

Paper-ID: VGI\_195818



## Ein optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden

Karl Killian <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **46** (5), S. 142–145

1958

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Killian_VGI_195818,  
Title = {Ein optisches Ger{"a}t zur Messung von H{"o}henunterschieden},  
Author = {Killian, Karl},  
Journal = {"0sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {142--145},  
Number = {5},  
Year = {1958},  
Volume = {46}  
}
```



Die inversen Hilfspunkte 1' bzw. 3' werden als Schnitte der Geraden  $g_1$  und  $g_3$  bzw.  $g_2$  und  $g_4$  erhalten. Für die Koordinaten dieser Hilfspunkte resultieren somit aus (23) die Werte

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & B_1 \\ 1 & B_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} = \frac{D_1}{C_3} & y_1' &= \frac{\begin{vmatrix} A_1 & 1 \\ A_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} = \frac{D_2}{C_3} \\ x_3' &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & B_2 \\ 1 & B_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_4 & B_4 \end{vmatrix}} = \frac{D_3}{C_4} & y_3' &= \frac{\begin{vmatrix} A_2 & 1 \\ A_4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_4 & B_4 \end{vmatrix}} = \frac{D_4}{C_4} \end{aligned} \quad \dots (24)$$

Vermöge der zweiten Gleichungsgruppe (4) liefert die Inversion von (24) die Koordinaten der beiden Neupunkte mit

$$\begin{aligned} \varkappa_{21} &= \frac{D_1 \cdot C_3}{D_1^2 + D_2^2} = Q_1 \cdot D_1 & \varkappa_{21} &= \frac{D_2 \cdot C_3}{D_1^2 + D_2^2} = Q_1 \cdot D_2 \\ \varkappa_{23} &= \frac{D_3 \cdot C_4}{D_3^2 + D_4^2} = Q_2 \cdot D_3 & \varkappa_{23} &= \frac{D_4 \cdot C_4}{D_3^2 + D_4^2} = Q_2 \cdot D_4 \end{aligned} \quad \dots (25)$$

Mit den Formeln (20) bis (25) findet auch das Hansen'sche Problem seine geschlossene analytische Lösung, welche besonders für die Maschinenrechnung geeignet erscheint. Die Koordinaten der beiden Neupunkte sind in Funktion der Koordinatendifferenzen beider Festpunkte und der Cotangenten der vier gemessenen Winkel ausgedrückt.

## Ein optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden

Von Dr. K. Killian

In vorliegender Veröffentlichung ist ein meines Wissens nach neues optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden behandelt. Es gestattet, Höhenunterschiede zwischen dem Standpunkt und den Neupunkten zu messen. Horizontale Visuren werden dabei nicht vorausgesetzt, dennoch können die Entfernungen zu den Neupunkten unbekannt sein und werden nicht gebraucht. Nur zur Berücksichtigung der Refraktion und der Erdkrümmung ist eine genäherte Kenntnis der Entfernungen notwendig. Sieht man zunächst von Refraktion und Erdkrümmung ab, so besteht nämlich nach der unten beschriebenen Art der Messung kein funktioneller Zusammenhang zwischen Höhenunterschied und Entfernung. Beim trigonometrischen Höhenmessen hingegen ergibt sich der Höhenunterschied bekanntlich direkt proportional der Entfernung. Das genannte Gerät wird zweckmäßig Verwendung finden zur terrestrischen Höhenbestimmung von Punkten, wenn die Horizontal-Koordinaten aus Luftbildern bestimmt werden, sowie zur höhenmäßigen Ergänzung von Katasterplänen und anderen speziellen geodätischen Aufgaben.

### Grundgedanke

Zur Beschreibung der Idee, die dem Aufbau des Gerätes zugrundeliegt, gehen wir zunächst von zwei im Gelände gegebenen Beobachtungsstandpunkten  $A$  und  $B$

(Fig. 1) aus. Sie bilden die Basis, die wir später in das Gerät verlegen. In Fig. 1 sind die punktierten Linien zunächst wegzudenken; sie stellen die Verhältnisse bei Beobachtung der Refraktion dar.  $P$  ist ein Neupunkt, dessen Höhenunterschiede in bezug auf  $A$  und  $B$  bestimmt werden sollen. Dies könnte auf bekannte Weise erfolgen: Messung der Horizontal- und Vertikalwinkel und darauffolgende Berechnung von mindestens einer Horizontalentfernung  $A P_0$  oder  $B_0 P_0$  und Verwendung des zugeordneten Vertikalwinkels. In der Folge wird ein anderer Weg beschritten: Wir denken uns einen Theodoliten, dessen Horizontalkreis unverwendbar ist. Dafür möge er eine Einrichtung besitzen, die es ermöglicht, die orthogonalen Projektionen  $\beta'_a$  und  $\beta'_b$  (Projektionsebene = vertikale Ebene durch  $AB$ ) der Vertikalwinkel  $\beta_a$  bzw.  $\beta_b$  zu messen. Diese Einrichtung ist ein Spiegel, der vor dem Fernrohrobjektiv des Theodoliten angebracht wird, und der um eine Achse drehbar ist, die die Visierlinie senkrecht schneidet und überdies die Fernrohrkippsachse normal kreuzt. Der Theodolit wird in  $A$  zentrisch und horizontal aufgestellt, und  $B$  wird angezielt. (Um den Grundgedanken nicht mit unwesentlichen Dingen zu überlagern, bleiben Instrumenten- und Zielhöhe unbeachtet.) Dies geschieht entweder bei abgenommener Spiegereinrichtung oder es wird bei aufgesetzter Spiegereinrichtung der Spiegel um die genannte Achse so gedreht, daß seine Ebene mit der Visierlinie zusammenfällt. Ist die Visur fertig, so steht — abgesehen vom Collimationsfehler — die Fernrohrkippsachse  $xx$  normal zur Vertikalebene  $ABP'$ . Bei geklemmter Alhidade wird nun der Höhenwinkel des Fernrohres systematisch so weit verändert und der Spiegel um die genannte Achse so lange gedreht, bis der Punkt  $P$  im Fadenkreuz erscheint. Der am Theodoliten sodann abgelesene Höhenwinkel entspricht der orthogonalen Projektion  $\beta'_a$  des Vertikalwinkels  $\beta_a$ . Eine darauffolgende Beobachtung mit durchgeschlagenem Fernrohr eliminiert die Wirkung des Collimationsfehlers sowie Fehler der Spiegereinrichtung. Analog könnte die Messung der Projektion des Vertikalwinkels  $\beta_b$  erfolgen. Die Berechnung der gesuchten Höhenunterschiede zwischen  $P$  und  $A$  bzw.  $P$  und  $B$  könnte somit lediglich aus Größen erfolgen, die der Vertikalebene durch  $A$  und  $B$  angehören. Keine der Raum- oder Horizontalentfernungen der Standpunkte vom Neupunkt kommt also bei dieser Berechnung vor. Bemerkenswert ist, daß alle Punkte, die in der Geraden durch  $PP'$  liegen, sogar dieselben Elemente  $\beta'_a$  und  $\beta'_b$  zur Bestimmung der gesuchten Höhenunterschiede aufweisen. Auf dieser Überlegung beruht die konstruktive Einrichtung des im folgenden beschriebenen Gerätes.

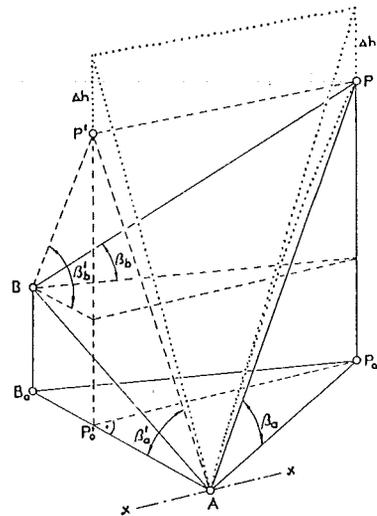


Fig. 1

### Das Gerät

Würde man entsprechend Fig. 1 ein Gerät bauen, so würde es aus 2 Fernrohren bestehen, die in den Endpunkten einer festen Basis so angeordnet sind, daß sie sich

in der durch die Basis gehenden Vertikalebene kippen lassen und die vor den Objektiven je einen um eine Achse (diese normal zur Ziellinie und die Kippachse normal kreuzend) drehbaren Spiegel aufweisen. Zur Vereinfachung der Konstruktion und zur einfachen Bestimmung der Höhenunterschiede gehen wir von einem Sonderfall aus: Wir lassen in Fig. 1 den Basisendpunkt  $B$  mit  $P_0'$  zusammenfallen, d. h. wir legen die Basis horizontal und richten sie azimuthal so, daß die Vertikalebene, die durch den Basisendpunkt  $B = P_0'$  geht und außerdem normal zur Basis steht, den Neupunkt  $P$  enthält. Um dies zu erreichen, muß das Gerät azimuthal drehbar gelagert werden und das Fernrohr des linken Basisendpunktes muß so angeordnet werden, daß seine Visierebene normal zur horizontalen Basis liegt. Die azimuthale Drehung des Gerätes muß um eine vertikale Stehachse erfolgen. Diese kann rein geometrisch gesehen, in bezug auf die Basisendpunkte völlig beliebig angeordnet werden. Man wird sie aus Gründen der Gewichtsverteilung etwa in die Mitte des Gerätes verlegen.

In Fig. 2 ist ein beispielewiser Aufbau eines solchen Gerätes schematisch dargestellt. Objektiv  $O_1$  und das Okular  $K$  ergeben das eine, Objektiv  $O_2$  und das gleiche Okular  $K$  ergeben das andere Fernrohr. Das erste Fernrohr wird horizontal gelagert und azimuthal so eingestellt, daß bei entsprechender Kippung des Spiegels  $S_1$  der Neu-

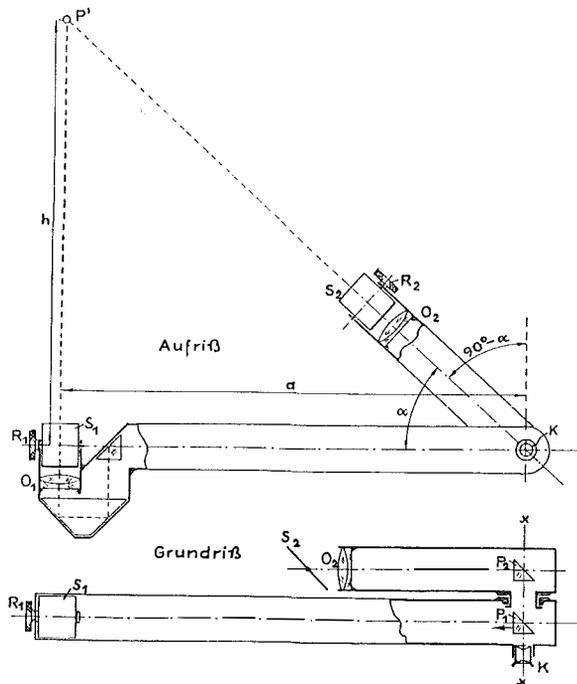


Fig. 2

punkt angezielt erscheint. Das zweite Fernrohr wird um die Achse  $xx$  kippbar gelagert. Bei Verwendung des horizontal gelagerten Fernrohres geht das Licht zuerst durch das Objektiv  $O_1$  und durch die  $O_1$  nahen Prismen, dann in das Prisma  $P_1$  und in das Okular  $K$ . Am Tubus dieses Fernrohres sind Kreuzlibellen angebracht (in der Figur nicht dargestellt). Sie dienen zur Horizontierung der Visierlinie dieses Fernrohres und der  $x.y$ -Achse. Im Grundriß (Fig. 2) ist das kippbare Fernrohr in horizon-

taler Lage dargestellt. Das Prisma  $P_1$  kann, wie im Grundriß der Pfeil andeutet, nach links verschoben werden. Durch diese Verschiebung wird eine Öffnung freigegeben, durch welche die vom Objektiv  $O_2$  kommenden und im Prisma  $P_2$  reflektierten Lichtstrahlen gehen und in das Okular gelangen. Die Mitte des Spiegels  $S_1$  und die Mitte des Okulares  $K$  entsprechen den Punkten  $P_0'$  und  $A$  (Fig. 1). Jener von  $P$  ausgehende Lichtstrahl, der durch die Mitte des Spiegels  $S_2$  geht, ist zwar nicht identisch mit der Geraden durch  $P$  und  $A$ . Er liegt aber ebenfalls in der durch  $PP'$  und  $A$  bestimmten Ebene, die mit der horizontalen Ebene den Winkel  $\alpha$  (in Fig. 1 mit  $\beta_a'$  bezeichnet) einschließt.

Da die Basis  $a$  (Fig. 2) konstant ist, ist der zu messende Höhenunterschied  $h$  lediglich vom Kippwinkel  $\alpha$  abhängig:  $h = a \cdot \tan \alpha$ . Wird  $\alpha$  am Vertikalkreis des kippbaren Fernrohres abgelesen, so kann also  $h$  berechnet oder einer angelegten Tabelle entnommen werden. Zur Messung von kleinen Winkeldifferenzen  $90^\circ - \alpha$  können optische Mikrometer verwendet werden, die aus Telemeterkonstruktionen bekannt sind. Wenn es sich nur um die Messung kleiner Höhenunterschiede handelt, kann man etwa am Rande des Blickfeldes des Okulars eine mikrographische Skala anbringen, die es gestattet, direkt den gewünschten Höhenunterschied  $h$  abzulesen.

Für die Kippung des zweiten Fernrohres ist Grobklemme und Feintrieb vorgesehen. Die Schwenkung des Spiegels  $S_1$  und  $S_2$  erfolgt, wie in Fig. 2 schematisch dargestellt ist, mit den Rändelscheiben  $R_1$  und  $R_2$ . Bei der praktischen Ausführung eines solchen Gerätes wird man zweckmäßig einen einfachen Bewegungsmechanismus für die Spiegel anbringen, dessen Bedienungs-Rändelscheiben in einer geeigneten Entfernung vom Feintrieb für die Kippung angebracht werden. Ferner wird man zur raschen Grobeinstellung des kippbaren Fernrohres ein Diopter anbringen, dessen Visierebene parallel zur Ziellinie des Fernrohres und normal zur Kippachse des Spiegels  $S_2$  steht. Bei einer beliebigen Kippung des Fernrohres werden sodann jene Punkte in der Visierebene des Diopters liegen, deren optische Bilder infolge Kippung des Spiegels  $S_2$  durch den Mittelpunkt des Fadenkreuzes gehen. Will man die optischen Vergrößerungen des horizontalen und des kippbaren Fernrohres gleich groß erhalten, so kann man in dem die Basis bildenden langen Tubus des ersteren Fernrohres ein bei Periskopen verwendetes optisches System anbringen.

Die mit dem Gerät erreichte Meßgenauigkeit wird etwa der eines monokularen Telemeters von gleicher Basislänge entsprechen. Bezüglich der Verwendbarkeit des Gerätes ist zu beachten, daß die Höhenunterschiede im allgemeinen bedeutend kleiner sind als die Entfernungen.

Beachtet man in Fig. 1 die punktierten Linien, so erkennt man, daß die Berücksichtigung der Refraktion genau so wie beim trigonometrischen Höhenmessen zu erfolgen hat. (Dazu muß die Entfernung vom Neupunkt näherungsweise bekannt sein.) Denn liegt Refraktion vor, so erfolgt die Beobachtung ebenfalls in einer durch die  $xx$ -Achse gehenden Ebene, die die Vertikalebene durch  $PP'$  in einer horizontalen Geraden, also in einer Parallelen zu  $PP'$  schneidet.

Beachtenswert ist der geometrische Zusammenhang des unter „Grundgedanke“ Gesagten mit bekannten photogrammetrischen Beziehungen (K. Killian: Ermittlung von Schichtenlinien in terrestrischen Photogrammen, Photographische Korrespondenz, Bd. 83, Nr. 1–2).