

Paper-ID: VGI_196806



Rationellste Basisnetze der Präzisions-Polygonometrie vorgeschriebener Genauigkeit mit Wild-Theodolit T 2 und 2m-Invar-Basislatte im Stadtgebiet

Walter Smetana ¹

¹ 1050 Wien, Nikolsdorfer Straße Nr. 3/1/12

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **56** (2), S. 58–63

1968

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_196806,  
  Title = {Rationellste Basisnetze der Präzisions-Polygonometrie  
    vorgeschriebener Genauigkeit mit Wild-Theodolit T 2 und 2m-Invar-Basislatte  
    im Stadtgebiet},  
  Author = {Smetana, Walter},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift für Vermessungswesen},  
  Pages = {58--63},  
  Number = {2},  
  Year = {1968},  
  Volume = {56}  
}
```



Zusammenfassung

Beim mehrfachen Vorwärts- wie beim mehrfachen Rückwärtsschnitt — und natürlich auch sinngemäß beim kombinierten Einschnitten — kann der totale mittlere Punktlagefehler des Neupunktes mit den angegebenen Formeln (4) bzw. (4a) einfach und schnell bestimmt werden, wenn man sich mit etwa 10% Genauigkeit der ermittelten Größen begnügt. Das wird am Feld, bei der Einmessung, immer und bei der Punktberechnung i. a. dann der Fall sein, wenn der Lagefehler nur wenige cm beträgt. Schließlich ist damit außerdem die Möglichkeit gegeben auch bei *graphischen* Ausgleichungen von mehrfach eingeschnittenen Punkten den mittleren Punktlagefehler einfach, dabei aber trotzdem genügend genau ermitteln zu können.

Literaturhinweise

- [1] *Jordan-Eggert*, Handbuch der Vermessungskunde, 1. Band 1935.
 [2] *Ackerl*, Geodäsie und Photogrammetrie, 2. Teil 1956.
 [3] *Wolf*, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, im Erscheinen begriffen.
 [4] *Kovarik*, Zur graphischen Bestimmung der Fehlerellipse Zeitschr. f. Verm. 1952.

Rationellste Basisnetze der Präzisions-Polygonometrie vorgeschriebener Genauigkeit mit Wild-Theodolit T2 und 2m-Invar-Basislatte im Stadtgebiet

Von *Walter Smetana*, Wien

Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Zusammenfassung:

Bei Verwendung des üblichen Wild'schen Instrumentariums mit Zwangszentrier-Ausrüstung zur Messung von Präzisions-Polygonzügen verschiedener Längen im Stadtgebiet, und unter Zusage einer geforderten Polygon-Punktlagegenauigkeit von 1 cm, der parallaktischen- und Polygonwinkel-Meßgenauigkeit mit bzw. $m_a \approx \pm 2''$, $m_\beta \approx \pm 8''$, sind in der vorliegenden Arbeit für den Praktiker die jeweils rationellsten Basisnetze errechnet und in einer Tabelle zusammengestellt.

Für die Zugslängen wurde ein Bereich von 500 m bis 1,5 km gewählt. Die Anzahl der Polygonpunkte, einschließlich der beiden Anschlußpunkte eines Zuges, wird hierbei mit 11 bis 31 festgelegt. Weiters können der Tabelle auch noch zulässige Außermittigkeiten der Basislatte, ideale Hilfsbasislängen, sowie Abweichungen von denselben entnommen werden.

1. Einleitung

Bei der Anlage von Hauptpolygonzügen der Präzisions-Polygonometrie im Stadtgebiet wird der Einsatz eines leichten Geodimeters zur elektro-optischen Distanzmessung wohl die rationellste Strecken-Meßmethode darstellen, da besonders auf Grund der diesbezüglichen mathematisch-statistischen Untersuchungen von Geodimeterstrecken nach Peters-Korschineck [1], eine in vielen Fällen auch für Stadtvermessungen geforderte Punktlagegenauigkeit durch den rationellen Einsatz eines Geodimeters erzielt werden kann.

In manchen Fällen jedoch, wo eine besonders hohe Punktlagegenauigkeit angestrebt wird und infolge der bestehenden Gelände-, Verbauungs- und Verkehrsverhältnisse, nur sehr kurze, im Durchschnitt etwa 50 m lange Seiten gewählt werden müssen, wird man derzeit noch immer zur altbewährten klassischen Streckenmeßmethode mittels Wild'scher 2 m Invar-Basislatte greifen.

Wie nun diese Methode im Stadtgebiet unter Einhaltung einer bestimmten, vorgeschriebenen Punktlagegenauigkeit von 1 cm in der Präzisions-Polygonometrie rationellst, d. h. mit dem geringsten Arbeitsaufwand angewendet werden kann, soll im folgenden erläutert und dem Praktiker in Form einer Tabelle ersichtlich gemacht werden.

Daß diese Streckenmeßmethode dem Gelände sehr anpassungsfähig ist und durch die zwangszentrierte Messung sowie durch einen strengen Ausgleich der Züge mit Berücksichtigung der Seitengewichte auch sehr stark ausspringende und ungleich lange Seiten für die zu erreichende Genauigkeit bedeutungslos bleiben, erleichtert dem Praktiker im Stadtgebiet die Projektierung von Präzisions-Polygonzügen mittels Basislatte.

Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit wurden im Hinblick auf städtische Verbauungs- und Verkehrsverhältnisse nur die folgenden 4 Basisnetze zugelassen:

1. Basislatte am Ende (1).
2. Basislatte in der Mitte (2).
3. Hilfsbasis am Ende (11).
4. Hilfsbasis in der Mitte (12).

Die in Klammer gesetzten Zahlen sind zweckmäßige Kennziffern der Basisnetze nach G. Förstner [2], wonach Ziffer 1 Dreiecksnetze und Ziffer 2 Rautennetze bezeichnen. Während der Vergrößerungsschritt durch die Anzahl der Ziffern festgehalten wird, zeigt die Ziffernsumme die Anzahl der zu messenden parallaktischen Winkel an.

Diese kurze und prägnante Bezeichnungsweise nach Förstner soll auch im folgenden Verwendung finden.

2. Theoretische Grundlagen

Unter Zugrundlegung der sehr ausführlichen Genauigkeits-Untersuchungen der optischen Streckenmessung mit Theodolit und Basislatte von G. Förstner [2], sowie meiner Arbeiten über Seitengewichte bei Feinpolygonzügen [3], strengen Ausgleich von Feinpolygonzügen bei Stadtvermessungen [4] und einer Zusammenfassung der Fehlertheorie für gestreckte Züge nach Hubeny [5], ergibt sich aus der Näherungsformel für den mittleren Längsfehler m_l und dem mittleren Querfehler m_q für die Zugmitte eines beidseitig nach Richtung und Koordinaten abgeschlossenen gestreckten Zuges mit bzw.

$$m_l = \pm \frac{m_s}{2} \sqrt{n-1}, \quad m_q = \pm s \cdot m_\beta \cdot \frac{n \sqrt{n}}{\sqrt{192}}$$

ein mittlerer Punktlagefehler

$$M^2 = \frac{m_s^2}{4} \cdot (n-1) + \frac{s^2 \cdot m_\beta^2 \cdot n^3}{192} \quad \dots (1)$$

für die Zugmitte eines solchen Zuges.

s bedeutet hierin die durchschnittliche Streckenlänge, m_s den mittleren Streckenfehler und n die Anzahl aller Polygonpunkte, einschließlich der beiden Anschlußpunkte. Der mittlere Polygonwinkel-Meßfehler lautet m_β .

Setzt man $s = \frac{L}{n-1}$, wobei L die Zugslänge bedeutet und führt man nun

in Formel (1) an Stelle von m_s^2 die in [3] bestimmten Gewichte für Streckenmessungen mittels Basislatte ein, so erhält man nach Berücksichtigung des bei dieser Gewichtsbestimmung außer Acht und für alle Streckenmeßmethoden konstant belassenen Gliedes

$$\frac{m_\alpha^2}{4 \rho^2} \text{ zunächst für } m_s^2 = \frac{10^4}{q \cdot 6372} = \frac{246,8041}{q}, m_s \text{ in Millimeter und } m_\alpha \approx 2^{\text{cc}}.$$

$$\text{Da nach [3] } q = \frac{10^8}{f(s)} \text{ und } q_0 = \frac{1}{m_s^2} = \frac{1}{f(s)} \cdot \frac{4 \rho^2}{m_\alpha^2} \text{ ist, wird } q_0 = q \cdot \frac{4 \rho^2}{10^8 \cdot m_\alpha^2}$$

und somit $m_s^2 = \frac{1}{q_0} = \frac{10^8 \cdot m_\alpha^2}{q \cdot 4 \rho^2}$ für m_s in Meter und daher weiters:

$$M^2 = \frac{246,8}{4q} \cdot (n-1) + \frac{L^2_{km} \cdot m_\beta^2 \cdot n^3}{0,6372 (n-1)^2 \cdot 192} \leq 100 \quad \dots (2)$$

da der mittlere Punktlagefehler in Zugmitte $M \leq 10$ mm sein soll.

Aus Formel (2) wird nun das Gewicht der jeweils aus der Zuglänge L und der Anzahl der Polygonpunkte n resultierenden Polygonseite s als Funktion des mittleren Punktlagefehlers der Zugmitte errechnet, in der Tabelle als q_M ersichtlich, und ergibt durch Vergleich mit den jeweils 4 Gewichten q_S , die derselben Seitenlänge s für die 4 hier in Betracht kommenden Basisnetze zukommen, ein Kriterium zur Feststellung des rationellsten Basisnetzes, das in der Tabelle einfach als Netz bezeichnet wird. Dieses Netz ist dadurch ausgezeichnet, daß bei einem Minimum an parallaktischer Winkelmessung ein Optimum an Genauigkeit der Streckenmessung erreicht wird. Für dieses Netz besteht nun nach einigen einfachen Umformungen der Formel (2) folgende Relationen zwischen q_M , q_S und M :

$$q_M \geq \frac{0,617 \cdot (n-1)}{1 - \left(\frac{L}{n-1}\right)^2 \cdot \frac{n^3}{121,6}} \leq q_S \iff M \leq 10 \text{ mm} \quad \dots (3)$$

Formel (3) wurde nun zahlenmäßig für einen Bereich von $L = 0,5$ bis $L = 1,5$ km und $n = 11$ bis 31 ausgewertet und für den Praktiker in der beiliegenden Tabelle ersichtlich gemacht.

Die Tabelle ist so angelegt, daß man für jede Zuglänge $L = 0,5$ bis 1,5 km, von 100 zu 100 m, die den Basisnetzen 1,2, 11 und 12 zukommenden Gewichte

q_S der einzelnen aus der Relations $s = \frac{L}{n-1}$ für $n = 11$ bis 31 sich ergebenden

Seiten ablesen und durch Vergleich mit q_M feststellen kann, welches q_S der Basisnetze in der Reihenfolge 1, 2, 11, 12 das q_M zuerst übersteigt. Das in dieser Zeile stehende Basisnetz ist bereits als Netz der Seite s_m in einer eigenen Spalte angeschrieben, sodaß der Praktiker auch ohne Ansicht und Vergleich von q_M und q_S das für seine Arbeiten rationellste Basisnetz ablesen kann.

Weiters ist der Tabelle auch der mittlere Seitenfehler m_s des betreffenden Netzes, gemäß der Relation $m_s = \frac{15,71}{\sqrt{q}}$ zu entnehmen.

Handelt es sich um das Netz 2, d. h. Basislatte in der Mitte, dann kann auch noch eine den Genauigkeitsanforderungen gerecht werdende Außermittigkeit der Basislatte durch die Verhältniszahlen p_1 und p_2 abgelesen werden.

Ist die Einführung des Basisnetzes 11, d. h. Hilfsbasis am Ende, am Platze, bringt die Tabelle unter b_0 die der betreffenden Seitenlänge entsprechende ideale Hilfsbasislänge. Kann die ideale Hilfsbasislänge nicht eingehalten werden, so geben die Zahlen k_1 und k_2 die erlaubten Abweichungen an, nämlich k , bzw. $k_2 = \frac{b'}{b_0}$.

Beim Netz 12, d. h. Hilfsbasis in der Mitte, könnte sowohl eine Außermittigkeit der Hilfsbasis als auch eine Abweichung der Hilfsbasislänge von der idealen Hilfsbasislänge auftreten. In diesem Falle, nämlich bei $L = 1,5$ km laut Tabelle und $s_m = 150$ m, wurde lediglich eine Abweichung von der idealen Hilfsbasislänge zugelassen.

Bei den Seitenlängen im Bereich von 17 m bis ausschließlich 50 m konnte in Anbetracht der an sich schon größeren und stark anwachsenden Gewichtszahlen q_S für Basisnetze 1 auf die Berechnung der Gewichte für die übrigen Basisnetze verzichtet werden, da für diese kurzen Seiten ausnahmslos das Netz 1, d. h. Basislatte am Ende, in Frage kommt.

3. Gebrauch der Tabelle

An Hand von 2 Beispielen möge die einfache Handhabung der beiliegenden Tabelle für den Praktiker geschildert werden:

Beispiel 1) Die Länge des Polygonzuges beträgt ungefähr $L = 0,8$ km, die Anzahl der Polygonpunkte einschließlich der beiden Anschlußpunkte $n = 11$, daher die durchschnittliche Seitenlänge $s_m = 80$ m. Der Tabelle entnimmt man nun in der entsprechenden Spalte das zu wählende rationellste Basisnetz, nämlich Netz 2, d. h. Basislatte in der Mitte, weiters wäre z. B. im gegebenen Falle auch noch eine Außermittigkeit von $p_1 = 0,8$ und $p_2 = 0,2$ möglich, d. h. die Basislatte könnte bei Einhaltung der geforderten Punktlagegenauigkeit von 1 cm um ungefähr höchstens 24 m außerhalb der Mitte der Strecke aufgestellt werden.

Beispiel 2) $L = 1,4$ km, $n = 15$, daher $s_m = 100$ m; in der Spalte unter s_m wird 11 abgelesen, d. h. Hilfsbasis am Ende, die ideale Hilfsbasislänge beträgt nach Tabelle $b_0 = 14$ m; noch erlaubte Abweichungen von dieser idealen Hilfsbasislänge kommen durch die Verhältniszahlen $k_1 = 2,0$, bzw. $k_2 = 0,5 = \frac{b'}{b_0}$ zum Ausdruck, d. h. die bezügliche Hilfsbasis kann im vorliegenden Falle zwischen 7 m und 28 m gewählt werden.

4. Schlußbetrachtungen

Die vorliegende Tabelle ermöglicht dem Praktiker auf kürzestem Wege, wie bereits dargelegt, die Bestimmung der rationellsten Basisnetze der optischen Streckenmessung mittels Wild'schem T2 und 2 m Invar-Basislatte im Stadtgebiet.

Wenn nun die Tabelle einfachheitshalber für gestreckte bzw. annähernd gestreckte und beidseitig nach Richtung und Koordinaten abgeschlossene gleichseitige Züge errechnet ist, so kann man mit derselben Tabelle die rationellsten Basisnetze auch für Züge mit stark ausspringenden und ungleich langen Seiten ablesen.

In diesen Fällen der sehr ungleich langen Seiten wird man für jede Seite jenes Netz wählen, das in der Tabelle bei der betreffenden durchschnittlichen Seitenlänge $s_m \approx s_i$ des in Betracht kommenden Zuges mit der Länge L bzw. $[s]$ aufscheint.

Wie nun ein Blick auf die Tabelle zeigt, lassen sich für die Praxis im Hinblick auf die einzuhaltende Punktlagegenauigkeit von $M \approx \pm 1$ cm der verhältnismäßig kurzen Präzisions-Polygonzüge, nämlich $L = 0,5$ bis $1,5$ km, allgemein gültige Regeln zur Wahl der rationellsten Basisnetze bei sowohl gestreckten als auch stark ausgebogenen Zügen mit sehr ungleich langen Seiten aufstellen:

Basisnetz 1, d. h. Basislatte am Ende für Strecken bis zu 40 m.

Basisnetz 2, d. h. Basislatte in der Mitte für Strecken von 41 m bis 80 m.

Basisnetz 11, d. h. Hilfsbasis am Ende für Strecken von 81 m bis 140 m.

Basisnetz 12, d. h. Hilfsbasis in der Mitte wird im Stadtgebiet nur sehr selten angewendet werden können und kommt, wie in der Tabelle ersichtlich, erst ab $s_m = 150$ m in Betracht.

Die hohe Genauigkeit der Basislatte kann nur mit Zwangszentrierung erreicht werden, die in Anbetracht der im Stadtgebiet anzulegenden Polygonzüge mit mitunter stark ausspringenden und sehr ungleich langen Seiten, erst recht bei der Polygonwinkelmessung anzuwenden ist.

Die innere Genauigkeit der parallaktischen Winkelmessung sollte hiebei $m_\alpha \approx \pm 2''$ betragen, welche Genauigkeit durch Messung des parallaktischen Winkels in 8 Halbsätzen von jedem Praktiker in einer Zeit von etwa 5 bis 8 Minuten leicht zu erreichen ist.

Die Polygon-Winkelmeßgenauigkeit von etwa $m_\beta \approx 8''$ erhält man leicht durch Messung des Polygonwinkels in 2 Sätzen.

Da für den Zeit- und Arbeitsaufwand bei der Messung von Präzisions-Polygonzügen mittels Theodolit und Basislatte hauptsächlich die Anzahl der zu messenden parallaktischen Winkel der Streckenmessung von Bedeutung ist, erkennt man die Wichtigkeit der Auswahl eines rationellsten Basisnetzes, das eben den jeweils gegebenen Genauigkeitsanforderungen bei Stadtvermessungen entspricht.

Literatur

[1] Peters, K.-Korschineck, E.: „Geodimetertest auf der Praterbasis“, ÖZfV. Jg. 55, 1967, Nr. 5, Seite 133 bis 140.

[2] Förstner, G.: „Genauigkeit der optischen Streckenmessung mit Theodolit und Basislatte“, München 1955, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe B: Angewandte Geodäsie — Heft Nr. 20.

[3] Smetana, W.: „Seitengewichte bei Feinpolygonzügen“, ÖZfV. Jg. 44, 1956, Nr. 1, Seite 14 bis 18.

[4] *Smetana, W.*: „Strenger Ausgleich von Feinpolygonzügen bei Stadtvermessungen“, *ÖZfV*. Jg. 45, 1957, Nr. 5/6, Seite 141 bis 155.

[5] *Hubeny, K.*: „Ein Beitrag zur Fehlertheorie der beiderseits angeschlossenen Polygonzüge“, *ÖZfV*. Jg. 47, 1959, Nr. 3, Seite 65 bis 73.

Untersuchung der Ziellinienänderung eines Nivelliers beim Umfokussieren

Von *Gerhard Stoltzka*, Wien

Im Zusammenhang mit der vom Verfasser in den Heften Nr. 5 aus 1964 und Nr. 5 aus 1967 dieser Zeitschrift angegebenen Methode eines exzentrischen Nivellements ist es notwendig, für die Brauchbarkeit des Verfahrens genaue Kenntnisse von eventuell vorhandenen systematischen Ziellinienänderungen beim Umfokussieren zu haben und diese funktionell zu erfassen. Für die Praxis müßten ähnliche Untersuchungen wie die folgende für jedes zum Einsatz gelangende Nivellier ausgeführt werden. Im gegebenen Fall wurde ein für Testmessungen (siehe Abhandlung aus 1967) verwendetes Libellennivellier Wild N 3 untersucht. Theoretisch sollte bei diesem Instrumententyp mit Innenfokussierung, sorgfältige mechanische Fertigung und Justierung vorausgesetzt, kein derartiger Ziellinienfehler auftreten. Dies hat sich auch bis auf vernachlässigbare Restfehler bei den vorliegenden Messungen ergeben. Etwas schwieriger wären ähnliche Untersuchungen mit Kompensatornivellieren, ausgenommen solche mit dem Kompensator als Fokussiermittel, die konstruktionsbedingt für verschiedene Zielweiten Nullage- und Faktorfehler ergeben. Daraus resultierende Höhenfehler sind an sich sehr klein und werden durch eine entsprechend günstige Auslegung der Fernrohroptik bei mittleren Zielweiten in technischen Nivellements vernachlässigbar. Für Präzisionsnivellements nach exzentrischen Methoden müßte die Untersuchung aber doch durchgeführt werden, wozu es vorteilhaft wäre, als Näherung die Berechnungsgrundlagen für die Ermittlung der Nullage- und Faktorfehler von der Erzeugerfirma beigelegt zu bekommen. Für praktische Arbeiten könnten die Fehler aus Diagrammen oder Tabellen entnommen, gegebenenfalls aber auch für die Verarbeitung mit Rechenanlagen programmiert werden.

Die im weiteren beschriebenen Versuchsmessungen wurden Ende September, an trüben Tagen, mit zeitweise leichtem Nieselregen durchgeführt. Die Teststrecke lag auf einem freien, ost-westverlaufenden, ausreichend horizontalem Feldweg mit kurzem Grasbewuchs in leicht geneigtem Gelände zwischen abgeernteten Getreidefeldern. Soweit bei einem Freilandversuch möglich, waren die Meßumstände günstig, Jahreszeit und Witterung ließen praktisch keinerlei Refraktionseinflüsse erwarten. Die Überprüfung sollte sich von der kürzest möglichen Zielweite (ca. 5 m) bis auf etwa 55 m erstrecken. Dazu wurden insgesamt neun vertikal stehende Rundkopfbolzen als Fixpunkte entlang einer Geraden in 50 cm bis 60 cm tief fundierte Betonklötze, leider nicht immer ganz bodengleich, einzementiert. Die Bezeichnung der Bolzen mit I bis IX verlief von West nach Ost; lagemäßig waren die Punkte von null bis dreißig Meter alle fünf Meter und anschließend bei 40 und 50 Meter angeordnet.

Zur Bestimmung der relativen Höhenunterschiede wurden mit einem komparierten Invarlattenpaar jeweils aus der Mitte alle benachbarten Punkte und ver-