Paper-ID: VGI_196006

Über die bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen

Boris Iwanow [1]

[1] *Sofia, "Boris I" 25*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **48** (2), S. 39–45

1960

BibTEX:

```
@ARTICLE{Iwanow_VGI_196006,
Title = {{\"U}ber die bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen},
Author = {Iwanow, Boris},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {39--45},
Number = {2},
Year = {1960},
Volume = {48}
}
```

Über die bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen *)

Von *Dipl.-Ing. Boris Iwanov*, Sofia

Die bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen ist von dem deutschen Mathematiker, Astronomen und Geodäten Karl Friedrich Gauß (1777 bis 1855) begründet. Ludwig Krüger (1857 bis 1923), auch deutscher Geodät, verallgemeinerte es in seiner Arbeit „Über die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen in zwei Gruppen".

Das Wesen dieses Verfahrens besteht im folgenden:

Die ursprünglichen Verbesserungsbedingungsgleichungen werden in zwei Gruppen eingeteilt. Nach Auflösung der ersten Gruppe (I) erhält man primäre Verbesserungen v_i' für die gemessenen (beobachteten) Größen. Die Koeffizienten der Gleichungen der Gruppe II werden umgeformt. Die Lösung der umgeformten Verbesserungsgleichungen ergibt die sekundären Verbesserungen v_i''.

Die Umformung der Gleichungskoeffizienten der Gruppe II wird in der Weise vorgenommen, daß die Verbesserungen v_i, die bei der gemeinsamen Ausgleichung erhalten werden, der Summe der primären (v_i') und der sekundären (v_i'') Verbesserungen gleich sind ($v_i = v_i' + v_i''$).

Über die Anwendung dieses Verfahrens äußert sich Krüger: „Daraus folgt, daß das hier gegebene Ausgleichungsverfahren in zwei Gruppen gegen die gewöhnliche Ausgleichung in einem Gusse nur dann von Vorteil sein kann, wenn sich aus den zur ersten Gruppe gehörigen Normalgleichungen die Korrelaten in einfacherer Weise darstellen lassen als durch den *Gauß'schen Algorithmus*".

Zwecks Vereinfachung der Formeln wollen wir annehmen, daß die Verbesserungsbedingungsgleichungen fünf sind (drei in Gruppe I und zwei in Gruppe II); die Anzahl der Verbesserungen beträgt sechs.

Es sollen folgende Benennungen gebraucht werden:

v_i' = primäre Verbesserungen,
v_i'' = sekundäre Verbesserungen,
v_i = gemeinsame Verbesserungen der gemessenen Größen,
w_s = Widerspruch = Istwert-Sollwert,
a_i, b_i, c_i, α_i und β_i = Koeffizienten,
k_s = Korrelate,
$\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13}, \ldots \rho_{33}$ = Hilfskorrelaten.

Formeln für die bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen.

Ursprüngliche Verbesserungsbedingungsgleichungen in allgemeiner Form

$$\mathrm{I} \quad \left\{\begin{aligned} a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 + a_5 v_5 + a_6 v_6 + w_1 &= 0 \\ b_1 v_1 + b_2 v_2 + b_3 v_3 + b_4 v_4 + b_5 v_5 + b_6 v_6 + w_2 &= 0 \\ c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3 + c_4 v_4 + c_5 v_5 + c_6 v_6 + w_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (1)$$

$$\mathrm{II} \quad \left\{\begin{aligned} \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 + \alpha_4 v_4 + \alpha_5 v_5 + \alpha_6 v_6 + w_I &= 0 \\ \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \beta_3 v_3 + \beta_4 v_4 + \beta_5 v_5 + \beta_6 v_6 + w_{II} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2)$$

*) Vortrag, gehalten am Internationalen Symposium geodät. Berechnungen in Krakau (Polen) im September 1959.

Verbesserungsbedingungsgleichungen für Gruppe I

$$\left.\begin{aligned} a_1 v_1' + a_2 v_2' + a_3 v_3' + a_4 v_4' + a_5 v_5' + a_6 v_6' + w_1 &= 0 \\ b_1 v_1' + b_2 v_2' + b_3 v_3' + b_4 v_4' + b_5 v_5' + b_6 v_6' + w_2 &= 0 \\ c_1 v_1' + c_2 v_2' + c_3 v_3' + c_4 v_4' + c_5 v_5' + c_6 v_6' + w_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (3)$$

Normalgleichungen für Gruppe I

$$\left.\begin{aligned} [a\,a]\,k_1' + [a\,b]\,k_2' + [a\,c]\,k_3' + w_1 &= 0 \\ [a\,b]\,k_1' + [b\,b]\,k_2' + [b\,c]\,k_3' + w_2 &= 0 \\ [a\,c]\,k_1' + [b\,c]\,k_2' + [c\,c]\,k_3' + w_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (4)$$

Korrelatengleichungen für die primären Verbesserungen

$$v_i' = a_i\,k_1' + b_i\,k_2' + c_i\,k_3' \quad \ldots (5)$$

Normalgleichungen für die Hilfskorrelaten

$$\left.\begin{aligned} [a\,a]\,\rho_{11} + [a\,b]\,\rho_{12} + [a\,c]\,\rho_{13} + [a\,\alpha] &= 0 \\ [a\,b]\,\rho_{11} + [b\,b]\,\rho_{12} + [b\,c]\,\rho_{13} + [b\,\alpha] &= 0 \\ [a\,c]\,\rho_{11} + [b\,c]\,\rho_{12} + [c\,c]\,\rho_{13} + [c\,\alpha] &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (6)$$

$$\left.\begin{aligned} [a\,a]\,\rho_{21} + [a\,b]\,\rho_{22} + [a\,c]\,\rho_{23} + [a\beta] &= 0 \\ [a\,b]\,\rho_{21} + [b\,b]\,\rho_{22} + [b\,c]\,\rho_{23} + [b\beta] &= 0 \\ [a\,c]\,\rho_{21} + [b\,c]\,\rho_{22} + [c\,c]\,\rho_{23} + [c\beta] &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (7)$$

Umformungsgleichungen für die Koeffizienten der Gruppe II

$$\left.\begin{aligned} A_i &= \alpha_i + a_i\,\rho_{11} + b_i\,\rho_{12} + c_i\,\rho_{13} \\ B_i &= \beta_i + a_i\,\rho_{21} + b_i\,\rho_{22} + c_i\,\rho_{23} \\ \hline W_I &= w_I + w_1\,\rho_{11} + w_2\,\rho_{12} + w_3\,\rho_{13} \\ W_{II} &= w_{II} + w_1\,\rho_{21} + w_2\,\rho_{22} + w_3\,\rho_{23} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (8)$$

Verbesserungsbedingungsgleichungen für Gruppe II

$$\left.\begin{aligned} A_1 v_1'' + A_2 v_2'' + A_3 v_3'' + \ldots + A_6 v_6'' + W_I &= 0 \\ B_1 v_1'' + B_2 v_2'' + B_3 v_3'' + \ldots + B_6 v_6'' + W_{II} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (9)$$

Normalgleichungen für Gruppe II

$$\left.\begin{aligned} [AA]\,k_I'' + [AB]\,k_{II}'' + W_I &= 0 \\ [AB]\,k_I'' + [BB]\,k_{II}'' + W_{II} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (10)$$

Korrelatengleichungen für die sekundären Verbesserungen

$$v_i'' = A_i\,k_I'' + B_i\,k_{II}'' \quad \ldots (11)$$

Gesamtverbesserungen der gemessenen Größen

$$v_i = v_i' + v_i'' \quad \ldots (12)$$

Mittlerer Fehler der gemessenen Größen

$$m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{2}} \quad \ldots (13)$$

wobei

$$[v\,v] = [v'\,v'] + [v''\,v''] \quad \ldots (14)$$

Mittlerer Fehler der ausgeglichenen Größen

$$M = m\sqrt{\frac{u}{n}} \quad \ldots (15)$$

wobei n = Anzahl der Beobachtungen und
u = Anzahl der notwendigen Beobachtungen.

Mittlerer Fehler einer Funktion der ausgeglichenen Größen

$$\varphi_{\text{ausg.}} = \varphi\,\{1, 2, 3, \ldots, 6\} \quad (16) \qquad m_{\varphi\ \text{ausg.}} = m\sqrt{\frac{1}{P_{\varphi\ \text{ausg.}}}} \quad \ldots (17)$$

wobei

$$\frac{1}{P_F} = [F\,F] - \frac{[A\,F]^2}{[A\,A]} - \frac{[B\,F\,.\,1]^2}{[B\,B\,.\,1]} \quad \ldots (18)$$

oder

$$\frac{1}{P_F} = [F\,F\,.\,2] \quad \ldots (19)$$

F ist der umgeformte Koeffizient $f_i = \frac{\partial\,\varphi}{\partial\,(i)}$ (20), der die nach den gemessenen Größen partielle Ableitung der Funktion $\varphi_{\text{ausg.}}$ dargestellt.

In der UdSSR ist die gruppenweise Ausgleichung sehr verbreitet. Über diese Verfahren haben die sowjetischen Geodäten Urmajew, Krassowski, Pranis-Pranewitsch, Kobilin und viele andere gearbeitet.

Wir haben alle diese Arbeiten, insbesondere die Arbeit von Kobilin ausgenützt, um unsere bedingte Ausgleichung in zwei Gruppen zusammenzustellen.

Die Auflösung der Normalgleichungen der Gruppe I (4) in Funktion der Widersprüche mittels Determinanten führt zu Ausdrücken für die entsprechenden Korrelaten. Diese Ausdrücke setzen wir in der Korrelatengleichung (5) ein. Auf diese Weise erhalten wir die Koeffizienten, mit denen wir die primären Verbesserungen berechnen können, ohne die Werte der Korrelaten ermitteln zu müssen. Dieselben Koeffizienten dienen auch zur Umformung der Gleichungen der Gruppe II.

Die Ausgleichung der Bedingungsgleichungen von der Gruppe I und alle hierbei vorkommenden Größen bezeichnen wir als primäre. So haben wir: primäre Verbesserungen, Gleichungen, Korrelaten, Werte der beobachteten Größen usw.

Primäre Ausgleichung

Die primären Normalgleichungen (4) lösen wir mit Hilfe der Determinanten in Funktion der Widersprüche auf. Man erhält dann die Ausdrücke für die primären Korrelaten.

$$\left.\begin{aligned} k_1' &= Q_{11}\,w_1 + Q_{12}\,w_2 + Q_{13}\,w_3 \\ k_2' &= Q_{21}\,w_1 + Q_{22}\,w_2 + Q_{23}\,w_3 \\ k_3' &= Q_{31}\,w_1 + Q_{32}\,w_2 + Q_{33}\,w_3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (21)$$

Hierbei bedeuten die Koeffizienten $Q_{11}, Q_{12}, Q_{13} \ldots Q_{33}$ und D

$$Q_{11} = \frac{-[bb][cc] + [bc][bc]}{D} \qquad Q_{21} = \frac{-[ac][bc] + [ab][cc]}{D} \qquad Q_{31} = \frac{-[ab][bc] + [ac][bb]}{D}$$

$$Q_{12} = \frac{-[ac][bc] + [ab][cc]}{D} \qquad Q_{22} = \frac{-[aa][cc] + [ac][ac]}{D} \qquad Q_{32} = \frac{-[ab][ac] + [aa][bc]}{D}$$

$$Q_{13} = \frac{-[ab][bc] + [ac][bb]}{D} \qquad Q_{23} = \frac{-[ab][ac] + [aa][bc]}{D} \qquad Q_{33} = \frac{-[aa][bb] + [ab][ab]}{D}$$

$$\begin{aligned} D = &\{[aa][bb][cc] + [ab][ac][bc] + [ab][ac][bc]\} - \\ &- \{[aa][bc][bc] + [ab][ab][cc] + [ac][ac][bb]\} \end{aligned} \quad \ldots (22)$$

Nun setzen wir die Ausdrücke (21) für die primären Korrelaten in die Formeln (5) ein. So erhalten wir Ausdrücke für die primären Verbesserungen

$$v_i' = 1_i w_1 + 2_i w_2 + 3_i w_3 \quad \ldots (23)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} 1_i &= a_i Q_{11} + b_i Q_{21} + c_i Q_{31} \\ 2_i &= a_i Q_{12} + b_i Q_{22} + c_i Q_{32} \\ 3_i &= a_i Q_{13} + b_i Q_{23} + c_i Q_{33} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (24)$$

Die primären Werte der beobachteten Größe werden nach der Gleichung

$$i' = (i) + v' \quad (25)$$

erhalten.

Sekundäre Ausgleichung

Die Ausgleichung der Bedingungsgleichungen der umgeformten Gleichungen bezeichnen wir als sekundäre. So haben wir: sekundäre Verbesserungen, Gleichungen, Koeffizienten, Korrelaten, Widersprüche usw.

Die Ausgleichung erfolgt in üblicher Weise nach den Formeln (8), (9), (10) und (11). Die umgeformten Widersprüche findet man nicht nach den Formeln (8), sie werden vielmehr mit den primären Werten gebildet, die sich aus den Formeln (25) ergeben.

Die sekundären Koeffizienten erhält man nach der Formel (8), die in anderer Form ausgedrückt werden:

$$\left.\begin{aligned} A_i &= \alpha_i + \triangle\alpha_i \\ B_i &= \beta_i + \triangle\beta_i \end{aligned}\right\} \quad \ldots (26)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} \triangle\alpha_i &= a_i \rho_{11} + b_i \rho_{12} + c_i \rho_{13} \\ \triangle\beta_i &= a_i \rho_{21} + b_i \rho_{22} + c_i \rho_{23} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (27)$$

$$\left.\begin{aligned} W_I &= w_I + \triangle w_I \\ W_{II} &= w_{II} + \triangle w_{II} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (28)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} \triangle w_I &= w_1 \rho_{11} + w_2 \rho_{12} + w_3 \rho_{13} \\ \triangle w_{II} &= w_1 \rho_{21} + w_2 \rho_{22} + w_3 \rho_{23} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (29)$$

Die Ausdrücke für die in den Formeln (26), (27), (28) und (29) enthaltenen Hilfskorrelaten $\rho_{11}, \rho_{12}, \ldots \rho_{23}$ werden in derselben Weise wie die primären Korrelaten nach (21) erhalten, mit dem Unterschied, daß die Widersprüche hier $[a\,\alpha]$, $[b\,\alpha]$, $[c\,\alpha]$, $[a\,\beta]$, $[b\,\beta]$ und $[c\,\beta]$ sind.

Die Ausdrücke für die Hilfskorrelaten sind:

$$\begin{aligned}
\rho_{11} &= Q_{11}\,[a\,\alpha] + Q_{12}\,[b\,\alpha] + Q_{13}\,[c\,\alpha] \\
\rho_{12} &= Q_{21}\,[a\,\alpha] + Q_{22}\,[b\,\alpha] + Q_{23}\,[c\,\alpha] \\
\rho_{13} &= Q_{31}\,[a\,\alpha] + Q_{32}\,[b\,\alpha] + Q_{33}\,[c\,\alpha]
\end{aligned} \quad \ldots (30)$$

$$\begin{aligned}
\rho_{21} &= Q_{11}\,[a\,\beta] + Q_{12}\,[b\,\beta] + Q_{13}\,[c\,\beta] \\
\rho_{22} &= Q_{21}\,[a\,\beta] + Q_{22}\,[b\,\beta] + Q_{23}\,[c\,\beta] \\
\rho_{23} &= Q_{31}\,[a\,\beta] + Q_{32}\,[b\,\beta] + Q_{33}\,[c\,\beta]
\end{aligned} \quad \ldots (31)$$

Setzt man die Ausdrücke (30) und (31) in die Formeln für die sekundären Koeffizienten und Widersprüche [(26), (27), (28) und (29)] ein, so erhält man für die Verbesserungen der Koeffizienten ($\triangle\alpha_i$ und $\triangle\beta_i$) und der Widersprüche ($\triangle W_I$ und $\triangle W_{II}$) folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}
\triangle\alpha_i &= 1_i\,[a\,\alpha] + 2_i\,[b\,\alpha] + 3_i\,[c\,\alpha] \\
\triangle\beta_i &= 1_i\,[a\,\beta] + 2_i\,[b\,\beta] + 3_i\,[c\,\beta]
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (32)$$

$$\left.\begin{aligned}
\triangle W_I &= G_i\,[a\,\alpha] + H_i\,[b\,\alpha] + J_i\,[c\,\alpha] \\
\triangle W_{II} &= G_i\,[a\,\beta] + H_i\,[b\,\beta] + J_i\,[c\,\beta]
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (33)$$

In der Formel (32) sind die Koeffizienten 1_i, 2_i und 3_i mit den Formeln (24) angegeben; in den Formeln (33) sind folgende Bezeichnungen eingeführt:

$$\left.\begin{aligned}
G_i &= Q_{11}\,w_1 + Q_{21}\,w_2 + Q_{31}\,w_3 \\
H_i &= Q_{12}\,w_1 + Q_{22}\,w_2 + Q_{32}\,w_3 \\
J_i &= Q_{13}\,w_1 + Q_{23}\,w_2 + Q_{33}\,w_3
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (34)$$

Die Formeln (33) können zur Kontrolle dienen.

Die Genauigkeitsbestimmung erfolgt nach den Formeln (12) bis (20). Nach (23) können die primären Verbesserungen für die Verbesserungsbedingungsgleichungen mit ganz verschiedenen Koeffizienten erhalten werden, ohne dabei die primären Normalgleichungen aufstellen zu müssen; während nach den Formeln (32) verschiedene Koeffizienten umgeformt werden können.

Wenn die Koeffizienten aller miteinander verbundenen und nicht verbundenen Verbesserungsbedingungsgleichungen der Gruppe I aber ± 1 betragen, so bleiben die Koeffizienten (22) und damit auch die Koeffizienten 1_i, 2_i und 3_i (24) konstant.

Das Verfahren ist besonders geeignet für die Ausgleichung mit einer geringen Anzahl von Bedingungsgleichungen sowie für die in der Praxis häufig vorkommenden Figuren der Triangulierung. Solche Figuren sind: Das geodätische Viereck, das Zentralsystem usw. Für diese Figuren können nach Formeln (23) und (32) Tafeln der Koeffizienten berechnet werden. Mit diesen Koeffizienten lassen sich die primären Verbesserungen bequem ermitteln, wie auch die sekundären Koeffizienten leicht erhalten werden können.

Wenn die Anzahl der primären Verbesserungsbedingungsgleichungen aber mehr als drei ist und folglich auch die Anzahl der primären Normalgleichungen größer als drei ist, so kann diese Anzahl wie folgt vermindert werden:

Die primäre Korrelate k_3' der dritten Gleichung aus Formel (4) der primären Normalgleichungen wird durch die anderen zwei Korrelaten (k_1' und k_2') und denn Widerspruch w_3 derselben Gleichung ausgedrückt.

$$k_3' = -\frac{[a\,c]}{[c\,c]} k_1' - \frac{[b\,c]}{[c\,c]} k_2' - \frac{w_3}{[c\,c]} \qquad \ldots (35)$$

Diesen Ausdruck setzen wir in die erste und zweite Gleichung der Formel (4) ein.

Es werden zwei Normalgleichungen erhalten, die wir reduzierte Normalgleichungen nennen wollen:

$$\left.\begin{aligned} [a\,a]^0 k_1' + [a\,b]^0 k_2' + w_1^0 = 0 \\ [a\,b]^0 k_1' + [b\,b]^0 k_2' + w_2^0 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (36)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} [a\,a] - \frac{[a\,c]}{[c\,c]} [a\,c] &= [a\,a]^0 \\ [a\,b] - \frac{[a\,c]}{[c\,c]} [b\,c] &= [a\,b]^0 \\ w_1 - \frac{[a\,c]}{[c\,c]} w_3 &= w_1^0 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} [b\,b] - \frac{[b\,c]}{[c\,c]} [b\,c] &= [b\,b]^0 \\ w_2 - \frac{[b\,c]}{[c\,c]} w_3 &= w_2^0 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (37)$$

Die Ausdrücke für die primären Korrelate k_1' und k_2' und die Koeffizienten Q_k lassen sich nach (21) und (22) ableiten, wobei wir es nur mit zwei und nicht mit drei primären Normalgleichungen zu tun haben werden

$$\left.\begin{aligned} k_1' &= Q^0{}_{11}\, w^0{}_1 + Q^0{}_{12}\, w^0{}_2 \\ k_2' &= Q^0{}_{21}\, w^0{}_1 + Q^0{}_{22}\, w^0{}_2 \\ k_3' &= Q^0{}_{31}\, w^0{}_1 + Q^0{}_{32}\, w^0{}_2 + Q^0{}_{33}\, w_3 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (38)$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} -\left\{\frac{[a\,c]}{[c\,c]} Q^0{}_{11} + \frac{[b\,c]}{[c\,c]} Q^0{}_{12}\right\} &= Q^0{}_{31} \\ -\left\{\frac{[a\,c]}{[c\,c]} Q^0{}_{21} + \frac{[b\,c]}{[c\,c]} Q^0{}_{22}\right\} &= Q^0{}_{32} \\ -\frac{1}{[c\,c]} &= Q^0{}_{33} \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (39)$$

Bei primären Normalgleichungen, in denen viele Koeffizienten Null sind, kann die Anzahl der primären Normalgleichungen auf mehr als die Hälfte vermindert werden.

Bei reduzierten primären Normalgleichungen erhält man die Ausdrücke für die primären Verbesserungen in ähnlicher Weise, wie mit der Formel (23)

$$v_i' = 1_i^0\, w_1^0 + 2_i^0\, w_i^0 + 3_i^0\, w_3 \qquad \ldots (40)$$

wobei

$$\begin{aligned} a_i\, Q^0{}_{11} + b_i\, Q^0{}_{21} + c_i\, Q^0{}_{31} &= 1_i^0 \\ a_i\, Q^0{}_{12} + b_i\, Q^0{}_{22} + c_i\, Q^0{}_{32} &= 2_i^0 \\ c_i\, Q^0{}_{33} &= 3_i^0 \end{aligned} \qquad \ldots (41)$$

Die Verbesserungen $\triangle \alpha_i^0$ und $\triangle \beta_i^0$ der Koeffizienten der Gruppe II ergeben sich in derselben Weise wie die Verbesserungen $\triangle \alpha_i$ und $\triangle \beta_i$ nach (32).

Die Reduktion der Normalgleichungen kann in der obigen Weise mehrmals durchgeführt werden, sofern es lohnend ist.

Literatur:

[1] *L. Krüger:* Über die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen in zwei Gruppen. Preußisches geod. Institut, Folge 18, Potsdam, Leipzig 1905 (deutsch).

[2] *A. U. Kobilin:* Grupowoe urawniwanie rudnitschnoi triangulazii, Moskwa 1956 (russisch).

[3] *W. Peewski:* Israwnenie po methoda na nai-malkite quadrati, Sofia 1953 (bulgarisch).

(4) *B. Iwanov:* Über die Ausgleichung nach bedingten Beobachtungen in zwei Gruppen, Sofia, Godischnik na Ingenerno-stroitelnia institut, tom IX, kniga I, 1957 (bulgarisch).

Die Basismessung von Heerbrugg 1959

Von *Josef Mitter*

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

(Fortsetzung)

6. *Das Alignement und Nivellement*

Das Alignement, d. i. die Bestimmung der Ausweichung der Meßpfähle aus der Basisrichtung, gliederte sich durch den extremen Verlauf des Basispolygones in mehrere verschiedene Arbeitsvorgänge, die einheitlich mit Wild-Theodoliten T 3 ausgeführt wurden.

In den Strecken, in denen die Meßpfähle in eine Gerade eingefluchtet werden konnten, z. B. in der ganzen Südhälfte bis Polygonpunkt BP. 5, wurden reine Alignementmessungen durchgeführt. Die Einmessungen wurden auf Standpunkten (Meßpfählen) in etwa 300 m Abstand vorgenommen, die — wie schon in Abschnitt 3 erwähnt — für Instrumentenaufstellung eingerichtet worden waren. Die Lage des eigenen Standpunktes innerhalb der Geraden wird dabei durch Winkelmessung nach den Endpunkten bzw. nach den nächsten Standpunkten bestimmt. Zur Signalisierung der Standpunkte wurden Zieltafeln der Wildschen Polygonausrüstung benützt. Zur Messung der Exzentrizitäten, die in drei Sätzen erfolgte, kam eine kurze, horizontale Latte mit Zentimeter- und Millimeter-Teilungen zur Verwendung, die auf die Jäderinzapfen aufgesteckt und mit einem festen Zielfernrohr senkrecht zur Visierrichtung gestellt wird. Sie gestattet die direkte numerische Ablesung der Ausweichung oder, bei Abdeckung der Teilung durch vorhergehende Meßmarken, ihre Bestimmung durch Richtungsmessungen nach symmetrischen Teilstrichen. Die mittlere Ausweichung eines Jäderinzapfens betrug 1 mm.

In den Polygonseiten, in denen keine Einrichtung möglich war, wurden Richtungsmessungen nach den Zwischenpfählen vorgenommen. Sie wurden wegen der durch die großen Ausweichungen aus der Geraden geforderten Genauigkeit, ebenso wie die Zwischenpolygonwinkel selbst, in drei Sätzen beobachtet. Sowohl die Alignement- als auch die Richtungsbeobachtungen wurden wegen einer gewissen zu be-