

Paper-ID: VGI_195902



Punktlagefehler – Felddiagramm für das Rückwärtseinschneiden

Walter Smetana ¹

¹ *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **47** (1), S. 8–12

1959

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_195902,  
Title = {Punktlagefehler -- Felddiagramm f{"u}r das R{"u}ckw{"a}  
rtseinschneiden},  
Author = {Smetana, Walter},  
Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {8--12},  
Number = {1},  
Year = {1959},  
Volume = {47}  
}
```



gefügt sind. Es ist

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= 1\ 320\ 284,387 && (1\ 320\ 284,866, \triangle = -0,019\ \text{m}) \\ \alpha_{1,2} &= 29^\circ\ 03'\ 15,4604 && (29^\circ\ 03'\ 15,4598, \triangle = -0,0006) \\ \alpha_{2,1} &= 36^\circ\ 45'\ 07,3996 && (36^\circ\ 45'\ 07,4006 \triangle = +0,0010). \end{aligned}$$

Die ausgewiesenen Differenzen werden, wie sich leicht zeigen läßt, in der Hauptsache durch die Beschränkung auf die Glieder von der Ordnungszahl drei der verwendeten Mittelbreitenformeln erklärt.

Die Benützung der Formel (12) ergibt anstelle des Ergebnisses des ersten Iterationsschrittes die Folge von Zwischenpunkten

$$\begin{aligned} Q_1 & 2^\circ\ 03'\ 50'' \\ Q_2 & 4^\circ\ 22'\ 20'' \\ Q_3 & 6^\circ\ 59'\ 20''; \end{aligned}$$

geht man davon aus, so ist für das behandelte Beispiel nur eine einmalige Berechnung des eben ausgebreiteten Polygons $P_1Q_1 \dots Q_{k-1}P_2$ und eine zweimalige Anwendung der Mittelbreitenformeln nötig.

Punktlagefehler — Felddiagramm für das Rückwärtseinschneiden

(mit 1 Beilage)

Von W. Smetana

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

I. Einleitung

Wie bereits H. Biach in der Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 41. Jg., Heft Nr. 5, gleich eingangs seines Aufsatzes: „Die graphische Ermittlung des mittleren zu erwartenden Fehlers beim Rückwärtseinschneiden“ dargelegt hatte, scheint die relativ geringe Anwendung des Rückwärtseinschneidens bei der geodätischen Punktbestimmung in der Praxis ihre Ursache darin zu haben, daß die Genauigkeit des zu bestimmenden Neupunktes nicht auf einfache Weise abgeschätzt werden kann.

H. Biach hat auch in seiner Abhandlung ein sehr zweckmäßiges Diagramm entworfen, das auf einfache Weise den mittleren zu erwartenden Fehler beim Rückwärtseinschneiden zu ermitteln gestattet. Die Benützung dieses Diagrammes setzt allerdings das Zeichnen entsprechender Strahlen auf Pauspapier und die Entnahme gewisser Größen voraus.

Unabhängig davon will ich nun im folgenden ein Diagramm für den Feldgebrauch zur Darstellung bringen, dessen Anwendung bloß das Vorhandensein einer Karte etwa 1:50.000 mit lagerichtig eingezeichneten trigonometrischen Punkten voraussetzt. Das Zeichnen irgendwelcher Linien bzw. die Entnahme gewisser Größen erübrigt sich hiebei vollends, was sich bereits bei der Genauigkeitsabschätzung anlässlich der Bestimmung einer größeren Anzahl von rückwärtseinzuschneidenden Einschaltpunkten in der Praxis als sehr wirtschaftlich erwiesen hatte.

II. Theoretische Grundlagen

Dem Diagramm liegt ebenfalls die von Jordan abgeleitete Formel zur Bestimmung des mittleren Punktfehlers mit Hilfe der reziproken Entfernungen zugrunde, die lautet:

$$M^2 = \frac{1}{4 \Delta^2} \cdot \left[(r_2^2 + r_3^2 - 2 r_2 r_3 \cos \beta) m_\alpha^2 + (r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \alpha) m_\beta^2 \right] \dots (1)$$

Hierin und in Abbildung 1 bedeuten: $r_1 = \frac{1}{s_1}$, $r_2 = \frac{1}{s_2}$ u. $r_3 = \frac{1}{s_3}$.

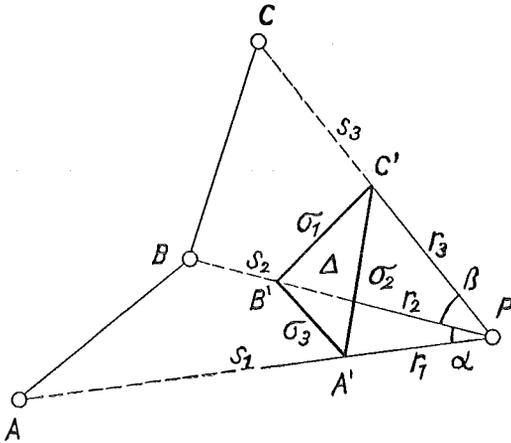


Abb. 1

Δ ist die Fläche des Dreiecks $A' B' C'$, in der Folge kurz auch Reziprokendreieck genannt.

Die Koeffizienten von m_α^2 und m_β^2 bedeuten die den gemessenen Winkeln α und β gegenüberliegenden Seiten des Reziprokendreiecks. m_α und m_β sind die mittleren Fehler der gemessenen Winkel α und β .

Man erhält also aus (1)

$$M^2 = \frac{\sigma_3^2}{4 \Delta^2} \cdot \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} + \frac{\sigma_1^2}{4 \Delta^2} \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \dots (2)$$

Durch eine einfache, für den praktischen Gebrauch notwendige Transformation der Formel (1), in der $t = \frac{1}{s_{cm}} \cdot \frac{\rho^{cc}}{1^{cc}}$ an Stelle von $r = \frac{1}{s}$ tritt und $m_\alpha = m_\beta = m$ gesetzt wird, erhält man

$$M^2 = \frac{m^2}{4 \Delta'^2} \cdot (a^2 + b^2) \dots (3)$$

worin demnach $a^2 = \rho^2 \sigma_3^2$, $b^2 = \rho^2 \sigma_1^2$ u. $4 \Delta'^2 = \rho^4 4 \Delta^2$ bedeuten.

Setzt man nun für $2 \Delta' = a \cdot h_a$ und führt weiters das Verhältnis $\frac{b}{a}$ der beiden Seiten ein, so lautet die Formel (3)

$$M^2 = \frac{m^2}{h_a^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \quad \text{oder} \dots (4)$$

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2}$$

Diese Formel bringt nun den mittleren Punktlagefehler M_{cm} bloß in Abhängigkeit von h_a und dem Verhältnis der beiden Seiten b und a , wenn man den mittleren Fehler der gemessenen Winkel α und β gleich m^{cc} als konstant betrachtet.

Auf Grund zahlreicher Winkelmessungen mit dem T2 von Wild nach der Methode der Satzbeobachtungen in drei Sätzen pro Einschaltpunkt, fand ich einen mittleren Winkelfehler $m \approx \pm 3^{cc}$.

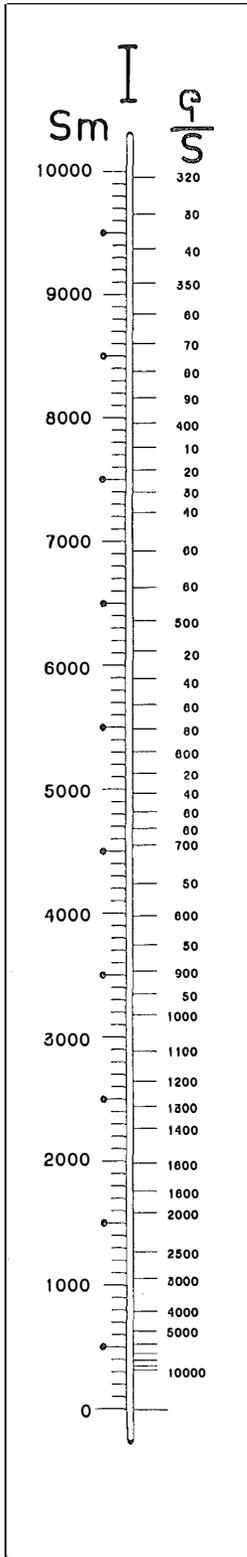


Abb. 2

Dies in Formel (4) eingeführt, wobei weiters

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{n} \text{ gesetzt wird, ergibt}$$

$$M_{cm} = \frac{3}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2} \quad \dots (5)$$

Die Formel (5) bildet nun die Grundlage zur Konstruktion des Diagrammes für $n = 1, 2$ und 3 , also für

$$b = a, \quad b = \frac{a}{2} \quad \text{und} \quad b = \frac{a}{3}.$$

III. Aufbau des Diagrammes

Das Diagramm umfaßt zwei Teile. Der eine Teil (I) dient zur Bestimmung des Rezipokdreiecks; er enthält je eine Skala um eine etwa 0,5 mm breite, schlitzenartige Ausnehmung eines Astralonstreifens. Die eine Skala trägt eine Meter-Einteilung für den Maßstab 1:50.000 von 0 bis 10 km, und die mit einem gemeinsamen Nullpunkt versehene, genau gegenüberliegende, bloß durch den Schlitz getrennte Skala, ist die zugehörige $\frac{\rho}{s}$ Teilung mit der Dimension cm^{-1} für s in cm und $m^{cc} = 1^{cc}$. Die Skala führt ebenfalls eine Bezifferung nach $s_m \dots$ (Abb. 2).

Der zweite und eigentliche Teil des Diagrammes (II) zur Ableseung des Punktlagefehlers ist wieder in dreifacher Darstellung auf Astralon ausgeführt, nämlich für die Verhältnisse der Seiten 1/1, 1/2 und 1/3, benannt II/1/2/3. Jede dieser Darstellungen enthält gemäß der entsprechenden Formel (5) für $n = 1, 2$ und 3 je eine Schar paralleler Geraden in den nach Formel (5) errechneten Abständen für $M = 1$ bis 10 cm ... (Beilage).

IV. Gebrauch des Diagrammes*)

Soll nun der mittlere zu erwartende Punktlagefehler eines geplanten, rückwärts einzuschneidenden Einschaltpunktes ermittelt werden, so hat man zunächst die schlitzenartige Ausnehmung von I über den gegebenen trigonometrischen Punkt und den geplanten Einschaltpunkt auf der Karte 1:50.000 zu bringen und eine genaue Deckung des Nullstriches mit dem Neupunkt herzustellen. Nun liest man

*) Der Maßstab (Abb. 2) und die Diagramme in der Beilage wurden aus drucktechnischen Gründen um $\frac{1}{3}$ verkleinert.

an der s -Skala die Entfernung des gegebenen trigonometrischen Punktes vom Neupunkt ab, sucht an der $\frac{\rho}{s}$ Teilung den zugehörigen Teilstrich und kennzeichnet nun durch eine Bleistiftspitze die Reziprokentfernung auf der Karte. Dies für die drei gemessenen Strahlen durchgeführt, ergibt die Eckpunkte des Reziprokdreieckes.

Nun sucht man die zu den gemessenen Winkeln α und β zugehörigen Seiten a und b des Reziprokdreieckes, wobei $b \leq a$ sein soll, bestimmt nach dem Augenmaß das Verhältnis der beiden Seiten und legt sodann die zugehörige Darstellung von (II) mit der Geraden ∞ über die beiden Bleistiftspitzen der Seite a ; die dritte Pike fällt nun in die parallele Geradenschar des Diagrammes und wird bereits als mittlerer Punktlagefehler auf cm abgelesen bzw. geschätzt.

V. Genauigkeitsbetrachtungen

$$\text{Da } M = \frac{3}{h_1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n_1}\right)^2} = \frac{3}{h_2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n_2}\right)^2} = \frac{3}{h_3} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n_3}\right)^2} \text{ ist,}$$

ergibt für $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $n_3 = 3$

$$M = \frac{3}{h_1} \cdot 1,41 = \frac{3}{h_2} \cdot 1,12 = \frac{3}{h_3} \cdot 1,053$$

$$\text{oder } h_1 = \frac{4,23}{M}, \quad h_2 = \frac{3,36}{M}, \quad h_3 = \frac{3,159}{M}.$$

Wird nun im Reziprokdreieck auf der Karte anstatt $n = 1$, $n = 2$ geschätzt, — was jedoch praktisch unmöglich ist —, so wird man mit dem Diagramm II/2 für $n = 2$ einen fehlerhaften mittleren Punktlagefehler $\triangle M$ erhalten, der von der Größe M selbst noch abhängig ist; er möge $\triangle M_{1,2}$ lauten:

$$\triangle M_{1,2} = \frac{3,36 \cdot (h_1 - h_2)}{h_1 \cdot h_2} = \frac{3,36 \cdot 0,87 \cdot M}{14,22} = 0,21 \cdot M$$

Bei Verwechslung von $n = 1$ mit $n = 3$:

$$\triangle M_{1,3} = \frac{3,159 \cdot (h_1 - h_3)}{h_1 \cdot h_3} = \frac{3,159 \cdot 1,071 \cdot M}{13,39} = 0,25 \cdot M$$

Soll nun $\triangle M_{1,2}$ und $\triangle M_{1,3} \leq 1$ cm bleiben, so müssen

$$M \leq \frac{1}{0,21} = 5 \text{ cm} \quad \text{und} \quad M \leq \frac{1}{0,25} = 4 \text{ cm} \text{ sein.}$$

Man sieht also, daß der Fehler des abgelesenen mittleren Punktlagefehlers für einen Bereich bis 5 cm auf dem Diagramm kleiner als 1 cm bleiben wird, unter der Annahme der praktisch wohl nie eintretenden Verwechslung der beiden Verhältnisse 1/1 und 1/2 beim Vergleich der beiden Seiten b und a .

Anders ist dies bei den Verhältnissen 1/2 und 1/3; aber auch da zeigt eine ganz einfache Abschätzung für

$$\blacktriangle M_{2,3} = \frac{3,159 \cdot (h_2 - h_3)}{h_2 \cdot h_3} = \frac{3,159 \cdot 0,201 \cdot M}{10,61} = 0,0599 \cdot M$$

Soll $\triangle M_{2,3} \leq 1$ cm werden, muß $M \leq 17$ cm sein.

Die drei Darstellungen des Diagrammes II/1/2/3 für die Verhältnisse 1/1, 1/2 und 1/3 der Seiten b und a des Reziprokdreieckes genügen mithin auch zur Ablesung des Punktlagefehlers für alle anderen vorkommenden Verhältnisse der Seiten.

Für einen anderen mittleren Winkelfehler m^{cc} als 3^{cc} ergibt sich der zugehörige Wert von M in cm aus der entsprechenden Proportion.

Das Diagramm II/1/2/3 gestattet demnach in Verbindung mit den Skalen I die wirtschaftlichste Abschätzung der Punktlagegenauigkeit eines rückwärts einschneidenden Einschaltpunktes, ohne Zuhilfenahme eines Pauspapierses, Lineals, Zirkels oder dergleichen, bloß auf einer Karte etwa 1:50.000 mit lagerichtig eingezeichneten trigonometrischen Punkten.

Der Mechanischen Werkstätte des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen in Wien, sei auch an dieser Stelle für die sorgfältige Herstellung der Skalen I und des Diagrammes II/1/2/3 auf Astralon Dank und Anerkennung ausgesprochen.

Die Flurbereinigung in Frankreich

Von Dr. Ing. Hermann Kallbrunner

In Frankreich wurde die Grundstückszusammenlegung erst nach dem 2. Weltkrieg in nennenswertem Umfange in Angriff genommen, obwohl die Gemengelage der Grundstücke auch in diesem Lande sehr groß ist: Besitzt doch der Bauer im großen Durchschnitt 35 je 0,35 ha umfassende Felder in 18 Stücken!

Durch den — im Vergleich zu Österreich und Deutschland — wesentlich verspäteten Beginn ergaben sich aber in mehrfacher Hinsicht Vorteile.

Fürs erste lernte man aus den Erfahrungen der vorangegangenen Länder und beschloß, das Gesetz vom 9. März 1941, an Stelle jener vom 27. November 1918, 4. März 1919 und 30. Oktober 1935, die vorwiegend nur der Beseitigung der Kriegsschäden dienten und erst die Bewegung einleiten sollten. Fürs zweite kommt im Gesetz und in der Durchführung desselben die Tatsache zur Geltung, daß die Grundeigentümer heute unter dem sich immer mehr fühlbar machenden wirtschaftlichen Druck oder so gründlich geänderten Verhältnissen die unbedingte Notwendigkeit der raschen und einschneidenden Flurbereinigung einsehen, ja diese mit Ungeduld erwarten, und daher auch gerne bereit sind, auf Sicherungen, Sonderwünsche und weitgehende Rechte, besonders hinsichtlich der Termine, Einsprüche, Abstimmungen und Berufungen, zu verzichten. wodurch der Fortgang der Arbeiten wesentlich beschleunigt und das Endergebnis sicherlich nur verbessert wird. (Unsere älteren Gesetze stammen aus einer Zeit, in der die Durchführung der Grundstückszusammenlegung wohl als zweckmäßig, aber noch nicht als Existenzfrage galt, in der es daher notwendig erschien, die Besitzer für die Sache durch verschiedene Zusicherungen und vielfaches Entgegenkommen zu gewinnen, was, wie die Erfahrung zeigt, alles andere als geeignet ist, die flotte und erfolgreiche Durchführung der Arbeiten zu fördern.

Es ist daher verständlich, daß das französische Gesetz vom Jahre 1941, das unter dem Zeichen des Satzes „die Flurbereinigung steht am Anfang jeden Fort-