

Paper-ID: VGI\_196601



## Die Geodäsie als Beispiel einer Approximationswissenschaft

Walter Großmann <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Hannover, Nienburgerstraße 1*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **54** (1, 2), S. 1–9, 41–49

1966

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Grossmann_VGI_196601,  
  Title = {Die Geod{"a}sie als Beispiel einer Approximationswissenschaft},  
  Author = {Gro{"ss}mann, Walter},  
  Journal = {"0sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {1--9, 41--49},  
  Number = {1, 2},  
  Year = {1966},  
  Volume = {54}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,  
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und  
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

---

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1966

54. Jg.

---

## Die Geodäsie als Beispiel einer Approximationswissenschaft\*)

Von *Walter Grossmann*, Hannover

Während einer Sitzung der Internationalen Gravimetrischen Kommission, die 5 bis 6 Jahre zurückliegt, erhob sich — nicht zum ersten Mal — eine lebhaft diskutierte Frage über Ausgleichungsfragen. Ich weiß nicht einmal mehr sicher, um welches Objekt es sich handelte. Aber die Fragen waren die üblichen: Welche Messungen sollen berücksichtigt, welche ausgeschaltet werden? Welche Unbekannten sollen in die Ausgleichung eingeführt werden? Welche Gewichte sollen die Beobachtungen erhalten? Sollte man zuvor noch weitere Beobachtungen abwarten usw.?

Da erhob sich M. Tardi — damals Sekretär der Internationalen Assoziation für Geodäsie — und rief in seiner temperamentvollen Art: „Die Geodäsie ist eine Approximationswissenschaft! Wir können nicht ewig warten! Sobald wir in der Lage sind, leidliche Resultate zu liefern, müssen wir das tun. Das ist wichtiger als äußerste Perfektion. Schließlich wollen ja die nächsten Geodätengenerationen auch noch etwas zu tun haben!“ Die Erinnerung an diese eindrucksvolle Szene war es, die mich — eigentlich ohne viel Überlegung — veranlaßte, den Gedanken Tardis als Thema eines Vortrages vorzuschlagen.

### 1. Die Figur der Erde

#### 1.1 Die Erde als geometrischer Körper

Ich darf die These des Themas zunächst an der Frage nach der Figur der Erde erläutern und bitte zu entschuldigen, wenn ich dabei auf längst bekannte Dinge komme.

Daß die Erde nicht eine Scheibe, sondern ein kugelähnlicher Körper sei, hat unseres Wissens zuerst Pythagoras (582—500 v. Chr.) behauptet; nicht so sehr aus

---

\*) Vortrag gehalten am 11. November 1965 an der Technischen Hochschule Wien.

naturwissenschaftlichen Gründen, sondern weil die Erde dem idealsten aller regelmäßigen Körper, der Kugel ähnlich sein müsse<sup>1</sup>). Seine Auffassung ist offensichtlich nicht in den Gelehrtenstuben hängen geblieben, denn wenig später macht der Possenautor Aristophanes (452—388) sie zum Gegenstand seines Spottes.

Die erste fundierte Bestimmung des Kugelumfangs verdanken wir bekanntlich dem alexandrinischen Gelehrten Eratosthenes — 192 v. Chr. Aus uns nicht zuverlässig überlieferten Quellen kannte er die Länge des Bogens Alexandria-Assuan. Den zugehörigen Erdzentriwinkel ermittelte er aus der Differenz der mittsommerlichen Sonnenmittagshöhen und konnte dann aus Zentriwinkel und Bogen den Erdumfang errechnen.

Den *genauen* Wert dieses Erdumfangs kennen wir nicht, weil uns der Wert der Längeneinheit, des Stadiums, nicht genau bekannt ist. Auf alle Fälle unterschied Eratosthenes' Erdumfang sich nicht mehr als 10% von unserer heutigen Auffassung. Damit hat Eratosthenes eine sehr anständige erste Annäherung geliefert.

Rund 1800 Jahre kam man kaum über E. hinaus. Es blieb Aufgabe der Erdmessung, den Umfang oder den Halbmesser der als Kugel gedachten Erde zu bestimmen. Auch *Snellius* (1617) und *Jean Piccard* (1669) wollten nichts anderes. Piccard verfügte aber über ein gegen früher sehr verbessertes Instrumentarium. Damit fand er aus dem Gradbogen Paris—Amiens für den Erdhalbmesser den ausgezeichneten Wert von 6372 km.

Um fast dieselbe Zeit hatte *J. Newton* sein Gravitationsgesetz entdeckt und auf die Entfernung Erde—Mond angewandt. Dabei bekam er für die damals schon gut bekannte Schwerebeschleunigung  $g$  einen Wert, der um  $\frac{1}{6}$  zu groß war, was ihn sehr erheblich beunruhigte.

Einige Jahre später lernte er den Halbmesser von Piccard kennen, setzte diesen ein, und siehe da, seine Rechnung ging auf. Newton bedankte sich auf seine Weise. Er erklärte, daß entsprechend seinem nunmehr bestätigten Gesetz die Erde an den Polen abgeplattet sein müsse<sup>2</sup>). Das nahmen die französischen Geodäten nicht ohne weiteres hin. Sie verlängerten Piccards Bogen bis Dünkirchen und fanden — offenbar durch eine Tücke des mittleren Fehlers — im nördlichen Bogenteil einen kleineren Halbmesser als im Süden. Also mußte die Erde an den Polen zugespitzt sein.

Der Streit Apfelsine—Zitrone wurde bekanntlich geschlichtet durch die von der Pariser Akademie angeordneten Gradmessungen in Peru und Lappland, die als Figur der Erde in zweiter Näherung ein Rotationsellipsoid mit der Abplattung von  $\approx 1:300$  ergaben. Damit hatte fortan die Erdmessung die Aufgabe, die beiden Halbachsen der Meridianellipse oder ihrer großen Halbachse und die Exzentrizität zu bestimmen.

## 1.2 Die Erde als Niveaufläche

### 1.21 Die Aufgabenstellung

Die nächsten Jahrzehnte brachten zahlreiche weitere Gradmessungen. Bei ihrer Auswertung ergaben sich jedoch wie *Laplace* schon im Jahre 1805 erkannte, Widersprüche, die über die Beobachtungsgenauigkeit hinausgingen. Die Theorie vom Rotationsellipsoid wurde damit fraglich — oder anders ausgedrückt — die Fehler der Theorie wurden meßbar! Zwei Jahrzehnte später hat *C. F. Gauß* bei seiner

hannoverschen Gradmessung das Gleiche erfahren und seinen Gedanken folgenden klassischen Ausdruck gegeben:

„Was wir in geometrischem Sinne Oberfläche der Erde nennen, ist nichts anderes als diejenige Fläche, welche überall die Richtung der Schwere senkrecht schneidet und von der die Oberfläche des Weltmeeres einen Teil ausmacht. Die Richtung der Schwere an jedem Punkt wird aber durch die Gestalt des festen Teiles der Erde und seine ungleiche Dichtigkeit bestimmt . . . Die geometrische Oberfläche ist das Produkt der Gesamtwirkung dieser ungleich verteilten Elemente, und anstatt vorkommende unzweideutige Beweise der Unregelmäßigkeit befremdend zu finden, scheint es eher zu bewundern, daß sie nicht noch größer ist . . . Bei dieser Lage der Sache hindert aber noch nichts, die Erde im Ganzen als ein elliptisches Revolutionssphäroid zu betrachten, von dem die wirkliche (geometrische) Oberfläche überall bald in stärkeren, bald in schwächeren, bald in kürzeren, bald in längeren *Undulationen* abweicht. Wäre es möglich, die ganze Erde mit einem trigonometrischen Netz gleichsam zu umspinnen und die gegenseitige Lage aller Punkte dadurch zu berechnen, so würde das idealistische Revolutionssphäroid dasjenige sein, auf welchem berechnet die Richtungen der Vertikalen die möglichste Übereinstimmung mit den astronomischen Beobachtungen gäben“.

Die mathematische Erdoberfläche wird also in dieser dritten Näherungsstufe nicht mehr als die Oberfläche eines geometrischen Körpers, sondern als Niveaufläche betrachtet, d. h. als diejenige physikalisch definierte Fläche, auf der überall Gleichgewicht der Kräfte herrscht. Für diese Fläche hat *Listing* im Jahre 1873 die Bezeichnung *Geoid* eingeführt.

Messungstechnisch gesehen lautete nunmehr die Aufgabe der Erdmessung, wenn wir sie unter Benutzung *Lederstegerscher* Formulierungen<sup>4)</sup> gleich etwas moderner fassen:

1. Es ist ein dem Geoid sich möglichst eng anschmiegendes mittleres Erdellipsoid zu bestimmen, dessen Figurenmittelpunkt mit dem Schwerpunkt und dessen Drehachse mit der Rotationsachse des Erdkörpers zusammenfällt.

2. Gegenüber diesem mittleren Erdellipsoid sind die Geoidundulationen nach Lage und Höhe festzulegen.

Zur Bestimmung der Geoidundulationen bieten sich zwei Meßverfahren an:

a) Die Beobachtung von Lotabweichungen zur Bestimmung der Richtung der Schwerebeschleunigung,

b) Schweremessungen zur Ermittlung ihrer Intensität.

Beide Verfahren lassen sich zu der einen Aufgabe „Bestimmung des Schwerfeldes der Kräftefunktion der Erde“ zusammenfassen<sup>5)</sup>.

Aus den Lotabweichungen ergeben die Geoidundulationen sich mit Hilfe des sogenannten astronomischen Nivellements bzw. dessen Erweiterung der Lotabweichungsausgleichung oder Flächenmethode<sup>6)</sup>. Dieses Verfahren wird als die geometrische Methode bezeichnet.

Das Verfahren zum Berechnen der Geoidundulationen aus Schwereanomalien hat der englische Mathematiker *Stokes* bereits im Jahre 1849 angegeben, als mangels verfügbarer Schweremessungen an seine Anwendung noch nicht zu denken war. *Stokes* Verfahren ist als die dynamische Methode bekannt.

Beide Verfahren stützen und ergänzen sich, wie wir sehen werden, in höchst interessanter Weise und versprechen daher unserem Wunsch, Approximationen nachzuspüren, reichliche Erfüllung.

Nun muß aber zur Bestimmung einer Geoidschale nach der geometrischen Methode ein Hauptdreiecksnetz vorhanden sein, für dessen Punkte, Breite, Länge und das Azimut einer abgehenden Seite zweimal bestimmt sind, nämlich einerseits auf dem Ellipsoid durch geodätische Übertragung vom Systemnullpunkt her, andererseits auf dem Geoid durch astronomische Beobachtungen an Ort und Stelle\*).

Die dynamische Methode verlangt sogar, daß hinreichende Messungen zur Bestimmung der Schwerebeschleunigung auf der gesamten Erdoberfläche vorliegen.

Diese Aufgaben konnten nicht mehr, wie die alten Gradmessungen, von einzelnen zähen Männern, sondern nur durch den Einsatz staatlicher Organisationen bewältigt werden.

Auf Grund dieser Einsicht betrieb und erreichte der General Johann Jakob *Baeyer* im Jahre 1862 die Gründung der Mitteleuropäischen Gradmessung, aus der sich 1869 die Europäische Gradmessung und 1887 die Internationale Erdmessung, die heutige Internationale Assoziation für Geodäsie, entwickelt hat.

### 1.22 Die geometrische Methode

Zur Ermittlung einer Geoidschale nach der geometrischen Methode, also aus den Unterschieden von geodätischen und astronomischen Punktkoordinaten bedarf es, wie schon *Baeyer* wußte, umfassender, weit über die Landesgrenzen hinausgehender geodätischer Netze. Die praktische Verwirklichung dieses Gedankens erwies sich angesichts des Souveränitätsdenkens der Staaten als äußerst schwierig. Bis zum 1. Weltkrieg war eigentlich nur erreicht, daß man sich auf gleiche Meß- und Rechenverfahren einigte und die Messungsergebnisse veröffentlichte. Versuche, das Material für die Geoidbestimmung auszuwerten, blieben der Initiative einzelner Wissenschaftler überlassen. *Helmert* und *Krüger* z. B. lieferten in 5 Publikationen die Lotabweichungen im norddeutschen Raum und berechneten die europäische Längengradmessung in 52<sup>o</sup> und 48<sup>o</sup> nördlicher Breite (letztere später von *Galle* herausgegeben). *Schumann* berechnete den Meridianbogen Großenhain-Kremsmünster-Pola. *Hunziker* und *Niethammer* bestimmten eine sehr dichte Folge von Lotabweichungen im Meridian vom St. Gotthardt, eine Arbeit, die heute noch weitergeführt wird. Das größte Unternehmen dieser Art vor dem 1. Weltkrieg war die konsequente Anwendung der Flächenmethode auf das gesamte Gebiet der USA und später auch auf Canada durch *J. F. Hayford*<sup>7)</sup>. Das daraus abgeleitete Ellipsoid proklamierte die IUGG bekanntlich im Jahre 1924 als Internationales Erdellipsoid und gleichzeitig als Bezugsellipsoid für Geoidbestimmungen.

In Europa wurden nach dem 1. Weltkrieg nur Arbeiten geringen Umfangs durchgeführt. Die Baltische Geodätische Kommission bearbeitete das Geoid im Baltischen Raum, *Berroth* berechnete die Lotabweichungen vom deutschen, öster-

---

\*) Im Hochgebirge ist dies nur indirekt möglich. Man findet zunächst die Lotabweichung in der Niveaufäche des Beobachtungspunktes und muß sie von dort rechnerisch auf das Geoid übertragen.

reichischen und ungarischen Triangulationsnullpunkt, *Kohlschütter* die für Potsdam-Helmertturm.

Nach dem 2. Weltkrieg hat sich in Europa vor allem *K. Ledersteger* dieser Aufgabe angenommen. Er hat zunächst die Begriffe Bezugsellipsoid, mittleres Erdellipsoid, lokal bestanschließendes Erdellipsoid u. a. schärfer gefaßt und in mehreren Abhandlungen den schrittweisen Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems weitergetrieben<sup>8)</sup>. *H. Wolf* berechnete im Zuge der Ausgleichung des Zentraleuropäischen Netzes das Geoid in Mitteleuropa<sup>9)</sup>.

Wesentlich umfangreichere Geoidbestimmungen nahmen in Amerika und Asien vor allem die US-Amerikaner, die Engländer, die Japaner und die Inder vor. Eine sehr ausgedehnte Geoidschale dürfte schließlich im Zuge der riesigen Triangulationen im russischen Raum bestimmt sein. Doch darüber sind nur Einzelheiten bekannt geworden<sup>10)</sup>. Alle diese Arbeiten lieferten durchweg relative Lotabweichungen, d. h. solche, die sich auf das jeweils gewählte Bezugsellipsoid beziehen.

1961 versuchte *Irene Fischer* vom US-Army Map Service aus dem gesamten Material eine Näherungsdarstellung des Geoids auf den Kontinenten mit Interpolationen über die Meere zu abstrahieren. Das ist ihr mit großen Lücken nur auf der nördlichen Halbkugel einigermaßen gelungen. Ihre Arbeit bedeutet einen gewissen Abschluß. Sie hat die Grenzen der Lotabweichungsmethode deutlich gemacht<sup>11)</sup>.

### 1.23 Die dynamische Methode

Glücklicherweise war inzwischen die dynamische Methode oder wie man heute meistens sagt, die gravimetrische Geodäsie, die in ihrer technischen Entwicklung im 19. Jahrhundert noch weit zurück lag, soweit fortgeschritten, daß sie den nächsten Approximationsschritt übernehmen konnte.

Die Schweremessungen wurden in größerem Umfang erst gegen Ende des Jahrhunderts für die Erdmessung eingesetzt. In Frankreich entwickelte damals *Defforge* einen Apparat für Absolutmessungen. In Wien ließ *von Sterneck* seinen Pendelapparat für Relativmessungen bauen. Um die Jahrhundertwende machten *Oppolzer* in Wien und *Kühnen/Furtwängler* in Potsdam ihre berühmten Absolutbestimmungen. Apparaturen und Verfahren der Relativmessungen wurden an zahlreichen Instituten laufend vervollkommen. *Hecker*-Potsdam maß mit einem auf dem Barometerprinzip beruhenden Schweremesser schlecht und recht auch die Schwerebeschleunigung auf dem Meere.

Im Jahrzehnt nach dem 1. Weltkrieg wurden mehrere bedeutsame methodische Fortschritte erzielt:

1. Der Niederländer *Vening-Meinesz* bestimmte mit Hilfe eines von ihm konstruierten Doppelpendels im fahrenden U-Boot die Schwere auf dem Meere mit nahezu der gleichen Genauigkeit wie mit Pendeln auf der festen Erde<sup>12)</sup>.

2. Derselbe *Vening-Meinesz* leitete aus Stokes Gleichung Formeln ab zur Berechnung von absoluten Lotabweichungen aus Schweremessungen, d. h. von Lotabweichungen, die sich auf das mittlere Ellipsoid beziehen<sup>13)</sup>.

3. Schließlich entdeckte man den Nutzen der Schweremessungen für die Prospektion nutzbarer Lagerstätten. Jetzt nahm die freie Wirtschaft sich der Sache an.

Es entstanden die ersten Gravimeter. Zuerst nur als Interpolationsinstrumente gedacht, werden heute sicherlich 99% aller Schweremessungen mit Gravimetern ausgeführt.

Trotzdem war man in den 20er Jahren von der Voraussetzung für Stokes' Verfahren, nämlich Schweremessungen auf der ganzen Erdoberfläche, weit entfernt. Da fand sich ein Mann, der sein ganzes Leben der Gravimetrie verschrieb: Der Finne *W. A. Heiskanen*. Er widmete seine Dissertation (1924) der Lehre von der Isostasie, nach der die Gebirgsmassen durch Massendefekte im Erdinnern, die Meere durch Massenverdichtungen im Meeresboden nahezu kompensiert werden. Die Lehre erklärt auch, warum die Geoidundulationen viel kleiner sind, als man nach dem Bilde der physikalischen Erdoberfläche erwarten müßte. Sie bleiben, wie Heiskanen später fand, stets unter 60 m.

Um die Anwendung der Gravimetrie zu fördern, entwickelte Heiskanen zusammen mit *Cassinis* eine Formel für die Normalschwere auf dem Internationalen Ellipsoid. Cassinis rechnete danach eine Tafel aus. Heiskanen trieb in zahlreichen Abhandlungen die Theorie der Schwerereduktionen weiter und entwickelte Formeln und Tabellen zur bequemeren Berechnung der Reduktionen. Gleichzeitig begann er in großem Umfang Schwerewerte zu sammeln. 1948 machte sein Mitarbeiter *Tanni* einen ersten Versuch, auf Grund von Heiskanens Material den Verlauf des Geoids auf den Kontinenten darzustellen<sup>14</sup>). 1951 zeigte Heiskanen in einer aufsehen-erregenden Schrift, wie man mit Hilfe der absoluten Lotabweichungen nach den Formeln von Vening-Meinesz die nationalen oder kontinentalen Koordinatensysteme in ein geodätisches Weltsystem überführen kann<sup>15</sup>). Ich komme darauf noch zurück. Ein Jahr zuvor war Heiskanen einem Ruf an die Ohio State-University in Columbus gefolgt. Dort gründete er eine bedeutende geodätische Lehrkanzel; gleichzeitig setzte er seine Forschungsarbeiten und seine Sammlertätigkeit mit Unterstützung amerikanischer Dienststellen bis zu seiner Emeritierung (1965) in größtem Umfange fort.

Parallel zu Heiskanen begann die Anfang der 50er Jahre von *P. Lejay* ins Leben gerufene Internationale Gravimetrische Kommission mit der Herstellung eines aus etwa 30 Punkten bestehenden Weltschwerenetzes I. Ordnung, das wie ein Hauptdreiecksnetz den festen Rahmen für alle speziellen Schweremessungen abgeben soll. Außerdem betreibt die Kommission die Anlage von Gravimetereichlinien, die in Europa/Afrika vom Nordkap bis Kapstadt, in Amerika von Alaska bis Feuerland und im fernen Osten von Japan bis Tasmanien führen sollen.

Sodann haben die US-Amerikaner und Canadier die Schwerebestimmungen zur See mit Hilfe der See-Gravimeter von Lacoste-Romberg und Graf so vervollkommen, daß zur Zeit alljährlich 400000 neue Stationen auf dem Meere anfallen! Dieselben Dienststellen führen auch Schweremessungen vom Flugzeug aus durch und erhalten damit zur Zeit etwa die gleiche Genauigkeit, wie Hecker seinerzeit auf dem Meere.

Das Material wächst seit etwa 15 Jahren so schnell an, daß Heiskanen bereits im Jahre 1957 die ersten Ergebnisse seiner Arbeit unter dem Titel „Das Columbusgeoid“ vorlegen konnte<sup>16</sup>). Diese Veröffentlichung zeigt das Geoid auf der nördlichen Halbkugel schon ziemlich vollständig, auf der südlichen Halbkugel allerdings erst

in einzelnen Zügen (Abb. 7). Für einen Genauigkeitsüberschlag hat H. Wolf das insoweit in das Columbusgeoid eingegangene Tannigeoid schon 1952 mit seiner aus relativen Lotabweichungen errechneten zentraleuropäischen Geoidschale und der Geoidschale im baltischen Raum verglichen und hat nach Anbringen der Differenz zwischen absoluten und relativen Lotabweichungen ziemlich gute Übereinstimmung gefunden<sup>17)</sup>. Heiskanen selbst ist beim Vergleich des Columbusgeoids mit der europäischen Geoidschale von Bomford (1954) auf ein ähnliches Ergebnis gekommen.

Mit dem Columbusgeoid, das demnächst in 2. Auflage erscheinen dürfte, hat die gravimetrische Methode in wenigen Jahren mehr erbracht, als die Lotabweichungsmethode in Jahrzehnten. Um noch weiter zu kommen, sollte zunächst ein Zwischenziel angesteuert werden. Es müßte Heiskanens geodätisches Weltssystem, das noch in den Anfängen steckt, verwirklicht werden. Sehen wir es uns dazu etwas genauer an.

### 1.3 Heiskanens geodätisches Weltssystem und die Überbrückung der Ozeane

#### 1.31 Das geodätische Weltssystem

Ein einheitliches geodätisches Weltkoordinatensystem gebrauchen wir auch für den Weltverkehr. Als Begründung diene ein einziger Hinweis: Die Deccaketten von England, Dänemark und Deutschland, die die Schiffe sicher über die Nordsee geleiten sollen, sind auf die Koordinatensysteme ihrer Ursprungsländer gegründet, die an den Staatsgrenzen Klaffungen bis zu 300 m aufweisen.

Heiskanen zeigt nun, wie man alle nationalen Systeme in ein einziges auf dem mittleren Erdellipsoid definiertes, dreiachsiges, geodätisches Weltssystem überführen kann. Folgen wir mit einigen Vereinfachungen seinem Gedankengang<sup>18)</sup>:

Alle unsere Landstriangulationen besitzen ihre eigenen Bezugsellipsoide und ihre eigenen astronomisch bestimmten und meistens durch Lotabweichungen beeinflussten Systemnullpunkte. Die dadurch hervorgerufenen Differenzen zeigen sich selbst in den europäischen Ländern in Randklaffungen in der Größenordnung von mehreren 100 m. Zwischen den Kontinenten und isolierten Ozeaninseln dürften diese nach Heiskanen sogar noch beträchtlich größer sein. Wie kann man daraus nun auf ein einheitliches geodätisches Weltssystem übergehen?

Um die Hauptdreieckspunkte unserer internationalen Landstriangulationen lagemäßig festzulegen, wurde bekanntlich folgendermaßen verfahren: Zunächst wurden die geographischen Koordinaten  $\varphi_0$  und  $\lambda_0$  unserer Systemnullpunkte an Ort und Stelle astronomisch, d. h. auf dem Geoid, bestimmt\*). Von da aus wurden dann mit Hilfe von geodätisch gemessenen Richtungen und Entfernungen die geographischen Koordinaten der Dreieckspunkte auf den betreffenden nationalen Bezugsellipsoiden berechnet. Auf diese Weise hat man nach *Krassowski* die Netze auf dem Bezugsellipsoid „ausgebreitet“ und dabei für alle Punkte ellipsoidische Breiten und Längen erhalten. Die dritte Koordinate aber, die Höhe  $h$ , wurde als

---

\*) Vergl. Anm. zu Ziff. 12. 1

Höhe über dem Meere, d. h. über dem Geoid definiert und ihr Zahlenwert durch Feinnivellements von einem passenden Pegel her abgeleitet.

Wir haben also für Lage und Höhe unterschiedliche Bezugsflächen und diese auch noch auf verschiedenen Bezugsellipsoiden und unterschiedlichen Niveauflächen (Abb. 1).

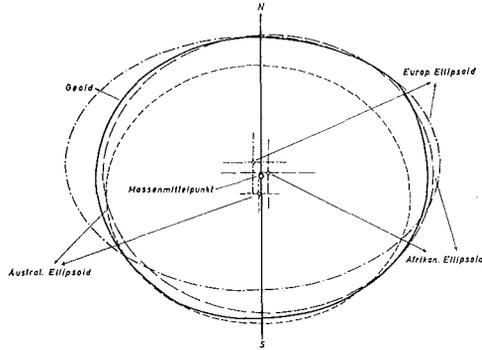


Abb. 1 : Gegenwärtige Bezugsellipsoide

Ein einheitliches Weltsystem muß aber ohne Zweifel auf dem mittleren Erdellipsoid definiert sein, und es muß neben Breite und Länge auch die Höhe enthalten. Also müssen unsere auf den nationalen Bezugsellipsoiden bestimmten Breiten und Längen auf das mittlere Erdellipsoid übertragen werden, und es müssen die Höhen statt auf eine Geoidschale auf die Oberfläche des mittleren Erdellipsoids bezogen werden.

Da der Nullpunkt unseres nationalen Systems zuvor durch astronomische Messungen an Ort und Stelle festgelegt war, ist die Polachse unseres nationalen Bezugsellipsoids der Rotationsachse des mittleren Erdellipsoids im Rahmen der Messungsgenauigkeit parallel (Abb. 2). Die Achsen-schnittpunkte können aber bis zu etwa 300 m auseinanderliegen.

Nun lassen sich, wie wir gesehen haben, nach Vening-Meinesz die absoluten Lotabweichungen  $\xi$  und  $\eta$  auf  $\pm 1''$  berechnen. Diese Größen können wir für den Systemnullpunkt – und gegebenenfalls noch für einige weitere Laplacesche Punkte bestimmen. Man kann ferner nach Stokes die Geoidabstände  $N$  auf  $\pm 10$  m berechnen. Damit erhalten wir auf dem mittleren Ellipsoid die Koordinaten

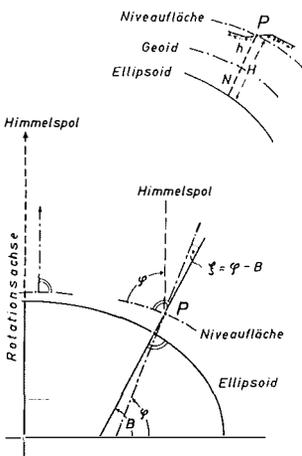


Abb. 2: Ellipsoid und Geoid

$$B = \varphi - \xi; L = \lambda - \eta \sec \varphi; H = h + N.$$

Nunmehr können wir unser geodätisches Netz auf dem mittleren Erdellipsoid ausbreiten. Dabei ist nur noch eine Maßstabskorrektur anzubringen, weil wir erstens seiner Zeit unsere Basis auf das Geoid und nicht auf das Ellipsoid bezogen haben

und weil zweitens wahrscheinlich alle unsere Basen geringe Abweichungen vom Internationalen Meter aufweisen.

Das so gefundene *BLH*-System können wir ohne weiteres jederzeit in ein *xyz*-System transformieren (Abb. 3).

Das eigentliche Ziel unserer Erörterung aber ist nicht das Weltsystem, sondern die Bestimmung des Geoids, d. h. die Festlegung der Geoidundulationen gegenüber dem mittleren Erdellipsoid. Dieses ist zwar eingangs definiert; jedoch wie man es findet, wurde nicht gesagt. Es gibt mehrere Möglichkeiten, allen Verfahren aber ist gemeinsam, daß man nur auf dem Wege eines nicht ganz einfachen Approximationsprozesses weiterkommt. K. Ledersteger hat dem Problem in einem Vortrag über „Internationale Bezugsflächen und einheitliches Weltsystem“ folgenden klaren Ausdruck gegeben<sup>19)</sup>.

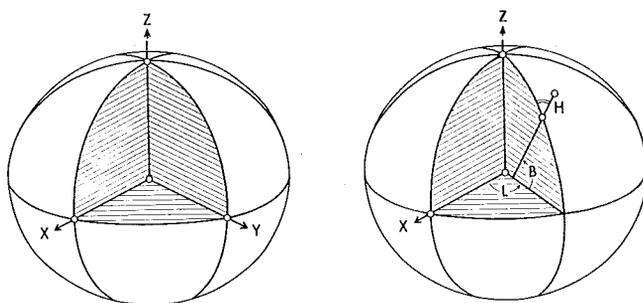


Abb. 3: Geozentrische Systeme

„Die Lösung des Problems der Erdfigur ist seltsam genug. Man sollte eigentlich meinen, daß man das Erdellipsoid kennen muß, ehe man das Geoid gegenüber dieser wichtigsten Bezugsfläche festlegen kann. In Wahrheit aber kehren sich die beiden Teilprobleme, die Bestimmung des Erdellipsoids und die Bestimmung der Geoidundulationen, um. Es müssen die Geoidhöhen gegenüber einem streng physikalisch definierten Ellipsoid bekannt sein, ehe aus den gravimetrischen Höhen die Abplattung des mittleren Erdellipsoids abgeleitet werden kann, und es müssen überhaupt die Undulationen des Geoids bekannt sein, ehe die Achse des Erdellipsoids translativ oder besser projektiv bestimmt werden kann.“ (Schluß folgt)

## Über eine Untersuchung der Ganggenauigkeit der *z*-Spindel eines Wild A 5

Von *Walter Kottlé*, Graz

### Einleitende Überlegungen

Die Materialien, aus denen moderne Auswertegeräte gefertigt werden, sind sehr hochwertig; außerdem ist schon bei der Konstruktion darauf geachtet worden, daß Abnützungen möglichst vermieden werden. An gewissen Stellen, an denen trotz Schmierung beachtliche Reibungen auftreten, wird sich aber im Laufe der Jahre doch ein gewisser Verschleiß einstellen.

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,  
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und  
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 2

Baden bei Wien, Ende April 1966

54. Jg.

## Die Geodäsie als Beispiel einer Approximationswissenschaft

Von *Walter Grossmann*, Hannover

(Schluß)

### 1.32 Die Überbrückung der Ozeane

Von dieser Schwierigkeit ganz abgesehen hat Heiskanens geodätisches Welt-system, das uns auf das mittlere Erdellipsoid hinführen soll, einen für Geodäten unbehaglichen Schönheitsfehler: Es fehlt eine unabhängige Probe für unseren gravimetrisch-astronomischen Zusammenschluß. Sie wäre gegeben, wenn es glückte, die Weltmeere zu überbrücken.

Vor und nach dem 2. Weltkrieg sind mehrere Verfahren dazu entwickelt worden. Sie lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe umfaßt die aus dem Radarprinzip entwickelten Shoran- und Hiranverfahren, zu denen später die spezi

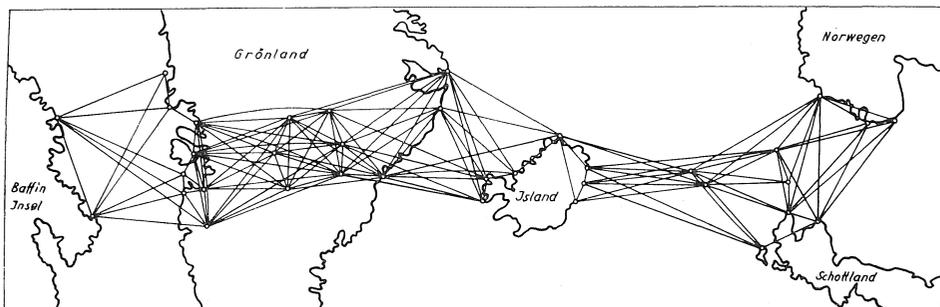


Abb. 4: Hirankette Canada — Norwegen

ellen elektronischen Entfernungsmesser hinzugekommen sind. Durch sie ist das Prinzip der Trilateration gleichwertig neben das der Triangulation getreten. Als Beispiel nenne ich die Hirankette, die von Canada über Grönland und Irland nach Norwegen geführt ist (Abb. 4).

Die zweite Gruppe sind die astronomischen Verfahren. Ich nenne die Sonnenfinsternismethode von *Bonsdorf*, die die Finnen erstmalig 1945 zur Überbrückung des atlantischen Ozeans zwischen Afrika und Brasilien angewandt haben. Ich nenne die Verfahren von *Markowitz*, bei denen der Mond gewissermaßen als Ziel im Sinne der Hochzieltriangulation angesehen wird; ich nenne schließlich die Stellartriangulation des finnischen Astronomen *Y. Vaisälä*<sup>20</sup>).

Bei diesem letzteren Verfahren wird ein von einem Flugzeug hochgetragener Leuchtkörper ebenfalls im Sinne der Hochzieltriangulation als ein künstlicher Stern von zwei oder mehr Standpunkten gegen den Sternenhimmel photographiert, und es wird der Augenblick der Belichtung auf  $1/100$  Sekunde genau registriert. Die Position des künstlichen Sternes wird in bezug auf die Fixsterne ausgemessen, wobei die Richtungen vom Beobachtungsort zum künstlichen Stern zweckmäßig nach vorheriger Umrechnung der Sternpositionen in das vorhin erwähnte geozentrische  $x y z$ -System ermittelt werden.

Beobachtungen auf zwei Stationen bestimmen eine durch die Beobachtungsorte gehende Ebene. Eine dritte Beobachtung bestimmt eine zweite Ebene. Die Richtung der Schnittgeraden aber ist die Verbindungslinie der Beobachtungsorte. Auf diese Weise können die Winkel in großen Dreiecksnetzen mit Seitenlängen von mehreren 100 km ermittelt werden.

#### 1.4 Die künstlichen Satelliten

Alle diese Verfahren sind in den Schatten gestellt durch die künstlichen Satelliten. Diese können für die beiden Verfahren der Erdmessung eingesetzt werden, für die geometrische und für die dynamische Methode. Zum Unterschied von den bisherigen Verfahren erfassen sie aber die ganze Erdoberfläche.

##### 1.41 Die geometrische Methode

Für unseren Wunsch, Heiskanens geodätisches Weltsystem durch Ozeanüberquerungen zu kontrollieren und zu ergänzen, bietet sich die geometrische Methode an <sup>21</sup>). Bei ihr benutzt man die Satelliten als Hochziel im Sinne der Stellartriangulation. Die große Flughöhe der Satelliten verlangt jedoch Abstände der Erdstationen von mehreren 1000 Kilometern. So kann ein Dreiecksnetz mit Seitenlängen von einigen 1000 km aufgebaut werden, das die ganze Erde mit verhältnismäßig wenigen Punkten polyederartig umschließt.

Auf dem Satellitensymposium der Internationalen Assoziation für Geodäsie, das im Dezember 1964 in Paris stattfand, wurde von US-Coast and Geodetic Survey ein Netzentwurf vorgelegt, der mit 36 Stationen und Seitenlängen von 2000—3000 km die Erde umspannen soll (Abb. 5).

Damit fände ein von *Heinrich Bruns* bereits 1878 ausgesprochener Vorschlag, der damals wegen der terrestrischen Refraktion unerfüllbar zu sein schien, eine späte Verwirklichung.

Leider kann hier auf die Beobachtungsverfahren im einzelnen nicht eingegangen werden. Eine gewisse Erleichterung entsteht, wenn der Satellit selbst leuchtende Signale abgibt, weil dann die übergenaue Zeitbestimmung in Fortfall kommt.

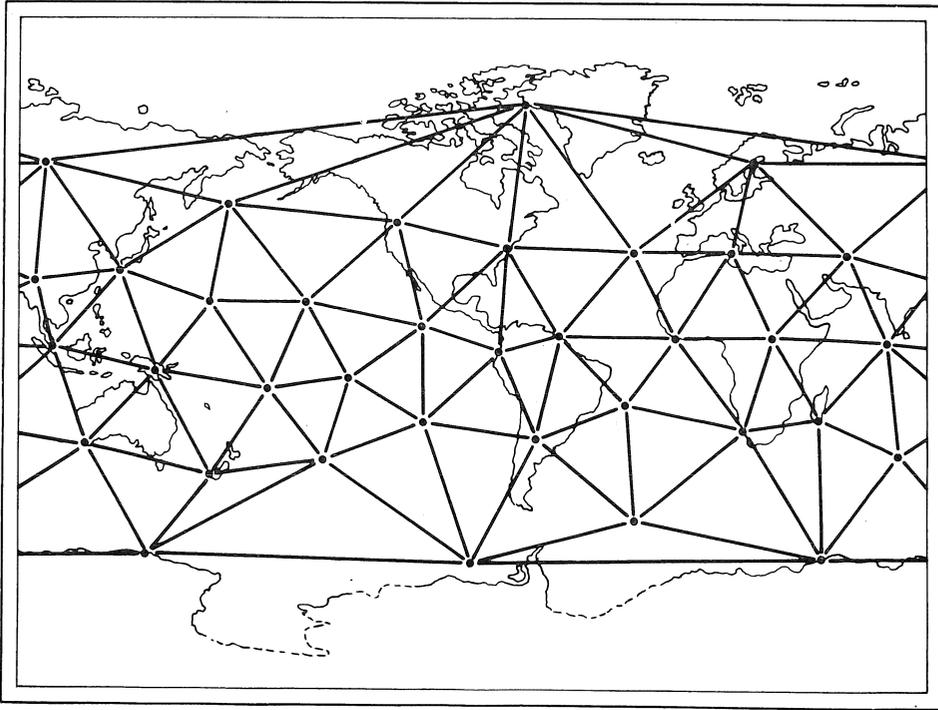


Abb. 5: Entwurf eines Satellitenweltnetzes

Möglichst sollen außer den Richtungen auch die Entfernungen zu den Satelliten gemessen werden. Das Ingenieurkorps der US-Army und die Firma Cubic haben hierfür das Secor-System entwickelt. Dazu sind die jetzt im Umlauf befindlichen Satelliten Explorer XXII und XXVII mit Prismenreflektoren versehen, die den Laserstrahl eines elektronischen Entfernungsmessers auf den Meßpunkt zurückwerfen.

Schließlich hat die US-Marine zusammen mit dem Institut für Angewandte Physik der John-Hopkins-Universität ein Doppler-Ortungssystem entwickelt.

Alle Möglichkeiten werden in einem geodätischen Satelliten Geos A (Abb. 6) vereinigt sein, der noch in diesem Jahr gestartet werden soll\*).

Ein wichtiger Annäherungsschritt ist demnach getan, wenn

- a) Heiskanens geodätisches Weltsystem steht;
- b) die Satellittriangulation vorliegt;
- c) beide Verfahren durch eine gelungene Ausgleichung miteinander verbunden sind.

Wahrscheinlich wird jedoch der nächste praktische Schritt darin bestehen, daß man alle Landes- oder Kontinentalsysteme in die neue Welttriangulation einhängt.

#### 1.42 Die dynamische Methode

Nur der Vollständigkeit halber erwähne ich ganz kurz noch die dynamische Methode. Diese ist schon sehr bald nach dem Starten der ersten Satelliten zur An-

\*) Das ist nach Zeitungsnachrichten Anfang November 1965 geschehen.

wendung gekommen. Sie will aus den Unregelmäßigkeiten der Satellitenbahnen Rückschlüsse auf das Schwerefeld der Erde machen.

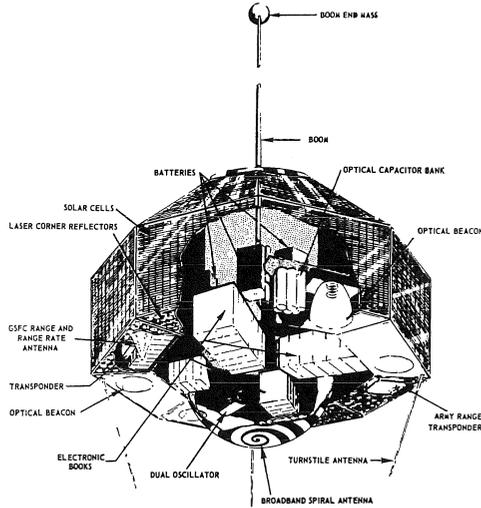


Abb. 6: Geos A

Zweckmäßig wird dazu das Gravitationspotential  $U$  durch eine nach Kugelfunktionen entwickelte Reihe dargestellt<sup>22)</sup>. Unser Interesse gilt der Bestimmung der konstanten Koeffizienten  $J_n$  der einzelnen Reihenglieder aus dem Verhalten der Satelliten. Mit Beschränkung auf die zonalen Glieder ist

$$U = \frac{fM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} J_n \left( \frac{R}{r} \right)^n P_n(\cos \Theta).$$

Es bedeuten:

$U$ : Gravitationspotential

$f$ : Gravitationskonstante

$M$ : Erdmasse (einschließlich Lufthülle)

$R$ : mittlerer Äquatorradius der Erde

$r, \Theta, \Phi$ : geozentrische Polarkoordinaten: Radiusvektor, Gegenbreite, Rektaszension ( $\Phi$  tritt oben nicht auf wegen Rotationssymmetrie)

$J_n$ : konstante dimensionslose Koeffizienten

$P_n(\cos \Theta)$ : Legendresche Polynome (Kugelfunktionen erster Art).

Die Legendreschen Polynome sind, wenn  $\cos \Theta$  als Argument steht, definiert durch

$$P_n(\cos \Theta) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d \cos^n \Theta} (\cos^2 \Theta - 1)^n.$$

Das die Koeffizienten  $J_n$  der Glieder höheren Ranges sehr klein sind, beschränken wir uns auf eine Entwicklung bis zum 4. Rang:

$$U_4 = \frac{fM}{r} \left\{ 1 + J_2 \left( \frac{R}{r} \right)^2 P_2(\cos \Theta) + J_3 \left( \frac{R}{r} \right)^3 P_3(\cos \Theta) + J_4 \left( \frac{R}{r} \right)^4 P_4(\cos \Theta) \right\}$$

Hierin ist

- $J_0 = 1$  durch die Definition von  $f M$ .
- $J_1 = 0$  weil der Erdschwerpunkt als Koordinatenursprung gewählt ist.
- $J_2$  u.  $J_4$  ergeben die Abplattung. Diese ist aus Satellitenbahnen zu 1:298,3 errechnet. Das ist genau derselbe Wert, den Helmert 1901 aus Schweremessungen und in den 30er Jahren Krassowski aus der astronomisch-geodätischen Ausgleichung des russischen Hauptdreiecksnetzes errechnet hat.
- $J_4$  läßt etwaige Abweichungen von der Symmetrie zur Äquatorebene erkennen.
- $J_5, J_6$  usw. deuten auf weitere Geoidundulationen hin.

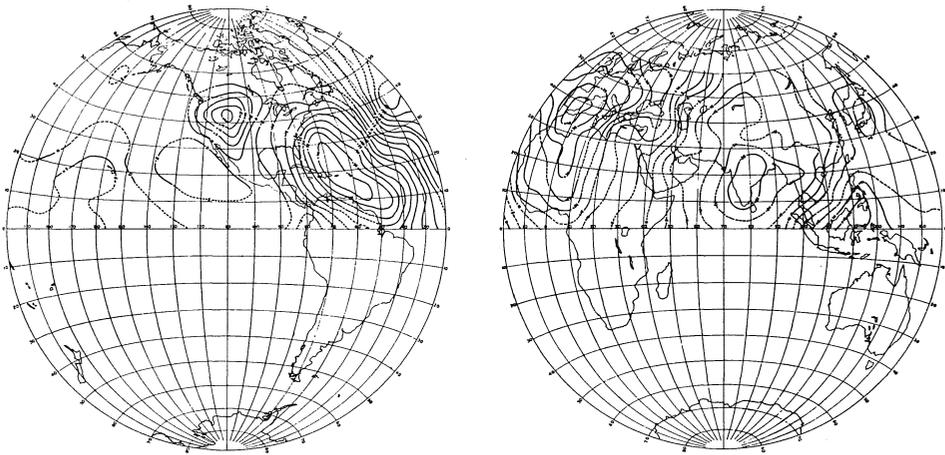


Abb. 7: Columbus-Geoid

Die bisher gefundenen Werte von  $J_3$  lassen die Deutung zu, daß der Südpol eine negative Undulation von 15–20 m aufweist und der Nordpol eine positive Undulation von der gleichen Größenordnung. Auf Grund dieses Effektes wird gelegentlich von der Birnengestalt der Erde gesprochen. Das ist überaus mißverständlich. Denn die Abplattung beträgt nach wie vor rund 20 km; sie überwiegt also den Birneneffekt um das Tausenfache.

*J. Jzsak* vom Smithsonian Astrophysical Observatory in Cambridge-USA hat eine Darstellung des Geoids aus 26500 Satellitenbeobachtungen abgeleitet. Ein Vergleich des Columbusgeoids (Abb. 7) mit dem Geoid von *Jzsak* (Abb. 8) ergibt in den großen Konturen manche Ähnlichkeiten. Im einzelnen bestehen jedoch erhebliche Unterschiede:

a) Bei Heiskanen findet sich in der Gegend der Rocky Mountains ein Maximum mit + 20 m; dagegen gibt *Jzsak* dort die Kurve – 20 m. Im Schnitt desselben Meridians mit dem Äquator hat *Jzsak* ein Minimum von – 50 m, während bei Heiskanen eine Nulllinie durchläuft. *Jzaks* Geoid liegt also in den USA rund 40 m tiefer als das von Heiskanen.

b) H. hat westl. der westindischen Inseln ein Minimum von  $-40$  m. Bei J. liegt das Minimum 20 Breitengrade südlicher mit  $-23$  m.

c) H.' Gibraltarmaximum von  $+40$  m ist bei J. in das südöstliche Vorfeld von Grönland mit  $+35$  m gerutscht.

d) H. hat an der Südspitze von Vorderindien ein Minimum  $-25$  m, bei J. liegt es etwas weiter südlich mit  $-48$  m.

e) H. hat im Raume Borneo-Celebes ein Maximum von  $+20$  m, bei J. liegt dieses Minimum südöstl. von Neuguinea mit  $+54$  m.

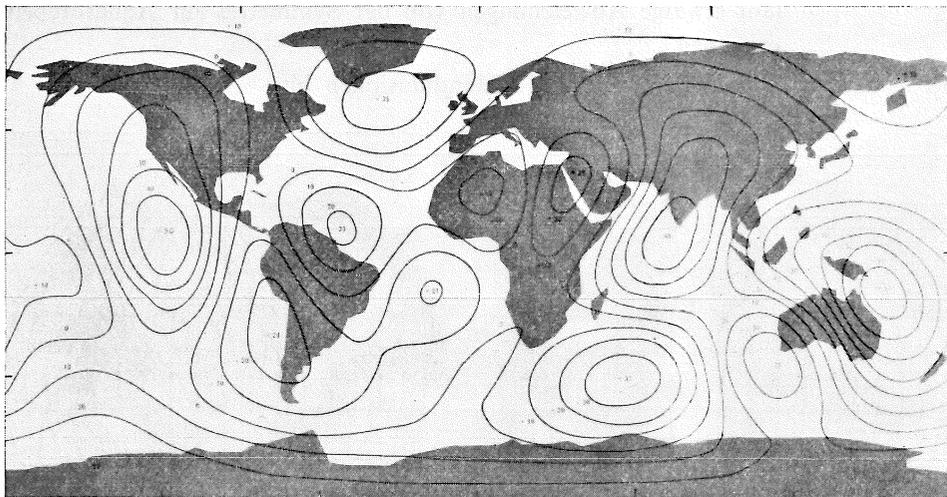


Abb. 8: Jzsak-Geoid

Wer der Wahrheit am nächsten gekommen ist, läßt sich zur Zeit noch nicht entscheiden. Offenbar lassen die Bahnunregelmäßigkeiten unterschiedliche Deutungen zu. Etwas zugespitzt sei hierzu folgendes wenigstens angedeutet: In die Auswertung der Satellitenbeobachtungen zur Geoidbestimmung gehen auch die jeweilige Luftdichte und Refraktion ein. Der Geodät bedient sich — wie es nahe liegt — bei seinen Rechnungen zur Erfassung der Geoidundulation für Luftdichte und Refraktion der Modellvorstellungen der Meteorologen.

Der Meteorologe dagegen möchte aus den beobachteten Bahnunregelmäßigkeiten einen Anhalt für Luftdichte und Refraktion gewinnen und benutzt dabei die Vorstellungen vom Geoid, die er bei den Geodäten gefunden hat! Die allmähliche Annäherung ist also nicht nur innerhalb eines Forschungsgebietes geboten; sie ist auch vonnöten, sowie sich zwei Forschungsgebiete berühren oder überschneiden.

Die dynamische Methode ist mit ihren bisherigen Ergebnissen vielleicht bereits nahe an der Grenze ihrer Möglichkeiten angekommen. Die geodätisch interessanteren Ergebnisse, insbesondere die Ozeanüberquerungen sind zur Zeit von der geometrischen Methode zu erwarten. Die Approximationsschritte gelingen also in buntem Wechsel einmal mit dem einen Verfahren, ein andermal mit dem anderen. Darum müssen beide weiterentwickelt werden. Wenn dann eines Tages die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Verfahren die Größenordnung der

unvermeidlichen Messungsfehler annehmen, dann ist das Problem von der Figur der Erde, wie wir es heute sehen, in den Hauptzügen gelöst.

## 2. Das Approximationsverfahren in der Praxis

### 2.1 Das Europäische Dreiecksnetz

Abschließend darf ich noch einige Ausführungen über die Approximation in der Praxis machen. Das Beispiel Erdfigur hat jedoch so viel Raum in Anspruch genommen, daß ich mich nunmehr auf Schlaglichter beschränken muß. Ich beginne mit dem Europäischen Dreiecksnetz:

Von 1862 an begannen die Vorbereitungen durch die Europäische Gradmessung. Der 1. Weltkrieg brachte als bedeutungsvollen Schritt das Einführen Gaußscher Meridianstreifensysteme in den Ländern der Mittelmächte. Im 2. Weltkrieg entstand ein erstes Europäisches Netz durch Zusammenschieben der nationalen Netze mittels der Helmerttransformation; das Ergebnis reichte allerdings nur für kartographische Zwecke aus.

Anfang der 50er Jahre wurde die erste strenge Ausgleichung der Netze von Zentral-, Süd-, West- und Nordeuropa abgeschlossen, und zwar durch Zusammenarbeit des heutigen Frankfurter Instituts für Angewandte Geodäsie (Wolf, Gigas) mit US-Coast and Geodetic Survey (Charles Whitten). Dieses zweite Europeanetz reicht offenbar für die Praxis aus. Wissenschaftlich befriedigt es nicht ganz, weil nur die Hauptketten in die Ausgleichung einbezogen worden sind.

Ab Mitte der 50er Jahre begann infolgedessen die Internationale Assoziation für Geodäsie mit den Vorbereitungen für ein drittes Europa-Netz, in das alle Beobachtungen eingehen sollen, in dem ferner schwache Stellen erneuert werden und in das zusätzlich neue Laplace-Punkte und Väisälä-Basen eingeführt werden sollen.

### 2.2 Das Europäische Höhennetz

Ähnlich ist das Bild beim Europäischen Nivellementsnetz. Die erste Ausgleichung machten bereits 1891 Helmerter Mitarbeiter *Börsch* und *Kühnen* zwecks Vergleichung der Mittelwasser der Ostsee, der Nordsee, des Atlantischen Ozeans und des Mittelmeeres. Die Ausgleichungsergebnisse lieferten jedoch keine ausreichende Grundlage für den Vergleich.

In den 50er Jahren hat dann die Internationale Assoziation für Geodäsie dank der Tatkraft des zum Präsidenten der Permanenten Kommission bestellten Dänen *Dr. Simonsen* das Réseau Européen Unifié de Nivellement — das REUN — geschaffen. Leider weist das REUN von Land zu Land recht unterschiedliche Genauigkeiten auf. Der praktische Erfolg der Ausgleichung besteht vor allem in der Einsicht, daß weite Gebiete neu beobachtet werden müssen, um eine verbesserte Auflage des REUN — also eine dritte Ausgleichung — zu ermöglichen.

### 2.3 Das Europäische Schwerenetz

Das Europäische Schwerenetz gliedert sich bis vor kurzem noch einem Flickenteppich. Inzwischen hat es durch die Gravimetereichlinie Catania-Nordkap eine erste Versteifung erhalten. Zum weiteren Ausbau gebraucht Europa zunächst den größeren Rahmen des Weltschwerernetzes I. O.

An den Verbindungen zwischen dessen 30 Punkten wird zwar seit über 10 Jahren kräftig gearbeitet. Zu einer einheitlichen Ausglei chung hat die Assoziation für Geodäsie sich allerdings noch nicht verstehen können. So ist denn inzwischen der erste Schritt in Heiskanens Institut in Columbus geschehen: Auf der IUGG-Tagung in Berkeley (1960) legte der Fennoamerikaner *Uotila* ein weltumspannendes Schwere-netz vor, das ausgeglichene Werte für 88 über die ganze Welt verteilte wichtige Schwerestationen mit ca. 500 Verbindungsmessungen enthält.

Das Weltschwerenetz der Assoziation für Geodäsie wird also voraussichtlich die zweite Stufe bilden.

## 2.4 Die Norddeutschen Katastertriangulationen

Ein besonders charakteristischer Beitrag zu unserem Thema dürfte die Entwicklung der deutschen Katastertriangulationen und überhaupt der Katasterkarten vor allem in Norddeutschland darstellen. Als in den 70er Jahren überall im deutschen Reichsgebiet Katasterwerke vorlagen, zählte man als Folge der Kleinstaaterie allein in Norddeutschland — von zahllosen Lokalsystemen abgesehen — rund 200 Katasterkoordinatensysteme. Wie diese nun im Laufe von rund 100 Jahren von 4 oder 5 Meridianstreifensystemen Schritt für Schritt aufgefangen wurden oder noch werden, das gäbe Stoff für einen Roman oder für eine Satire.

Ich habe nicht vor, eines von beiden zu schreiben. Aber ich möchte daraus einen Schlußgedanken abstrahieren: Daß dies möglich war, daß außerdem aus den unzweckmäßigen Inselplänen Norddeutschlands zunächst Rahmenübersichtskarten 1:5000 und weiter — wenigstens in den Ballungsräumen — moderne Kataster-rahmenkarten 1:1000 entstanden, das ist nicht die Folge einer von oben gesteuerten totalen Neumessung, sondern das ist den Leitern der Vermessungsämter, der Katasterämter oder irgendwelcher Spezialdienststellen zu danken. Diese haben vielleicht unbewußt, aber in unermüdlichem Einsatz — approximativ — einen Schritt nach dem anderen getan, um die überkommenen Werke ihren Nachfolgern in einem neuen, verbesserten Zustand übergeben zu können. Darüber empfindet der ungenannte Geodät an der Front mit Recht Stolz und Befriedigung, und so gesehen, trägt sein schrittweises Arbeiten auf einem kaum absehbaren Endzustand hin seinen Lohn in sich selbst. Die vollkommenste aller Welten, von der Leibnitz träumte, wird es allerdings in der Geodäsie niemals geben. Dafür sorgt schon unser vielgeliebter mittlerer Fehler. Schließlich wollen wir ja unseren Nachfolgern noch etwas zu tun hinterlassen.

### *Literatur*

- [1] *Prell, H.*: Die Vorstellungen des Altertums von der Erdumfanglänge. Berlin 1959. Dort S. 5.
- [2] *Perrier, G.*: Petite Histoire de la Géodésie, Paris 1939. Deutsch von E. Gigas, Bamberg 1950. Dort S. 37/38.
- [3] *Gauß, C. F.*: Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten Göttingen und Altona (1828). Herausgegeben von Börsch und Simon. Berlin 1887. Dort S. 181/82.
- [4] *Ledersteger, K.*: Die geodätischen Bezugsflächen und ihre Ausmaße. Zeitschr. f. Vermessungswesen (Stuttgart) 1956, S. 95.
- [5] *Bruns, H.*: Die Figur der Erde. Ein Beitrag zur Europäischen Gradmessung. Berlin 1878.
- [6] *Jordan|Eggert|Kneißl*: 10. Aufl. Band V. Astronomische und physikalische Geodäsie, Bearbeitet von K. Ledersteger. Dort S. 60ff.
- [7] Vergl. Anm. 2, S. 83/84.

[8] *Ledersteger, K.*: Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid. Wien 1948.

Ders. Der Anschluß des Ostseeringes an das europäische Lotabweichungssystem. Wien 1949.

Ders. Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landes-triangulation. Wien 1951.

Ders. Die absolute Lage des österreichischen Fundamentalnetzes und der Längenunter-schied Ferro-Greenwich. Wien 1962.

[9] *Wolf, H.*: Geoidvergleiche und absolute Lotabweichungen. Bamberg 1952.

[10] *Isotow, A.*: Krassowskijs Referenzellipsoid und die neuesten Fortschritte der wissen-schaftlichen Geodäsie. Vermessungstechnik (Berlin) 1953, S. 33 ff.

[11] *Fischer, J.*: The present extent of the astro-geodetic geoid and the geodetic world datum derived from it. 1961. Deutsche Übersetzung München 1962.

[12] Siehe Anm. 2 S. 150 ff.

[13] *Sakatow, P.*: Lehrbuch der Höheren Geodäsie. Deutsche Übersetzung Berlin 1957. Dort S. 277/78.

[14] *Tanni, L.*: On the continental undulations of the geoid as determined of the present gravity material. Helsinki 1948.

[15] *Heiskanen, W. A.*: On the World Geodetic System. Finn. Geod. Inst. Helsinki 1951.

[16] *Heiskanen, W. A.*: The Columbus Geoid. Transactions, American geophysical. Union. Vol. 38 No. 6 (1957) S. 841.

Ders. Die neuesten Erkenntnisse der physikalischen Geodäsie. Zeitschr. f. Vermessungs-wesen (Stuttgart) 1963, S. 283.

[17] *Wolf, H.*: Geoidvergleiche und absolute Lotabweichungen. Bamberg 1952.

[18] *Höpcke, W.*: Bestimmung eines geodätischen Weltsystems. Zeitschr. f. Vermessungswesen (Stuttgart) 1965. S. 440. Dieser Veröffentlichung sind die Bilder 1, 2, 3, 5 und 6 entnommen.

[19] *Ledersteger, K.*: Internationale Bezugsflächen und einheitliches Weltsystem. Zeitschr. f. Vermessungswesen (Stuttgart) 1958, S. 260.

[20] *Vaisälä, Y.* und *Oterma, L.*: Anwendung der astronomischen Triangulationsmethode. Helsinki 1960, Vergl. auch die zweite Schrift in Anm. 16.

[21] Siehe Anm. 18.

[22] *Hergenhahn, G.*: Die Bestimmung der Erdgestalt mit künstlichen Satelliten. Zeitschr. f. Vermessungswesen (Stuttgart) 1960, S. 342 ff.

[23] *Whipple, F.* und *Veis, G.*: Erdvermessung mit Satelliten. Bild der Wissenschaft (Stuttgart) 1965, S. 397.

## **Tauglichkeit von photogrammetrischen EP-Netzen für Katastermessungen**

Von *Kornelius Peters*, Wien

### *1. Einleitung*

Die derzeit in Österreich aufliegenden Katasteroperare wurden geschaffen, um eine gerechte Besteuerung der Flurstücke und ihres Ertrages zu gewährleisten. Für diesen Zweck genügte graphische Genauigkeit bei Bestimmung der Grenzpunkte und der Flächen. Die seit ungefähr 50 Jahren durchgeführten Neuvermes-sungen streben eine für derzeitige Zielsetzung des Katasters wesentlich zu große Genauigkeit an. Seit ihrem Beginn erfaßten sie daher erst eine Fläche von etwa 10% unseres Bundesgebietes. Wir besitzen trotzdem noch immer einen Grundsteuer-kataster, keinen Rechtskataster.

Die Forderung unserer Zeit lautet also, Methoden und Genauigkeiten sinnvoll so abzustimmen, daß in erster Linie die Operate *möglichst rasch* fertiggestellt und