

Paper-ID: VGI_196315



Diagramm für die Zulässigkeit spitzer Winkel beim Rückwärtseinschneiden

Walter Smetana ¹

¹ *Wien V, Nikolsdorfergasse 3*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **51** (4), S. 117–122

1963

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_196315,  
  Title = {Diagramm f{"u}r die Zul{"a}ssigkeit spitzer Winkel beim R{"u}ckw  
    {"a}rtseinschneiden},  
  Author = {Smetana, Walter},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {117--122},  
  Number = {4},  
  Year = {1963},  
  Volume = {51}  
}
```



dacht, weil man sich davon keine Arbeitseinsparung erwartet. Wegen der Notwendigkeit, die vom Geodimeter gemessenen Schrägstrecken auf den Horizont zu reduzieren, und weil überhaupt die Festpunkte auch höhenmäßig zu bestimmen sind, müssen sie auch mit einem Winkelmeßinstrument begangen werden, wobei dann die Horizontalwinkel gleich mitgemessen werden können und die Arbeit mit dem gegenüber dem Theodoliten doch viel schwerer beweglichen Geodimeter erspart bleibt. Außerdem bietet der Theodolit den Vorteil, daß mit ihm Richtungen auch noch unter atmosphärischen Bedingungen gemessen werden können, welche Geodimetermessungen, die, wie schon eingangs erwähnt, in bezug auf die Klarheit der Atmosphäre und auf Lichtverhältnisse viel empfindlicher sind, längst nicht mehr zulassen, ganz zu schweigen von der Notwendigkeit, die Messung längerer Strecken in die Nachtstunden zu verlegen.

Die Herstellerfirma ist bemüht, die Schwierigkeiten bei Tageslichtmessungen herabzusetzen. Sie hat im Jahre 1962 versuchsweise die als Lichtquelle dienende Glühlampe durch eine Quecksilberdampf Lampe mit vielfach höherer Lichtausbeute ersetzt, die den Meßbereich bei Tage wesentlich erweitern soll. (Siehe *J. Mitter*: Das Geodimeter NASM-4B mit Quecksilberhöchstdrucklampe, AVN, 70 [1963], Heft 3, S. 104—106.)

Abschließend ist zu sagen, daß das Geodimeter im ersten Jahre seiner Verwendung im Dienste der Verdichtung des österreichischen Festpunktfeldes bedeutende Einsparungen erbracht hat. Bei der Planung der Triangulierungsarbeiten des Jahres 1963 spielt es schon eine wichtige Rolle als Element der Rationalisierung.

Literatur zum Arbeitsprinzip:

AGA, Svenska AB Gasaccumulator, Stockholm-Lindingö, vertreten durch Fa. Dr. Wilhelm Artaker, Wien 3, Reisnerstraße 6: Betriebsanweisung für das Geodimeter NASM-4B.

Kondraschkow, A. W.: Elektro-optische Entfernungsmessung, VEB-Verlag für Bauwesen, Berlin 1961.

Literatur über Arbeitserfahrungen:

Sonderhefte „Elektronische Entfernungsmessung I und II“ der AVN, 69 (1962), Hefte 5 und 6.

Diagramm für die Zulässigkeit spitzer Winkel beim Rückwärtseinschneiden

Von *Walter Smetana*, Wien

Zusammenfassung

Die vorliegenden Untersuchungen sind für Kleinsttriangulierungsnetze (durchschnittliche Seitenlänge von 0,5 bis 1 km) gedacht.

Die Zulässigkeit eines spitzen Winkels beim Rückwärtseinschneiden im Bereich von 1 bis 10 Grad neuer Teilung kann an einem Diagramm abgelesen werden, das die schrankenmäßig abgegrenzten Festpunkträume für Lagegenauigkeit von 1 bis 1,5 cm kennzeichnet.

Abstract

The investigation at hand concerns smallest triangulation networks (average side length from 0,5 to 1,0 km).

The permissibility of an acute angle in resecting, ranging from 1 to 10 grades, can be read from a diagram characterizing the limited regions of fixpoints for an accuracy of position of 1,0 to 1,5 cm.

1. Einleitung

In der vorliegenden Abhandlung wird ein Diagramm entworfen, das dem Praktiker die Zulässigkeit eines spitzen Schnittwinkels im Bereich von 1° – 10° durch die Ersichtlichmachung der schrankenmäßig abgegrenzten Festpunkträume bei der trigonometrischen Bestimmung eines Einschaltpunktes beschränkter Genauigkeit abzulesen gestattet. Die Schranken für die noch zulässigen mittleren Punktlagefehler werden hierbei mit $M_u \approx 1$ cm und $M_o \approx 1,5$ cm festgesetzt, so daß selbst ein dreifacher Fehler die amtliche Fehlergrenze von $M = 5$ cm für terrestrisch bestimmte EP nicht überschreitet.

Die Frage nach der Zulässigkeit der spitzen Winkel beim Rückwärtseinschneiden zu beantworten, erscheint mir deswegen von Wichtigkeit, da diesbezüglich unter den Praktikern Mißverständnisse herrschen.

Während man nämlich beim Vorwärtseinschneiden einen spitzen Schnittwinkel von z. B. 10° bzw. 190° wegen Nichtgewährleistung der geforderten Genauigkeit, unter allen Umständen ablehnen muß, braucht dies beim Rückwärtseinschneiden nicht immer der Fall zu sein; da ist es bloß notwendig, daß die drei Festpunkte eine für den betreffenden spitzen Winkel ganz bestimmte Lage einnehmen und fehlerfrei sind.

Diese Abhängigkeit der Festpunkträume zu untersuchen und in Form eines einfachen Diagrammes für den Praktiker festzuhalten, ist der Zweck der folgenden Darlegungen.

2. Theoretische Grundlagen

Die Grundlage für die einschlägigen Entwicklungen bildet wieder das Reziprok-dreieck und die Formel für den mittleren Punktlagefehler aus [1]. Die Formel lautet:

$$M_{cm} = \frac{3^{cc}}{h_{a_{cm}}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2} \quad \dots (1)$$

in der $\frac{1}{n}$ das Verhältnis von $\frac{b}{a}$ darstellt, wobei $b < a$ ist. Der mittlere Punktlagefehler ist demnach direkt proportional dem mittleren Winkelfehler m^{cc} , der geometrischen Summe aus 1 und dem Verhältnis der beiden Seiten a und b des Reziprokdreieckes sowie verkehrt proportional der Höhe h_a . Der mittlere Winkelfehler wird wie bisher mit $m \approx 3^{cc}$ angenommen.

Sollen nun für M die Schranken $M_u \approx 1$ cm und $M_o \approx 1,5$ cm gelten, so ist aus Formel (1) ersichtlich, daß M den größten Schrankenwert erhält, wenn $n = 1$, d. h. $b = a$ angenommen wird; $h_{a_{cm}}$ wird demnach $\frac{4,23}{M_{cm}}$. Setzt man hierin die obere Schranke $M_o \approx 1,5$ cm ein, so erhält man $h_a = 2,82$ cm. Zu einer unteren Schranke gelangt man, wenn z. B. $n = 3$, d. h. $a = 3b$ wird. In diesem Falle errechnet man aus Formel (1) unter Beibehaltung von $h_a \approx 2,82$ cm, $M_u \approx 1,1$ cm.

Bewegt sich nun α im Bereich von 1° – 10° , so müssen die Eckpunkte des Festpunktdreieckes AMB , wie an Hand der Abb. 1 ersichtlich, eine ganz bestimmte Lage zueinander einnehmen, um der geforderten Genauigkeit des EP zu entsprechen.

In Abb. 1 sind zunächst acht Reziprokdreiecke mit gemeinsamem Punkt 2 der Mittelvisur dargestellt, und zwar derart, daß man 1_1 durch Abschneiden des Strahles

PA_1 für den Winkel $\alpha = 1^\circ$ mittels $b = h_a = 2,82$ cm, 1_{10} durch Abschneiden des Strahles PA_{10} für den Winkel $\alpha = 10^\circ$ usw. erhält.

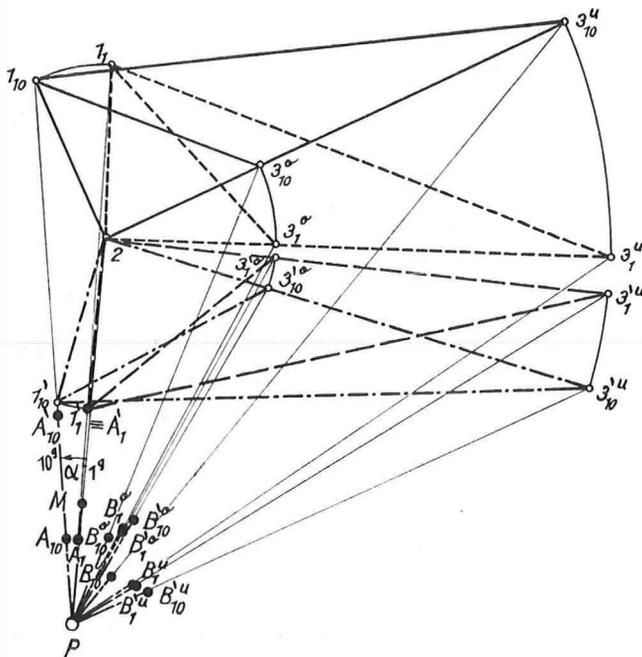


Abb. 1

Aus Zweckmäßigkeitsgründen wurden rechtwinkelige Reziprokdreiecke gewählt. Demnach gelten für die obere Schranke $M_o \approx 1,5$ cm die Reziprokdreiecke $1_1 2 3_{10}^o$, $1_{10} 2 3_{10}^o$ bzw. $1_1' 2 3_{10}^o$, $1_{10}' 2 3_{10}^o$ und für die untere Schranke $M_u \approx 1,1$ cm die Reziprokdreiecke $1_1 2 3_{10}^u$, $1_{10} 2 3_{10}^u$ bzw. $1_1' 2 3_{10}^u$ sowie $1_{10}' 2 3_{10}^u$. Aber auch die Dreiecke $1_1 2 3_{10}^o$ bzw. 3_{10}^u , $1_{10} 2 3_{10}^o$ bzw. 3_{10}^u und weiters die Dreiecke $1_1' 2 3_{10}^o$ bzw. 3_{10}^u sowie $1_{10}' 2 3_{10}^o$ bzw. 3_{10}^u erzeugen Punktlagefehler, die die angegebenen Schranken mitunter um die praktisch bedeutungslose Größe von höchstens 0,2 cm überschreiten, was besagt, daß sowohl die Kreisbögen $\widehat{1_1 1_{10}}$, $\widehat{1_1' 1_{10}'}$ als auch die zugehörigen Kreisring-Ausschnitte $3_{10}^o 3_{10}^o 3_{10}^u 3_{10}^u$ und $3_{10}^o 3_{10}^o 3_{10}^u 3_{10}^u$ jene, für eine bestimmte Strahlenlänge der Mittelvisur PM und den angenommenen Schranken für $M_u \approx 1$ cm und $M_o \approx 1,5$ cm noch zulässigen Festpunkträume für A und B im reziproken Raume darstellen.

In diesem Zusammenhange sei auch erwähnt, daß keine wesentliche Genauigkeitssteigerung erzielt, das heißt also, daß die untere Schranke nicht mehr wesentlich herabgesetzt werden kann, wenn bei gleichbleibendem b bzw. h , $n > 3$ angenommen wird.

Zur Konstruktion eines praktischen Diagrammes bedarf es nun einer Rücktransformation dieser Räume mittels reziproker Radien in den eigentlichen Festpunktraum.

Nach Einführung eines Hilfskoordinatensystems mit der positiven ξ -Axe in Richtung der Mittelvisur PM und dem Ursprung im Neupunkt P , lautet die sowohl für einen Kreis als auch für eine Gerade in der Ebene gültige Gleichung:

$$A(\xi^2_t + \eta^2_t) + B\xi_t + C\eta_t + D = \theta \quad . . . (2)$$

worin A B C und D bestimmte Koeffizienten, ξ_t und η_t die Koordinaten der Eckpunkte des entsprechenden Reziprokdreieckes bedeuten.

Nach den bestehenden Relationen der Transformation mittels reziproker Radien für die dargestellten Dreiecke nach Abb. 1, nämlich

$$t_{cm} \cdot s_{v_{cm}} = \frac{\rho^{ce}}{50\,000} = p \quad . . . (3)$$

der sogenannten Potenz der Inversion, wobei $s_{v_{cm}} = \frac{S_{cm}}{50\,000}$ und nach der Proportion $t: \xi_t = s_v: \xi_v$, kann man nun ξ_t bzw. η_t durch ξ_v bzw. η_v , den Koordinaten des eigentlichen Festpunktdreieckes im Maßstab 1:50000 ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} \xi_t &= \frac{\xi_v \cdot p}{s_v^2} \\ \eta_t &= \frac{\eta_v \cdot p}{s_v^2} \\ s_v^2 &= \xi_v^2 + \eta_v^2 \end{aligned} \right\} \quad . . . (4)$$

Entsprechende Ausdrücke von (4) in (2) eingesetzt, liefert folgende transformierte Gleichung:

$$A \cdot p + B\xi_v + C\eta_v + \frac{D}{p}(\xi_v^2 + \eta_v^2) = 0 \quad . . . (5)$$

Formel (5) unterscheidet sich von Formel (2) demnach nur dadurch, daß die Koeffizienten A und D ihren Platz gewechselt haben; das heißt also, daß im Fall von $A = \theta$, eine Gerade durch die Transformation in einen Kreis übergeht. Genauer gesagt, wird jede Gerade, die nicht durch den Ursprung geht, durch die Transformation mittels reziproker Radien in einen Kreis verwandelt, der durch den Ursprung geht und jeder Kreis, der nicht durch den Ursprung geht, wird wieder in einen Kreis verwandelt, der nicht durch den Ursprung geht.

Vorliegende Transformation kann man auch ansehen als eine Spiegelung am Kreis mit dem Radius \sqrt{p} und dem Mittelpunkt in P .

Die Radien sowie die Koordinaten der Mittelpunkte der Kreise errechnet man aus Gleichung (5):

$$\left. \begin{aligned} R_v &= \frac{p}{2D} \cdot \sqrt{B^2 + C^2 - 4AD} \\ c_\xi &= \frac{-Bp}{2D} \\ c_\eta &= \frac{-Cp}{2D} \end{aligned} \right\} \quad . . . (6)$$

Die Formeln (2) und (6) bilden die Grundlage zur Konstruktion des Diagrammes.

3. Aufbau des Diagrammes (Beilage I und II)*

Die in Abb. 1 dargestellten Reziprokdreiecke wurden zunächst für die Strahlenlängen 1000 m, 1400 m, 2000 m, 3000 m und 4000 m der Mittelvisur PM und den Schnittwinkeln α von 1° und 10° bestimmt, die zugehörigen Festpunkträume nach (2) und (6) für den Maßstab 1:50000 berechnet und auf Beilage I transparent dargestellt. Die Kennzeichnung der Zugehörigkeit der Festpunkträume erfolgt durch eine Kilometer-Beifferung der jeweiligen Strahlenlänge der Mittelvisur.

Die Konstruktion der den Entfernungen 500 m, 700 m, 1000 m, 1200 m und 1400 m der Mittelvisur zugeordneten Festpunkträume wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit auf Beilage II getrennt gezeichnet.

Während nun bei der ersten Darstellung die Strahlenlängen der Mittelvisur PM länger als die von PA und PB sind, erscheint bei der letzteren die Entfernung der Mittelvisur kürzer als PA .

Der Bereich für die Strahlenlängen der Mittelvisur wurde so gewählt, daß keine Visur die Länge von 4000 m überschreitet, um nicht zu große Unterschiede in den Entfernungen zu erhalten.

4. Gebrauch des Diagrammes

Will man die Zulässigkeit eines gemessenen spitzen Winkels im Bereich von 1° — 10° bei einem Rückwärtseinschnitt prüfen, so legt man das zuständige transparente Diagramm (Beilage I oder II) derart auf die Punktübersicht 1:50000, daß der auf dem Diagramm dargestellte Neupunkt P mit dem auf der Übersichtskarte graphisch eingeschnittenen EP zur Deckung, und die Mittelvisur ebenfalls in die richtige Lage gelangt. Dann betrachtet man die beiden anderen Festpunkte, ob sie in die den spitzen Winkeln zugehörigen, auf dem Diagramm gekennzeichneten bzw. erst zu interpolierenden Festpunkträume fallen. Ist dies der Fall, so ist auch trotz des spitzen Winkels die geforderte Genauigkeit des EP gewährleistet. Ist dies nicht der Fall, so wird die geforderte Genauigkeit für den EP dennoch erreicht, wenn die Festpunkte folgende Kreislagen bzw. Räume auf den Diagrammen I und II einnehmen:

Diagramm I

$M_{4,0}$ $A_{4,0}$ 1,0 und darunter	$B_{4,0}$ bis strichlierte Linie
$M_{3,0}$ $A_{3,0-1,0}$ und darunter	$B_{3,0}$ bis strichlierte Linie
$M_{2,0}$ $A_{2,0-1,0}$ und darunter	$B_{2,0}$ bis strichlierte Linie
$M_{1,4}$ $A_{1,4-1,0}$ und darunter	$B_{1,4}$ bis strichlierte Linie
$M_{1,0}$ $A_{1,0}$ und darunter	$B_{1,0}$

Diagramm II

$M_{0,5}$ $A_{0,5-1,4}$ und darüber	$B_{0,5}$
$M_{0,7}$ $A_{0,7-1,4}$ und darüber	$B_{0,7}$
$M_{1,0}$ $A_{1,0-1,4}$ und darüber	$B_{1,0}$
$M_{1,2}$ $A_{1,2-1,4}$ und darüber	$B_{1,2}$
$M_{1,4}$ $A_{1,4}$ und darüber	$B_{1,4}$

* Das Blatt mit den Diagrammen ist irrtümlich schon dem Heft Nr. 3 beigelegt worden.

Jedes der beiden Diagramme kann auch, wenn erforderlich, spiegelbildlich in bezug auf die Mittelvisur verwendet werden.

Eine Erweiterung der auf den Diagrammen I und II dargestellten, durch Kreisbögen abgegrenzten Festpunkträume für B , ist nur für $n > 3$ in Richtung der dem Neupunkt zugewandten Schmalseiten der Festpunkträume möglich.

Eine Erweiterung der den Strahlenlängen der Mittelvisur PM zugewandten Schmalseiten der Festpunkträume für B läßt im allgemeinen mittlere Punktlagefehler $M > 1,5$ cm erwarten, da nach Abb. 1 die Höhe aller möglichen Kombinationen von Reziprokdreiecken $h < 2,82$ cm bleibt.

In den sich überdeckenden Punkträumen, wie z. B. $B_{3,0/4,0}$ auf Diagramm I, erzeugen alle Punkte B dieselbe Genauigkeit, ob sie mit $M_{3,0} A_{3,0}$ oder $M_{4,0} A_{4,0}$ kombiniert werden.

Dasselbe gilt auch sinngemäß für alle anderen Überdeckungen von Festpunkträumen auf den Diagrammen I und II.

[1] *Smetana, Walter*: Punktlagefehler-Felddiagramm für das Rückwärtseinschneiden. *ÖZfV* 47 (1959), Nr. 1, S. 8–12.

Berichtigungen

In der Abhandlung: „Kriterium zur Bestimmung eines fehlerhaften Ausgangspunktes beim mehrfachen Rückwärtseinschneiden“ in der *ÖZfV* 51 (1963), Heft Nr. 2, Seite 48–53, stimmt die Bezeichnung der Abb. 1 auf Seite 50 dieses Heftes bedauerlicherweise nicht mit dem Text überein.

Nach den Erläuterungen auf Seite 49 (unten) sollen demnach 1 auf PA, 2 auf PM und 3 auf PB liegen.

Der in Abb. 1 mit PB bezeichnete Strahl lautet daher richtig PM und der mit PC bezeichnete Strahl PB.

Smetana

*

Der Satzteil nach dem zweiten Absatz auf Seite 66 des Heftes Nr. 3 der *ÖZfV* 51 (1963) gehört an den Kopf der Seite und ist die Fortsetzung von S. 65 unten.

Die Schriftleitung

Mitteilungen

Abschied von Franz Karl Ginzkey

Am Karfreitag dieses Jahres brachten die Zeitungen die Nachricht, daß Österreichs großer Sohn Franz Karl Ginzkey tags vorher, am 11. April, in seiner Wiener Wohnung verstorben war. Sein Tod kam eigentlich überraschend, und allen, die ihn kannten, wollte es nicht in den Sinn, daß jener Mann, dem sie so viel verdanken, nun nicht mehr am Leben sei!

Am 18. April fand auf dem Wiener Zentralfriedhof die Beerdigung statt. Schon lange vor der festgesetzten Zeit versammelte sich in der Aufbahrungshalle eine große Trauergemeinde, und die allgemeine Teilnahme wandte sich der hochbetagten, wahrhaft schwergeprüften Witwe zu. Nach der von Prälat Josef Wagner vorgenommenen Einsegnung in der Friedhofskirche erklang von der Orgel — ungemein stimmungsvoll — der Karfreitagszauber aus „Parsifal“.

Eine stattliche Reihe offizieller Persönlichkeiten, Schriftsteller und andere Künstler, ehemalige und aktive Offiziere, viele Beamte des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Angehörige des Marinebundes sowie die unzähligen sonstigen von nah und fern herbeigeeilten Trauergäste, die — soviel es auch waren — nur einen Bruchteil all der zahllosen Freunde und Verehrer Ginzkeys