

Paper-ID: VGI_196708



Die Bestimmung der azimutalen Komponente der absoluten Lotabweichung

Wilhelm Embacher ¹

¹ *Techn. Hochschule Wien, 1040 Wien, Karlsplatz 13*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **55** (3), S. 70–75

1967

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Embacher_VGI_196708,  
  Title = {Die Bestimmung der azimutalen Komponente der absoluten Lotabweichung  
    },  
  Author = {Embacher, Wilhelm},  
  Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen}},  
  Pages = {70--75},  
  Number = {3},  
  Year = {1967},  
  Volume = {55}  
}
```



- [5] *Schneider, S.*: Der Interpretationswert des farbigen Luftbildes, B u L 1966, Heft 1.
- [6] *Steiner, D., Maurer, H., Kilchenmann, A.*: (Universität Zürich): Quantitative Auswertung von Farb-Luftbildern zur Identifizierung landwirtschaftlicher Kulturen; B u L, 1966, Heft 2.
- [7] *Corten, F. L.*: (ITC Delft): Physik des Luftbildes in „richtigen“ und „falschen“ Farben, B u L, 1966, Heft 4.
- [8] *Pflugbeil, E. und Lackner, H.*: Forstphotogrammetrie mit modernem Bildmaterial in Österreich. Ber. üb. d. Projekt Grossau 1962, Allg. Forstz. 1, 74 (1963), Folge 9/10.
- [9] *Lackner, H.*: Untersuchung von 9 Filmmaterial-Maßstab-Kombinationen für Zwecke der Holzarteninterpretation, Forstliche Bundesversuchsanstalt, Wien 89, Österreich.
- [10] *Ackerl, F.*: Infrarot-Photogrammetrie, Wiss. Z. Techn. Hochschule Dresden, Jhg. 8 (1958/59), Heft 2.
- [11] *Ackerl, F.*: Die zweckmäßige Abstimmung der Signalformen und -farben auf den Untergrund und das Aufnahmematerial, Wiss. Z. Techn. Hochschule Dresden, Jhg. 13 (1964), Heft 2.
- [12] *Maruyasu Takakazu und Nishio Motomitsu*: Experimental Studies on Color Aerial Photographs in Japan, Photogrammetria, XVIII, (1961–1962) Nr. 3.
- [13] *Lackner, H.*: Vergleich von 9 Film-Maßstabskombinationen für die Holzarten-Interpretation, Mitteilungen der Forstlichen Bundes-Versuchsanstalt Mariabrunn, Heft 72, 1966.
- [14] *Ackerl, F.*: Neue Möglichkeiten für die Anwendung der Photogrammetrie mit Farbmeßbildern im Denkmalschutz, in der Architektur und Archäologie, Forschungen und Fortschritte, Deutsche Akademie der Wiss. Berlin, Jhg. 40 (1966), Heft 7.
- [15] *Foramitti, H.*: Photogrammetrische Verfahren und Geräte in der praktischen Denkmalpflege, ÖZfV., Jhg. 52 (1964), Heft 3.
- [16] *Foramitti, H.*: La photogrammétrie appliquée aus travaux courants de la conservation des monuments historiques, Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie, Nr. 19 (1965), S. 25.
- [17] *Bernhard, J.*: La photogrammétrie au service des monuments historiques (quelques idées sur la rationalisation des prises de vue et de la restitution, Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie, Nr. 19 (1965).
- [18] Eastman Kodak Company, Rochester, N. Y., The KODAK AERONEG Color System, Kodak Pamphlet Nr. M-4, 1967.

Die Bestimmung der azimutalen Komponente der absoluten Lotabweichung

Von *Wilhelm Embacher*, Wien

Zusammenfassung:

Durch Messung des parallaktischen Winkels und durch Vergleich dieses Winkels mit dem auf dem Ellipsoid gerechneten, wird das ellipsoidische Azimut einer langen geodätischen Linie so reduziert, daß es dem Azimut des Normalschnittes durch den Messungspunkt und Zielpunkt auf der physischen Erdoberfläche entspricht.

Neben den willkürlichen Systemen relativer Lotabweichungen lassen sich die absoluten Lotabweichungen definieren. Der Unterschied zwischen den Richtungen der Normalen des mittleren Erdellipsoides und der Lotrichtung in korrespondierenden Punkten wird als absolute Lotabweichung bezeichnet.

Die Stellartriangulation mit Satelliten ermöglicht die Bestimmung des Einheitsvektors der Verbindung zweier Stationen aus mindestens zwei Simultanbeobachtungen eines Satelliten von diesen beiden Stationen. Die Position des Satelliten wird auf einer photographischen Platte in Bezug auf Fixsterne ausgemessen. Die zwei Beobachtungspunkte bilden mit dem so fixierten künstlichen Stern eine Ebene. Eine

zweite Simultanbeobachtung ergibt eine zweite Ebene. Die Richtung der Schnittgeraden dieser beiden Ebenen stellt das absolute Azimut der geraden Verbindung der beiden Beobachtungsstationen dar.

Das „astronomische“ Azimut dieser Verbindungslinie wird gebildet, indem man zu dem beobachteten Azimut der Ausgangsdreiecksseite die gemessenen und reduzierten Dreieckswinkel wie bei einem Polygonzug addiert. Das so erhaltene Azimut kann offensichtlich nicht mehr mit dem oben erhaltenen absoluten Azimut verglichen werden, um die absolute Lotabweichung zu erhalten.

Es soll im folgenden der Versuch unternommen werden, aus Messungen, die in beiden Stationen auf die Lotrichtung bezogen sind, das astronomische Azimut der geodätischen Linie zwischen den beiden Stationen zu bestimmen.

Zum späteren Gebrauch werden einige Differentialformeln des sphärischen Dreiecks wiederholt.

Ausgehend vom Cosinussatz

$$\cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a \quad 1,0$$

wird die Abhängigkeit einer kleinen Änderung des Winkels α , $\Delta \alpha$ von einer kleinen Änderung $\Delta \beta$ des Winkels β untersucht.

$$-\sin \alpha \Delta \alpha = \Delta \beta (\sin \beta \cos \gamma + \cos \beta \sin \gamma \cos a)$$

Nun ist aber

$$\sin \beta \cos \gamma + \cos \beta \sin \gamma \cos a = \sin \alpha \cos c,$$

daher ist

$$\frac{\Delta \alpha}{\Delta \beta} = -\cos c. \quad 1,1$$

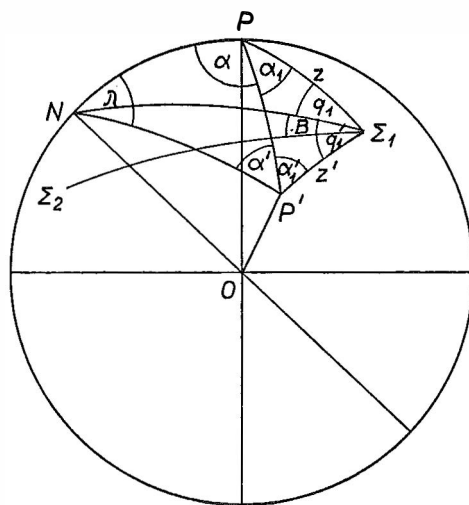
Genau läßt sich die kleine Änderung des Winkels α , $\Delta \alpha$ aus der kleinen Änderung $\Delta \gamma$ des Winkels γ ableiten.

$$-\sin \alpha \Delta \alpha = \Delta \gamma (\sin \gamma \cos \beta + \cos \gamma \sin \beta \cos a)$$

Es wird für

$$\sin \gamma \cos \beta + \cos \gamma \sin \beta \cos a = \sin \alpha \cos b$$

Abb. 1



gesetzt. Somit ergibt sich für das Verhältnis der kleinen Zunahmen

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\gamma} = -\cos b. \quad 1,2$$

Bekanntlich werden in der sphärischen Astronomie die Horizontkoordinaten mit den Äquatorkoordinaten im Fundamentaldreieck der sphärischen Astronomie, z. B. im Dreieck $NP\Sigma_1$ oder $N\Sigma_1P'$ verglichen. Es können die gesuchten Größen: die Polhöhe φ , der Stundenwinkel und der parallaktische Winkel in jedem dieser Dreiecke aus Messungen von Azimut, Zenitdistanz oder Zeit berechnet werden. In der Natur sind die beiden Zenitrichtungen OP und OP' zueinander windschief und wurden in der Zeichnung so lange zu sich parallel verschoben, bis sie durch O gehen. Es läßt sich somit das Azimut von P nach P' und umgekehrt von P' nach P nicht so berechnen, wie es der wirklichen Lage entspricht.

Um eine gute rechnerische Näherung für die Horizontalwinkel in P und P' zu erzielen, müssen wir uns dem sphäroidischen Polardreieck zuwenden.

In Jordans Handbuch der Vermessungskunde (1) ist die sphärische der sphäroidischen Berechnung der Azimute einer geodätischen Linie, der Diagonale einer Zehngradmaschine, gegenübergestellt. Die Azimute differieren um etwa vier Bogenminuten.

Bessel behandelte in einer Arbeit (2) den Grundgedanken zur Auflösung eines sphäroidischen Polardreieckes durch ein sphärisches Hilfsdreieck mit reduzierten Breiten.

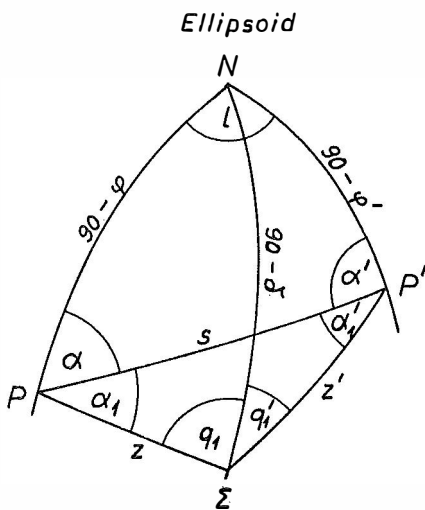


Abb. 2

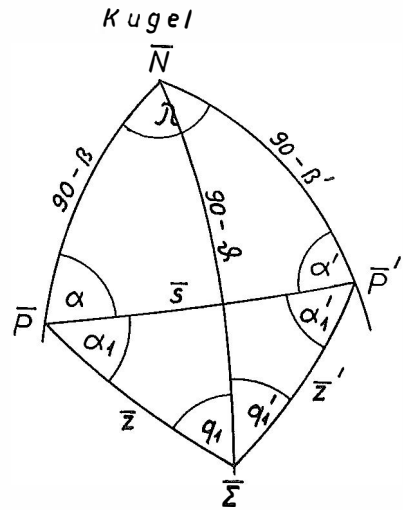


Abb. 3

Für das Ellipsoid (Abb. 2) gilt die Clairot'sche Gleichung

$$\frac{\cos \varphi}{W} \sin \alpha = \frac{\cos \varphi'}{W'} \sin (180 - \alpha'), \quad 2,0$$

für die Kugel (Abb. 3) lautet diese

$$\cos \beta \sin \alpha = \cos \beta' \sin (180 - \alpha'), \quad 2,01$$

wenn φ und φ' die geographischen Breiten der Punkte P und P' sind und α und

$(180 - \alpha')$ die Azimute der die beiden Punkte verbindenden geodätischen Linie sein sollen.

Aus den Größen W und W' erhalten wir die Beziehungen

$$\tan \beta = \tan \varphi \sqrt{1 - e^2} \quad 2,10$$

und

$$\tan \beta' = \tan \varphi' \sqrt{1 - e^2} \quad 2,11$$

Ebenso erhalten wir die Gleichung

$$\cos \beta \sin (\alpha + \alpha_1) = \cos \vartheta \sin (180 - q_1) \quad 2,02$$

und

$$\cos \vartheta \sin q'_1 = \cos \beta' \sin (180 - (\alpha' + \alpha'_1)), \quad 2,03$$

wenn zwischen δ und ϑ die Beziehung besteht

$$\tan \vartheta = \tan \delta \sqrt{1 - e^2}. \quad 2,12$$

Es sind somit auf dem Ellipsoid und auf der Kugel alle korrespondierenden Azimute gleich. Dagegen sind die übrigen Stücke, die Entfernung der Punkte und ihr Längenunterschied, auf dem Ellipsoid und auf der Kugel verschieden.

An Hand von Abb. 4 wird gezeigt, daß die Deklination eines Sternes der Polhöhe eines Punktes auf der Erdoberfläche gleichgesetzt werden kann.

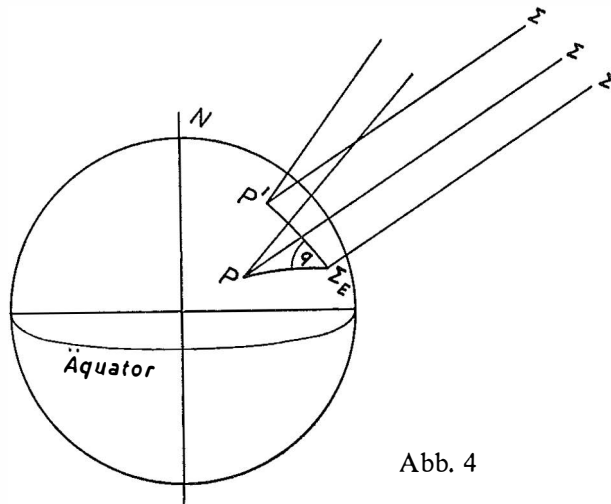


Abb. 4

Durch das Anzielen des Sternes Σ vom Punkt P bildet die Lotrichtung in P mit der Richtung zum Stern eine Vertikalebene, eine zweite Vertikalebene, die durch die Lotrichtung in P' und die Richtung zum Stern Σ vorgegeben ist, schneidet die erste Vertikalebene in einer Geraden, die unter dem Winkel δ zum Äquator geneigt ist. Diese Gerade trifft im Punkt Σ_E die Erdoberfläche, dessen Polhöhe gleich der Deklination des Sternes ist, denn in diesem Punkt muß der Stern genau im Zenit stehen. Der Schnittwinkel, unter dem sich die beiden Vertikalebenen in Σ_E schneiden, ist q . Gelingt es, diesen Winkel q zu messen, so kann er, nachdem er vom Normalchnitt auf die geodätische Linie reduziert wurde, mit dem aus dem sphärischen Hilfsdreieck berechneten ellipsoidischen Wert verglichen werden.

Bevor die oben abgeleiteten Differentialformeln auf unsere Aufgabe angewendet werden, sei gezeigt, wie sie sich auch zur Ableitung der Laplace'schen Gleichung eignen.

Für das Dreieck $\overline{NPP'}$ gilt nach Gleichung 1,2

$$\Delta \alpha = \Delta \lambda \sin \beta, \tag{1,21}$$

wenn die Länge nach Osten positiv gezählt wird. Wir erkennen in Gleichung 1,21 die Laplace'sche Gleichung.

Für das Dreieck $\overline{\Sigma PP'}$ erhalten wir aus den Gleichungen 1,1 und 1,2:

$$\Delta \alpha_1 = - \Delta q \cos \bar{z} \tag{1,22}$$

und

$$\Delta \alpha_1' = - \Delta q \cos \bar{z}',$$

wenn Δq die Differenz $q - (q_1 + q'_1)$ bedeutet und q der gemessene Winkel $P\Sigma P'$ ist.

Nun zur Messung des Winkels q : Aus der Arbeit von *Zbigniew Czerski* (3) entnehmen wir folgende Grundgedanken:

Um den parallaktischen Winkel $(B - \bar{q})$ des Sternes Σ_1 zu erhalten, wird der Winkel B aus Sternkoordinaten berechnet.

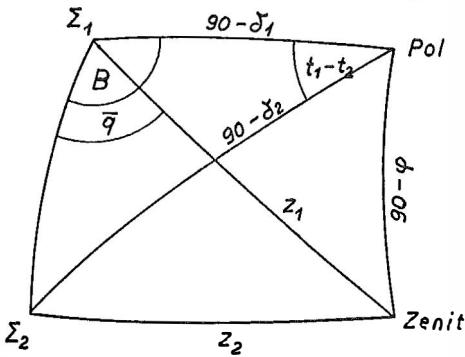


Abb. 5

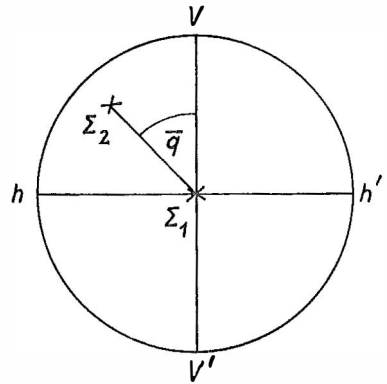


Abb. 6

Der Winkel \bar{q} kann direkt beobachtet werden, wie Abb. 6 zeigt. Der Stern Σ_1 wird im Fadenkreuz eingestellt und der Stern Σ_2 wird durch ein um die Fernrohrachse drehbares Prisma beobachtet. Der Winkel \bar{q} kann als Winkel $\Sigma_2\Sigma_1V$ abgelesen werden. Czerski konstruierte ein Vorsatzgerät mit Winkelteilung und Nonius. Die Genauigkeit einer Einzelbestimmung dieses parallaktischen Winkels beträgt nach Czerski $\pm 30''$.

Es ist zu erwarten, daß sich der parallaktische Winkel \bar{q} mit Hilfe desselben Grundgedankens, aber photographisch festgehalten, wesentlich genauer bestimmen läßt.

Kehren wir wieder zur Abb. 1 zurück, so sehen wir, daß sich der Winkel q_1 aus dem beobachteten Winkel $P\Sigma_1\Sigma_2$ weniger dem berechneten Winkel B ergibt, analog erhalten wir q'_1 aus dem beobachteten Winkel $P'\Sigma_1\Sigma_2$, vermehrt um den

Winkel B . Im gesamten Winkel $(q_1 + q'_1)_{\text{gemessen}} = q$ scheint der Hilfswinkel B nicht auf. Die Beobachtungen in P und P' müssen gleichzeitig stattfinden.

Der Weg zur Bestimmung der astronomischen Azimute α und $(180 - \alpha')$ der geodätischen Linie PP' ist nun vorgezeichnet. Nachdem die Polhöhen φ und φ' auf eine bekannte Art bestimmt wurden, kann β , β' und ϑ nach Gleichung 2,10 und 2,11 berechnet werden. Aus den gemessenen Azimuten $(\alpha' + \alpha'_1)$ und $[180 - (\alpha + \alpha_1)]$, den Größen β und β' und ϑ werden die Winkel q_1 und q'_1 , α_1 und α'_1 und die Seiten \bar{z} und \bar{z}' berechnet. Wie oben gezeigt wurde, können die Größen q_1 , q'_1 , α_1 und α'_1 als Azimutdifferenzen mit gleicher Größe auf das Ellipsoid übernommen werden.

Legen wir nun dem Dreieck $\overline{\Sigma PP'}$ den gemessenen Winkel q , der von dem auf dem Ellipsoid gerechneten Winkel $(q_1 + q'_1)$ um Δq verschieden ist, zugrunde, so müssen die Winkel α_1 und α'_1 um die aus der Gleichung 1,22 berechneten kleinen Größen $\Delta \alpha_1$ und $\Delta \alpha'_1$ verändert werden. Die Winkel $(\alpha_1 + \Delta \alpha_1)$ und $(\alpha'_1 + \Delta \alpha'_1)$ sind so reduziert, als wären sie in den dem Ellipsoid in der Natur korrespondierenden Punkten gemessen worden, denn die Reduktionen „gemessen — ellipsoidisch“ wurden aus Messungen in den beiden Punkten abgeleitet.

Wird vom beobachteten Azimut des Sternes in P der Winkel $(\alpha_1 + \Delta \alpha_1)$ abgezogen, so erhalten wir das auf die Lotrichtung bezogene Azimut der geodätischen Linie PP' und entsprechend ziehen wir vom beobachteten Azimut des Sternes Σ_1 in P' den Winkel $(\alpha'_1 + \Delta \alpha'_1)$ ab, um das Gegenazimut zu erhalten. Diese Azimute ergeben mit dem aus der Stellartriangulierung erhaltenen absoluten Azimuten die absoluten Lotabweichungen.

Die vorgeschlagene Methode zur Bestimmung des astronomischen Azimutes langer geodätischer Linien müßte vor allen Dingen praktisch erprobt werden. Sie könnte auch dazu dienen, eine unabhängige Richtungskontrolle bei der Absteckung eines langen Tunnels durchzuführen.

Gedanken und Vorschläge zur Meeresgeodäsie*

Von Karl Killian, Wien

In der Meeresgeodäsie — bis jetzt kennt man nur den Namen dieses in den allerersten Anfängen befindlichen, aber sicher entstehenden Wissensgebietes — stellt man sich die Aufgabe, Festpunkte am Meeresgrund anzubringen und ihre räumliche Lage zueinander und in bezug auf Festpunkte der Kontinente zu vermessen.

Der in Fig. 1 dargestellte *Festpunkt für Meere (= Meeresfestpunkt)* dürfte einen brauchbaren Vorschlag darstellen. Er besteht aus einem Tripelspiegelsystem für Ultraschall 1, einem Rohr 2, und einem Stahlbehälter 3, der mit vier Auslegern 4, sowie mit je einer nach unten spitz auslaufenden Verankerungsplatte 5 verschweißt ist.

Der Schwerpunkt des ganzen Systems liegt im unteren Teil des Stahlbehälters 3. Ein von einem Schiff aus versenkter Meeresfestpunkt wird daher beim Absinken

*) Vortrag, der für das Symposium „Erdfigur und Refraktion“ in Wien, März 1967, bestimmt war, jedoch im Rahmen der Vorträge nicht mehr gebracht werden konnte.