel 331,9DT 331,9Aspern 336,9H. Kogel 336,9DT 331,9Aspern 336,9H. Kogel 336,9DT 336,9Aspern 336,9H. Kogel | ıtum, Zeit und Umstände r Messung | Messung, Böiger Wind von sonnige regen | 19. 7. 68, I aus W. Rascl n Abschnitten | 11.45 Uhr. her Wechsel und Strich- | 2. Messung Wechselnd böiger Winc | , 19. 7. 68, wolkig, teilwe I aus W. | 13.20 Uhr. eise sonnig; | Messung, Wechselnd 1 mäßiger Wir von 0,556 m | , 20. 7. 68, 1 bewölkt, teilwei nd. Exzentrizität | 1.00 Uhr. se sonnig; in Aspern |
| I 5 O Distanz, hin I 5 0 Distanz, aurückI 5 344,221 m $\frac{380}{298}$ I 5 344,299 m $\frac{3386}{385}$ I 5 344,399 m $\frac{3386}{385}$ I 5 344,399 m $\frac{3386}{4,260}$ I 5 344,299 m $\frac{3,816}{4,261}$ I 5 344,399 m $\frac{3,816}{4,375}$ I 5 344,399 m $\frac{3,816}{4,375}$ I 5 344,308 m $\frac{3,816}{4,372}$ rad $\frac{dn}{dh}$ pro 100 m $-4,6.10^{-6}$ $-5,4.10^{-6}$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ rad $\frac{dn}{dh}$ pro 100 m $-4,6.10^{-6}$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ efr. koeff. $k =$ $-4,6.10^{-6}$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ $b'' =$ $1,000 317 2$ $+0,34$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ $b'' =$ $1,000 317 2$ $+0,34$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ $b'' =$ $1,000 317 2$ $+0,041$ m $15 344,330$ m $15 344,330$ m $b'' =$ $1,000 317 2$ $1,000 315 5$ $-0,003$ m $b'' =$ $1,000 315 5$ $-0,003$ m $15 344,330$ m $b'' =$ $1,000 315 5$ $-0,003$ m $b'' =$ $1,000 315 5$ $-0,002$ m $b'' =$ $1,000 315 5$ $-0,002$ m $b'' =$ $1,000 315 5$ $-0,002$ m $b'' =$ $15 344,336$ m $15 344,360$ m | ation teereshöhe = 1,000 | Aspern 158 326,5 | H. Kogel 559 308,0 | DT 314 317,7 | Aspern 158 329,8 | H. Kogel 559 308,2 | DT 314 315,9 | Aspern 158 328,0 | H. Kogel 559 316,9 | DT 314 321,3 |
| rad. $\frac{dn}{dh}$ pro 100 m $-4,6.10^{-6}$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ efr. koeff. $k =$ $-0,29$ $-5,4.10^{-6}$ $-2,8.10^{-6}$ $k = 1,000 317 2$ $1,000 319 0$ $-2,8.10^{-6}$ $b' =$ $1,000 317 2$ $1,000 319 0$ $-0,013 m$ $b' =$ $1,000 317 2$ $1,000 319 0$ $-0,013 m$ $b' =$ $1,000 317 2$ $1,000 319 0$ $-0,013 m$ $b' =$ $1,000 319 0$ $1,000 319 0$ $-0,013 m$ $b' =$ $1,000 313 6$ $1,000 315 5$ $-0,003 m$ $b' =$ $1,000 315 6$ $1,000 315 5$ $-0,012 m$ $b' =$ $1,000 315 6$ $1,000 315 5$ $1,000 320 8$ $b' =$ $1,000 315 6$ $1,000 315 5$ $1,000 320 8$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 320 8$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 320 8$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 320 8$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 30 8$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $1,000 315 5$ $b' =$ $1,000 315 5$ $1,000 315 $ | I 50 Distanz, hin I 50 Distanz, zurück littel | | 15 344,221 ,298 4,260 | E | | 15 344,299 ,235 4,267 | E | Exzentr. | 15 343,808 n ,825 ,825 ,816 + 0,556 4,372 | |
| $ \begin{array}{c} \label{eq:point} P' = & 1,000\ 317\ 2 & +0,013\ m \\ D' = & +0,013\ m \\ 0' = & 15\ 344,301\ m \\ D'' = & 15\ 344,280\ m \\ D'' = & 1,000\ 313\ 6 & 1,000\ 315\ 5 & -0,003\ m \\ D'' = & 15\ 344,388\ m \\ D'' = & 15\ 344,336\ m \\ D'' = & 15\ 344,36\ m \\ D'' = & 15\ 244,36\ m $ | rad. $\frac{dn}{dh}$ pro 100 m .efr. koeff. $k =$ | | - 4,6 . 10 + 0,29 | 9 | | - 5,4 . 10 ⁻⁶ + 0,34 | | | - 2,8 . 10 ⁻⁶ + 0,18 | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | , = , D' = , ' = | | $1,000 \ 3 \\ + \ 0,0 \\ 15 \ 344,3!$ | 17 2 41 m 01 m | | 1,000 319 + 0,013 + 0,013 15 344,280 | 0 E E | | 1,000 322 5 — 0,039 n 15 344,333 n | 5 5 |
| | " = "D" = | | $1,000 \ 3 \\ + \ 0,0 \\ 15 \ 344,3$ | 13 6 98 m 58 m | | 1,000 315 + 0,069 + 0,069 15 344,336 | 5 m | | 1,000 320 8 — 0,012 r 15 344,360 r | |

Tabelle 1

6

komplette Hin- und Rückmessung mit je 10 Frequenzen mit mehrfacher Wiederholung der Feinmessungen durchgeführt. Eine solche komplette Messung nimmt etwa nur 20-30 min in Anspruch. Die meteorologischen Daten wurden jeweils zu Beginn, in der Mitte und am Ende einer Messung erhoben. Hier werden aus Platzmangel nur die Mittelwerte mitgeteilt. Infolge der sehr wechselhaften Witterung traten oft in kurzen Zeitintervallen erhebliche Änderungen der Temperatur oder des Dampfdruckes auf. Es war nun besonders interessant festzustellen, wie diese Änderungen von allen mit meteorologischen Instrumenten besetzten Stationen in gleicher Weise registriert wurden. Die folgende Tabelle 1 enthält nun alle wichtigen Daten der Messungen. Die Berechnung der Brechungsindizes erfolgte nach der bekannten Formel von Essen und Froome [1]. Es sei noch daran erinnert, daß die am DI 50 abgelesenen Entfernungen auf einem mittleren Brechungsindex von 1,000 320 0 basieren. Die Bedeutung der verschiedenen Größen in der Tabelle 1 ist die folgende, \bar{n} ist das Mittel der während der Messung auf den einzelnen Stationen zwei- bis dreimal bestimmten Brechungsindizes. Der Gradient dn/dh wurde aus den jeweiligen Endpunktwerten der Strecke gebildet. Die Reduktion der Messungen der Teststrecke geschah zweifach. Einmal unter der Annahme, daß kein Zwischenwert des Brechungsindizes bekannt wäre, d. h. also nach der üblichen Methode durch Mitteilung der Endpunktwerte. Dabei wurde die sogenannte 2, Geschwindigkeitskorrektion [1, Seite 268] berücksichtigt, die hier allerdings nur 1-2 mm erreicht. Diese erste Berechnung ist in der Tabelle durch eingestrichene Größen gekennzeichnet. $\Delta D'$ ist die atmosphärische Korrektion, D' die direkte, geradlinige Distanz Aspern-Hermannskogel. Die zweite Berechnung dagegen (in der Tabelle zweigestrichen) geschah unter Verwendung der auf dem DT, also direkt im Meßstrahl bestimmten Brechungsindizes. Die somit zur Verfügung stehen-



den 3 Brechungsindizes je Messung wurden in ein Diagramm (Abb. 3) eingetragen, durch eine Kurve verbunden und der mittlere Brechungsindex durch graphischnumerische Integration bestimmt (n'' in der Tabelle 1). Wie man sieht, sind die Ergebnisse der ersten Berechnungsart stets kleiner als jene der zweiten. Obwohl man aus nur 3 Messungen der Teststrecke noch keine verläßlichen fehlertheoretischen Aussagen machen kann, habe ich dennoch die mittleren Fehler berechnet.

| | 1. Berechnungsart | 2. Berechnungsart |
|---|--|--|
| Messung Messung Messung Gesamtmittel | 15 344,301 m ,280 ,333 ,305 m | 15 344,358 m ,336 ,360 ,351 m |
| Mittl. Fehler des Mittels Mittl. Fehler einer Messung | \pm 0,015 m \pm 0,027 m | \pm 0,008 m \pm 0,013 m |

Tabelle 2

Die mittleren Fehler zeigen nun klar folgende wichtige Tatsache, die ich als das Hauptergebnis der Untersuchung betrachte: Gelingt es, in nur einem Zwischenpunkt des Meßstrahles den Brechungsindex zu messen, so steigt die Genauigkeit sofort auf das Doppelte. Kann man sich einen solchen Zwischenwert nicht durch Fesselballons, Sonden oder ein Flugzeug beschaffen, müssen theoretische Überlegungen angestellt werden. Diesen ist der 2. Teil dieser Arbeit gewidmet.

Die bereits erwähnte, einmalige Messung der Seite Hermannskogel-Buschberg gestattet keine besonderen Schlußfolgerungen zu ziehen. Eine Besonderheit dieser Messung ist, daß die Endpunktwerte der meteorologischen Daten eine Inversion des Brechungsindizes, also eine Zunahme mit der Höhe ergeben. Dies ist ungewöhnlich, aber nicht ausgeschlossen. Sie beruht auf der relativ großen Luftfeuchtigkeit auf dem Hermannskogel. Gleichzeitig erfolgte Messungen auf dem DT deuten dagegen auf einen negativen Gradienten. Ob diese Inversion für die ganze Meßstrecke repräsentativ, oder durch eine Anomalie nur vorgetäuscht ist, bleibt offen. Führt man die Reduktion mit den gegebenen Daten in üblicher Weise durch, wird praktisch völlige Übereinstimmung mit dem aus den Koordinaten berechneten Wert erzielt.

So überraschend das Ergebnis (Tab. 3)auch ist, darf es doch nicht überschätzt werden. Zweifellos aber ist die erzielte hohe Genauigkeit nicht zuletzt eine Folge der Qualität der benützten Instrumente. Ich bin durchaus der Meinung, daß mit ihnen und bei sorgfältiger Arbeit demnach auch mit Mikrowellengeräten hochpräzise Ergebnisse zu erzielen sind.

II. Die Verteilung des Wasserdampfes in der freien Atmosphäre

Große Distanzen kann man im allgemeinen nur in den Bergen messen, es sei denn, man greift zu besonderen Verfahren (Shoran). In beiden Fällen hat der Meßstrahl beträchtlichen Abstand vom Boden. Er verläuft zum großen Teil in der freien Atmosphäre. Die erzielte Genauigkeit hängt im wesentlichen davon ab, wie gut die Verteilung des Wasserdampfes erfaßt werden kann. Der Dampfgehalt der Luft ist ausschließlich eine Funktion der Temperatur des Dampfes, die man gleich der Temperatur der umgebenden Luft setzen darf. Der vorhandene Dampf verdrängt eine gleiche Menge trockener Luft. Der am Barometer abgelesene Luftdruck ist nach dem Gesetz von Dalton die Summe der Partialdrücke der trockenen Luft und des Dampfes. Obwohl dieses Gesetz für jedes einzelne Massenelement der Atmosphäre gilt, darf es nicht zu der Annahme verleiten, daß trockene Luft und Wasserdampf jeder für sich eine Atmosphäre bilden, die in der Vertikalen im Gleichgewicht steht.

| Station | Höhe | Koordi | naten | | Brechungsindex | |
|--|----------------|---|-------|--|---|--|
| | | X | | y | | |
| Buschberg Hermannsk. | 486,7 559,1 | 5 381 892,26 5 348 006,28 | + | 4 737,19 2 864,66 | 1,000 305 7 1,000 309 2 | |
| berechnete Distanz auf dem Ellipsoid | | = <u>34 728,198 m</u> Gradient: Refr. koeff | | Mittel: Gradient: + Refr.koeff.: | 1,000 307 4 - 4,8 . 10 ⁻⁶ — 0,30 | |
| DI 50-Distanz, hin | | = 34 730,594 | | | | |
| ZURUCK | | ,038 | | | | |
| atmosph. Korrekti | on | + 0.436 | | | | |
| 2. Geschw. korr. Bahnkr. + Erdkr. Red. auf Meeresni gemessene Distanz | + iv. | + 0,073 - 2,922 34 728,203 m | | Die 2. Gesch korrektion is Inversion hie | windigkeıts- t wegen der r positiv! | |

| Ta | bel | le | 3 |
|----|-----|----|---|
| | | | |

Während der Gesamtdruck sich völlig gesetzmäßig verhält, unterliegt die Dampfdruckverteilung nur sehr lockeren Gesetzmäßigkeiten. Im allgemeinen aber nimmt die Feuchtigkeit der Luft mit der Höhe ab. Das hat zwei Gründe: Erstens findet an der Erdoberfläche Verdunstung statt, die den Dampfgehalt der bodennahen Schicht erhöht; zweitens bewirkt die allgemeine Temperaturabnahme mit der Höhe, daß immer weniger Wasser sich in Dampfform halten kann. Diese Abnahme mit der Höhe wurde schon vor längerer Zeit von Hann und in verbesserter Form von Süring [1, Seite 200] beschrieben. Die Formel von Hann gilt für durchschnittliche Verhältnisse und lautet:

$$e_h = e_B \cdot 10^{-h/6300}, \qquad \dots \dots (1)$$

 e_B = Dampfdruck in Torr am Boden, h = Höhe über Boden in m. Obwohl der Dampfdruck von der Temperatur abhängt, vermißt man diese in der Formel von Hann. Dieser Umstand hat Robitzsch [2] veranlaßt, eine auf physikalischer Grund-

lage basierende Formel für den Dampfdruckgradienten in Funktion des Temperaturgradienten zu suchen. Seine Formel lautet:

$$\frac{de}{dh} = 19 \frac{e_B}{T_B} \cdot \frac{dT}{dh}, \quad T = 273 + t^0 \text{C}. \qquad (2)$$

Sie setzt konstante relative Feuchte voraus. Nach [1, Seite 201] könnte man nun bei bekanntem Verlauf von dT/dh durch abschnittsweise numerische Integration den Verlauf von *e* gewinnen.

In der Regel jedoch stehen die wahren Gradienten dT/dh nicht zur Verfügung, und wenn man sie sich etwa durch eine Sonde verschafft, dann wird man wohl auch de/dh bestimmen. Gegen Formel (2) selbst kann man gewichtige Einwände erheben. Zunächst ist im allgemeinen die relative Feuchte f nicht konstant. In der Grundschicht nimmt sie vor allem tagsüber meist mit der Höhe zu, während sie in der freien Atmosphäre im allgemeinen linear abnimmt. Darauf komme ich weiter unten noch zurück. Vor allem aber ist gegen Formel (2) einzuwenden, daß bei ihrer Ableitung unzulässige Vereinfachungen gemacht wurden. Diese wirken sich zwar bei der Berechnung diskreter Werte von de/dh nur geringfügig, bei einer Integration aber durch Summation ganz erheblich aus. Formel (2) setzt voraus: f = const.Da aber $e = f \cdot E$, worin E den Sättigungsdruck bedeutet, so muß weiter sein:

$$\frac{de}{dT} = f \cdot \frac{dE}{dT} = \frac{e}{E} \cdot \frac{dE}{dT} \cdot \dots \quad (3)$$

Aus (2) und (3) folgt:

$$\frac{de}{dT} = 19 \frac{e}{T} = \frac{e}{E} \cdot \frac{dE}{dT} \qquad \text{und} \qquad dE = 19 \frac{E}{T} \cdot dT \cdot \dots \cdot (4)$$

Diese Formel (4) aber steht im Widerspruch zur Formel von Magnus-Tetens [1, Seite 228]. Die Magnus-Formel ist zwar nur eine Interpolationsformel ohne physikalische Begründung, sie beschreibt aber den experimentell gesicherten Zusammenhang zwischen dem Sättigungsdampfdruck E und der Temperatur mit großer Genauigkeit:

$$E = 4,58 \cdot 10^{\frac{7,5 t}{237,3 + t}}$$
, E in Torr. . . . (5)

Daraus folgt:

$$dE = \frac{0,073 \ E}{\left[1 + \frac{t}{237,3}\right]^2} \ dT, \quad (dt = dT).$$
 (6)

Die folgende kleine Tabelle 4 bringt einige Werte von dE/dT, einmal berechnet nach Magnus (6) und einmal nach Robitzsch (4).

| Fal | bel | le | 4 |
|-----|-----|----|---|
|-----|-----|----|---|

| 10 C | - 10 | 0 | + 10 | + 20 | + 30 | + 40 |
|----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| E in Torr | 2,14 | 4,58 | 9,20 | 17,53 | 31,82 | 55,34 |
| dE nach (6) dE nach (4) | 0,17 0,15 | 0,33 0,30 | 0,62 0,62 | 1,08 1,14 | 1,83 2,00 | 2,95 3,36 |

dE in Torr für dt = 10 C

Man kann eine physikalisch korrekte Formel für dE/dT durch Betrachtung eines sogenannten Carnot'schen Kreisprozesses gewinnen. Dies führt auf die Differentialgleichung von Clausius-Clapeyron, von der auch Robitzsch ausgeht. Die Ableitung würde hier zu weit führen, ich nenne nur ihr Endergebnis:

$$dE = \frac{(6864 - 5,295 T)E}{T^2} \cdot dT . \qquad (7)$$

Die damit berechneten Werte von dE/dT stimmen mit denen von Magnus praktisch überein. Übrigens liefert die Integration von (7) einen theoretisch begründeten Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Sättigungsdampfdruck, erreicht aber nicht die Genauigkeit der Magnus-Formel (Fehler maximal 3%).

Im weiteren verwende ich die Magnus-Formel (6), weil sie nicht nur genauer, sondern auch einfacher ist. Wie schon gesagt, trifft die von Robitzsch getroffene Voraussetzung f = const im allgemeinen nicht zu. Studiert man die Ergebnisse von Radiosondenaufstiegen, so findet man oberhalb der Grundschicht eine annähernd lineare Abnahme der relativen Feuchte mit der Höhe. Das Maß der Abnahme ist dadurch gekennzeichnet, daß die Wärmebilanz der Erde in der isothermen Zone der Stratosphäre eine relative Feuchte von 10% verlangt [3, Seite 18]. Nimmt man die Untergrenze dieser isothermen Zone in Mitteleuropa im Durchschnitt bei 11 km an und sei die relative Feuchte am Boden fB, so kann man für durchschnittliche Verhältnisse für den Gradienten der relativen Feuchte ansetzen:

$$\mu = \frac{1}{11} (10 - f_B), \ \mu \text{ in }\% \text{ pro km.}$$
 (8)

Die so ermittelten Gradienten der relativen Feuchte stimmen recht gut mit jenen überein, die aus einer graphischen Darstellung der 10jährigen Mittelwerte der relativen Feuchte über Wien von Cehak [4] folgen. Die gestörte Grundschicht muß dabei außer Betracht bleiben.

Den notwendigen Temperaturgradienten kennt man normalerweise auch nicht, man muß also eine plausible Annahme treffen. Für die freie Atmosphäre darf tagsüber, bei großem Bodenabstand auch nachts, eine konstante lineare Temperaturabnahme angenommen werden, also $dt/dh = \gamma$. Zur Herleitung einer Formel für den Dampfdruckgradienten geht man von e = fE aus. Es ist dann:

$$\frac{de}{dh} = f \frac{dE}{dh} + E \frac{df}{dh}$$

oder auch, da ja $df/dh = \mu$,

Da $dt/dh = \gamma$, ist $t = t_B + \gamma h$, ebenso $f = f_B + \mu h$. Setzt man dies sowie Formel (6) in (9) ein, so folgt:

$$\frac{de}{e} = \frac{0,073 \gamma}{\left[1 + \frac{t_B + \gamma h}{237,3}\right]^2} dh + \frac{\mu}{f_B + \mu h} \cdot dh . \qquad \dots (10)$$

Die Integration von (10) zwischen Boden (h = 0) und Höhe h liefert nach Übergang auf Briggsche Logarithmen:

$$e = \left(1 + \frac{\mu h}{f_B}\right) e_B \cdot 10^{\frac{1780 \ \gamma \ h}{(237,3 + t_B)^2}}, \quad h \text{ in km, } \mu \text{ nach } (8). \qquad \dots$$
(11)

Die Formel (11) erlaubt es also, bei bloßer Kenntnis der Bodenwerte von tund e den Dampfdruck in jeder beliebigen Höhe zu berechnen. Anomalien kann natürlich auch diese Formel nicht darstellen. Ich habe Formel (11) an zahlreichen Beispielen von Radiosondenaufstiegen geprüft. Dabei mußte auch noch eine plausible Annahme über den Temperaturgradienten γ gemacht werden. Aus der schon zitierten wichtigen Arbeit von Cehak [4] folgt oberhalb der Grundschicht für alle Jahres- und Tageszeiten einheitlich $\gamma = -6,8^{0}$ C pro km. Mit diesem Gradienten wurden die Beispiele berechnet und Abb. 4 zeigt einige typische Fälle. Die gestrichelte Linie stellt die nach (11) berechneten Werte des Dampfdruckes dar, die volle Linie die beobachteten Werte, entnommen den Aerologischen Berichten [5]. Die An-



12

passung an die Wirklichkeit ist hervorragend, besonders wenn man bedenkt, daß ja nur von den Bodenwerten ausgegangen wurde. Man darf im übrigen hoffen, daß über längere Strecken bzw. größere Höhenunterschiede, wie sie besonders bei Shoranmessungen auftreten, sich die Anomalien weitgehend kompensieren. Leider ist noch kaum Beobachtungsmaterial vorhanden, das die Frage zu beantworten erlaubt, wie groß die horizontalen Erstreckungen von Dampfdruckanomalien sind. Dazu wären gleichzeitige Sondenaufstiege an nicht zu weit entfernten Stationen nötig.

Literatur:

[1] Jordan-Eggert-Kneißl: Handbuch der Vermessungskunde, Band VI.

[2] Robitzsch, M.: Die mittlere Abnahme des Dampfdruckes mit der Höhe. Meteorologische Zeitschrift, Band 61 (1944), Seite 273.

[3] Löser, H.-G.: Untersuchungen zur praktischen Berechnung von Refraktionsanomalien ..., DGK, Reihe B, Heft Nr. 36.

[4] *Cehak, K.:* Zehn jährige Mittelwerte der meteorologischen Elemente in der freien Atmosphäre bis 30 km über Wien, Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A, Band 15, Heft 2 (1966).

[5] Aerologische Berichte, Radiosondenaufstiege und Höhenwindmessungen. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Publikation Nr. 169.

Ausreißerkriterien

Von K. Pauly, Santiago de Chile

A) Allgemeines

Jeder messende Ingenieur wird einmal vor dem Problem gestanden haben, daß in einer Serie von Messungen der gleichen Größe ein oder mehrere Ergebnisse auftraten, von denen er vorgezogen hätte, daß sie nicht vorhanden seien.

Diese sogenannten "Ausreißer" sind, falls es sich nicht um ganz extreme Werte handelt, meistens nicht erklärbar. Außerdem ist es natürlich nicht zulässig, diese Werte rein gefühlsmäßig auszusondern, denn die daraus resultierende scheinbare Genauigkeitssteigerung des Restsystems kann zu falschen Schlüssen über die Systemgenauigkeit führen.

Durch die zunehmende Einführung von physikalischem Gerät in die Geodäsie, wie Kreisel, Gravimeter, elektromagnetische Entfernungsmesser, ist dieses Problem in den letzten Jahrzehnten wieder besonders aktuell geworden. Es handelt sich nämlich um Instrumente, bei denen der Genauigkeitsgrad nicht mehr allein von der Geschicklichkeit des Beobachters, und der Fertigungsgenauigkeit abhängt; denn infolge der komplizierten Technologie können Teile oder die Gesamtheit einer oft sprunghaften Veränderung unterliegen, die die Meßgenauigkeit beeinflußt*).

^{*)} In diesem Zusammenhang sei auf die interessante Arbeit von Baumeister, Die Zuverlässigkeit von Flugreglern, in Flugwelt 10/65, S. 858-859, hingewiesen.