Paper-ID: VGI_196823

Ein Beitrag zur Orientierung von Satellitenbeobachtungskammern

Gerhard Brandstätter [1]

[1] *8010 Graz, Klosterwiesgasse 19*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **56** (6), S. 201–207

1968

BibTEX:

```
@ARTICLE{Brandstaetter_VGI_196823,
Title = {Ein Beitrag zur Orientierung von Satellitenbeobachtungskammern},
Author = {Brandst{\"a}tter, Gerhard},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {201--207},
Number = {6},
Year = {1968},
Volume = {56}
}
```

Ein Beitrag zur Orientierung von Satellitenbeobachtungskammern

Von *Gerhard Brandstätter*, Graz

Bei der gegenwärtig in Gebrauch stehenden Methode der Hochzieltriangulation mit Ballon-Satelliten ist das Ergebnis jeder Durchgangsbeobachtung die Angabe eines oder mehrerer Richtungsvektoren zu bestimmten Punkten der Satellitenbahn, bezogen auf ein zum Äquatorsystem paralleles topozentrisches System. Die Komponenten (Richtungscosinus) dieser Vektoren folgen aus einer orthogonalen Transformation vom Bildkoordinaten- ins Äquatorsystem, definiert durch die mit jeder Aufnahme verbundene, von vornherein aber unbekannte Orientierungsmatrix. Diese ist mit Hilfe bekannter, in der Aufnahme identifizierter Sterne bestimmbar. Das damit zusammenhängende Orientierungsproblem ist allerdings nur iterativ lösbar, wofür der einschlägigen Literatur bereits eine Anzahl von Möglichkeiten entnommen werden kann. Im vorliegenden Aufsatz soll diesen nun nicht eine weitere Iterationsmethode hinzugefügt, sondern der Versuch unternommen werden, System in die vorhandene Vielfalt zu bringen und die günstigste Methode auszuwählen.

1. *Die Orientierungsmatrix*

Orientierungsmatrizen werden gewöhnlich aus drei unabhängigen Orientierungsparametern aufgebaut, wobei jedoch im Hinblick auf die gesuchten Richtungscosinus der Satellitenpunkte nicht die Parameter an sich, sondern die neun Koeffizienten der Matrix interessieren. Es ist daher prinzipiell gleichgültig, welche Parameter dem Aufbau zugrundegelegt werden, sofern sie nur unabhängig voneinander sind. Ihre Auswahl kann demzufolge allein nach praktischen Gesichtspunkten erfolgen. Die gängigen Anordnungen von Parametern entspringen ja auch gewissen instrumentellen oder geometrischen Voraussetzungen, so etwa die Kombination ω, φ, $\varkappa$ in der Aerophotogrammetrie der Anordnung der Achsen im Kardan der Kameraaufhängung oder etwa in der Himmelsmechanik der Festlegung einer Planetenbahn durch Länge des aufsteigenden Knotens, Neigung der Bahnebene und Winkelabstand zwischen Perihel und aufsteigendem Knoten. Jeder dieser für die eindeutige Festlegung der Orientierungsmatrix notwendigen Parameter beschreibt eine Drehung um eine bekannte Achse, der jeweils eine ebene Drehmatrix zugeordnet ist. Ihre geordnete Multiplikation ergibt die gesuchte räumliche Drehmatrix. Bei Sichtung aller möglichen Parameterkombinationen, die in [1] zusammengestellt sind, können deutlich die folgenden zwei Fälle unterschieden werden.

1.1 *Endliche Drehungen um schiefe Drehachsen*

Erfolgt wie in [27], Seite 138, die erste Drehung α_2*) um die z-Achse ($\mathbf{e}_3$) eines übergeordneten Systemes $\mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$, die Drehung α_1 um die mitgedrehte y-Achse ($\mathbf{e}'_2 = \mathbf{k}''$) und die dritte Drehung α_3 um die Achse $\mathbf{e}''_3 = \mathbf{k}$ (s. Abb. 1 in [2]), dann ist die entsprechende räumliche Drehmatrix gleich dem Produkt

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 & 0 \\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & \sin\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 & 0 \\ \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (1.1.1)$$

*) Die vorliegenden Ausführungen beinhalten teilweise eine Ergänzung zu [2], weshalb so weit wie möglich die dort eingeführten Bezeichnungen beibehalten werden.

Hierin fällt auf, daß formal zweimal die gleiche ebene Drehmatrix auftritt, hervorgerufen durch die zweimalige Verwendung der Richtung $\mathbf{e}_3$ als Drehachse — einmal in der Ausgangslage, einmal verdreht als $\mathbf{e}''_3 = \mathbf{k}$. Wird die Reihenfolge der ersten beiden Teilmatrizen geändert, dann bedeutet dies Drehung um die beiden festen und zueinander orthogonalen Achsen $\mathbf{e}_2$ und $\mathbf{e}_3$, die dritte Drehung aber muß mit der schief dazu stehenden Achse $\mathbf{k}$ verbunden bleiben

Zueinander schiefachsige Drehmatrizen sind natürlich auch in anderer Reihenfolge und anderer Besetzung denkbar, treten aber in der Praxis nur in der Anordnung (1.1.1) auf. Dies gilt für die in der Kreiseltheorie verwendeten Eulerschen Winkel, die schon erwähnten Parameter der Himmelsmechanik, die in der sphärischen Astronomie verwendeten Richtungsparameter, die Parameter der terrestrischen Photogrammetrie und für das sogenannte Church-System ([1]) der Aerophotogrammetrie.

1.2 *Endliche Drehungen um orthogonale Achsen*

Erfolgt die erste Drehung α_1 um $\mathbf{e}_1$, die Drehung α_2 um $\mathbf{e}'_2 = \mathbf{k}''$ und die dritte Drehung α_3 um $\mathbf{e}''_3 = \mathbf{k}$ (Abb. 2b in [2]), dann folgt $\mathbf{R}$ nach [3] aus

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 \\ 0 & \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & \sin\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_3 & -\sin\alpha_3 & 0 \\ \sin\alpha_3 & \cos\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2.1)$$

Umkehrung der Reihenfolge bedeutet Drehung um die nicht mitgedrehten orthogonalen Achsen $\mathbf{e}_i$, sonstige Änderungen der Reihenfolge Wechsel in der Folge der Achsen.

Unabhängig von anderen Einzelheiten der Parameteranordnung (Nullpunkt der Zählung, Drehsinn, Folge der Achsen) treten also zwei Grundformen auf, nämlich räumliche Drehung bei zueinander schiefen und bei orthogonalen Achsen der Einzeldrehungen. Die weiteren Ausführungen sollen sich daher nur auf diese beiden Formen beschränken.

2. *Differentielle Orientierungsmatrizen*

Jede näherungsweise gegebene Orientierungsmatrix ($\mathbf{R}$) kann nach [3] mit Hilfe einer aus differentiellen Drehungen zusammengesetzten Matrix $d\mathbf{R}$ in die gesuchte Matrix $\mathbf{R} = d\mathbf{R}\,(\mathbf{R})$ übergeführt werden, wenn sie sich von $\mathbf{R}$ nur um kleine Beträge erster Ordnung unterscheidet. Ist die Richtung der Drehachse $\mathbf{d}^T = (d_x, d_y, d_z)$**) einer kleinen Drehung $d\alpha$ bekannt, dann hat die ihr zugeordnete (schiefsymmetrische) Drehmatrix nach [3] die Form

$$d\mathbf{R} = \mathbf{E} + d\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha\, d_z & +d\alpha\, d_y \\ +d\alpha\, d_z & 1 & -d\alpha\, d_x \\ -d\alpha\, d_y & +d\alpha\, d_x & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

und die gesuchte Orientierungsmatrix folgt aus

$$\mathbf{R} = (\mathbf{R}) + d\mathbf{A}\,(\mathbf{R}). \quad (2.2$$

Wird eine kleine Drehung, die um eine beliebig im Raum liegende Achse erfolgt, in drei Drehungen um bekannte Achsen zerlegt, dann ist die ihr zugeordnete Matrix $d\mathbf{R}$ wie bei endlichen Drehungen gleich dem Produkt der den drei Einzeldrehungen entsprechenden Matrizen.

**) Ein hochgestelltes T bedeutet Transposition, also Übergang vom Spalten- zum Zeilenvektor.

2.1 *Differentielle Drehungen um schiefe Drehachsen*

Die kleine Drehung $d\alpha_2$ erfolgt um $\mathbf{e}^T{}_3 = (0, 0, 1)$, womit

$$d\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha_2 & 0 \\ +d\alpha_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

wird. Die kleine Änderung der „Poldistanz“ α_1 erfolgt um die Drehachse $\mathbf{k}''^T = (-\sin\alpha_2, \cos\alpha_2, 0)$ und wird durch

$$d\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & +d\alpha_1\cos\alpha_2 \\ 0 & 1 & +d\alpha_1\sin\alpha_2 \\ -d\alpha_1\cos\alpha_2 & -d\alpha_1\sin\alpha_2 & 1 \end{pmatrix}$$

beschrieben. $d\alpha_3$ schließlich hat die Drehachse $\mathbf{k}^T = (\cos\alpha_2 \sin\alpha_1, \sin\alpha_2 \sin\alpha_1, \cos\alpha_1)$ und die Matrix

$$d\mathbf{R}_3 = \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha_3\cos\alpha_1 & +d\alpha_3\sin\alpha_1\sin\alpha_2 \\ +d\alpha_3\cos\alpha_1 & 1 & -d\alpha_3\sin\alpha_1\cos\alpha_2 \\ -d\alpha_3\sin\alpha_1\sin\alpha_2 & +d\alpha_3\sin\alpha_1\cos\alpha_2 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Gesamtdrehung folgt aus $d\mathbf{R} = d\mathbf{R}_1\, d\mathbf{R}_2\, d\mathbf{R}_3$ mit

$$d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha_2 - d\alpha_3\cos\alpha_1 & +d\alpha_3\sin\alpha_1\sin\alpha_2 + d\alpha_1\cos\alpha_2 \\ +d\alpha_2 + d\alpha_3\cos\alpha_1 & 1 & -d\alpha_3\sin\alpha_1\cos\alpha_2 + d\alpha_1\sin\alpha_2 \\ -d\alpha_3\sin\alpha_1\sin\alpha_2 - d\alpha_1\cos\alpha_2 & +d\alpha_3\sin\alpha_1\cos\alpha_2 - d\alpha_1\sin\alpha_2 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.1.1}$$

Eine Transformation $d\mathbf{R}\mathbf{x} = (\mathbf{E} + d\mathbf{A})\mathbf{x}$ kann auch in der Form $\mathbf{x} + d\mathbf{a}\times\mathbf{x}$ ausgeführt werden, wenn die Komponenten des „Axiators“ $d\mathbf{A}$ zum „Drehvektor“

$$d\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 - d\alpha_1\sin\alpha_2 & + d\alpha_3\sin\alpha_3\cos\alpha_2 \\ 0 - d\alpha_1\cos\alpha_2 & + d\alpha_3\sin\alpha_1\sin\alpha_1 \\ d\alpha_2 \pm 0 & + d\alpha_3\cos\alpha_1 \end{pmatrix} \tag{2.1.2}$$

zusammengefaßt werden, woraus zu entnehmen ist, daß $d\mathbf{a}$ auch aus der vektoriellen Summe

$$d\mathbf{a} = \mathbf{e}_3\, d\alpha_2 + \mathbf{k}''\, d\alpha_1 + \mathbf{k}\, d\alpha_3 \tag{2.1.3}$$

der drei Teildrehungen erhalten werden kann.

2.2 *Differentielle Drehungen um orthogonale Achsen*

Haben kleine Drehungen $d\alpha_1$ zueinander orthogonale Achsen, dann folgt $d\mathbf{R}$ aus

$$d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -d\alpha_1 \\ 0 & +d\alpha_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & +d\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -d\alpha_2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha_3 & 0 \\ +d\alpha_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -d\alpha_3 & +d\alpha_2 \\ +d\alpha_3 & 1 & -d\alpha_1 \\ -d\alpha_2 & +d\alpha_1 & 1 \end{pmatrix}$$

und kann, wie durch Vergleich mit 2.1 leicht einzusehen ist, nur im Sonderfall der orthogonalen Achsanordnung direkt aus den Differentialformen der endlichen ebenen Drehungen (1.2.1) gewonnen werden. Der Drehvektor nimmt hier die einfache Form $d\mathbf{a}^T = (d\alpha_1,\ d\alpha_2,\ d\alpha_3)$ an, kann in der Form

$$d\mathbf{a} = \mathbf{i}d\alpha_1 + \mathbf{j}d\alpha_2 + \mathbf{k}d\alpha_3 \tag{2.2.2a}$$

und, da die Komponenten des Axiators $d\mathbf{A}$ von der Reihenfolge der Teildrehungen in (2.2.1) unabhängig sind, auch in der Form

$$d\mathbf{a} = \mathbf{e}_1\, d\alpha_1 + \mathbf{e}_2\, d\alpha_2 + \mathbf{e}_3\, d\alpha_3 \tag{2.2.2b}$$

geschrieben werden.

Endliche orthogonale Drehungen gehen nicht in differentielle orthogonale Drehungen über, denn wenn $d\mathbf{a}$ mit den Drehachsen $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{k}''$, $\mathbf{k}$ der endlichen orthogonalen Parameter in 1.2 gebildet wird, dann folgt analog zu (2.1.2)

$$d\mathbf{a} = \mathbf{e}_1\, d\alpha'_1 + \mathbf{k}''\, d\alpha'_2 + \mathbf{k}d\alpha'_3 \tag{2.2.3}$$

und eine differentielle Drehmatrix analog (2.1.1). Von differentiellen orthogonalen Drehungen kann demnach nur dann gesprochen werden, wenn $d\mathbf{a}$ in drei zueinander orthogonale Komponenten zerlegt wird.

2.3 *Transformation der Parameter*

(2.2.1) und (2.2.2b) müssen hinsichtlich der Restdrehung dieselbe Wirkung haben, woraus die Gleichung

$$\mathbf{e}_3\, d\alpha^s{}_2 + \mathbf{k}''\, d\alpha^s{}_1 + \mathbf{k}d\alpha^s{}_3 = \mathbf{e}_1\, d\alpha_1 + \mathbf{e}_2\, d\alpha_2 + \mathbf{e}_3\, d\alpha_3 \tag{2.3.1}$$

folgt, in der die Parameter des schiefachsigen Systems mit s gekennzeichnet sind. Skalar angeschrieben liefert sie die Transformationsgleichungen

$$\begin{aligned} -\sin\alpha_2\; d\alpha^s{}_1 + \cos\alpha_2 \sin\alpha_1\; d\alpha^s{}_3 &= d\alpha_1 \\ +\cos\alpha^s{}_2\; d\alpha^s{}_1 + \sin\alpha_2\; \sin\alpha_1\; d\alpha^s{}_3 &= d\alpha_2 \\ d\alpha^s{}_2 \qquad\qquad + \qquad \cos\alpha_1\; d\alpha^s{}_3 &= d\alpha_3, \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

mit deren Hilfe schiefachsige differentielle Drehungen in normalachsige übergeführt werden können und umgekehrt. Entsprechende Transformationsgleichungen folgen aus

$$\mathbf{e}_1 d\alpha'_1 + \mathbf{k}''\, d\alpha'_2 + \mathbf{k}d\alpha'_3 = \mathbf{e}_1 d\alpha_1 + \mathbf{e}_2 d\alpha_2 + \mathbf{e}_3 d\alpha_3 \tag{2.3.3}$$

und aus (2.1.3) und (2.2.3) die Beziehungen zwischen verschiedenen schiefachsigen differentiellen Parametern.

3. *Die Abbildungsgleichung und ihre Differentialform*

Wird fehlerfreie Abbildung vorausgesetzt, dann erfolgt z. B. nach [4] die (gnomonische) Abbildung der Richtungskugel in das Kammersystem **i, j, k** mittels der Gleichungen

$$x = -c\,\frac{\mathbf{r}\,.\,\mathbf{i}}{\mathbf{r}\,.\,\mathbf{k}} \quad \text{und} \quad y = -c\,\frac{\mathbf{r}\,.\,\mathbf{j}}{\mathbf{r}\,.\,\mathbf{k}}\,, \tag{3.1}$$

wenn $\mathbf{r}$ der durch Rektaszension und Deklination gegebene Richtungsvektor eines Sternes ist. Die Vektoren $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ sind ([2], Seite 139) die Zeilenvektoren der Orientierungsmatrix $\mathbf{R}$, die mit jenen von $(\mathbf{R})$ wegen (2.2) anhand der Beziehungen

$$\mathbf{i} = (\mathbf{i}) + d\mathbf{a}\times(\mathbf{i}),\ \mathbf{j} = (\mathbf{j}) + d\mathbf{a}\times(\mathbf{j}),\ \mathbf{k} = (\mathbf{k}) + d\mathbf{a}\times(\mathbf{k}) \tag{3.2}$$

verknüpft sind. (3.2) in (3.1) eingesetzt führt zu den aus der analytischen Photogrammetrie geläufigen Differentialformen (siehe auch [6], Seite 748f.)

$$\begin{aligned} dx &= x - (x) = \frac{1}{\mathbf{r}\,.\,(\mathbf{k})}\,\mathbf{r}\times\left\{x(\mathbf{k}) + c(\mathbf{i})\right\}.\,d\mathbf{a} \\ dy &= y - (y) = \frac{1}{\mathbf{r}\,.\,(\mathbf{k})}\,\mathbf{r}\times\left\{y(\mathbf{k}) + c(\mathbf{j})\right\}.\,d\mathbf{a}, \end{aligned} \tag{3.3}$$

in deren Koeffizienten die Einheitsvektoren auf das übergeordnete System bezogen sind. Aus rechentechnischen Gründen ist es vorzuziehen, diese im Bildkoordinatensystem auszudrücken, also als Funktionen der als Meßgrößen vorliegenden Bildkoordinaten. Ist $\mathbf{p}^T = (x,\ y,\ -c)$ der Ortsvektor eines Bildpunktes und $\mathbf{p}\colon |\mathbf{p}|$ der diesem zugeordnete Einheitsvektor, dann kann $\mathbf{r}$ mit hinreichender Genauigkeit aus $\mathbf{r} = (\mathbf{R})^T \dfrac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$ berechnet werden. $|\mathbf{p}|$ folgt aus $|\mathbf{p}| = \sqrt{x^2 + y^2 + c^2}$ wegen (3.1) mit $|\mathbf{p}| = \pm \dfrac{c}{\mathbf{r}\,.\,(\mathbf{k})}$, wobei hier das negative Vorzeichen gilt, und somit können die Beziehungen (3.3) in die Form

$$\begin{aligned} dx &= -(\mathbf{R})^T \frac{1}{c}\begin{pmatrix} x \\ y \\ -c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c \\ 0 \\ x \end{pmatrix}.\,d\mathbf{a} = -(\mathbf{R})^T \frac{1}{c}\begin{pmatrix} xy \\ -(x^2 + c^2) \\ -yc \end{pmatrix}.\,d\mathbf{a} \\ dy &= -(\mathbf{R})^T \frac{1}{c}\begin{pmatrix} x \\ y \\ -c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ y \end{pmatrix}.\,d\mathbf{a} = -(\mathbf{R})^T \frac{1}{c}\begin{pmatrix} y^2 + c^2 \\ -xy \\ xc \end{pmatrix}.\,d\mathbf{a} \end{aligned} \tag{3.4}$$

gebracht werden. Sie enthalten keinerlei Vereinbarungen über das anzunehmende Parametersystem und sind daher als die eigentlichen Orientierungsgleichungen anzusehen, aus denen durch entsprechende Spezialisierung die Formeln für schiefachsige Drehungen und Drehungen um orthogonale Achsen hervorgehen. Die Ansätze hierzu sollen im folgenden nur kurz skizziert werden, da in den zitierten Veröffentlichungen ausführliche skalare Formeln enthalten sind.

3.1 *Schiefe Drehachsen*

In [4] wird von astronomischen Parametern ausgegangen. Es ist daher Glg. (2.1.3) für die Bildung von $d\mathbf{a}$ heranzuziehen, wobei die Komponanten im Äquatorsystem anzugeben sind. Es folgt dann aus den Glgn. (3.4) das in [4], Seite 399ff. enthaltene Formelsystem. [5] nimmt insofern eine Zwischenstellung ein, als die zugrundegelegten endlichen Parameter orthogonal sind, die Differentialform ([5], Seite 95f.) aber schiefachsigen Drehungen entspricht. Sie wird aus den Glgn. (3.4) durch Einsetzen von (2.2.3) erhalten.

3.2 *Orthogonale Drehachsen*

Mit $d\mathbf{a}^T = (d\alpha_1, d\alpha_2, d\alpha_3)$ folgen aus (3.4) die in [6], Seite 749 angegebenen Differentialformen. Der Vorteil dieses Systems ist, daß das Bildungsgesetz für die Koeffizienten der Linearform schematischer und daher einfacher ist als in den vorher zitierten Ansätzen und daß direkt die Glieder des Axiators $d\mathbf{A}$ erhalten werden, die für die iterative Berechnung $\mathbf{R} = d\mathbf{R}\,(\mathbf{R})$ benötigt werden. Dabei ist nach [3] aber zu beachten, daß zu große Iterationsschritte in den $d\alpha_i$ eine Matrix $d\mathbf{R}$ ergeben, die eine affine Verzerrung des transformierten Punkthaufens bewirkt. In solchen Fällen ist $d\mathbf{R}$ aus den $d\alpha_i$ als endlichen Winkeln wie in (1.2.1) zu berechnen.

4. *Zahlenbeispiel*

Nach den in [7], Seite 97f., angegebenen Formeln wurden für die Satellitenbeobachtungsstation der II. Lehrkanzel für Geodäsie der T. H. Graz (Vorstand Prof. Dr. Karl Rinner) Graz-Lustbühel die äquatorialen Einstelldaten $(\alpha) = 195^0\, 27'20''$, $(\delta) = +\, 38^0 24'40''$, $(q) = -\, 59^2 16'30''$ vorausberechnet und damit nach [2], Seite 143, die Glieder der Näherungsmatrix $(\mathbf{R})^T$ gebildet:

$$(\mathbf{R})^T = \begin{pmatrix} -650\;9284 & +076\;8707 & +755\;2370 \\ +350\;1126 & +913\;1361 & +208\;8150 \\ -673\;5824 & +400\;3416 & -621\;2997 \end{pmatrix}$$

Für die vorläufige Orientierung der Aufnahme konnten die Sterne 458 und 492 (Kat. Nr. in Apparent Places of Fundamental Stars) herangezogen werden. Ihre Bildkoordinaten sind:

	x	y
458	+10,528	+49,426
492	+42,563	−37,095,

die Näherungskoordinaten, berechnet mit (c) = 306 mm:

458	+10,600	+49,651
492	+42,822	−37,358.

Werden den Glgn. (3.4) noch die Glieder $\frac{x}{c}\,dc$ und $\frac{y}{c}\,dc$ für die Bestimmung der Kammerkonstanten hinzugefügt, dann folgen vier Glgn. mit den Unbekannten $d\alpha_1$, $d\alpha_2$, $d\alpha_3$ und dc:

Stern	$d\alpha''_1$	$d\alpha''_2$	$d\alpha_3''$	$dc\,.\,10^{-1}$	$1\,.\,10^{-1}$
458 x	+ 62,1681	+289,5206	+ 92,9622	+0,3464	+0,7180
458 y	+196,5549	−110,5979	+218,8169	+1,6226	+2,2470
492 x	− 7,6338	+278,9210	+144,5926	+1,3994	+2,5840
492 y	+169,4106	−122,4467	+233,7004	−1,2208	−2,6280

und daraus $d\alpha_1 = +\,29'',9$, $d\alpha_2 = -\,19'',8$, $d\alpha_3 = +\,14'',6$, $dc = -\,1{,}721$ mm, bzw. die gesuchte Orientierungsmatrix

$$\mathbf{R}^T = \begin{pmatrix} 1000\ 0000 & -000\ 0706 & -000\ 0959 \\ +000\ 0706 & 1000\ 0000 & -000\ 1447 \\ +000\ 0959 & +000\ 1447 & 1000\ 0000 \end{pmatrix} (\mathbf{R})^T =$$

$$= \begin{pmatrix} -650\ 8888 & +076\ 7678 & +755\ 2818 \\ +350\ 1641 & +913\ 0836 & +208\ 9582 \\ -673\ 5942 & +400\ 4811 & -621\ 1971 \end{pmatrix}$$

worin die $d\alpha_i$ natürlich im Bogenmaß einzuführen sind. Die entsprechenden astronomischen Parameter werden aus

$$\begin{aligned} & -0{,}26649\, d\delta & +0{,}75528\, dq &= +29'',9 \\ & +0{,}96348\, d\delta & +0{,}20896\, dq &= -19'',8 \\ 1{,}00000\, d\alpha & & -0{,}62120\, dq &= +14'',6 \end{aligned}$$

mit $d\alpha = +33'',3$, $d\delta = -27'',1$, $dq = +30'',0$ erhalten.

5. *Schluß*

Es konnte gezeigt werden, daß die „verschiedenen" Methoden der Kammerorientierung eigentlich nicht als verschieden bezeichnet werden können. Sie unterscheiden sich nur hinsichtlich der dem Aufbau der Orientierungsmatrix zugrundegelegten Parameter und der Zerlegung des Drehvektors in seine Komponenten. Während aber der erste Unterschied eigentlich unwesentlich ist, kommt dem zweiten mit Rücksicht auf die praktische Rechnung eine gewisse Bedeutung zu und es dürfte die Zerlegung in orthogonale Komponenten für die Programmierung elektronischer Rechenanlagen am günstigsten sein, da zur Bildung der Koeffizienten nur die sowieso für die Berechnung der genäherten Bildkoordinanten notwendige vorläufige Orientierungsmatrix und die Bildkoordinaten benötigt werden. Für die wegen der einfachen Multiplikation Matrix mal Vektor völlig schematische Berechnung bieten die für wissenschaftliche Probleme bereitgestellten Programmsprachen (FORTRAN, ALGOL) geeignete Befehlskombinationen. Überdies stellt die Verwendung orthogonaler differentieller Drehungen, vom theoretischen Standpunkt aus gesehen, die direkte Lösung des Orientierungsproblems dar.

Literatur:

[1] *Rosenfield, G. H.:* in Manual of Photogrametry, Vol. I, 3rd edition, S. 59—65. American Society of Photogrametry.

[2] *Brandstätter, G.:* Eine einfache vektorielle Herleitung räumlicher Orientierungsmatrizen. Ö.Z.f.V., 1966, Nr. 5.

[3] *Rinner, K.:* Über räumliche Drehungen. DGK, Reihe A, Nr. 25.

[4] *Kuntz, E.:* Die Beziehungen zwischen Sternkoordinaten und gemessenen Bildkoordinaten in Satellitenaufnahmen. Z.f.V., 1965, Nr. 11.

[5] *Deker, H.:* Die Anwendung der Photogrammetrie in der Satellitengeodäsie. DGK Reihe C, Nr. 111.

[6] *Rinner, K.:* in Jordan-Eggert-Kneißl, Band VI.

[7] *Brandstätter, G.:* Vorausberechnungen zur photographischen Satellitenbeobachtung. Ö.Z.f.V. 1967, Nr. 4.