

Paper-ID: VGI_196317



Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftbildmessung

Wilfried Löscher ¹

¹ *Heerbrugg, Waldstraße, Schweiz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **51** (5, 6), S. 140–158, 174–193

1963

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Loescher_VGI_196317,  
Title = {{\U}berlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel f{\u}r die  
Luftbildmessung},  
Author = {L{\o}scher, Wilfried},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {140--158, 174--193},  
Number = {5, 6},  
Year = {1963},  
Volume = {51}  
}
```



Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftbildmessung

Von *Wilfried Löscher*, Heerbrugg

1. Einleitung

Wie allgemein in der Technik, so besteht auch in der Photogrammetrie das Ziel der Entwicklung darin, den Wirkungsgrad des Verfahrens zu verbessern. Das heißt, man ist bestrebt, die Qualität des Endproduktes, in diesem Fall des Planes oder der Karte, nach Möglichkeit zu steigern und gleichzeitig den für die Herstellung notwendigen Aufwand an Kapital, Arbeit und Zeit möglichst zu verringern. Dies geschieht durch Verbesserung aller Arbeitsgänge des Verfahrens.

Für die photogrammetrische Herstellung einer Karte sind im wesentlichen vier Arbeitsgänge erforderlich. Es sind dies: Die Befliegung, die Paßpunktbestimmung, die Orientierung und die Auswertung.

Der Aufwand für die Befliegung und Auswertung wird praktisch nur von der Größe des zu kartierenden Gebietes, dem geforderten Kartenmaßstab, der verlangten Genauigkeit und Darstellungsart, den Investitionskosten und dem Auswertverfahren bestimmt. Da sich von den genannten Faktoren nur die beiden letzten beeinflussen lassen, ergeben sich die Forderungen nach der Verwendbarkeit kleiner Flugzeuge mit geringen Betriebskosten, nach leistungsfähigen Kammern und Auswertegeräten und in neuester Zeit der Versuch, den Auswertevorgang selbst zu automatisieren.

Die Kosten für die Paßpunktbestimmung und die Orientierung wachsen im wesentlichen mit der zur Erfassung des Gebietes notwendigen Anzahl der Stereomodelle an. Damit diese Anzahl klein wird, muß die von einem Bildpaar gedeckte Fläche so groß wie möglich sein, das heißt, ein möglichst kleiner Bildmaßstab ist wünschenswert. Dem stehen jedoch die Forderungen nach der verlangten Genauigkeit und nach Identifizierbarkeit der in der Karte darzustellenden Details entgegen. Da die Genauigkeit aber nicht nur vom Bildmaßstab, sondern auch vom Basisverhältnis und vielen anderen Faktoren abhängt, ergeben sich für die Forschung und Entwicklung auf diesem Gebiet eine ganze Reihe von Möglichkeiten, um die Leistungsfähigkeit der Photogrammetrie zu steigern.

Grundsätzlich stehen der Entwicklung hier zwei Wege offen: Einerseits kann man versuchen, bei einer durch das Bildformat, den Bildwinkel und das Überdeckungsverhältnis gegebenen Aufnahmedisposition durch Verbesserung der Auswertemethoden und Erfassung aller Fehler die relative Genauigkeit zu steigern und andererseits besteht die Möglichkeit, durch Konstruktion von Objektiven mit größerem Bildwinkel die Aufnahmedisposition selbst zu verbessern.

Der zuerst genannte Weg ist heute an einem Punkt angelangt, wo die weiteren Entwicklungsmöglichkeiten übersehbar geworden sind. Seit durch den Einsatz programmgesteuerter Rechenautomaten und durch den Bau präziser Stereokomparatoren die analytische Auswertung praktisch anwendbar ist, wird die erreichbare Genauigkeit nämlich nur noch von den Fehlern der photographischen Aufnahme bestimmt (siehe z. B. [1]). Wenn es in Zukunft gelingt, die optische und photographische Bilddefinition und die geometrischen Bildfehler zu verbessern, so kann dem nötigen-

falls durch genauere Komparatoren, die nach dem Interferenzmeßprinzip arbeiten und mit entsprechender Betrachtungsvergrößerung ausgerüstet sind, wenigstens theoretisch leicht Rechnung getragen werden. Mit der Verwendung des Interferenzmeßprinzips dürfte die Genauigkeitssteigerung dann allerdings eine praktische Grenze erreichen.

Es scheint jedoch, daß sich das Interesse noch vor Erreichung dieser Grenze von der weiteren Genauigkeitssteigerung zugunsten des Zeitfaktors auf das Gebiet der automatischen Auswertung verlagert.

Der früher an zweiter Stelle genannte Weg, die Verbesserung der Aufnahmedisposition, hat zur Folge, daß heute eine große Anzahl von Aufnahmekammern mit verschiedenen Bildformaten und Bildwinkeln im Gebrauch stehen. Obwohl die Praxis im allgemeinen die Verwendung großer Formate und größerer Bildwinkel bevorzugt, ist durchaus nicht eindeutig erwiesen, welche Aufnahmedisposition die leistungsfähigste ist.

Ein größerer Bildwinkel ergibt bei gleicher Überdeckung ein günstigeres Basisverhältnis und folglich eine größere Höhengenaugkeit. Bei gleichem Format bedingt der größere Bildwinkel jedoch eine kürzere Bildweite und damit bei gleicher Flughöhe einen kleineren Bildmaßstab. Der kleinere Bildmaßstab ergibt zwar eine Vergrößerung der aufgenommenen Fläche, verringert aber gleichzeitig wieder die Genauigkeit. Es treten hier also zwei entgegengesetzt gerichtete Einflüsse auf, deren Auswirkung bisher anscheinend nicht ohne weiteres abgeschätzt werden konnte. Durch die verschiedenen im Gebrauch stehenden Bildformate und Emulsionsträger werden die Verhältnisse noch etwas verwickelter.

Bisher hat man versucht, diese Probleme auf empirischem Wege zu lösen. Die Signalisierung und präzise geodätische Vermessung hinreichend großer Prüffelder, die Befliegung mit einer Reihe von Aufnahmekammern aus verschiedenen Flughöhen und die nachfolgenden Auswertungen sind jedoch außerordentlich aufwendig und daher bestenfalls durch die Vermessungsorganisationen von Großstaaten ausführbar*). Wegen des Aufwandes wurden bisher, auch bei anfänglich großzügiger Planung, nur ausgewählte Aufnahmedispositionen (siehe z. B. Versuch Oberriet der OEEPE oder Bericht Coulthart [2] über einen Versuch des US-AMS) untersucht und von einer generellen Beantwortung der Fragen, welches Bildformat und welcher Bildwinkel am günstigsten ist und ob noch größere Bildwinkel als die schon vorhandenen anzustreben sind, kann auf Grund der Versuchsergebnisse keine Rede sein.

Diese Frage ist jedoch für die weitere Entwicklung der Photogrammetrie von Bedeutung und es sei daher gestattet, im folgenden zu zeigen, daß zu ihrer Beantwortung auf Grund einiger elementarer Überlegungen und bereits bekannter Zahlen relativ weitgehende Aussagen möglich sind.

2. Das Kriterium für die Leistungsfähigkeit einer Aufnahmedisposition

Aus dem bisher Gesagten ergibt sich, daß als Kriterium für den Wirkungsgrad oder die Leistungsfähigkeit einer Aufnahmedisposition das Verhältnis zwischen der erreichbaren Genauigkeit und der pro Bildpaar auswertbaren Fläche anzusehen ist.

*) In Europa hat dies zur Gründung der „Organisation Européenne d'Etudes Photogrammetriques Experimentales“ (OEEPE) geführt.

Da in vielen Fällen die einzuhaltende Höhengenaugigkeit vorgeschrieben ist und die Erfahrung zeigt, daß die Koordinatenfehler in X und Y meist kleiner sind als der Höhenfehler, hat es sich eingebürgert, statt des räumlichen Punktlagefehlers den Höhenfehler als für die Genauigkeit repräsentativ anzusehen. Die pro Bildpaar auswertbare Fläche wächst mit dem Quadrat der Flughöhe. Da am Anfang der Entwicklung ohnehin nur eine Aufnahmedisposition zur Verfügung stand, war es daher zweckmäßig, die Leistungsfähigkeit des Verfahrens durch den auch heute allgemein gebräuchlichen „relativen Höhenfehler“, das Verhältnis zwischen Höhenfehler und Flughöhe, zu beschreiben. Der im englischen Sprachgebiet übliche „C-Faktor“ ist ebenfalls ein Verhältnis zwischen der Flughöhe und dem auf bestimmte Art definierten Höhenfehler.

Der relative Höhenfehler eignet sich im Prinzip nur zum Vergleich von Resultaten, die mit einer bestimmten Aufnahmekammer bei Einhaltung eines bestimmten Basisverhältnisses aus verschiedenen Flughöhen erzielt wurden. Bei der Beurteilung von Ergebnissen, die außerdem mit verschiedenen Bildwinkeln, verschiedenen Formaten und Überdeckungsverhältnissen erhalten werden, ergibt der relative Höhenfehler jedoch kein klares Bild. Es ist daher zweckmäßig, zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit einer Aufnahmedisposition auf das eingangs erwähnte Kriterium zurückzugreifen und anstelle des relativen Höhenfehlers das Verhältnis zwischen dem Höhenfehler und der Quadratwurzel aus der pro Bildpaar auswertbaren Fläche zu verwenden. Dieses Verhältnis wird im folgenden als „Leistungsverhältnis“ bezeichnet.

3. Das Leistungsverhältnis als Funktion der Aufnahmedisposition und des Parallaxenfehlers

Um den mathematischen Zusammenhang zwischen dem Leistungsverhältnis, der Aufnahmedisposition und dem Parallaxenfehler zu finden, geht man von der bekannten Formel für den relativen Höhenfehler von Senkrechtaufnahmen aus und eliminiert die Flughöhe mit Hilfe der auswertbaren Fläche des Bildpaares.

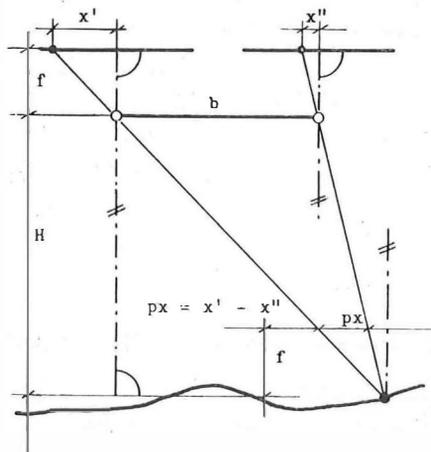


Abb. 1

Bezeichnet man, wie in Abb. 1, die Flughöhe über Grund mit H , die Basis mit b , die Bildweite der Aufnahmekammer mit f und die Abszissendifferenz der Bild-

punkte als Parallaxe p_x , so findet man sofort aus den Beziehungen zwischen ähnlichen Dreiecken:

$$H = \frac{b}{p_x} \cdot f \quad . . . (1)$$

Durch Differenzieren ergibt sich daraus die bekannte Formel für den relativen Höhenfehler

$$\frac{dh}{H} = \frac{H}{b} \cdot \frac{dp}{f}, \quad . . . (2)$$

wenn dh für den Höhenfehler im Gelände und dp für den Parallaxenfehler gesetzt wird. Der Parallaxenfehler stellt die Auswirkung sämtlicher Fehlereinflüsse des Aufnahmevorganges auf die Bildkoordinatendifferenz dar.

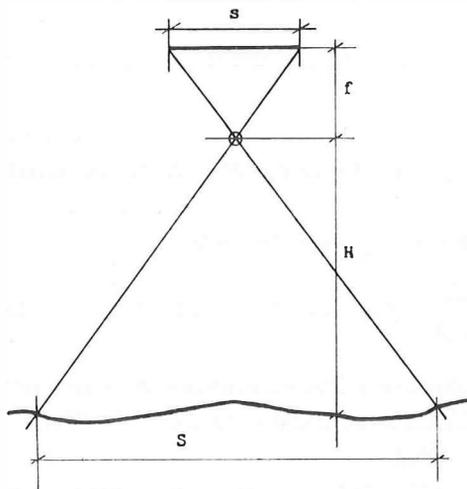


Abb. 2

Hat man eine Aufnahmekammer mit der Bildweite f und einem quadratischen Bildformat mit der Seitenlänge s und macht damit aus der Flughöhe H eine Senkrechtaufnahme, so ist nach Abb. 2 die Seitenlänge S des photographierten Bodenquadrates gleich:

$$S = \frac{H}{f} \cdot s \quad . . . (3)$$

Um aus der Seitenlänge des Bodenquadrates die pro Bildpaar auswertbare Fläche A zu bestimmen, wenden wir uns Abb. 3 zu. Sie stellt die Verhältnisse bei der Aufnahme eines größeren Gebietes mit mehreren Bildreihen dar.

In diesem Fall muß nicht nur eine Längsüberdeckung von $\bar{p} \%$, sondern auch eine Querüberdeckung von $\bar{q} \%$ eingehalten werden. Wird bis zur Mitte der von den Nachbarmodellen überdeckten Zonen ausgewertet, so verbleibt, wenn zur Vereinfachung der Schreibung

$$p = \frac{\bar{p} \%}{100 \%} \text{ und } q = \frac{\bar{q} \%}{100 \%}$$

gesetzt wird, folgender Ausdruck für die pro Bildpaar auswertbare Fläche:

$$A = (1 - p) \cdot (1 - q) \cdot S^2 \quad . . . (4)$$

Bei einer Längsüberdeckung von \bar{p} % gilt bekanntlich für die Basislänge:

$$b = (1 - p) \cdot S \quad \dots (5)$$

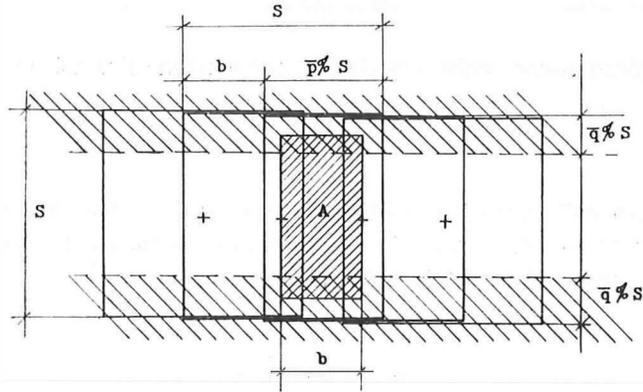


Abb. 3

Mit Hilfe der Gleichungen (3), (4) und (5) kann man nun im Ausdruck für den relativen Höhenfehler (2) die Flughöhe H und das Basisverhältnis b/H durch die pro Bildpaar auswertbare Fläche A und die Überdeckungskoeffizienten p und q ersetzen. Nach einfacher Rechnung erhält man:

$$\boxed{\frac{dh}{\sqrt{A}} = (1 - p)^{-3/2} \cdot (1 - q)^{-1/2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{f}{s} \cdot dp} \quad \dots (6)$$

und hat damit den gesuchten Zusammenhang zwischen dem Leistungsverhältnis und den Daten der Aufnahmedisposition und dem Parallaxenfehler gefunden. Man erkennt auf den ersten Blick:

Das Leistungsverhältnis ist bei Voraussetzung eines konstanten Parallaxenfehlers dp umso günstiger, je größer das Bildformat s und je größer gleichzeitig der Bildwinkel s/f gewählt wird.

Die Überdeckungskoeffizienten sollen so klein wie möglich sein, damit der Anteil der als Verlust zu wertenden doppelt auswertbaren Zonen an der Gesamtfläche vermindert wird. Um Lücken mit Sicherheit zu vermeiden, ist es jedoch mit den heute in Verwendung stehenden Navigationshilfsmitteln nicht ratsam, \bar{p} kleiner als 60% und \bar{q} kleiner als 20% zu wählen. Außerdem hängen diese Werte noch von den Höhenunterschieden des aufzunehmenden Geländes ab.

Der Faktor dp enthält summarisch alle Fehlereinflüsse, während die übrigen Faktoren der Gleichung lediglich die geometrischen Zusammenhänge der Aufnahmedisposition beschreiben. Die Bedeutung der Gleichung (6) in Bezug auf das zu wählende Bildformat und den zu wählenden Bildwinkel wird daher noch gesteigert, wenn man die oben gemachte Voraussetzung fallen läßt und für den Parallaxenfehler die folgenden Überlegungen in Betracht zieht.

4. Der Parallaxenfehler als Funktion des Formates und der Bildweite

Wie bereits gesagt, stellt der Parallaxenfehler in Gleichung (6) die Auswirkung sämtlicher Fehlereinflüsse des Aufnahmevorganges auf die Bildkoordinatendifferenz dar. Es ist nun wesentlich, zu erkennen, daß diese Auswirkung auf die Bildkoordina-

tendifferenz, unabhängig von der eigentlichen Ursache und Größe der Fehler, wieder vom Format, der Bildweite der Aufnahmekammer und der Überdeckung abhängt. Obwohl diese Abhängigkeit nicht genau bekannt ist, sind über die Art und den Verlauf der Funktion einige Aussagen allgemein gültiger Natur möglich.

Da sich der Parallaxenfehler aus den Fehlern der Bildkoordinaten zusammensetzt, ist zunächst festzustellen, welche Fehlerursachen bei der Entstehung des Bildes wirksam sind.

4. 1. Der Bildkoordinatenfehler

Bei der photogrammetrischen Aufnahme wird das Bild durch die bekannten Abbildungsfehler der Optik*), die Eigenschaften der Emulsion und ihres Trägers, die Flugzeugbewegung und die Refraktion beeinflußt. Aus allen diesen Fehlerquellen resultieren einerseits Lageabweichungen der Bildpunkte und andererseits wird die Größe des kleinsten, in der Photographie erkennbaren und meßbaren Details auf einen Minimalwert beschränkt. Das kombinierte Auflösungsvermögen des Objektivs und der Emulsion ist ein Maß für diesen Minimalwert. Die geometrischen Lageabweichungen und die durch das Auflösungsvermögen beschränkte Ausmeßbarkeit verursachen zusammen den Bildkoordinatenfehler.

Bei gegebenen Abbildungsfehlergesetzen und Materialeigenschaften hängt die absolute Größe des auf diese Art definierten Bildkoordinatenfehlers nur von der Größe der Aufnahmekammer und der Größe des Einfallswinkels der die Abbildung bewirkenden Strahlenbündel ab.

Die Größe der Aufnahmekammer ist bei gegebenem Bildwinkel durch das Format bestimmt. Der Einfallswinkel, der von der Kammerachse aus gemessen wird, ist variabel und wächst von Null in der Bildmitte bis auf den halben Bildwinkel in der Bildecke an. Damit zerfällt der Bildkoordinatenfehler in einen konstanten Teil, der nur vom Format abhängt und in einen über das Bildfeld variablen Teil, der eine Funktion des Einfallswinkels, des Formates und der Bildweite ist.

Betrachtet man zunächst den vom Einfallswinkel unabhängigen Teil, so kann kein Zweifel bestehen, daß der Bildkoordinatenfehler, zum Beispiel wegen des unregelmäßigen Filmverzuges, ausgehend von einem Minimalwert, der unter anderem durch das Auflösungsvermögen der Emulsion bedingt sein muß, mit wachsendem Format zunimmt. Es ist wenigstens bis jetzt kein Fehler einfluß oder Umstand bekannt, der eine gegenteilige Annahme rechtfertigen würde.

Was die Art der Abhängigkeit vom Format betrifft, so ist anzunehmen, da alle Fehler relativ klein sind, daß bei allen physikalischen Einflüssen das Stokesche Gesetz gilt, also eine lineare Abhängigkeit besteht. Zur Sicherheit kann ein quadratisches Glied in Betracht gezogen werden. Man kann daher für den nur vom Format abhängigen Teil des Bildkoordinatenfehlers setzen:

$$ds_1 = F_0' + F_1' \cdot s + F_2' \cdot s^2 \quad \dots (7)$$

Die Koeffizienten F_0' , F_1' und F_2' dieser Potenzreihe sind unbekannt. Sie repräsentieren alle denkbaren konstanten und von der Größe des Formates abhängigen Einflüsse.

*) Sphärische Aberration, Astigmatismus, Koma, Bildfeldwölbung, Verzeichnung und chromatische Aberrationen.

Es muß jedoch festgestellt werden, daß der Koeffizient F_2' , falls er überhaupt existiert, im Verhältnis zu den beiden anderen Koeffizienten, F_0' und F_1' , sehr klein sein muß.

Diese Feststellung gilt allgemein für alle Fehlereinflüsse. Sie ist aber am Beispiel des Filmverzuges leicht zu beweisen. Der regelmäßige Anteil des Verzuges, der übrigens in den Bildkoordinatenfehler nicht eingeht, hängt praktisch nur von der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgehalt des Filmes ab. Im fraglichen Temperatur- und Feuchtigkeitsbereich ist die infolge dieser beiden Einflüsse auftretende Dehnung bekanntlich linear von der betrachteten Strecke abhängig. Ferner ist sicher, daß die Unregelmäßigkeiten des Filmverzuges bei Luftaufnahmen höchstens die gleiche Größenordnung haben wie der regelmäßige Verzug. Wäre der in den Bildkoordinatenfehler eingehende unregelmäßige Verzug vom Quadrat des Formates abhängig, so müßten bei den in der Reproduktionstechnik üblichen, etwa fünfmal so großen Filmformaten die Unregelmäßigkeiten erheblich größer als der Verzug selbst sein. Dies ist selbstverständlich nicht der Fall.

Es besteht daher auch kein Grund zur Annahme, daß in Gleichung (7) noch höhere Potenzen des Formates auftreten.

Betrachtet man nun den über das Bildfeld variablen Teil des Bildkoordinatenfehlers, so erkennt man, daß hier mehrere voneinander unabhängige Fehlerursachen wirksam sind. Die daraus resultierenden Fehlerkomponenten hängen folglich auch in verschiedener Weise vom Einfallswinkel, dem Format und der Bildweite ab.

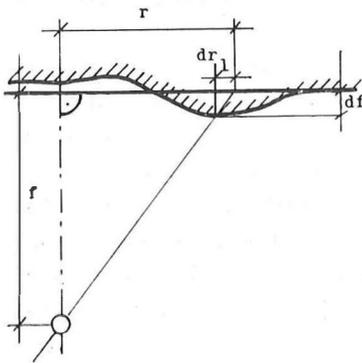


Abb. 4

Eine der wesentlichen Fehlerursachen ist die Unebenheit der Emulsion und ihres Trägers sowie der allfällige Einfluß der Schichtdicke. Es ergeben sich radiale Lageabweichungen dr_1 , die nach Abb. 4 dem Tangens des Einfallswinkels proportional sind. Da die absolute Größe der Unebenheiten allenfalls mit dem Format zunimmt, gilt für diese, dr_1 genannte, Fehlerkomponente

$$dr_1 = (U_0' + U_1' \cdot s) \cdot \frac{r}{Y}, \quad \dots (8)$$

wenn der Abstand des betrachteten Punktes vom Bildhauptpunkt mit r und die Konstanten mit U' bezeichnet werden.

Weitere Ursachen des mit dem Einfallswinkel variablen Fehleranteils bilden die bei der Berechnung und Fabrikation des Objektivs übrigbleibenden Reste der erwähnten optischen Abbildungsfehler. Diese Restfehler sind transzendente Funktionen des Einfallswinkels, die im allgemeinen nur in Form von Potenzreihen darstellbar sind. Bei der Berechnung eines Objektivs werden diese Potenzreihen normalerweise nach dem Glied dritter Ordnung abgebrochen. Ferner ist es bei der Berechnung eines Objektivs üblich, die Brennweite als Längeneinheit zu verwenden. Sie stellt folglich den Maßstabsfaktor dar, mit dem die Größe aller Linsenradien, Durchmesser und Luftabstände für die Herstellung bestimmt wird. Die absolute Größe der Fehler ist deshalb auch linear von der Bildweite abhängig. Bezeichnet man die konstanten Koeffizienten mit U' , den Abstand des betrachteten Punktes

vom Bildhauptpunkt mit r und verwendet statt des Einfallswinkels dessen Tangens, so ist nach dem Vorhergehenden zu erwarten, daß man für den Absolutwert der in Rede stehenden Fehlerkomponente dr_2 , die nicht radial gerichtet sein muß, setzen kann:

$$dr_2 = \left(0_0' + 0_1' \cdot \frac{r}{f} + 0_2' \cdot \frac{r^2}{f^2} + 0_3' \cdot \frac{r^3}{f^3} \right) \cdot f \quad \dots (9)$$

Die Flugzeugbewegungen verursachen eine Bewegungsunschärfe und damit eine Verringerung des Auflösungsvermögens. Betrachtet man zuerst die translatorische Bewegung, so gilt folgendes:

Durchfliegt das Flugzeug während der Belichtungszeit die Strecke T' , so verschoben sich alle Bildpunkte gleichzeitig um den Betrag:

$$dv_1 = T' \cdot \frac{f}{H} \quad \dots (10)$$

Eliminiert man aus dieser Beziehung (10) mit Hilfe der Gleichungen (3) und (4) die Flughöhe, so erhält man:

$$dv_1 = (1 - p)^{1/2} \cdot (1 - q)^{1/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} \cdot T' \cdot s \quad \dots (11)$$

Die translatorische Bewegungsunschärfe ist also dem Format proportional.

Nimmt man an, daß die Vibrationen und Drehbewegungen des Flugzeuges während der Belichtungszeit eine Drehung der Kammer relativ zum Gelände um den Winkel V' bewirken, so ist die dadurch verursachte Verschiebung dv_2 der Bildpunkte durch den Ausdruck:

$$dv_2 = f \cdot \left(1 + \frac{r^2}{f^2} \right) \cdot V' \quad \dots (12)$$

mit ausreichender Näherung erfaßt.

Die Refraktion ruft Lageabweichungen hervor, die ebenfalls vom Einfallswinkel abhängen. In Abb. 5 sind die Zusammenhänge dargestellt. Der Einfallswinkel wird durch die Refraktion um den Winkel $d\epsilon$ gefälscht und der Bildpunkt um den Betrag:

$$dr_3 = f \cdot \left(1 + \frac{r^2}{f^2} \right) \cdot d\epsilon \quad \dots (13)$$

nach außen verschoben. Der Winkel $d\epsilon$ ist gegeben durch die Querverschiebung n und die Entfernung D zum betrachteten Punkt.

Ersetzt man die Lichtkurve durch eine Parabel und bezeichnet den von der Refraktion abhängigen Koeffizienten mit R' , so gilt:

$$n = R' \cdot D^2. \quad \dots (14)$$

Da sich dieser so definierte Refraktionskoeffizient vom Wert Null für senkrecht durch die Atmosphäre tretende Strahlen bis zu einem Maximalwert R_0' für horizontalen Strahlenverlauf ändern muß, darf man

$$d\epsilon = R_0' \cdot \sin \alpha \cdot D \quad \dots (15)$$

setzen, ohne einen schwerwiegenden Fehler befürchten zu müssen.

Weiter kann man aus Abb. 5 entnehmen:

$$D = \frac{H}{\cos \alpha} \quad \dots (16)$$

Substituiert man die Beziehungen (15) und (16) in Gleichung (13) und beachtet, daß $\operatorname{tg} \alpha = r/f$, so ergibt sich:

$$dr_3 = f \cdot \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) \cdot \frac{r}{f} \cdot H \cdot R_0' \quad \dots (17)$$

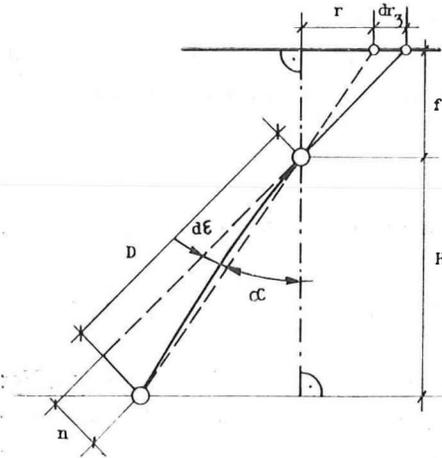


Abb. 5

Mit Hilfe der Gleichungen (3) und (4) eliminiert man auch hier wieder die Flughöhe und erhält schließlich die durch die Refraktion verursachte Bildverschiebung:

$$dr_3 = f \cdot \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) \cdot \frac{r}{s} \cdot (1-p)^{-1/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot \sqrt{A} \cdot R_0' \quad \dots (18)$$

Die Überlagerung der durch die Beziehungen (7), (8), (9), (11), (12) und (18) beschriebenen Fehlerkomponenten ergibt den Bildkoordinatenfehler als Funktion des Formates und der Bildweite. Bezeichnet man den Bildkoordinatenfehler mit ds und verzichtet vorläufig auf eine Annahme über das bei Überlagerung der Fehler wirkende Gesetz, so kann man schreiben:

$$ds = \pm ds_1 \pm dr_1 \pm dr_2 \pm dv_1 \pm dv_2 \pm dr_3 \quad \dots (19)$$

oder

$$\begin{aligned} ds = & \pm (F_0' + F_1' \cdot s + F_2' \cdot s^2) \pm \\ & \pm (U_0' + U_1' \cdot s) \cdot \frac{r}{f} \pm \\ & \pm \left(O_0' + O_1' \cdot \frac{r}{f} + O_2' \cdot \frac{r^2}{f^2} + O_3' \cdot \frac{r^3}{f^3}\right) \cdot f \pm \\ & \pm (1-p)^{1/2} \cdot (1-q)^{1/2} \cdot A^{-1/2} \cdot T' \cdot s \pm \\ & \pm \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) \cdot f \cdot V' \pm \\ & \pm \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) \cdot f \cdot \frac{r}{s} \cdot (1-p)^{-1/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot A^{1/2} \cdot R_0' \quad \dots (20) \end{aligned}$$

4. 2. Der Parallaxenfehler

Für eine erste Abschätzung der Verhältnisse ist es nun sicher zulässig, einfach anzunehmen, daß der Parallaxenfehler keinesfalls größer sein kann als der doppelte Wert des Bildkoordinatenfehlers für den in der Bildecke auftretenden größten Einfallswinkel. In der Bildecke ist $r = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \sqrt{2}$. Wenn man die sich daraus ergebenden neuen Koeffizienten gleich wie bisher, aber ohne Strich bezeichnet, gilt daher für den maximal möglichen Parallaxenfehler:

$$\begin{aligned}
 dp_{\max} \leq & \pm (F_0 + F_1 \cdot s + F_2 \cdot s^2) \pm \\
 & \pm (U_0 + U_1 \cdot s) \cdot \frac{s}{f} \pm \\
 & \pm \left(O_0 + O_1 \cdot \frac{s}{f} + O_2 \cdot \frac{s^2}{f^2} + O_3 \cdot \frac{s^3}{f^3} \right) \cdot f \pm \\
 & \pm (1-p)^{1/2} \cdot (1-q)^{1/2} \cdot A^{-1/2} \cdot T \cdot s \pm \\
 & \pm \left(1 + \frac{s^2}{2f^2} \right) \cdot f \cdot V \pm \\
 & \pm \left(1 + \frac{s^2}{2f^2} \right) \cdot f \cdot (1-p)^{-1/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot A^{1/2} \cdot R_0 \quad \dots (21)
 \end{aligned}$$

5. Das Leistungsverhältnis als Funktion des Formates und des Bildwinkels

Setzt man im früher gefundenen Ausdruck (6) anstelle des Parallaxenfehlers dp die Fehlersumme (21) ein, so erhält man unmittelbar das Leistungsverhältnis als Funktion des Formates und des Bildwinkels:

$$\frac{dh}{\sqrt{A}} \leq (1-p)^{-3/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \pm \left(F_0 \cdot \frac{f}{s^2} + F_1 \cdot \frac{f}{s} + F_2 \cdot f \right) \pm \\ & \pm \left(U_0 \cdot \frac{1}{s} + U_1 \right) \pm \quad \dots (22) \\ & \pm \left(O_0 \cdot \frac{f^2}{s^2} + O_1 \cdot \frac{f}{s} + O_2 + O_3 \cdot \frac{s}{f} \right) \pm \\ & \pm (1-p)^{1/2} \cdot (1-q)^{1/2} \cdot A^{-1/2} \cdot T \cdot \frac{f}{s} \pm \\ & \pm \left(\frac{1}{2} + \frac{f^2}{s^2} \right) \cdot V \pm \\ & \pm \left(\frac{1}{2} + \frac{f^2}{s^2} \right) \cdot (1-p)^{-1/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot A^{1/2} \cdot R_0 \end{aligned} \right\}$$

6. Folgerungen in bezug auf Format und Bildwinkel

Im einzelnen kann man aus Gleichung (22) in bezug auf das zu wählende Format und den Bildwinkel ablesen:

Wenn der Koeffizient F_0 , der im wesentlichen das Auflösungsvermögen der Emulsion darstellt, überwiegt, so muß sowohl das Bildformat wie der

Bildwinkel so groß wie möglich werden, damit das Leistungsverhältnis günstig wird.

Die Koeffizienten F_1 , O_1 und T , der Filmverzug, vom Tangens des Einfallswinkels linear abhängige optische Fehler und die translatorische Bewegungsunschärfe, verlangen einen möglichst großen Bildwinkel. Das Format ist belanglos. Der Höhenfehler ist der Bewegungsunschärfe, unabhängig von der aufgenommenen Fläche, direkt proportional.

F_2 ist unbedeutend, würde aber eine kurze Bildweite verlangen. Das Format und der Bildwinkel sind belanglos.

U_0 , die vom Format unabhängige Unebenheit erfordert ein großes Format. Der Bildwinkel ist belanglos.

U_1 und O_2 , vom Format abhängige Unebenheiten und vom Tangens des Einfallswinkels quadratisch abhängige optische Fehler stellen keine Forderungen an Format und Bildwinkel.

O_0 , V und R_0 , das von der Bildweite abhängige maximale Auflösungsvermögen der Optik, die angulare Vibration und die Refraktion erfordern einen großen Bildwinkel. Das Format ist belanglos.

O_3 , der Abfall des Auflösungsvermögens mit wachsendem Einfallswinkel, erfordert einen kleinen Bildwinkel. Das Format ist belanglos.

Zusammenfassend ergibt sich:

Das Leistungsverhältnis wird, unabhängig davon, welchen Wert die Koeffizienten F_0 , F_1 , F_2 , U_0 , U_1 , O_0 , O_1 , O_2 , V , T und R_0 auch haben mögen und unabhängig davon, ob sich die Teilfehler zufällig oder systematisch überlagern, umso günstiger, je größer das Bildformat und je größer der Bildwinkel gewählt wird. Das Verhältnis des Koeffizienten O_3 zu den Koeffizienten F_0 , F_1 , O_0 , O_1 , T , V und R_0 bestimmt den optimalen Bildwinkel.

Damit dürften die wesentlichen Aussagen, die auf Grund reiner Überlegung zur Beantwortung der Frage, welches Bildformat und welcher Bildwinkel für photogrammetrische Zwecke am günstigsten ist, gemacht werden können, zusammengestellt sein. Sie sind eindeutig und unterscheiden sich nur in dieser Beziehung von den wenigen Folgerungen, die bisher aus den vielen praktischen Versuchen gezogen wurden.

Die Frage nach dem Bildformat ist beantwortet: Das größtmögliche Format ist am zweckmäßigsten.

Um den optimalen Bildwinkel bestimmen zu können, müssen die den bisherigen Überlegungen zugrunde liegenden allgemeinen Annahmen über die Abhängigkeit des Parallaxenfehlers von Format und Bildwinkel näher untersucht werden. Zu diesem Zweck ist zunächst eine Abschätzung der Bedeutung der einzelnen Komponenten des Bildkoordinatenfehlers erforderlich. Außerdem ist eine Annahme über das bei der Überlagerung der Fehler wirkende Gesetz zu treffen.

7. Der optimale Bildwinkel

Aus dem Bisherigen hat sich ergeben, daß der optimale Bildwinkel nur von den Beziehungen zwischen dem Auflösungsvermögen der Emulsion, dem Verzug des

Schichtträgers, den optischen Abbildungsfehlern, der Bewegungsunschärfe und der Refraktion abhängt. Die Unebenheit der Emulsion oder ihres Trägers hat auf den gesuchten Optimalwert keinen Einfluß.

Betrachtet man nun zuerst die Refraktion etwas näher, so ist nach den wenigen vorliegenden Untersuchungen ([3] und [4]) anzunehmen, daß ihr Einfluß auf den Bildkoordinatenfehler sehr gering ist. Da überdies eine mittlere Refraktion bei der Auswertung berücksichtigt werden könnte und die zeitlichen und räumlichen Unregelmäßigkeiten auch in diesem Fall kleiner als die regelmäßigen Fehler sein müssen, darf der Refraktionseinfluß im folgenden sicher vernachlässigt werden.

Die durch die Translation und Vibration des Flugzeuges entstehende Bewegungsunschärfe ist gerichtet und daher im Luftbild erkennbar. Sie kann durch entsprechende Abstimmung der Fluggeschwindigkeit und Belichtungszeit, durch die Wahl eines geeigneten Flugzeugtyps und Verwendung einer entsprechend konstruierten Aufhängevorrichtung für die Kammer schon heute praktisch ausgeschaltet werden. Jedenfalls ist in dementsprechend hergestellten Luftaufnahmen eine Bewegungsunschärfe nicht feststellbar. Da außerdem die Aufnahmetechnik, wenn notwendig auch in dieser Hinsicht noch verbessert werden könnte, braucht bei der Bestimmung des optimalen Bildwinkels auf diesen Einfluß ebenfalls keine Rücksicht genommen werden.

Sollten die für die Vernachlässigung der Refraktion und der Bewegungsunschärfe angeführten Gründe nicht zutreffen, so wäre der berechnete optimale Bildwinkel zu klein.

Für das Auflösungsvermögen der Emulsionen werden von den Herstellerfirmen genau definierte Werte angegeben. Diese Werte könnten im folgenden direkt verwendet werden. Es ist jedoch zweckmäßiger, die Emulsion nicht für sich, sondern das kombinierte Auflösungsvermögen der Emulsion und des Objektivs in Rechnung zu stellen. Dies entspricht den Gegebenheiten des Aufnahmeprozesses weitaus besser und berücksichtigt auch die Abhängigkeit des Auflösungsvermögens der Emulsion vom Einfallswinkel.

Die Größenordnung der durch den Schicht- und Trägerverzug entstehenden unregelmäßigen Lagefehler ist für Platten und Filme aus einer ganzen Reihe von Untersuchungen, z. B. [5] und [6], bekannt. Er ist für Platten selbstverständlich wesentlich kleiner als für Filme. Dieser Vorteil der Platte wird aber in der Praxis durch ihr meist kleineres Format wenigstens zum Teil aufgehoben. Außerdem wurden in letzter Zeit neue Filme mit erheblich geringerem Verzug entwickelt. Da dieser Einfluß vom Einfallswinkel unabhängig und für die beiden Bilder eines Stereopaars gleich ist, können die entsprechenden Werte im Zuge der späteren Berechnung leicht berücksichtigt werden.

Die optischen Abbildungsfehler verursachen, abhängig vom Einfallswinkel, in jedem Bildpunkt Lagefehler, das heißt, eine gesetzmäßige Verzeichnung sowie eine Beschränkung der Größe des kleinsten erkennbaren und ausmeßbaren Details. Da die regelmäßige Verzeichnung bei der Auswertung selbstverständlich kompensiert wird, besteht der durch das Objektiv verursachte Teil des Bildkoordinatenfehlers aus den Unregelmäßigkeiten der Verzeichnung und aus den zufälligen Meßfehlern, die durch die beschränkte Erkennbarkeit des Details entstehen.

Um die regelmäßige Verzeichnung feststellen zu können, müssen die verursachten Lagefehler gemessen werden. Es ist klar, daß dies nicht genauer geschehen kann, als es das Auflösungsvermögen beim betreffenden Punkt zuläßt.

Die Unregelmäßigkeiten der Verzeichnung entstehen durch Fabrikationsfehler und Inhomogenität der verwendeten Gläser. Diese beiden Einflüsse wirken sich aber nicht nur auf die Verzeichnung, sondern in gleicher Weise auch auf das Auflösungsvermögen aus. Daher ist anzunehmen, daß die unregelmäßigen Verzeichnungsfehler in gleicher Weise vom Einfallswinkel abhängen wie das Auflösungsvermögen.

Damit hängt aber der gesamte von den optischen Abbildungsfehlern verursachte Teil des Bildkoordinatenfehlers in gleicher Weise vom Einfallswinkel ab wie das Auflösungsvermögen.

Nach der Beugungs-Theorie hängt das Auflösungsvermögen eines idealen Objektivs in der Bildmitte bekanntlich nur von der Wellenlänge des Lichtes und der relativen Öffnung ab. Wegen der bei Objektiven mit großen relativen Öffnungen und großen Bildwinkeln unvermeidlichen Aberrationen ist das Auflösungsvermögen jedoch praktisch auch in der Bildmitte wesentlich geringer und von weiteren Einflüssen abhängig. Der optische Korrekturzustand und das Auftreten von Streulicht und Reflexen sind dabei wesentliche Faktoren. Die theoretischen Zusammenhänge sind daher relativ verwickelt und können nur für einen gegebenen Objektivtyp berechnet werden.

Aus gemessenen Werten des Auflösungsvermögens verschiedener in der Luftbildmessung gebräuchlicher Objektive läßt sich jedoch ohne Schwierigkeit empirisch, wie später gezeigt werden soll, eine allgemeine Aussage über die Abhängigkeit des Auflösungsvermögens vom Einfallswinkel und der Bildweite ableiten. Um die Einflüsse der Emulsion gleich mitzuberechnen, müssen dazu natürlich photographisch bestimmte Werte des Auflösungsvermögens verwendet werden.

Zusammenfassend ergibt sich, daß der optimale Bildwinkel aus den bekannten Werten für den Schicht- und Trägerverszug und aus den ebenfalls bekannten Werten des photographischen Auflösungsvermögens verschiedener Objektive bei verschiedenen Einfallswinkeln berechnet werden kann.

Daher wird im folgenden Abschnitt zunächst die Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Bildweite und dem Einfallswinkel bestimmt.

7. 1. Das Auflösungsvermögen als Funktion der Bildweite und des Einfallswinkels

Das photographische Auflösungsvermögen einer Fliegerkammer wird durch Photographieren einer Reihe von über die Bilddiagonale verteilten Auflösungstestfiguren bestimmt und für die betreffenden Einfallswinkel in Linien pro Millimeter angegeben.

Die so bestimmten Zahlenwerte hängen bekanntlich ([7]) außer von den Eigenschaften und der verwendeten Blende des untersuchten Objektivs auch vom Kontrast der Testfigur, den Eigenschaften der verwendeten photographischen Emulsion, den Belichtungs- und Entwicklungsbedingungen und nicht zuletzt auch vom subjektiven Einfluß des Auswerters ab. An verschiedenen Orten bestimmte Zahlen sind daher nur bei Vorliegen genau gleicher Prüfbedingungen vergleichbar.

Für die vorliegende Aufgabe sind nun vergleichbare Auflösungs zahlen von Objektiven mit möglichst vielen verschiedenen Brennweiten und möglichst vielen verschiedenen Bildwinkeln erforderlich.

In der Literatur findet man verstreut Angaben über das Auflösungsvermögen einzelner Objektive. So ist zum Beispiel im „Manual of Photogrammetry“ [8] das Auflösungsvermögen eines „typischen Weitwinkelobjektives“ (vermutlich $f = 15$ cm) angegeben. F. E. Washer und W. P. Tayman [9] und L. W. Cronch [10] geben ebenfalls Werte für 15 cm Weitwinkelobjektive. In [7], [11] und [12] gibt K. Schwidewsky Werte für das 21 cm Topar, das 11,5 cm und 15 cm Pleogon von Zeiss.

Leider sind die Prüfbedingungen, sofern sie überhaupt angegeben sind, recht unterschiedlich, so daß diese Zahlen aus den früher erwähnten Gründen nur zum Teil verglichen werden können.

Trotzdem erkennt man aus diesem Material die in [11] auch erwähnte Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Brennweite und den Umstand, daß der Abfall des Auflösungsvermögens bis zu Einfallswinkeln von ca. 40° allgemein relativ gering ist und sich bis zu diesen Winkeln näherungsweise jedenfalls durch eine quadratische Funktion des Tangens des Einfallswinkels darstellen läßt. Da sich aus Gleichung (22) ergeben hat, daß erst eine Zunahme der durch die Optik bedingten Fehler mit der dritten Potenz des Tangens des Einfallswinkels einen optimalen Bildwinkel bestimmt, folgt daraus unmittelbar, daß der optimale Bildwinkel größer als 80° sein muß.

Zur Bestimmung des optimalen Bildwinkels sind daher auch unbedingt Auflösungs zahlen von Überweitwinkelobjektiven erforderlich. Leider findet man in der Literatur keine vergleichbaren Angaben über die in der Sowjetunion von Russinow entwickelten Russar-Typen mit Bildwinkeln von 120° und 135° [13].

Die vorliegende Untersuchung stützt sich daher auf das dem Verfasser zur Verfügung stehende umfangreiche, zum Teil bereits publizierte Material der Firma WILD HEERBRUGG AG. In der folgenden Tabelle I sind die wichtigsten Daten der in Betracht kommenden Kammertypen zusammengestellt. Sämtliche Objektive wurden von L. Bertele berechnet.

Der vorliegende Bildweiten- und Bildwinkelbereich umfaßt mit Ausnahme des 135° Russars alle in der Luftbildmessung gebräuchlichen Werte.

Tabelle I

Objektiv	Typ	Rel. Öffnung	Bildweite	Bildwinkel	Bildformat
Super-Aviogon	SAg 8,85	1:5,6	8,85 cm	120°	23×23 cm
Aviogon	Ag 10	1:5,6	10,00 cm	90°	14×14 cm
Aviogon	Ag 11,5	1:5,6	11,50 cm	90°	18×18 cm
Aviogon	Ag 15	1:5,6	15,20 cm	90°	23×23 cm
Aviotar	At 17	1:4	17,00 cm	60°	14×14 cm
Aviotar	At 21	1:4	21,00 cm	60°	18×18 cm
Astrotar	As 30	1:2,8	30,00 cm	46°	18×18 cm

Bei der serienmäßigen Kalibrierung dieser Kammern wird unter anderem auch das photographische Auflösungsvermögen unter stets gleichen von der Kommission I der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie empfohlenen Prüfbedingungen

bestimmt. Das vorliegende Zahlenmaterial ist folglich als völlig homogen anzusehen und sollte daher, da es hier nicht auf einen Vergleich verschiedener Fabrikate, sondern nur auf die generelle Art der Abhängigkeit des Auflösungsvermögens vom Einfallswinkel und der Bildweite ankommt, eine relativ sichere Aussage ermöglichen.

In der Tabelle II ist das Auflösungsvermögen für die betrachteten Kammern in Linien pro Millimeter für Einfallswinkel von 5° zu 5° zusammengestellt. Es handelt sich um Mittelwerte aus radialer und tangentialer Auflösung, berechnet aus den Prüfungsergebnissen sämtlicher bisher gefertigter Kammern.

Da nach vorhergehenden Überlegungen die vom Einfallswinkel abhängige Komponente des Bildkoordinatenfehlers dem kleinsten noch auflösbaren Abstand proportional sein muß, ist es für das Weitere übersichtlicher, wenn anstelle des Auflösungsvermögens in Linien pro Millimeter der Abstand zwischen den gerade noch aufgelösten Linien in Mikron verwendet wird. Bezeichnet man diesen Abstand mit a und bedeutet L die Anzahl der Linien pro Millimeter, so gilt:

$$a = \frac{1000 \mu}{L/\text{mm}} \quad \dots (23)$$

Diese Werte sind ebenfalls in Tabelle II enthalten.

Tabelle II

Typ Bildweite	Einfallswinkel													
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	
Super Aviogon 8,85 cm	80	80	75	70	56	48	42	40	40	40	27	15	7	L/mm
	12	12	13	14	18	21	24	25	25	25	37	67	143	$a\mu$
Aviogon 10 cm	70	70	70	60	57	50	50	45	40	15				L/mm
	14	14	14	17	18	20	20	22	25	67				$a\mu$
Aviogon 11,5 cm	65	65	65	60	50	45	40	37	35	15				L/mm
	15	15	15	17	20	22	25	27	29	67				$a\mu$
Aviogon 15 cm	50	50	48	48	40	37	35	35	30	12				L/mm
	20	20	21	21	25	27	29	29	33	83				$a\mu$
Aviotar 17 cm	45	45	45	40	35	32								L/mm
	22	22	22	25	29	31								$a\mu$
Aviotar 21 cm	54	54	51	45	30	28	25							L/mm
	18	18	20	22	33	36	40							$a\mu$
Astrotar 30 cm	35	35	35	30	25									L/mm
	29	29	29	33	40									$a\mu$

Um einen besseren Überblick über die Art der Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Bildweite und dem Einfallswinkel zu gewinnen, sind die in

Tabelle II enthaltenen Werte der gerade noch aufgelösten Abstände in Abb. 6 graphisch dargestellt.

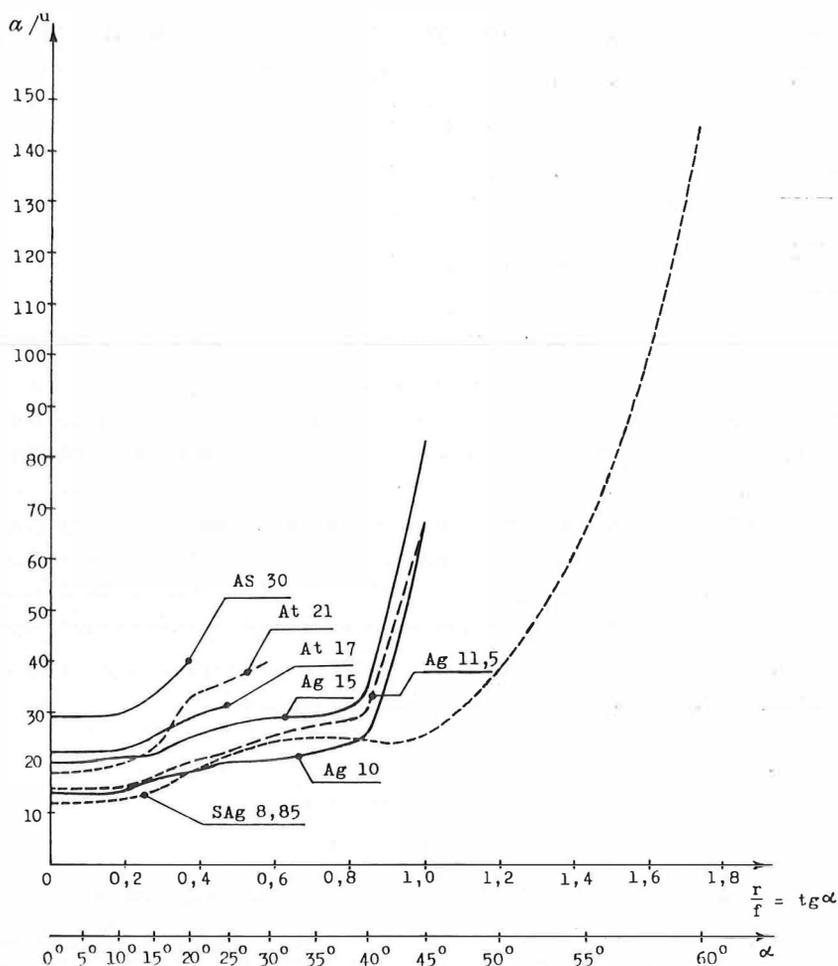


Abb. 6

Aus Abb. 6 ist deutlich zu erkennen, daß der kleinste noch aufgelöste Abstand mit zunehmender Bildweite und wachsendem Bildwinkel größer wird. Um den funktionellen Zusammenhang näher zu untersuchen, kann man an zunächst alle Wert einer Kammer durch die zugehörige Bildweite dividieren. Der Quotient a/f stellt einen Winkel, das angulare Auflösungsvermögen, dar. In der Tabelle III sind für diese Quotienten die Werte α' , die entsprechend der Beziehung

$$\alpha' = \frac{a}{f \text{ cm}} \cdot 10 \text{ cm} \quad \dots (24)$$

berechnet wurden, zusammengestellt und in Abb. 7 im gleichen Koordinatensystem wie früher aufgetragen.

Tabelle III

Typ	Einfallswinkel												
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°
SAg 8,85	14	14	15	16	20	24	27	28	28	28	42	76	162
Ag 10	14	14	14	17	18	20	20	22	25	67			
Ag 11,5	13	13	13	15	17	19	22	23	25	58			
Ag 15	13	13	14	14	17	18	19	19	22	55			
At 17	13	13	13	15	17	18							
At 21	9	9	10	10	16	17	19						
AS 30	10	10	10	11	13								

Betrachtet man Abb. 7, so kann man sagen, daß, abgesehen vom äußersten Punkt der drei Aviogonkurven, alle Objektive beim gleichen Einfallswinkel im wesentlichen das gleiche angulare Auflösungsvermögen besitzen. Das angulare Auflösungsvermögen der beiden Objektivtypen mit größerer relativer Öffnung (Aviotar 1:4 und Astrotar 1:2,6) ist im Vergleich zu den Aviogontypen (1:5,6) etwas höher, aber nicht so sehr, wie es nach der Beugungstheorie zu erwarten wäre. Die Unterschiede sind jedoch so gering, daß sie gegenüber den individuellen Schwankungen nicht ins Gewicht fallen und folglich hier nicht in Betracht gezogen werden müssen.

Um die Abhängigkeit des angularen Auflösungsvermögens vom Tangens des Einfallswinkels festzulegen, sind in Abb. 7 die drei Kurven

$$a_3' = 13 \mu + 25 \mu \cdot (r/f)^3 \quad \dots (25)$$

$$a_4' = 13 \mu + 16 \mu \cdot (r/f)^4 \quad \dots (26)$$

$$a_5' = 13 \mu + 10 \mu \cdot (r/f)^5 \quad \dots (27)$$

die alle durch den Punkt $a' = 117 \mu$ und $r/f = 1,6$ gehen, eingezeichnet.

Man erkennt, daß die von der vierten Potenz des Tangens des Einfallswinkels abhängige Gleichung (26) den Funktionsverlauf der gemessenen Werte des angularen Auflösungsvermögens aller Kammern sehr gut wiedergibt. Die dritte Potenz entspricht den Meßwerten bei den kleineren Einfallswinkeln etwas besser, ist aber im übrigen zweifellos zu niedrig. Die fünfte Potenz ist eindeutig zu hoch. Daher ergibt sich die gesuchte Abhängigkeit des Auflösungsvermögens, gemessen durch den Abstand zwischen den gerade noch aufgelösten Linien, als Funktion der Bildweite und des Einfallswinkels aus den Gleichungen (24) und (26):

$$a = \frac{f_{\text{cm}}}{10} \cdot [13 \mu + 16 \mu \cdot (r/f)^4] \quad \dots (28)$$

7. 2. Der Bildkoordinatenfehler als Funktion der Bildweite, des Einfallswinkels und des Formates

Wie im vorhergehenden erläutert, ist der von den optischen Aberrationen verursachte und vom Einfallswinkel abhängige Teil des unregelmäßigen Bildkoordinaten-

fehlers dem kleinsten noch auflösbaren Abstand proportional. Wenn der Proportionalitätsfaktor mit C und die Koeffizienten der Gleichung (28) mit k_1 und k_2 bezeichnet werden, so erhält man im Gegensatz zu Gleichung (9) aus den bekannten, gemessenen Auflösungsanzahlen für diese Komponente des Bildkoordinatenfehlers:

$$dr_2 = C.f. [k_1 + k_2.(r/f)^4] \quad . . . (29)$$

Da es sich bei den verwendeten Auflösungsanzahlen um Mittelwerte aus radialer und tangentialer Auflösung handelt und auch die übrigen Fehlereinflüsse keine ausgezeichnete Richtung aufweisen, repräsentiert die Gleichung (29) die von der Bildweite und dem Einfallswinkel abhängige, beliebig gerichtete, zufällige optische Komponente des Bildkoordinatenfehlers.

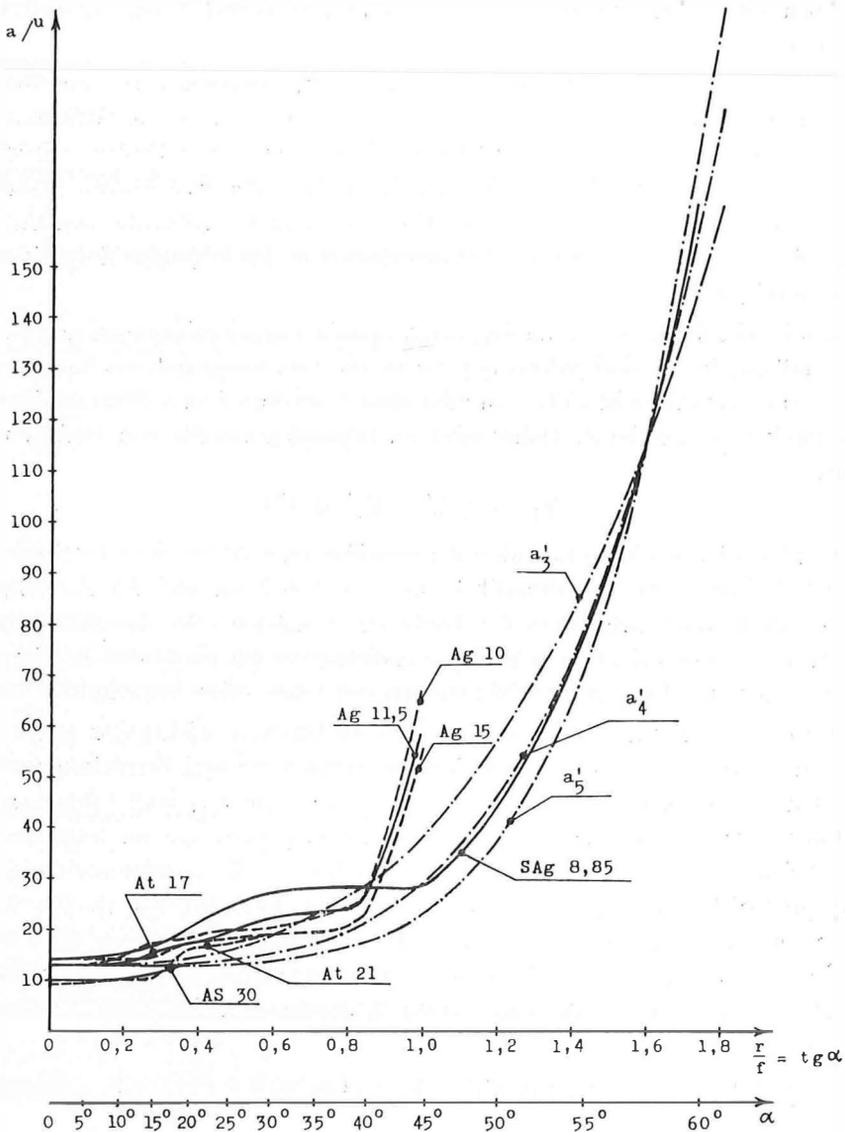


Abb. 7

Es ist anzunehmen, daß diese Komponente nicht größer sein kann als der aufgelöste Abstand. Andererseits dürften die Fehler die Größe von 1,5 Mikron kaum unterschreiten. Daher gilt für den Proportionalitätsfaktor:

$$0,1 < C < 1,0 \quad . . . (30)$$

Die zweite für die Bestimmung des optimalen Bildwinkels wesentliche Fehlerkomponente wird vom Auflösungsvermögen der Emulsion, ihrem unregelmäßigen Verzug und dem Verzug ihres Trägers verursacht. Nach Gleichung (7) hängt diese Komponente nur vom Format ab. Da der Koeffizient F_2' , wie im Abschnitt 4. 1. erläutert, vernachlässigbar klein sein muß, verbleibt:

$$ds_1 = F_0' + F_1' \cdot s \quad . . . (7a)$$

Auch diese Fehlerkomponente ist zufällig und besitzt keine ausgezeichnete Richtung.

Die dritte wesentliche Komponente des Bildkoordinatenfehlers, die von der Unebenheit der Emulsion und ihres Trägers herrührt, hat, wie sich aus Gleichung (22) ergibt, auf den optimalen Bildwinkel keinen Einfluß. Da dieser Fehleranteil jedoch für den späteren Vergleich des Leistungsverhältnisses der bestehenden Kammern von Bedeutung ist und nach Gleichung (8) auch diese Komponente vom Einfallswinkel abhängt, werden die entsprechenden Glieder in den folgenden Entwicklungen trotzdem mitgeführt.

Die Unebenheiten der Emulsion rufen radiale Lageabweichungen hervor. Auf den Parallaxenfehler wirkt jedoch nur die in die x -Richtung fallende Komponente ein. Diese Komponente ist nicht dem Bildradius r , sondern dem x' -Wert des betrachteten Punktes proportional. Daher wird im folgenden anstelle von Gleichung (8) gesetzt:

$$dr_{1x} = (U_0' + U_1' \cdot s) \cdot x' / f \quad . . . (8a)$$

Der Koeffizient U_0' repräsentiert die vom Format unabhängigen Unebenheiten, die zum Beispiel durch Staubpartikel zwischen dem Film und der Anpreßplatte oder durch Unregelmäßigkeiten der Dicke der Emulsion oder des Schichtträgers entstehen. Der Koeffizient U_1' gibt im wesentlichen die mit der Größe des Formates wachsenden unregelmäßigen Deformationen der Glas- oder Anpreßplatte wieder.

Da die Fehlerkomponenten ds_1 und dr_2 für beliebige Richtungen gelten, sind sie auch für die x -Richtung gültig. Folglich ergeben die drei Fehlerkomponenten ds_1 nach Gleichung (7a), dr_2 nach Gleichung (29) und dr_{1x} nach Gleichung (8a) zusammen die x -Komponente des Bildkoordinatenfehlers, die im folgenden mit dx' bezeichnet wird. Da es sich um zufällige und voneinander unabhängige Fehler handelt und auch die Ursachen der durch die Koeffizienten U_0' , U_1' , F_0' und F_1 erfaßten Teilfehler unabhängig sind, erfolgt die Überlagerung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Der Bildkoordinatenfehler dx' hängt daher wie folgt von der Bildweite, dem Einfallswinkel und dem Format ab:

$$dx'^2 = F_0'^2 + F_1'^2 \cdot s^2 + U_0'^2 \cdot (x'/f)^2 + U_1'^2 \cdot s^2 \cdot (x'/f)^2 + C^2 \cdot f^2 \cdot [k_1 + k_2 \cdot (r/f)^4]^2 \quad . . . (31)$$

(Schluß folgt)

Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftbildmessung

Von *Wilfried Löscher*, Heerbrugg

(Schluß)

7. 3. Der mittlere Parallaxenfehler

Der Parallaxenfehler entsteht durch Überlagerung der Bildkoordinatenfehler des linken und des rechten Bildes. Da nach dem Bisherigen die in den beiden Bildern eines Stereopaars auftretenden Bildkoordinatenfehler zufällig und voneinander unabhängig und alle Terme der Gleichung (31) für die x -Richtung gültig sind, ist das Fehlerfortpflanzungsgesetz auch hier anwendbar. Man erhält für den Parallaxenfehler in einem Punkt des Gemeinsamkeitsgebietes:

$$dp^2 = 2 \cdot (F_0'^2 + F_1'^2 \cdot s^2) + (U_0'^2 + U_1'^2 \cdot s^2) [(x'/f)^2 + (x''/f)^2] + C^2 \cdot f^2 \cdot \{ [k_1 + k_2 (r'/f)^4]^2 + [k_1 + k_2 (r''/f)^4]^2 \} \quad \dots (32)$$

In dieser Gleichung ist der Bildradius des betrachteten Punktes im linken Bild mit r' und im rechten Bild mit r'' bezeichnet. Geht man auf rechtwinkelige Bildkoordinaten über, so gilt für die beiden Bildradien:

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 \quad \dots (33)$$

und

$$r''^2 = x''^2 + y''^2 \quad \dots (34)$$

Sieht man von größeren Höhenunterschieden im Gelände ab, so ist näherungsweise:

$$x' - x'' \doteq b' = (1 - p) \cdot s \quad \dots (35)$$

und

$$y' \doteq y'' \doteq y \quad \dots (36)$$

Legt man unter dieser Voraussetzung den Ursprung eines Koordinatensystems, wie in Abb. 8 dargestellt, in die Mitte des Gemeinsamkeitsgebietes der beiden Bilder, so ergibt sich:

$$x' = \frac{b'}{2} + x \quad \dots (37)$$

$$x'' = \frac{b'}{2} - x \quad \dots (38)$$

Durch Einsetzen der letzten drei Beziehungen in die Gleichungen (33) und (34) erhält man:

$$r'^2 = \left(\frac{b'}{2} + x \right)^2 + y^2 \quad \dots (39)$$

$$r''^2 = \left(\frac{b'}{2} - x \right)^2 + y^2 \quad \dots (40)$$

Substituiert man die Ausdrücke (37), (38), (39) und (40) in die Gleichung (32), so findet man, daß die Variation des Parallaxenfehlers im Gemeinsamkeitsgebiet eines Modells nur von den Koordinaten x und y abhängt.

Daher kann man, wenn die Funktion mit ψ bezeichnet wird, schreiben:

$$dp^2 = \psi(x, y) \quad \dots (41)$$

Das bedeutet, daß der Parallaxenfehler mit Hilfe der Koordinaten x und y für jeden Punkt eines Modells berechnet werden kann.

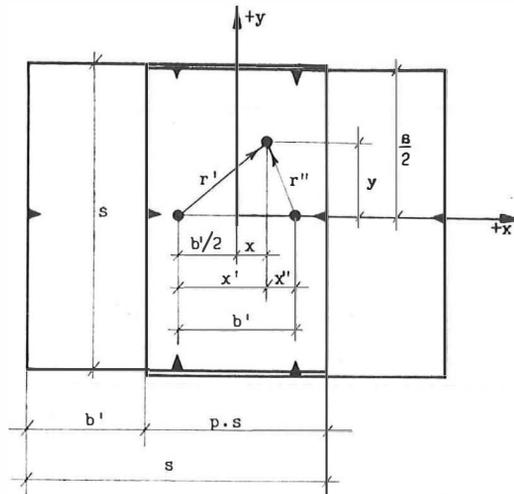


Abb. 8

Für die Bestimmung des optimalen Bildwinkels kann nun selbstverständlich nicht der Parallaxenfehler in einem ausgezeichneten Punkt maßgebend sein, sondern es müssen die Verhältnisse innerhalb des ganzen Gemeinsamkeitsgebietes in Rechnung gestellt werden.

Wie eingangs erwähnt, ist es in der Photogrammetrie üblich, die Genauigkeit, mit der ein Modell den betreffenden Geländeausschnitt wiedergibt, nach dem quadratischen Mittelwert der Höhenfehler, die in möglichst vielen über das ganze Modell verteilten Punkten gemessen werden, zu beurteilen. Da der Parallaxenfehler dem Höhenfehler proportional ist, muß dementsprechend auch für die Bestimmung des optimalen Bildwinkels der quadratische Mittelwert des Parallaxenfehlers verwendet werden.

Um den quadratischen Mittelwert des Parallaxenfehlers, der im folgenden kurz als „mittlerer Parallaxenfehler“ bezeichnet wird, zu bestimmen, muß die Summe der Quadrate der nach Gleichung (32) resp. (41) für möglichst kleine Intervalle von x und y berechneten Parallaxenfehler gebildet und durch die Anzahl der Intervalle dividiert werden. Läßt man die Intervallbreite gegen Null gehen, so ergibt sich der Grenzwert des mittleren Parallaxenfehlers aus folgendem Ausdruck:

$$m_{dp}^2 = \frac{\iint dp^2_{(xy)} dx dy}{\iint dx dy} = \frac{I_Z}{I_N} \quad \dots (42)$$

Diese Doppelintegrale müssen innerhalb der durch das Gemeinsamkeitsgebiet gegebenen Grenzen berechnet werden. Da die Parallaxenfehler symmetrisch um den gewählten Koordinatenursprung (Abb. 8) verteilt sind, genügt es jedoch, wenn die Integration nur in einem Viertel des Gemeinsamkeitsgebietes, das heißt, innerhalb folgender Grenzen erfolgt:

$$0 < x < \frac{1}{2} \cdot p \cdot s \quad \dots (43)$$

$$0 < y < \frac{1}{2} \cdot s \quad \dots (44)$$

Für das Integral im Nenner von Gleichung (42) findet man sofort:

$$I_N = \int_{y=0}^{\frac{1}{2} \cdot s} \int_{x=0}^{\frac{1}{2} \cdot ps} dx dy = \frac{1}{4} \cdot p \cdot s^2 \quad \dots (45)$$

Um das Integral im Zähler zu berechnen, müssen zunächst in Gleichung (32) die Quadrate ausgeführt werden. Man erhält:

$$\begin{aligned} dp^2 = & 2 (F_0'^2 + F_1'^2 \cdot s^2) + (U_0'^2 + U_1'^2 \cdot s^2) \cdot [(x'/f)^2 + (x''/f)^2] + \\ & + C^2 \cdot f^2 \cdot [k_1^2 + 2k_1 \cdot k_2 (r'/f)^4 + k_2^2 \cdot (r'/f)^8] + \\ & + C^2 \cdot f^2 \cdot [k_1^2 + 2k_1 \cdot k_2 (r''/f)^4 + k_2^2 \cdot (r''/f)^8] \quad \dots (46) \end{aligned}$$

Zur Abkürzung der Schreibung werden nun alle während der Integration konstanten Faktoren vorübergehend in neuen Konstanten zusammengefaßt:

$$2 (F_0'^2 + F_1'^2 \cdot s^2 + C^2 \cdot f^2 \cdot k_1^2) = K_1 \quad \dots (47)$$

$$(U_0'^2 + U_1'^2 \cdot s^2) / f^2 = K_2 \quad \dots (48)$$

$$2 C^2 \cdot k_1 \cdot k_2 / f^2 = K_3 \quad \dots (49)$$

$$C^2 \cdot k_2^2 / f^6 = K_4 \quad \dots (50)$$

Damit ergibt sich

$$dp^2 = K_1 + K_2 \cdot (x'^2 + x''^2) + K_3 \cdot (r'^4 + r''^4) + K_4 \cdot (r'^8 + r''^8) \quad \dots (51)$$

Das Integral im Zähler von Gleichung (42) zerfällt folglich in vier Teile:

$$\begin{aligned} I_Z = & K_1 \iint dx dy + K_2 \iint (x'^2 + x''^2) dx dy + K_3 \iint (r'^4 + r''^4) dx dy + \\ & + K_4 \iint (r'^8 + r''^8) dx dy \quad \dots (52) \end{aligned}$$

Für die Grenzen aller dieser Integrale gelten die Beziehungen (34) und (44). Damit ergibt sich für das erste Integral unmittelbar:

$$I_{Z1} = K_1 \int_{y=0}^{\frac{1}{2} \cdot s} \int_{x=0}^{\frac{1}{2} \cdot ps} dx dy = \frac{1}{4} \cdot K_1 \cdot p \cdot s^2 \quad \dots (53)$$

Um die drei anderen Integrale zu lösen, wird zunächst zur weiteren Vereinfachung der Schreibung gesetzt:

$$\frac{1}{2} \cdot s = t \quad \dots (54)$$

und

$$(1 - p) = u \quad \dots (55)$$

Wegen der Beziehung (35) erhalten die Gleichungen (37), (38), (39) und (40) damit folgende Form:

$$x' = u \cdot t + x \quad \dots (56)$$

$$x'' = u \cdot t - x \quad \dots (57)$$

$$r'^2 = (u \cdot t + x)^2 + y^2 \quad \dots (58)$$

$$r''^2 = (u \cdot t - x)^2 + y^2 \quad \dots (59)$$

Das zweite Integral lautet mit diesen Vereinfachungen:

$$I_{Z2} = K_2 \int_{y=0}^t \int_{x=0}^{pt} [(u \cdot t + x)^2 + (u \cdot t - x)^2] dx dy \quad \dots (60)$$

Werden in die Lösung dieses Integrals gleich wieder die Beziehungen (54) und (55) eingesetzt, so findet man:

$$I_{Z2} = K_2 \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot s^4 \cdot \left(\frac{1}{2} - p + \frac{2}{3} \cdot p^2 \right) \quad \dots (61)$$

Das dritte Integral der Gleichung (52) lautet dann:

$$I_{Z3} = K_3 \int_{y=0}^t \int_{x=0}^{pt} \{ [(u \cdot t + x)^2 + y^2]^2 + [(u \cdot t - x)^2 + y^2]^2 \} dx dy \quad \dots (62)$$

Die Integration dieser Funktion bietet ebenfalls keine Schwierigkeiten. Werden in der Lösung sofort die Beziehungen (54) und (55) resubstituiert, so erhält man:

$$I_{Z3} = K_3 \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot s^6 \cdot \left(\frac{7}{30} - \frac{2}{3} \cdot p + \frac{10}{9} \cdot p^2 - p^3 + \frac{2}{5} \cdot p^4 \right) \quad \dots (63)$$

Für das vierte Integral der Gleichung (52) ergibt sich:

$$I_{Z4} = K_4 \int_{y=0}^t \int_{x=0}^{pt} \{ [(u \cdot t + x)^2 + y^2]^4 + [(u \cdot t - x)^2 + y^2]^4 \} dx dy \quad \dots (64)$$

Die Integration und Resubstitution liefert:

$$I_{Z4} = K_4 \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot s^{10} \cdot \left(\frac{83}{2520} - \frac{6}{35} \cdot p + \frac{61}{105} \cdot p^2 - \frac{41}{30} \cdot p^3 + \frac{171}{75} \cdot p^4 - \frac{8}{3} \cdot p^5 + \frac{44}{21} \cdot p^6 - p^7 + \frac{2}{9} \cdot p^8 \right) \quad \dots (65)$$

Setzt man:

$$P_2 = \frac{1}{2} - p + \frac{2}{3} \cdot p^2 \quad \dots (66)$$

$$P_3 = \frac{7}{30} - \frac{2}{3} \cdot p + \frac{10}{9} \cdot p^2 - p^3 + \frac{2}{5} \cdot p^4 \quad \dots (67)$$

$$P_4 = \frac{83}{2520} - \frac{6}{35} \cdot p + \frac{61}{105} \cdot p^2 - \frac{41}{30} \cdot p^3 + \frac{171}{75} \cdot p^4 - \frac{8}{3} \cdot p^5 + \frac{44}{21} \cdot p^6 - p^7 + \frac{2}{9} \cdot p^8 \quad \dots (68)$$

so erhält man durch Einsetzen der Lösungen (45), (53), (61), (63) und (65) in die Gleichung (42) den gesuchten quadratischen Mittelwert des Parallaxenfehlers:

$$m_{dp}^2 = K_1 + K_2 \cdot P_2 \cdot s^2 + K_3 \cdot P_3 \cdot s^4 + K_4 \cdot P_4 \cdot s^8 \quad \dots (69)$$

oder ausführlich mit den Substitutionen (47), (48), (49) und (50):

$$m_{dp}^2 = 2 \cdot (F_0'^2 + F_1'^2 \cdot s^2 + C^2 \cdot f^2 \cdot k_1^2) + (U_0'^2 + U_1'^2 \cdot s^2) \cdot P_2 \cdot (s/f)^2 + 2 \cdot C^2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot P_3 \cdot s^2 \cdot (s/f)^2 + C^2 \cdot k_2^2 \cdot P_4 \cdot s^2 \cdot (s/f)^6 \quad \dots (70)$$

7. 4. Die Gleichung des optimalen Bildwinkels

Führt man die Quadratwurzel aus dieser Summe (70) anstelle des Parallaxenfehlers dp in die am Anfang aufgestellte Gleichung (6) ein, so erhält man das Leistungsverhältnis als Funktion der aus bekannten Messungen abgeleiteten Koeffizienten der wesentlichsten Fehlereinflüsse, der Bildweite und des Formates:

$$\frac{dh}{\sqrt{A}} = (1-p)^{-3/2} \cdot (1-q)^{-1/2} \cdot \{ [U_1'^2 + (U_0'/s)^2] \cdot P_2 + \\ + 2 \cdot C^2 \cdot k_1 k_2 \cdot P_3 + \\ + 2[F_1'^2 + (F_0'/s)^2] \cdot (f/s)^2 + \\ + 2C^2 \cdot k_1^2 \cdot (f/s)^4 + \\ + C^2 \cdot k_2^2 \cdot P_4 (f/s)^{-4} \}^{1/2} \quad \dots (71)$$

Um den optimalen Bildwinkel zu finden, muß das Minimum dieser Funktion in bezug auf die Variable (f/s) bestimmt werden. Das Leistungsverhältnis nach Gleichung (71) wird offenbar dann ein Minimum, wenn die Ableitung der unterhalb der Quadratwurzel stehenden Summe nach (f/s) verschwindet. Es ist:

$$\left(\frac{dh}{\sqrt{A}} \right)_{(f/s)} = 0, \text{ wenn:}$$

$$4 \cdot [F_1'^2 + (F_0'/s)^2] \cdot (f/s) + 8 \cdot C^2 \cdot k_1^2 \cdot (f/s)^3 - 4 \cdot C^2 \cdot k_2^2 \cdot P_4 \cdot (f/s)^{-5} = 0 \quad \dots (72)$$

oder nach einfacher Umformung:

$$(f/s)^8 + \frac{F_1'^2 + (F_0'/s)^2}{2C^2 \cdot k_1^2} \cdot (f/s)^6 - \frac{1}{2} \cdot P_4 \cdot (k_2/k_1)^2 = 0 \quad \dots (73)$$

Setzt man zunächst

$$z = (f/s)^2 \quad \dots (74)$$

$$g = \frac{F_1'^2 + (F_0'/s)^2}{2C^2 k_1^2} \quad \dots (75)$$

$$h = \frac{1}{2} P_4 \cdot (k_2/k_1)^2 \quad \dots (76)$$

so erhält man

$$z^4 + g \cdot z^3 - h = 0 \quad \dots (77)$$

Diese Gleichung vierten Grades ist nach bekannten Regeln lösbar. Aus den Vorzeichen ihrer Koeffizienten erkennt man, daß sie nur eine positive reelle Wurzel hat*). Folglich gibt es, abgesehen vom unbestimmten Vorzeichen, nur ein reelles Verhältnis (f/s) , das die Gleichung (73) erfüllt.

Um den optimalen Bildwinkel zu bestimmen, müssen daher nur noch für die Koeffizienten der Fehlereinflüsse Zahlenwerte eingesetzt werden. Die Größenordnung aller benötigten Werte ist aus einer ganzen Reihe von Untersuchungen bekannt.

So haben zum Beispiel Altman und Ball [5] durch Vergleich von auf Platten kopierten Gittern mit den Originalen gefunden, daß der durch das Auflösungs-

*) Da die Funktion $y = z^4 + g \cdot z^3 - h$ an der Stelle $z = 0$ negativ ist und deren Wert für $z \rightarrow \infty$ monoton beliebig groß wird, kann auf der positiven z -Achse eine, und nur eine, Wurzel der Gleichung liegen.

vermögen und den Verzug der Emulsion verursachte Teil des Bildkoordinatenfehlers eine Größe von etwa 1,5 Mikron hat. Da der Schichtträger in diesem Fall als unveränderlich anzusehen ist, repräsentiert diese Zahl den Einfluß der Emulsion für sich und gilt jedenfalls auch dann, wenn die Emulsion auf Film als Träger aufgegossen ist. Man hat also:

$$F_0' \doteq 1,5 \mu \quad . . . (78)$$

Für den Einfluß des Filmverzuges gibt Ahrend [6] als „Praktische Filmgenauigkeit“ nach affiner Transformation einen mittleren Koordinatenfehler von $m_a = \pm 5\mu \cdot B$ an. B bedeutet dabei „die Formatseite der stereoskopisch ausgenutzten Filmfläche in dm “. Für ein Bildformat von 18×18 cm wird angenommen, daß $B \doteq 1,1$ dm ist. Zwischen B und der hier verwendeten Seite s des Bildformates besteht folglich die Beziehung: $B \doteq 0,06 \cdot s_{cm}$. Damit ergibt sich:

$$F_1' \doteq 0,3 \mu/cm \quad . . . (79)$$

Um den Proportionalitätsfaktor C genauer als in Gleichung (30) festzulegen, kann man die von Wunderlich [1] veröffentlichten Zahlen benutzen. Bei der Ausmessung von 15 cm Aviogon Aufnahmen mit dem WILD STK I hat sich in der genannten Arbeit ergeben, daß man an definierten Punkten mit einer Einstellgenauigkeit von ca. 2 Mikron rechnen kann. Da dabei der Fehleranteil des Komparators, wie man sich durch vergleichsweise Einstellung von scharf definierten Gitterstrichen leicht überzeugen kann, kleiner als 0,5 Mikron ist, gibt diese Zahl im wesentlichen den durch das beschränkte Auflösungsvermögen der Optik verursachten Teil des Bildkoordinatenfehlers wieder. Nimmt man an, daß die unregelmäßigen Verzeichnungsrestfehler ebenfalls etwa 2 Mikron betragen und addiert nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz, so erhält man für die optischen Fehlereinflüsse einen Betrag von ca. 3 Mikron. Da in 15 cm Aviogon-Aufnahmen der kleinste noch aufgelöste Abstand etwa 20 Mikron beträgt, ist demnach anzunehmen, daß näherungsweise gilt:

$$C \doteq 0,15 \quad . . . (80)$$

Für die Koeffizienten k_1 und k_2 hat sich im Abschnitt 7. 1 ergeben:

$$k_1 = \frac{13 \mu}{10^{cm}} = 1,3 \mu/cm \quad . . . (81)$$

$$k_2 = \frac{16 \mu}{10^{cm}} = 1,6 \mu/cm \quad . . . (82)$$

Der Koeffizient P_4 ist eine Funktion der gewählten Überdeckung. Wie im Abschnitt 3. festgestellt, ist das Leistungsverhältnis umso günstiger, je geringer die Überdeckung gewählt wird. Daher kommt, sofern es die Höhenunterschiede des Geländes zulassen, nur eine Überdeckung von 60% in Frage. Mit $p = 0,6$ ist:

$$P_4 = 0,005644 \quad . . . (83)$$

und weiter

$$h = \frac{1}{3} \cdot 0,005644 \cdot (1,6/1,3)^2 = 0,004275 \quad . . . (84)$$

Aus diesem geringen Wert für das Absolutglied der Gleichung (77) folgt sofort, daß auch das Verhältnis f/s wesentlich kleiner als Eins sein muß. Zweckmäßig kann

man daher zunächst mit Hilfe der Gleichung (35) anstelle des Bildformates s vorübergehend die Größe b' substituieren. Man erhält:

$$(1-p)^8 \cdot (f/b')^8 + \frac{F_1'^2 + (F_0'/s)^2}{2 \cdot C^2 \cdot k_1^2} \cdot (1-p)^2 \cdot (f/b')^6 - \frac{1}{2} \cdot P_4 \cdot (k_2/k_1)^2 = 0$$

oder

$$\boxed{(f/b')^8 + \frac{F_1'^2 + (F_0'/s)^2}{2 \cdot C^2 \cdot k_1^2 \cdot (1-p)^2} \cdot (f/b')^6 - \frac{P_4 \cdot (k_2/k_1)^2}{2 \cdot (1-p)^8} = 0} \quad . . . (85)$$

Setzt man in diese Gleichung für die Koeffizienten die früher angegebenen Zahlenwerte, für $p = 0,6$ und für $s = 23$ cm ein, so hat man:

$$(f/b')^8 + \frac{0,32 + (1,5/23)^2}{2 \cdot 0,152 \cdot 1,32 \cdot 0,42} \cdot (f/b')^6 - \frac{0,004275}{0,48} = 0$$

oder:

$$(f/b')^8 + 7,74 \cdot (f/b')^6 - 6,52 = 0 \quad . . . (86)$$

Als Lösung dieser Gleichung ergibt sich:

$$f/b' = 0,954 \quad . . . (87)$$

Mit Hilfe der Beziehung (35) findet man schließlich das gesuchte optimale Verhältnis zwischen der Bildweite und dem Bildformat:

$$\boxed{f/s = 0,382} \quad . . . (88)$$

Der Bildwinkel selbst wird normalerweise über die Diagonale des Bildformates gemessen. Bezeichnet man den Bildwinkel mit β , so gilt:

$$\operatorname{tg}(\beta/2) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot s/f \quad . . . (89)$$

Aus den angegebenen bekannten Zahlenwerten der einzelnen Fehlereinflüsse ergibt sich demnach für den optimalen Bildwinkel β_0 folgender Wert:

$$\boxed{\beta_0 = 123^\circ} \quad . . . (90)$$

Nimmt man ein Bildformat von 23×23 cm an, so ist die zugehörige optimale Bildweite gleich:

$$f_0 = 0,382 \cdot 23 = 8,77 \text{ cm} \quad . . . (91)$$

Der im WILD Super-Aviogon realisierte Bildwinkel von 120° entspricht folglich nahezu dem Optimalwert.

Es ist nun noch wesentlich, zu erkennen, daß sich das gefundene optimale Verhältnis infolge der in Gleichung (86) vorkommenden hohen Potenzen von f/b' nur geringfügig ändert, wenn man die den Koeffizienten zugrundegelegten Zahlenwerte variiert.

Nimmt man zum Beispiel an, der Filmverzug sei, wie es in einer Plattenkammer der Fall ist oder in Zukunft durch Verbesserung der Filme möglich wäre, gleich Null oder der Proportionalitätsfaktor C sei gleichzeitig erheblich größer als vorausgesetzt, so nähert sich der Koeffizient von $(f/b')^6$ dem Wert Null. In diesem Fall hätte man:

$$(f/b')^8 = 6,52 \quad . . . (92)$$

Daraus

$$f/b' = 1,264 \text{ oder } f/s = 0,505 \quad . . . (93)$$

Der entsprechende Bildwinkel wäre:

$$\beta_{0 \text{ min}} = 109^\circ \quad . . . (94)$$

Für das Bildformat 23×23 cm wäre die zugehörige Bildweite dann gleich:

$$f_{0 \text{ max}} = 11,6 \text{ cm} \quad . . . (95)$$

Das Absolutglied der Gleichung (86) hängt nur vom Verhältnis k_2/k_1 ab. Eine Änderung im Sinn einer Vergrößerung ist nicht zu erwarten, da man doch in Zukunft in erster Linie danach trachten wird, den Abfall des Auflösungsvermögens in den Bildecken zu verbessern. Dies ergibt aber zuerst eine Verkleinerung des Verhältnisses k_2/k_1 und dann eventuell eine Herabsetzung des Grades der Funktion (26).

Eine Verkleinerung des Absolutgliedes und eine Vergrößerung des Koeffizienten von $(f/b')^6$ ergäbe einen größeren Wert für den optimalen Bildwinkel. Nimmt man an, der Filmverzug wäre doppelt so groß und der Proportionalitätsfaktor C hätte gleichzeitig nur die Hälfte des früher verwendeten Wertes, so wäre der Koeffizient von $(f/b')^6$ achtmal so groß. Näherungsweise hätte man:

$$(f/b')^8 + 60 \cdot (f/b')^6 - 6 = 0 \quad . . . (96)$$

Daraus

$$(f/b') = 0,68 \text{ oder } f/s = 0,27 \quad . . . (97)$$

Der entsprechende Bildwinkel wäre in diesem Fall:

$$\beta_{0 \text{ max}} = 138^\circ \quad . . . (98)$$

Beim Format 23×23 cm wäre die zugehörige Bildweite:

$$f_{0 \text{ min}} = 6,3 \text{ cm} \quad . . . (99)$$

Aus diesen Werten kann mit Sicherheit geschlossen werden, daß der optimale Bildwinkel zwischen 109° und 138° liegen muß.

Die im vorhergehenden zur Bestimmung der möglichen Extremwerte der Koeffizienten der Gleichung (86) gemachten Annahmen gehen weit über die Unsicherheit der für die einzelnen Fehlereinflüsse publizierten Werte hinaus. Folglich muß der mit Hilfe der Werte (78), (79), (80), (81) und (82) berechnete Winkel von 123° dem wirklichen Wert des optimalen Bildwinkels sehr nahe kommen.

Damit ist auch die Frage nach dem optimalen Bildwinkel beantwortet:

Der optimale Bildwinkel hat etwa 120°

Die Frage, ob es zweckmäßig ist, noch größere Bildwinkel anzustreben, muß wohl verneint werden. Wie bereits erwähnt, ist zu erwarten, daß in Zukunft einerseits der Filmverzug verringert und andererseits das Auflösungsvermögen der Objektive verbessert wird. Diese beiden Fehlereinflüsse wirken aber in entgegengesetztem Sinn auf den optimalen Bildwinkel ein. Es ist daher nicht zu erwarten, daß sein Wert durch die mutmaßliche Entwicklung wesentlich verändert wird.

8. Die Leistungsfähigkeit der üblichen Kammertypen

Die Gleichung (71) ermöglicht nicht nur die Bestimmung des optimalen Bildwinkels, sondern gestattet auch einen sehr aufschlußreichen Vergleich der Leistungsfähigkeit der gebräuchlichen Aufnahmekammern. Zu diesem Zweck müssen die Flächen bestimmt werden, die bei Verwendung der verschiedenen Kammertypen bei Einhaltung einer vorgeschriebenen Höhengenaugigkeit pro Modell ausgewertet werden können. Das ist ohne weiteres möglich, wenn man Gleichung (71) explizite für die auswertbare Fläche A anschreibt. Wird zur Abkürzung gesetzt:

$$\begin{aligned}
 G &= [U_1'^2 + (U_0'/s)^2] \cdot P_2 + & \text{(I)} \\
 &+ 2 \cdot C^2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot P_3 + & \text{(II)} \\
 &+ 2 \cdot [F_1'^2 + (F_0'/s)^2] \cdot (f/s)^2 + & \text{(III)} \\
 &+ 2 \cdot C^2 \cdot k_f^2 \cdot (f/s)^4 + & \text{(IV)} \\
 &+ C^2 \cdot k_s^2 \cdot P^4 \cdot (s/f)^4 & \text{(V)} \quad . . . \text{(100)}
 \end{aligned}$$

so findet man:

$$A = dh^2 \cdot (1 - p)^3 \cdot (1 - q) / G \quad . . . \text{(101)}$$

Die auswertbare Fläche ist also der Funktion G umgekehrt proportional. Um den Wert dieser Funktion für die gebräuchlichen Kammertypen berechnen zu können, muß außer den Werten (78), (79), (80), (81) und (82) auch die Größenordnung der Koeffizienten U_0' und U_1' bekannt sein.

Um einen Wert für den Koeffizienten U_0' , der die vom Format unabhängigen Unebenheiten der Emulsion repräsentiert, zu bestimmen, kann man in einer Kammer mit demontiertem Objektiv oder mit einer entsprechenden Vorrichtung, ein Stück blank entwickelten Film an eine Ansaugplatte saugen, genau wie es bei der Aufnahme geschieht. Die glänzende Oberfläche des Filmes spiegelt in einem gewissen Maß und die Verzerrung der Spiegelbilder gestattet Rückschlüsse auf die Unebenheit der Fläche. Auf diese Weise lassen sich deutlich zahlreiche kleine lokale Unebenheiten in der Größenordnung von ca. 5 Mikron erkennen, deren Auftreten völlig zufällig ist und hauptsächlich durch das Vorhandensein von Staubpartikeln zwischen dem Film und der Ansaugplatte und durch den Umstand erklärt werden kann, daß der Film in entspanntem Zustand keine völlig abwickelbare Fläche ist. Die Unregelmäßigkeiten der Filmstärke dürften 5% der Gesamtstärke von ca. 150 Mikron nur in Ausnahmefällen übersteigen und betreffen jedenfalls meist größere Teile des Filmes. Der mittlere Wert der vom Format unabhängigen Unebenheiten dürfte daher etwa zwischen 5 und 7 Mikron liegen. (Diese Werte sind ebenfalls in [6] zu finden.) Es wird gesetzt:

$$U_0' = 6 \mu \quad . . . \text{(102)}$$

Die vom Format abhängigen Unebenheiten werden hauptsächlich durch Herstellungsfehler und die Unstabilität der Ansaugplatte verursacht. Diese Fehler äußern sich meist in einer generellen Deformation der Platte, die sich näherungsweise durch Überlagerung sphärischer, parabolischer oder hyperbolischer Regelflächen beschreiben läßt. Bei der Fabrikation von Ansaugplatten für das Format 23×23 cm wird normalerweise für die größte Abweichung der deformierten von der theoretischen Fläche eine Toleranz von 10 Mikron eingehalten. Bei Einhaltung dieses Extrem-

8. 1. 2. *Überweitwinkel-Kammer*, $f = 8,8 \text{ cm}$, $s = 23 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,26^2 + (6/23)^2] \cdot 0,14 = 0,0190 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 = 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0,3^2 + (1,5/23)^2] \cdot 0,147 = 0,0277 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,0216 = 0,0016 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot \underline{46,3} = 0,0150 \\
 &G = 0,0698
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,0698 \doteq 73 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (111)$$

8. 1. 3. *Weitwinkel-Kammer*, $f = 15,2 \text{ cm}$, $s = 23 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,26^2 + (6/23)^2] \cdot 0,14 = 0,0190 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 = 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0,3^2 + (1,5/23)^2] \cdot 0,443 = 0,0835 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,196 = 0,0149 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot \underline{5,11} = 0,0017 \\
 &G = 0,1256
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,1256 \doteq 41 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (112)$$

8. 1. 4. *Normalwinkel-Kammer*, $f = 21 \text{ cm}$, $s = 23 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,26^2 + (6/23)^2] \cdot 0,14 = 0,0190 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 = 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0,3^2 + (1,5/23)^2] \cdot 0,83 = 0,1564 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,69 = 0,0525 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot \underline{1,45} = 0,0005 \\
 &G = 0,2349
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,2349 \doteq 22 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (113)$$

8. 1. 5. *Weitwinkel-Kammer*, $f = 11,5 \text{ cm}$, $s = 18 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,26^2 + (6/18)^2] \cdot 0,14 = 0,0251 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 = 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0,3^2 + (1,5/18)^2] \cdot 0,41 = 0,0795 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,168 = 0,0128 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot \underline{5,96} = 0,0019 \\
 &G = 0,1197
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,1197 \doteq 43 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (114)$$

8. 1. 6. *Normalwinkel-Kammer*, $f = 21 \text{ cm}$, $s = 18 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,26^2 + (6/18)^2] \cdot 0,14 &= 0,0251 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0,3^2 + (1,5/18)^2] \cdot 1,36 &= 0,2637 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 1,85 &= 0,1407 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 0,542 &= 0,0002 \\
 && \underline{G = 0,4362}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,4362 \doteq 12 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad . . . \text{ (115)}$$

8. 2. *Plattenkammern*

Bei Verwendung der „Ultra Flat“-Platten von Gevaert sind die maximalen Unebenheiten kleiner als 25 Mikron. Die vom Format unabhängigen lokalen Unebenheiten sind etwa gleich groß, aber nicht so häufig wie bei Film. Man kann jedoch auch hier setzen:

$$U_0' = 6 \mu \quad . . . \text{ (102)}$$

Der Mittelwert der vom Format abhängigen Unebenheiten innerhalb des Gemeinsamkeitsgebietes beträgt etwa 6 bis 10 μ . Es wird angenommen:

$$U_1' = \frac{8}{14} = 0,57 \mu/\text{cm} \quad . . . \text{ (116)}$$

Zusammen ergeben beide Einflüsse beim Format $14 \times 14 \text{ cm}$ eine mittlere Unebenheit von 10 Mikron. In [6] wird angegeben, daß bei Platten mit Unebenheiten zwischen 5 und 20 Mikron zu rechnen ist.

Weiters ist bei Verwendung von Glas als Schichtträger selbstverständlich der vom Format abhängige Verzug vernachlässigbar und daher:

$$F_1' = 0 \quad . . . \text{ (117)}$$

8. 2. 1. *Überweitwinkel-Kammer*, $f = 6,6 \text{ cm}$, $s = 14 \text{ cm}$

Zu Vergleichszwecken wird zunächst auch der Flächenleistungsfaktor für diese bisher noch nicht realisierte Kammer berechnet. Die Bildweite $f = 6,6 \text{ cm}$ ergibt sich als Optimalwert für eine Plattenkammer dieses Formates, wenn in Gleichung (85) der Filmschrumpf (F_1') gleich Null gesetzt wird.

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/14)^2] \cdot 0,14 &= 0,0714 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0 + (1,5/14)^2] \cdot 0,222 &= 0,0051 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,0495 &= 0,0038 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 20,2 &= 0,0063 \\
 && \underline{G = 0,0931}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,0931 \doteq 55 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad . . . \text{ (118)}$$

8. 2. 2. *Weitwinkel-Kammer, $f = 10 \text{ cm}$, $s = 14 \text{ cm}$*

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/14)^2] \cdot 0,14 &= 0,0714 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0 + (1,5/14)^2] \cdot 0,51 &= 0,0117 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,26 &= 0,0198 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 3,85 &= 0,0012 \\
 && \underline{G = 0,1106}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,1106 \doteq 46 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (119)$$

8. 2. 3. *Normalwinkel-Kammer, $f = 17 \text{ cm}$, $s = 14 \text{ cm}$*

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/14)^2] \cdot 0,14 &= 0,0714 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot (0 + (1,5/14)^2) \cdot 1,48 &= 0,0341 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 2,19 &= 0,1662 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 0,458 &= 0,0001 \\
 && \underline{G = 0,2783}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,2783 \doteq 18 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (120)$$

8. 2. 4. *Normalwinkel-Kammer, $f = 16,5 \text{ cm}$, $s = 13 \text{ cm}$*

Diese Kammer wird zwar kaum noch verwendet, ist aber zur rückschauenden Beurteilung der Entwicklung von Interesse. Für die Unebenheit der Platten werden die gleichen Werte verwendet, obwohl die Unebenheiten früher vermutlich größer waren.

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/13)^2] \cdot 0,14 &= 0,0754 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0 + (1,5/13)^2] \cdot 1,61 &= 0,0428 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 2,58 &= 0,1962 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 0,39 &= 0,0001 \\
 && \underline{G = 0,3210}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,3210 \doteq 16 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (121)$$

8. 2. 5. *Weitwinkel-Kammer, $f = 11,5 \text{ cm}$, $s = 18 \text{ cm}$*

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/18)^2] \cdot 0,14 &= 0,0612 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0692 &= 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0 + (1,5/18)^2] \cdot 0,41 &= 0,0057 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,168 &= 0,0128 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 5,96 &= 0,0019 \\
 && \underline{G = 0,0881}
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,0881 \doteq 58 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (122)$$

8. 2. 6. Normalwinkel-Kammer, $f' = 21$ cm, $s = 18$ cm

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} &= [0,57^2 + (6/18)^2] \cdot 0,14 = 0,0612 \\
 \text{(II)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3 \cdot 1,6 \cdot 0,0065 = 0,0065 \\
 \text{(III)} &= 2 \cdot [0 + (1,5/18)^2] \cdot 1,36 = 0,0189 \\
 \text{(IV)} &= 2 \cdot 0,15^2 \cdot 1,3^2 \cdot 1,85 = 0,1410 \\
 \text{(V)} &= 0,15^2 \cdot 1,6^2 \cdot 0,00564 \cdot 5,042 = 0,0001 \\
 G &= 0,2277
 \end{aligned}$$

$$A_0 = 5,12/0,2277 \doteq 23 \text{ km}^2/\text{m}^2 \quad \dots (123)$$

8. 3. Zusammenstellung und Prüfung der berechneten Flächenleistungsfaktoren

In der Abb. 9 sind die vorstehend berechneten Flächenleistungsfaktoren als Ordinaten über den zugehörigen Verhältnissen s/f und den entsprechenden Bildwinkeln als Abszissen aufgetragen.

Die Buchstaben F und P dienen zur Unterscheidung zwischen Film- und Plattenkammer, die erste Zahl ist die Seitenlänge des Bildformates und die zweite Zahl bezeichnet die Bildweite.

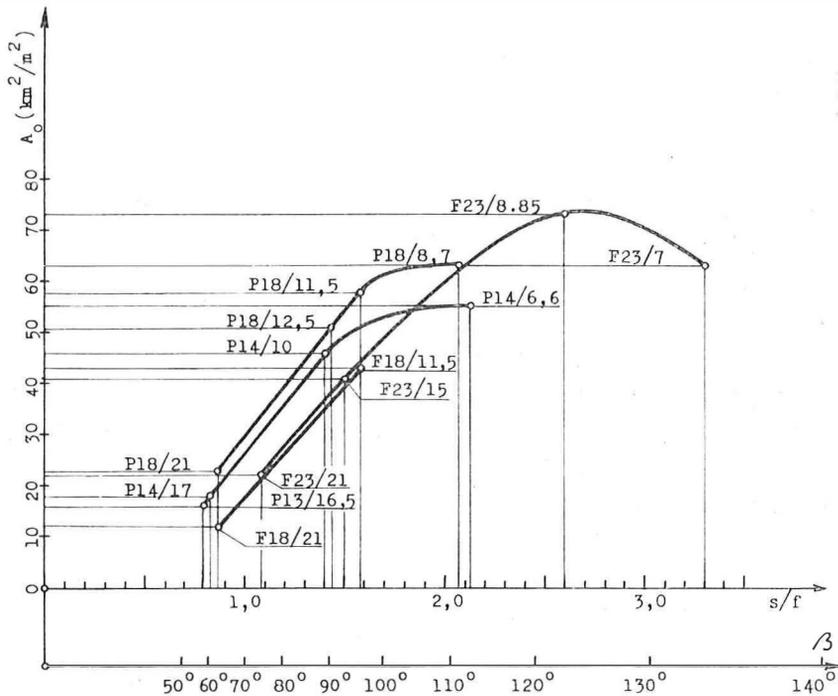


Abb. 9

Die Werte der berechneten Flächenleistungsfaktoren hängen natürlich weitgehend von den für die einzelnen Fehlereinflüsse verwendeten Zahlen ab. Um die gemachten Annahmen zu prüfen, kann man mit Hilfe der Gleichungen (3), (4) und

(107) den folgenden Zusammenhang zwischen dem bekannten relativen Höhenfehler und dem Flächenleistungsfaktor herstellen ($p = 0,6$ und $q = 0,2$):

$$\frac{dh}{H} = \frac{s}{f} \cdot \frac{0,566}{\sqrt{A_0}} \text{‰} \quad \dots (124)$$

Berechnet man mit dieser Gleichung (124) die den Flächenleistungsfaktoren entsprechenden relativen Höhenfehler, so erhält man die Werte der nachstehenden Tabelle IV:

Tabelle IV

Filmkammern

s/f	23/7	23/8, 85	23/15	23/21	18/11, 5	18/21
$A_0 \text{ km}^2/\text{m}^2$	63	73	41	22	43	12
$\frac{dh}{H} \text{‰}$	0,23	0,17	0,13	0,13	0,14	0,14

Plattenkammern

s/f	14/6, 6	14/10	14/17	13/16, 5	18/11, 5	18/21
$A_0 \text{ km}^2/\text{m}^2$	55	46	18	16	58	23
$\frac{dh}{H} \text{‰}$	0,16	0,12	0,11	0,11	0,12	0,10

Die aus den Flächenleistungsfaktoren berechneten relativen Höhenfehler stimmen mit den Erfahrungswerten gut überein. Daraus ist zu schließen, daß die bei der Berechnung der Flächenleistungsfaktoren getroffenen Annahmen zu Recht bestehen.

8. 4. Folgerungen

Aus den Werten der einzelnen Terme der Gleichung (100) und aus Abb. 9 ist zu erkennen, daß der Flächenleistungsfaktor einer Fliegerkammer grundsätzlich mit dem Format und dem Bildwinkel bis zu einem Optimum zunimmt.

Infolge der relativ geringen Unebenheiten des Filmes und des vorherrschenden Einflusses des Filmverzuges, der ebenfalls mit dem Format zunimmt, ist der Flächenleistungsfaktor der Filmkammern vom Bildformat jedoch praktisch unabhängig. Dies gilt wenigstens für die beiden üblichen Filmformate $18 \times 18 \text{ cm}$ und $23 \times 23 \text{ cm}$, die demnach als gleichwertig anzusehen sind.

Der Flächenleistungsfaktor der Plattenkammern wird von den Unebenheiten der verwendeten Platten entscheidend beeinflußt. Werden Platten mit entsprechender Ebenheit verwendet, so ist die Flächenleistung einer Plattenkammer trotz des kleineren Bildformates größer als die einer Filmkammer mit gleichem Bildwinkel.

Um jedoch mit einer Plattenkammer die Flächenleistung der optimalen Überweitwinkel-Filmkammer zu erreichen, müßte die Ebenheit der Platten verbessert oder ein größeres Format als 18×18 cm verwendet werden.

Vergleicht man die Flächenleistungsfaktoren einzelner Kammern, so ergibt sich:

Bei gleicher Höhengenaugigkeit ist mit Überweitwinkel-Filmaufnahmen die pro Bildpaar auswertbare Fläche etwa 1,8mal größer als mit Weitwinkelaufnahmen gleichen Bildformates.

Diese lediglich aus der bekannten Größenordnung der wesentlichen Fehlerinflüsse hergeleitete Folgerung deckt sich genau mit den kürzlich publizierten Resultaten umfangreicher praktischer Versuche [14].

Weiter findet man, daß mit Weitwinkel-Filmaufnahmen, ebenfalls bei gleicher Höhengenaugigkeit, die pro Bildpaar auswertbare Fläche etwa 3,6mal so groß ist wie mit Normalwinkelaufnahmen.

Im Vergleich zu Überweitwinkelaufnahmen sind Normalwinkelaufnahmen also etwa sechsmal unwirtschaftlicher.

Das überlegene Leistungsverhältnis der Kammer mit dem optimalen Bildwinkel von 120° spricht für sich selbst und wirft die Frage nach den Grenzen der praktischen Verwendbarkeit des Überweitwinkels auf.

9. Die Grenzen der Verwendbarkeit des Überweitwinkels

Die praktische Verwendbarkeit der Überweitwinkel-Kammer wird im wesentlichen nur durch den Umstand eingeschränkt, daß bei der Aufnahme gebirgigen Geländes in erhöhtem Maß die Möglichkeit des Auftretens nicht eingesehener, toter Räume besteht. Auch bei der Aufnahme von dicht verbauten Stadtgebieten treten tote Räume auf, die bei Verwendung einer Normalwinkel-Kammer zwar auch vorhanden, aber zweifellos kleiner sind.

Die Möglichkeit des Auftretens toter Winkel in Gebirgsaufnahmen darf nicht überschätzt werden. Bei der Aufnahme gebirgigen Geländes wird, unabhängig vom Bildwinkel der Kammer, in den meisten Fällen die Längs- und Querüberdeckung erhöht, damit der zur Erfassung des Reliefs erforderliche Höhenbereich auch im Überdeckungsgebiet benachbarter Modelle gewährleistet ist. Dadurch werden aber die in bezug auf tote Winkel kritischen Randzonen des Modells in vermehrtem Maß von den Nachbarmodellen überdeckt und sind gegebenenfalls dort auswertbar. Das Auftreten toter Winkel hängt von den Formen und Neigungen des Geländes, der Anordnung der Fluglinien und der Flughöhe ab. Daher wird von Fall zu Fall entschieden werden müssen, ob bei gebirgigem Gelände die Verwendung des Überweitwinkels mit Vorteil möglich oder ob besser eine Weitwinkel- oder gar eine Normalwinkelkammer einzusetzen ist.

Angesichts des ungünstigen Leistungsverhältnisses des Normalwinkels und der Tatsache, daß bei wirklichen Hochgebirgen die Gipfelhöhe auch viermotoriger Flugzeuge oft nicht ausreicht, um mit längeren Bildweiten einigermaßen wirtschaftliche Bildmaßstäbe zu erzielen, wird die Verwendung der Normalwinkel-Kammer nur in Sonderfällen zu empfehlen sein.

Zu bemerken wäre noch, daß beim Erscheinen der Weitwinkel-Kammern allgemein die Ansicht vertreten wurde, diese seien für gebirgiges Gelände nicht ge-

eignet. Die Erfahrung bei der Kartierung vieler ausgesprochen gebirgiger Gebiete, so zum Beispiel bei der Herstellung der Karte 1:50000 des Mount McKinley, hat jedoch gezeigt, daß davon keine Rede sein kann [15].

Die vielfach vertretene Auffassung, daß sich beim Auswerten von Überweitwinkelaufnahmen bei der stereoskopischen Betrachtung infolge des großen Basisverhältnisses besondere Schwierigkeiten ergeben, wenn die im Gesichtsfeld des Auswertegerätes erscheinenden Höhenunterschiede relativ zur Flughöhe ein bestimmtes Maß übersteigen, entbehrt, wie im folgenden gezeigt werden soll, jeder sachlichen Grundlage.

Das natürliche räumliche Sehen erfolgt bekanntlich nur in einem relativ kleinen Bereich (ca. 40°) des Gesichtsfeldes und ist nur dann frei von Doppelbildern, wenn sich in diesem Bereich der parallaktische Winkel vom nächsten zum fernsten Punkt um nicht mehr als ca. 70 Bogenminuten ändert. Diese „70'-Bedingung“ für die Änderung des parallaktischen Winkels muß auch bei der Betrachtung zweier Zentralperspektiven nach dem Analoglyphen-Verfahren oder in einem Stereoskop erfüllt sein, damit ein ungestörter Raumeindruck entsteht.

Für ein gegebenes Betrachtungssystem hängt die Änderung des parallaktischen Winkels außer von der Vergrößerung des Systems nur von der in den betrachteten Bildern gemessenen linearen Parallaxendifferenz zwischen dem nahen und dem fernen Punkt ab.

Daher ist zu untersuchen, in welcher Weise die einem Höhenunterschied des Geländes bei einer bestimmten Flughöhe zugeordnete Parallaxendifferenz vom Bildwinkel, dem Format und der Überdeckung abhängt. Zu diesem Zweck kann man mit Hilfe von Gleichung (1) die Parallaxen für zwei Werte von H , einem nahen und einem fernen Punkt entsprechend, berechnen:

$$p_{x_0} = b \cdot f / H_0 \quad . . . (125)$$

$$p_{x_1} = b \cdot f / H_1 \quad . . . (126)$$

und die Parallaxendifferenz $\Delta p_x = p_{x_1} - p_{x_0}$ bilden:

$$\Delta p_x = b \cdot f \cdot (1/H_1 - 1/H_0) \quad . . . (127)$$

Setzt man für die Höhendifferenz der betrachteten Punkte:

$$\Delta H = H_0 - H_1 \quad . . . (128)$$

so erhält man

$$\Delta p_x = b \cdot f \cdot \Delta H / H_0 \cdot (H_0 - \Delta H) \quad . . . (129)$$

Bezieht sich die gewählte Überdeckung auf die Flughöhe H_0 , so gilt für das Basisverhältnis:

$$b/H_0 = (1 - p) \cdot s / f \quad . . . (130)$$

Damit findet man:

$$\Delta p_x = (1 - p) \cdot s \cdot \Delta H / (H_0 - \Delta H) \quad . . . (131)$$

Die einem Höhenunterschied des Geländes bei einer bestimmten Flughöhe zugeordnete Parallaxendifferenz hängt also nur vom Bildformat und der Überdeckung, aber nicht von der Bildweite der Aufnahmekammer ab.

Die wegen großer relativer Höhenunterschiede bei der Auswertung auftretenden Betrachtungsschwierigkeiten sind infolgedessen vom Bildwinkel unabhängig.

Wenn man von Sonderfällen, wie zum Beispiel der Aufnahme von Stadtgebieten und Hochgebirgen, absieht, kann der Überweitwinkel daher für die Herstellung von Karten und Plänen auch größerer Maßstäbe ohne weiteres verwendet werden.

10. Die minimale Flughöhe

Die 70'-Bedingung und die Gleichung (3) gestattet die Berechnung der Flughöhe, die bei gegebenen Höhenunterschieden, Verwendung eines bestimmten Bildformates und einer bestimmten Betrachtungsvergrößerung mindestens eingehalten werden muß, damit der Stereoeffekt bei der Auswertung nicht gestört wird.

Bezeichnet man die Äquivalent-Brennweite des Betrachtungssystems mit f_s , so besteht zwischen der Änderung $\Delta\gamma$ des parallaktischen Winkels und der in den Bildern gemessenen Parallaxendifferenz $\Delta p.x$ folgende Beziehung:

$$\Delta\gamma = \Delta p.x / f_s \quad . . . (132)$$

Die 70'-Bedingung erfordert:

$$\frac{70'}{3438'} \doteq \frac{1}{50} \geq \Delta p.x / f_s \quad . . . (133)$$

Zwischen der Äquivalent-Brennweite, der Vergrößerung v des Betrachtungssystems und der deutlichen Sehweite von 25 cm besteht bekanntlich folgender Zusammenhang:

$$f_s = \frac{25_{\text{cm}}}{v} \quad . . . (134)$$

Daher gilt für die Parallaxendifferenz, die im Gesichtsfeld des Auswertegerätes nicht überschritten werden darf, wenn keine Störungen des Stereoeffektes auftreten sollen:

$$\Delta p.x \leq \frac{1}{2v} \text{ cm} \quad . . . (135)$$

Gleichung (135) gilt auch für Projektionsgeräte, wenn für v die Projektionsvergrößerung eingesetzt wird. Aus den Gleichungen (131) und (135) findet man die gesuchte minimale Flughöhe:

$$H_0 \geq \Delta H \cdot [1 + 2 \cdot (1 - p) \cdot v \cdot s_{\text{cm}}] \quad . . . (136)$$

Für 60% Überdeckung, eine sechsfache Betrachtungsvergrößerung und ein Bildformat von 23 × 23 cm ergibt sich zum Beispiel:

$$H_0 \geq 110 \cdot \Delta H \quad . . . (137)$$

Es ist daher zu erwarten, daß in diesem Fall bei einer Flughöhe von 1000 m die stereoskopische Betrachtung von Bäumen oder Häusern, die höher als etwa 10 m sind, nicht mehr ohne Sehwang möglich ist.

11. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst ein neues Kriterium für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit einer photogrammetrischen Aufnahmedisposition, das Verhältnis zwischen der Höhengenaugigkeit und der Quadratwurzel aus der pro Bildpaar auswertbaren Fläche, eingeführt. Dieses Leistungsverhältnis ist eine Funktion des Bildformates, des Bildwinkels, der Überdeckung und der Fehlereinflüsse des Aufnahmevorganges. Diese Funktion läßt erkennen, daß grundsätzlich ein möglichst großes Bildformat zweckmäßig ist. Mit Hilfe der bekannten Größenordnungen der Fehlereinflüsse wird der optimale Bildwinkel, er beträgt etwa 120° , bestimmt. Die folgende Berechnung der Flächenleistungsfaktoren der gebräuchlichen Fliegerkammern ergibt, daß die beiden Filmformate 18×18 cm und 23×23 cm infolge des dominierenden Einflusses des mit dem Format wachsenden Filmverzuges praktisch gleichwertig sind. Bei Verwendung von Platten mit geprüfter Ebenheit ist die Flächenleistung einer Plattenkammer trotz des kleineren Formates größer als die einer Filmkammer gleichen Bildwinkels. Ein Vergleich der Flächenleistungsfaktoren zeigt, daß bei Verwendung der Überweitwinkelkammer die pro Modell auswertbare Fläche bei gleicher Höhengenaugigkeit fast doppelt so groß ist wie bei Verwendung einer Weitwinkelkammer. Die Flächenleistung der Weitwinkelkammern ist bei gleicher Höhengenaugigkeit mehr als dreieinhalbmals so groß wie die einer Normalwinkelkammer. Bei der Diskussion der Grenzen der praktischen Verwendbarkeit des Überweitwinkels wird festgestellt, daß Schwierigkeiten bei der stereoskopischen Betrachtung infolge großer relativer Höhenunterschiede nur vom Bildformat, aber nicht vom Bildwinkel abhängen.

Literatur

- [1] *Wunderlich, W.*: Zur Leistungssteigerung großmaßstäbiger Luftbildauswertungen. Dissertation Hannover 1961.
- [2] *Coulthart, D. E.*: Ultra-Wide Angle Multiplex Test Results. Photogrammetric Engineering, Vol. XXVII, No. 3, S. 489, June 1961.
- [3] *Aschenbrenner, C.*: Der Einfluß der atmosphärischen Strahlenbrechung in der Luftbildmessung, Bildmessung und Luftbildwesen 1937, S. 2.
- [4] *Leijonhufvud, A.*: On Astronomic, Photogrammetric and Trigonometric Refraction. Riktets Allmänna Kartverk, Meddelande No. 13, Stockholm 1950.
- [5] *Altman, J. H.*, and *Ball, R. C.*: On the Spatial Stability of Photographic Plates. Photographic Science and Engineering, Vol. 5, No. 5, September—October 1961.
- [6] *Ahrend, M.*: Zur Wahl des Schichtträgers bei Luftbildaufnahmen. Dissertation Hannover 1956, DGK, Reihe C, Heft 23.
- [7] *Schwidefsky, K.*: Grundriß der Photogrammetrie. 5. Auflage. Stuttgart 1954, S. 34.
- [8] *American Society of Photogrammetry*: Manual of Photogrammetry, Second Edition, Washington 1952, S. 36.
- [9] *Washer, F. E.*, and *Tayman, W. P.*: Location of the Plane of Best Average Definition for Air plane Camera Lenses. Photogrammetric Engineering, Vol. XXVI, No. 3, June 1960, S. 481.
- [10] *Cronch, L. W.*: High Performance Mapping Equipment and Materials. Photogrammetric Engineering, Vol. XXVII, No. 1, March 1961, S. 108.
- [11] *Schwidefsky, K.*: Zur Charakteristik der neuen Zeiss-Objektive für Luftaufnahmen. Bildmessung und Luftbildwesen 1960, S. 55.
- [12] *Schwidefsky, K.*: Kontrastübertragungs-Funktion zur Bewertung der Bildgüte in der Photogrammetrie. Bildmessung und Luftbildwesen 1960, S. 99.

[13] *Russinov, M.*: Objectif Photographique Anastigmat Orthoscopique à Angle Élargi. Patent No. 935, 617, 1946.

[14] *Halbrook, J. W.*: Ultra-Wide-Angle-Mapping. Photogrammetric Engineering, Vol. XXVIII, No. 4, S. 657, September 1962.

[15] *Finsterwalder, R.*: Die Karte des Mount McKinley, Alaska, 1:50000. Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 11, S. 436, November 1962.

Summary:

The choice of format and angular field in aerial surveying

The processes involved in mapping from aerial photographs are examined, and it is shown that the efficiency of photogrammetry depends largely on that of the photographic disposition, i. e. the set of conditions pertaining to the photographic image.

Realization of this question of efficiency has resulted in the use of cameras with various negative formats and focal lengths. Although in practice large formats and wider lens angular fields are preferred, it has by no means been shown which photographic disposition is the most efficient.

Empirical methods have been tried in an effort to solve this problem. The results have not shown conclusively which format and angular field are the most favourable, or whether larger angular fields than those already available would be desirable.

Since this problem is of importance for the continued development of the science of photogrammetry, an attempt is made to show that extensive conclusions can be reached from some fundamental considerations on the nature of the various factors influencing the photographic image.

These considerations lead to the presentation of a new criterion for the efficiency of a photographic disposition for photogrammetry. This criterion (named the *efficiency ratio*) is the relationship between the heighting accuracy and the square root of the plottable area per stereopair. The efficiency ratio is a function of negative format, lens angular field, overlap, and of the influence of errors inherent in the photographic process. The function shows primarily that it would be desirable to use the largest possible negative format.

With the help of the known magnitudes of the various errors, the optimum angular field is found to be about 120° . The subsequent computation of the area efficiency factors of commonly-used aerial cameras shows that the negative formats $18\text{ cm} \times 18\text{ cm}$ and $23\text{ cm} \times 23\text{ cm}$ are practically of equal value due to the dominating influence of film instability which increases with the format. If plates of controlled flatness are used, the area efficiency factor of a plate camera is greater than that of a film camera with the same angular field, in spite of the smaller format. A comparison of the area efficiency factors shows that with the super wide angle camera, the plottable area per model is almost twice that of the wide angle camera for the same heighting accuracy. The area efficiency factors of wide angle cameras for the same heighting accuracy is more than 3.5 times that of the normal angle camera. In a discussion of the limits of practical usefulness of super wide angle photography it is shown that difficulties in stereoscopic observation resulting from larger relative height differences are dependent on the image format but not on the angular field.