

Paper-ID: VGI_196112



Ein Vergleich von Methoden zur Bestimmung der Bodendichte

Wilhelm Embacher ¹

¹ *Technische Hochschule Wien IV, Karlsplatz 13*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **49** (4), S. 105–113

1961

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Embacher_VGI_196112,  
Title = {Ein Vergleich von Methoden zur Bestimmung der Bodendichte},  
Author = {Embacher, Wilhelm},  
Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {105--113},  
Number = {4},  
Year = {1961},  
Volume = {49}  
}
```



In der letzten Zeile von Tabelle 3 stehen die Verbesserungen v der einzelnen Beträge $(\gamma - k)$ zu ihrem Mittelwert $(\gamma - k)_0 = 3,2'$. Da wegen des geographischen Längenunterschiedes zwischen Wien-Kobenzl und dem Beobachtungsort in Unterolberndorf die in der Tabelle 3 genannten magnetischen Deklinationen um $4,3'$ zu vermehren sind, erhöhen sich alle Werte $(\gamma - k)$ um diesen Betrag und führen da-

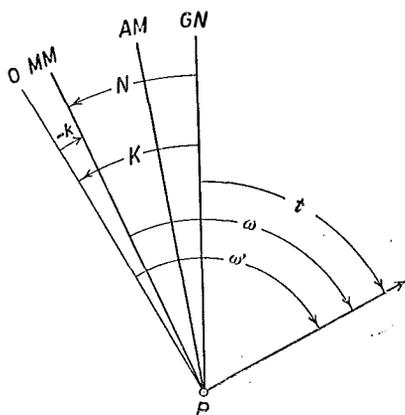


Abb. 2

her zum Mittel $(\gamma - k)_0 = 7,5'$. Mit der Meridiankonvergenz $\gamma = +6,4'$ des Instrumentstandpunktes ergibt sich $k = -1,1'$. Dies ist zufolge Abb. 2 der Nullpunktfehler der verwendeten Bussole, d. h. jene Ablesung, die bei Zielung in der Richtung des magnetischen Meridians MM besteht. Aus den Werten v der Tabelle 3 erhält man als mittleren Fehler m einer Beobachtung K den Betrag $m = \pm 0,6'$. Bei Heranziehung aller an diesem Tag ausgeführten 264 Beobachtungen derselben Art ergeben sich die Werte $k = -1,4'$ und $m = \pm 0,6'$. *(Fortsetzung folgt)*

Ein Vergleich von Methoden zur Bestimmung der Bodendichte

Von *Wilhelm Embacher*, Wien

Aus Gravimeter-Messungsdifferenzen wird mit Hilfe der verfeinerten „Bouguer-Reduktion“ eine Fehlergleichung zur Bestimmung der Bodendichte aufgestellt. Je nach Vernachlässigung von Unbekannten kann dieser Ansatz in schon bestehende Methoden zur Bodendichtebestimmung übergeführt werden. Auf Grund zahlreicher Gravimetermessungen auf einem Versuchsfeld wurden aus den verschiedenen Ansätzen Bodendichten berechnet und mit ihrem mittleren Fehler übersichtlich zusammengestellt.

I

Bei der verfeinerten „Bouguer-Reduktion“ wird außer der Freiluftreduktion noch die Anziehung der über dem Bezugsniveau liegenden Massen und der Einfluß der Topographie auf den Stationspunkt berücksichtigt. Es handelt sich um eine ebene Platte mit der Dicke h , wobei h den Höhenunterschied zwischen dem Stationspunkt und dem Bezugsniveau bedeutet, und um den im positiven Sinne wirkenden Einfluß der Überschuß- und Defizitmassen über und unter dem Punkte P_i .

σ ist die mittlere Dichte für den Bereich, der zur Berechnung der topographischen Reduktion für den Punkt P_i verwendet wurde, T_i soll dieser Topographieeinfluß mit der Dichte eins auf den Punkt P_i sein. Dann gilt für den in P_i gemessenen (g_{P_i}) und den auf das Bezugsniveau reduzierten Schwerewert g_i :

$$g_i = g_{P_i} + 0,3086 h_i - \sigma 0,04193 h_i + \sigma T_i. \quad \dots 1,01$$

Für den Punkt P_o , der sich als tiefster Punkt im Bezugsniveau befinden soll, lautet die reduzierte Schwere:

$$g_o = g_{P_o} + \sigma T_o. \quad \dots 1,02$$

Bezeichnet man den auf 1 m Entfernung reduzierten Bouguerschen Horizontalgradienten mit Δg_{io} und ist s die Punktentfernung, so ist:

$$(g_i - g_o) = s_{io} \Delta g_{io} = (g_{P_i} - g_{P_o}) + 0,3086 h_i - \sigma_{io} 0,0419 h_i + \sigma_{io}(T_i - T_o). \quad \dots 1,03$$

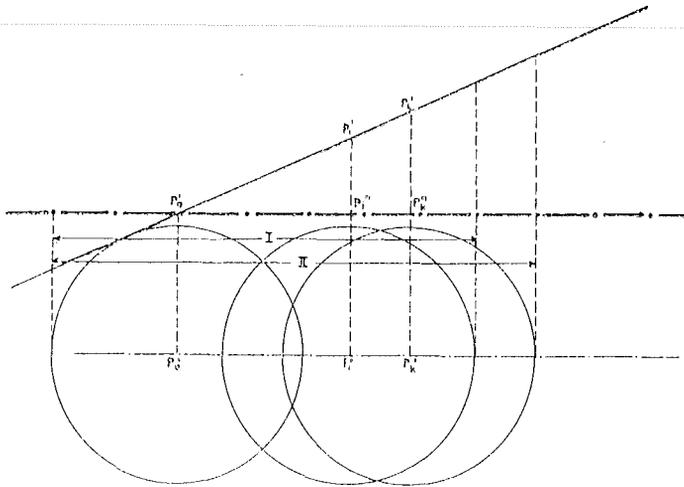


Abb. 1

In $(g_{P_i} - g_{P_o})$ ist bereits die Differenz der Besselschen Reduktionen berücksichtigt. Die Dichte σ_{io} ist der Mittelwert für den gesamten Bereich, der durch den Tachymeterausgriff um die Punkte P_o und P_i umschlossen ist.

Zwischen P_o und P_k läßt sich der Bouguersche Horizontalgradient analog berechnen:

$$s_{ko} \Delta g_{ko} = (g_{P_k} - g_{P_o}) + 0,3086 h_k - \sigma_{ko} 0,0419 h_k + \sigma_{ko}(T_k - T_o), \quad \dots 1,04$$

wobei die Mitteldichte σ_{ko} selbstverständlich für einen anderen Bereich gilt.

Für n Punkte läßt sich ein Gesamtmittel der Dichte

$$\sigma = \sigma_{io} + \Delta \sigma_{io} = \sigma_{ko} + \Delta \sigma_{ko} + \dots \quad \dots 1,05$$

berechnen, das für den Bereich gilt, der durch die Einhüllende aller Tachymeterkreise begrenzt ist. Die Fehlergleichung für den laufenden Punkt i lautet:

$$-s_{io} \Delta g_{io} + (g_{P_i} - g_{P_o}) + 0,3086 h_i - 0,0419 \sigma_{io} h_i + \sigma_{io}(T_i - T_o) = v_i \quad \dots 1,06$$

oder durch Zerlegung der Dichte nach 1,05:

$$\begin{aligned} -s_{io} \Delta g_{io} + (g_{P_i} - g_{P_o}) + 0,3086 h_i - 0,0419 \sigma h_i + \sigma(T_i - T_o) \\ + 0,0419 \Delta \sigma_{io} h_i - \Delta \sigma_{io}(T_i - T_o) = v_i. \quad \dots 1,07 \end{aligned}$$

Zur Erhöhung der Übersichtlichkeit bezeichnen wir das Absolutglied mit $l_i = (g_{Pi} - g_{Po}) + 0,3086 h_i$, die beiden Projektionen des horizontalen Bouguer-Gradienten (Δg_{io}) mit x und y , die mittlere Dichte σ mit z und das Restglied mit

$$-t + v_i = 0,0419 \Delta \sigma_{io} h_i - \Delta \sigma_{io} (T_i - T_o).$$

Wir erhalten die Verbesserungsgleichung:

$$t + s_{io} x \cos \alpha + s_{io} y \sin \alpha + (0,04193 h_i - \Delta T_{io}) z - l_i = v_i, \quad . . . 1,08$$

wobei „ t “ alle restlichen systematischen Einflüsse aufnimmt, welche durch die Einführung der mittleren Dichte σ für den gesamten Vermessungsbereich noch nicht erfaßt sind. Damit ist dieser Ausdruck „ t “ auch ein Kriterium, wie weit eine durch die Ausgleichsrechnung gefundene Dichte für den Bereich charakteristisch ist.

Die nächste Unbekannte in 1,08 ist der Bouguergradient mit seinen Projektionen x und y . Aus allen eigenen Berechnungen und aus einschlägigen fremden Arbeiten ergibt sich der Bouguergradient als sehr kleine Größe; besonders in kleinen Vermessungsbereichen könnte er vernachlässigt werden.

Die Frage nach der Genauigkeit der Bestimmung der 3. Unbekannten, der Dichte, läßt sich nicht ohne weiteres mit der Berechnung des mittleren Fehlers dieser Unbekannten im Zuge der Ausgleichsrechnung erledigen. Um die Fehlerfortpflanzung abschätzen zu können, muß man auf die notwendigen Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten zurückgehen.

Die Gravimetermessungen sind mit Fehlern behaftet. Das Mittel der Messungen auf einem Punkt g_{Pi} ist laut Beschreibung der Firma Askania-Berlin, der Erzeugerfirma des verwendeten Gravimeters, mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,02$ mgal behaftet.

Nachdem $l_i = (g_{Pi} - g_{Po}) + 0,3086 h_i$, also eine Differenz zweier Messungen ist, muß

$$m_{li} = \sqrt{m_i^2 + m_o^2} = \pm 0,03 \text{ mgal} \quad . . . 1,09$$

sein.

Wenn man zunächst den Bouguergradienten und den Ausdruck „ t “ vernachlässigt, kommt man von 1,08 auf die Fehlergleichung

$$v_i = c_i z - l_i \text{ und } z = \frac{[c l]}{[c c]}; \quad . . . 1,10$$

zur Untersuchung der Fehlerfortpflanzung braucht man die Bestimmungsgleichung für z :

$$c z = l$$

$$z = \frac{l}{c}, \quad m_z = \pm \frac{0,03}{c}. \quad . . . 1,11$$

Nachdem c bis auf den kleinen Topographieeinfluß aus dem Wert $0,04193 \cdot h_i$ besteht, würde erst bei einem Höhenunterschied von ca. 20 m der mittlere Fehler der Dichte unter $\pm 0,03$ g/cm³ Einheiten kommen.

Setzt man die Unbekannte t mit an, so lautet die Fehlergleichung:

$$v_i = t + c_i z - l_i. \quad . . . 1,12$$

Zur Untersuchung der Fehlerfortpflanzung werden die beiden Bestimmungsgleichungen angesetzt:

$$\begin{aligned} t + c_1 z - l_1 &= 0 \\ t + c_2 z - l_2 &= 0 \end{aligned} \quad \dots 1,13$$

$$z = \frac{l_2 - l_1}{c_2 - c_1} \quad \dots 1,14$$

$$m_z = \frac{\pm 0,04}{c_2 - c_1}; \quad \dots 1,15$$

auch hier erhält man wieder dasselbe Resultat wie bei Glg. 1,11, wenn man statt c die c -Differenzen untersucht.

Zur Besprechung der vollständigen Gleichung 1,08 wird zur Vereinfachung der Rechnung nur der Gradient in einer Richtung untersucht, d. h. es werden nur 3 Unbekannte angesetzt.

Dazu die Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned} t + a_1 x + c_1 z - l_1 &= 0 \\ t + a_2 x + c_2 z - l_2 &= 0 \end{aligned} \quad \dots 1,16$$

$$t + a_3 x + c_3 z - l_3 = 0$$

$$x = \frac{l_1(c_3 - c_2) + l_2(c_3 - c_1) + l_3(c_2 - c_1)}{D}$$

$$z = \frac{l_1(a_3 - a_2) + l_2(a_3 - a_1) + l_3(a_2 - a_1)}{D}$$

$$D = (a_2 c_3 - a_3 c_2) + (a_1 c_3 - a_3 c_1) + (a_1 c_2 - a_2 c_1) \quad \dots 1,17$$

$$m_x = \frac{m_l(c_3 - c_2) + m_l(c_3 - c_1) + m_l(c_2 - c_1)}{D}$$

$$m_z = \frac{m_l(a_3 - a_2) + m_c(a_3 - a_1) + m_c(a_2 - a_1)}{D}$$

Die Koeffizienten a_i sind den Punktentfernungen, die Koeffizienten c_i , bis auf den kleinen Topographieeinfluß, den Höhen h_i proportional. Im konstant ansteigenden oder fallenden Gelände geht daher D gegen Null, und die Fehlerfortpflanzung ist sowohl für den Gradienten als auch für die Dichte äußerst ungünstig.

II

Nach *Nettleton*¹⁾ führt man die Bouguer-Reduktionen mehrmals mit verschiedenen angenommenen Dichten aus und trägt die Bouguer-Anomalien mit dem Relief der physischen Oberfläche auf. Jener Dichtewert, welcher die geringste Beziehung zur Oberfläche zeigt, wird als richtig angenommen.

Auch *F. Steiner*²⁾ geht in seiner Arbeit „Zur Ermittlung des Koeffizienten der gravimetrischen Höhenreduktion“ von der Nettletonschen Forderung aus: Die auf eine gegebene Niveaufäche reduzierten Bouguer-Anomalien sind, falls die richtige mittlere Dichte zum Rechnen verwendet wurde, Punkte einer analytischen Fläche.

¹⁾ *Nettleton*: L. L. Determination of Density for Reduction of Gravimeter Observations. Geophysics 4 (1939).

²⁾ *Dipl.-Phys. F. Steiner*: Institut für Geophysik, Sopron.

Steiner erhält für die Dichte die Formel:

$$\sigma = \frac{0,3086 - k}{0,0419}, \quad . . . 2,00$$

wobei der Wert für k für ein Messungsviereck mit

$$k = \frac{z_2^0 + z_3^0 - z_1^0 - z_4^0}{h_2 + h_3 - h_1 - h_4}$$

gegeben ist.

z_i^0 sind die gravimetrischen Meßergebnisse, die nur noch nicht die Höhenreduktion enthalten, h_i sind die Höhen dieser Punkte, k wird aus einer größeren Anzahl von Vierecken bestimmt. Wenn man die Summe aller Topographiedifferenzen und $[v]$ Null setzt, läßt sich zeigen, daß die Formel 2,00 aus einer Summe von Ansätzen der Gleichung 1,10 hervorgeht. Ein Kriterium für die Güte der berechneten Dichte fehlt.

K. Jung³⁾ hat das Verfahren von Nettleton in eine rechnerische Form gebracht, indem er davon ausging, daß der Korrelationskoeffizient der Bouguerschen Anomalien und der Geländehöhen gleich Null sein muß. Bekanntlich ist der Korrelationskoeffizient eine Zahl, die angibt, in welchem Maße eine bestimmte Beziehung zwischen zwei beobachteten Größen besteht. K. Jung kommt zu einer Formel für die Bodendichte, die ohne Berücksichtigung der topographischen Reduktion mit der Formel von *Parasnis*⁴⁾ identisch ist.

Es läßt sich zeigen, daß die von K. Jung angeführte Parasnis-Formel die reduzierte Fehlergleichung der Fehlergleichung 1,12 ist.

$$v_i = t + c_i z - l_i \quad . . . 1,12$$

Der Koeffizient von t ist eins, daher ist

$$[v] = 0 \quad . . . 2,01$$

folglich

$$[v] = nt + [c] z - [l] \quad . . . 2,02$$

oder

$$0 = -t - \frac{[c]}{n} z + \frac{[l]}{n} \quad . . . 2,03$$

Diese „mittlere Verbesserungsgleichung“ zu jeder Verbesserungsgleichung adiiert gibt:

$$v_i = \left(c_i - \frac{[c]}{n} \right) z - \left(l_i - \frac{[l]}{n} \right) \quad . . . 2,04$$

und daraus die Normalgleichung:

$$\left[\left(c - \frac{[c]}{n} \right)^2 \right] z - \left[\left(c - \frac{[c]}{n} \right) \left(l - \frac{[l]}{n} \right) \right] = 0 \quad . . . 2,05$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich aus den Normalgleichungen des Ansatzes 1,12

$$nt + [c] z - [l] = 0$$

$$[c] t + [cc] z - [cl] = 0 \quad . . . 2,06$$

³⁾ K. Jung: Zur Bestimmung der Bodendichte nach dem Nettleton-Verfahren, Zeitschrift für Geophysik, Sonderband 1953.

⁴⁾ Dr. S. Parasnis: A study of Rock Densities in the English Midlands.

und daraus t eliminiert:

$$\left([cc] - \frac{[c]^2}{n} \right) \cdot z - \left([cl] - \frac{[c][l]}{n} \right) = 0 \quad . . . 2,07$$

Die Gleichung von D. S. Parasnis aus der Zeitschrift für Geophysik lautet:

$$\sigma = \frac{[(c - M(c))(l - M(l))]}{[(c - M(c))^2]}, \quad . . . 2,08$$

wobei $M(l)$ gleich $\frac{[l]}{n}$ und

$M(c)$ gleich $\frac{[c]}{n}$ ist.

Die Gleichungen 2,07 und 2,08 sind identisch. Parasnis geht also mit 2 Unbekannten in die Ausgleichung ein. In seiner Originalarbeit führt er auch die zweite Unbekannte, welche unserem Ausdruck „ t “ entspricht, an, doch diskutiert er sie nicht weiter.

F. Kruse⁵⁾ stellt die gemessenen Schwerewerte als folgende Funktion dar:

$$g = g(x, y, h) + f(B), \quad . . . 3,01$$

wobei x, y, h die Raumkoordinaten sind und B die geographische Breite ist.

Durch die Taylorentwicklung von 3,01 erhält man

$$g = g_a + \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_a (x - x_a) + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_a (y - y_a) + \left(\frac{\partial g}{\partial h} \right)_a (h - h_a) + \dots + f(B), \quad . . . 3,02$$

wenn im Punkt P_a die Schwere g_a und im Punkt P die Schwere g vorhanden ist.

Durch Einführen der Normalschwere und des Bouguer-Vertikalgradienten für $\frac{\partial g}{\partial h}$ erhält F. Kruse schließlich aus der Differenz der Schweremessungen in den Punkten P_i und P_a die Fehlergleichung

$$v_i = (g_a - \gamma_{0a}) + \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_a (x_i - x_a) + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_a (y_i - y_a) - \\ - 0,3085(h_i - h_a) + 0,04193 \sigma (h_i - h_a) - (g_i + Top_i \sigma - \gamma_{0i}); \quad . . . 3,03$$

γ_{0i} und γ_{0a} sind die Normalreduktionen (Besselsche Reduktion). Wählt man für den Punkt P_a den tiefsten Messungspunkt, so geht Gleichung 3,03 in Gleichung 1,08 über, wenn man t als Verbesserung der Bougueranomalie im Punkt P_a auffaßt.

III

Um die in einer weiteren Arbeit noch zu behandelnde Methode zur Lotkrümmungsbestimmung⁶⁾ praktisch zu erproben, wurde ein Versuchsfeld erkundet,

⁵⁾ Dr. Ing. F. Kruse: Der Schwereverlauf in der Asse, Dissertation, T. H. Braunschweig 1955.

⁶⁾ K. Ledersteger: Die Reduktion der astronomischen Beobachtungen wegen Lotkrümmung, Schweizer ZfV 53 (1955), Heft Nr. 8.

K. Ledersteger: Die Bestimmung der Lotkrümmung auf dem TP Rosalienkapelle, Schweizer ZfV 56 (1958), Heft Nr. 10, 11, 12.

welches Geländeschwierigkeiten verschiedenen Grades aufweisen sollte, mit einem Triangulierungspunkt 1. Ordnung in Beziehung gebracht werden kann, nicht zu starke Bewaldung aufweist und doch in verhältnismäßiger Stadtnähe liegt (siehe Abb. 2).

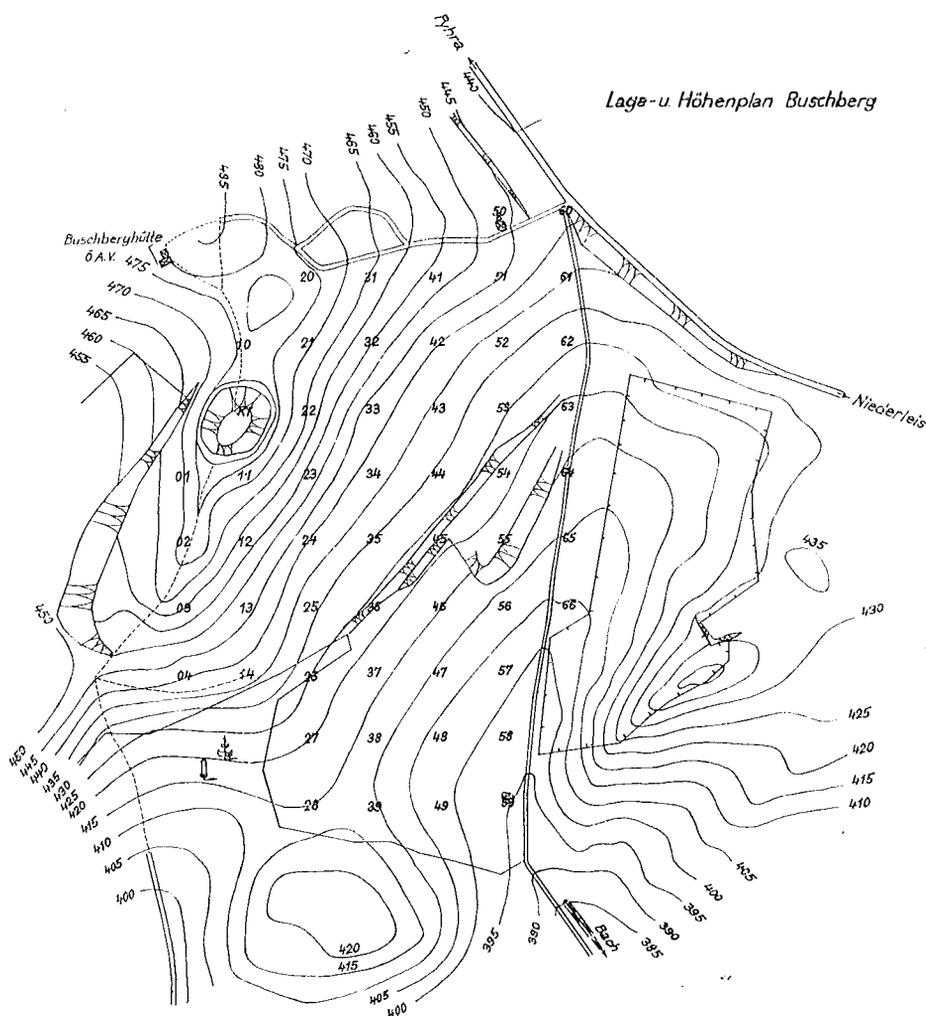


Abb. 2

Die Wahl fiel auf den „Buschberg S. O.“, KT. 227–24, mit den geographischen Koordinaten $\varphi = 34^{\circ}03'51''1401$, $\lambda = 48^{\circ}34'32''4131$. Er liegt etwa 8 km nordwestlich Mistelbach und ist von Wien bequem in einer Stunde zu erreichen.

Steigungen von 5 m auf 50 m und maximal 20 m auf 50 m wechseln ab; der unbewaldete Südosthang wurde mit einem Raster von je 50 m Punktabstand im Ausmaß von etwa 400×400 m überzogen. Alle Profile wurden mit dem Askania-Gravimeter G. S. 11 Nr. 155 in der Zeit vom 11. 10. bis 28. 10. 1960 zweimal gemessen und am Anfang und Ende doppelt verbunden.

Nachdem der Gang, der 0,1 mgal/St im allgemeinen nicht überschritt, ermittelt und ausgeschaltet worden war, konnten nach Anbringen der Gezeitenkorrekturen schleifenweise die Abschlußdifferenzen gebildet werden.

Die größte auftretende Abschlußdifferenz betrug 0,067 mgal auf 850 m, und der mittlere Fehler ergab sich mit $\pm 0,009$ mgal auf 50 m, d. h. pro Punktabstand.

Die topographischen Reduktionen für die Oberflächenpunkte wurden bis 600 m Entfernung, und zwar für die Punkte der Reihen 20, 30, 40, 50 und 60 berechnet. Die Höhen der Meßpunkte wurden durch eine Feinnivellementsleife bestimmt.

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse der aus verschiedenen Ansätzen gerechneten Bodendichte angeführt.

Tabelle 1
Ergebnisse der Messungen auf dem Buschberg:

Quadrat	Ansatz	Dichte z	$z' = \frac{[I]}{[c]}$	Syst.	Gradient		[pp]	m_z
				Einfl. t	x	y		
21	42	2,10	2,044	2,068				0,121 $\pm 0,077$
		2,12	2,001		-0,044			0,113 $\pm 0,079$
		2,08	2,052		-0,152	+0,003	0,000	0,017 $\pm 0,332$
23	44	1,08a	2,008		-0,055			0,012 0,000
32	52	2,10	1,763	1,731				0,032 $\pm 0,033$
		2,12	1,837		+0,057			0,024 $\pm 0,057$
		2,08	1,772		+0,094	0	-0,001	0,014 $\pm 0,972$
34	54	1,08a	1,879		+0,093			0,003 0,000
42	62	2,10	1,765	1,777				0,015 $\pm 0,024$
		2,12	1,728		-0,025			0,013 $\pm 0,046$
		2,08	1,776		-0,039	0	+0,001	0,006 $\pm 0,406$
44	64	1,08a	1,705		-0,040			0,001 0,000
34	54	2,10	1,849	1,846				0,045 $\pm 0,036$
		2,12	1,858		+0,007			0,045 $\pm 0,077$
		2,08	3,315		+0,054	+0,008	+0,008	0,037 $\pm 1,414$
36	56	1,08a	1,847		+0,003			0,010 0,000
36	56	2,10	2,080	2,091				0,037 $\pm 0,040$
		2,12	2,054		-0,018			0,037 $\pm 0,079$
		2,08	3,064		-0,111	+0,005	+0,006	0,031 $\pm 1,330$
38	58	1,08a	1,994		-0,043			0,006 0,000

Aus allen Überlegungen heraus könnte man eine einfache Dichtebestimmung für sehr kleine Bereiche mit Hilfe des Ansatzes 1,10 durchführen. Um ein Kriterium für ihre Übereinstimmung mit der Natur zu erhalten, nimmt man die Gleichung 2,03 zu Hilfe. Wenn keine systematischen Einflüsse, sei es durch unetstetige Dichteänderungen oder durch weiter in der Tiefe liegende regionale Störungen der Anziehungskraft, vorhanden sind, müßte $t = 0$ sein. In diesem Fall müßte die aus 2,03 mit

$$z' = \frac{[I]}{[c]} \quad . . . 2,09$$

gerechnete Dichte der aus 1,10 gerechneten Bodendichte gleich sein. Je größer der Unterschied der beiden Ergebnisse ist, desto größer sind die systematischen Einflüsse.

Durch Einengen des Bereiches könnte man auf diese Art Dichtesprünge mit geringem Rechenaufwand finden.

Für größere Bereiche ist es besser den auf die Längeneinheit bezogenen Bouguerschen-Horizontalgradienten für die Berechnung der Dichte zu vernachlässigen. Man muß also jede Gleichung durch die zugehörige Punktentfernung dividieren.

Aus den Ergebnissen in Tabelle 1, Ansatz 1,08a, sieht man, daß in diesem Fall der mittlere Fehler für die Dichte am kleinsten ist.

Eine neue Fehleraufteilung für lange Polygonzüge

Von *Hans Schmid*, Wien

1. Einleitung

Eine in der Praxis immer wiederkehrende Aufgabe ist die Absteckung der Straßen- oder Eisenbahntrassen von Polygonzügen aus. Dabei handelt es sich meist — wenn man die Autobahnarbeiten außer Betracht läßt — um die Messung langer Polygonzüge (etwa 5 km), die nur am Anfang und am Ende trigonometrische Anschlüsse besitzen, die als Festpunktgerippe sowohl für die Detailaufnahme als auch nachher für die Trassenabsteckung dienen müssen. Da nach den derzeit gültigen Projektierungsrichtlinien die Trassen numerisch, d. h. koordinatenmäßig berechnet werden, handelt es sich bei der Übertragung in die Natur um die Absteckung von Polarkoordinaten. Die Forderung, die man daher an einen Polygonzug zu stellen hat, damit möglichst widerspruchlose Richtungen gegeben werden können, gipfelt in der gleichmäßigen Aufteilung der Restfehler, d. h. die Polygonzugsrestfehler sollen so beseitigt werden, daß die Winkel gleichmäßig und die Seiten proportional ihrer Länge verändert werden. Diese Art der Fehleraufteilung scheint für die gestellte Aufgabe die besten Ergebnisse zu liefern, wie im folgenden noch gezeigt wird. Das Wort „Fehleraufteilung“ an Stelle des so beliebten Wortes „Ausgleichung“ wurde absichtlich gewählt, da man unter „Ausgleichung“ nur die Fehlerverteilung nach einem mathematischen Gesetz (etwa die Summe der Fehlerquadrate muß ein Minimum werden) verstehen soll. In einer Fortsetzung dieses Aufsatzes werden verschiedene Möglichkeiten der Fehlerverteilung einander gegenübergestellt werden, wobei auch die Ausgleichung des Polygonzuges nach der Methode der kleinsten Quadrate vertreten sein wird.

2. Aufteilung der Fehler Δq und ΔL

Bei der üblichen Aufteilung der Koordinatenwidersprüche f_x und f_y proportional den Seiten- oder den Koordinatendifferenzen treten bekanntlich unter Umständen stärkere Brechungswinkeldeformationen ein, die vom Richtungswinkel der Polygonseite abhängen. Werden nun von einem Polygonpunkt, in welchem eine derartige Brechungswinkeldeformation durch die Fehleraufteilung stattgefunden hat, Trassenpunkte abgesteckt, so kann dies zu unliebsamen Widersprüchen führen. Es sollen daher alle Winkel so wenig wie möglich und gleichmäßig geändert werden, wobei auch die Anschluß- und Abschlußrichtungen miteinbezogen werden müssen.