

Paper-ID: VGI\_195611



## Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung

Karl Killian

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **44** (2, 3), S. 50–55, 79–90

1956

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Killian_VGI_195611,  
  Title = {Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der  
          Luftbildmessung},  
  Author = {Killian, Karl},  
  Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {50--55, 79--90},  
  Number = {2, 3},  
  Year = {1956},  
  Volume = {44}  
}
```



7. Die überaus leichte Berechnung aller metrischen Höhen aus den dynamischen Höhen ermöglicht die gleichzeitige Führung dreier verschiedener Höhen, nämlich der dynamischen, der H e l m e r t s c h e n und der Gebrauchshöhen. Um Verwirrungen zu vermeiden, wird vorgeschlagen, daß die Landesvermessungsämter lediglich die internen Gebrauchshöhen bekannt geben. Dies schließt natürlich nicht die Veröffentlichung der dynamischen und der Seehöhen in wissenschaftlichen Werken aus.

#### N a c h w o r t :

Das Problem der Gebrauchshöhen ist derzeit nicht sehr aktuell. Dennoch dürfte die vorstehende Arbeit nicht ganz wertlos sein, vor allem, weil sie die denkbar kürzeste und allgemeinste Definition der metrischen Höhen enthält. Bis auf drei geringfügige, nur dem leichteren Verständnis dienende Erweiterungen ist der Originaltext aus dem Jahre 1952 unverändert geblieben. Es wurde lediglich über Anregung von Herrn Prof. Dr. Karl R a m s a y e r zwischen orthometrischer und „metrischer“ Reduktion unterschieden, für welch glücklichen Vorschlag an dieser Stelle herzlichst gedankt sei.

### **Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung**

Von Ing. Karl Killian

Wenn auch in Zukunft physikalische Methoden zur Bestimmung der Lotrichtung die geometrischen Methoden einschränken werden, werden von letzteren doch sicher jene bestehen bleiben, bei denen keine Fehlerfortpflanzungen auftreten, die also Festpunkte voraussetzen, die in den Luftbildern identifizierbar sind. In vorliegender Arbeit werden einige den Bedürfnissen der Praxis entsprechende geometrische Aufgaben behandelt. Unter A) und B) werden Einzel-Luftbilder vorausgesetzt. (Die Bildpunktkoordinaten der Festpunkte können mit Hilfe des vorhergehenden und des folgenden Bildes auf einem Komparator stereoskopisch ausgemessen werden.) Die Aufgaben unter C) und D) setzen zwei gegenseitig orientierte Luftbilder voraus.

A) Eine bekannte Aufgabe der Luftbildmessung lautet: *Gegeben ist ein Luftbild mit bekannter innerer Orientierung, auf dem vier in einer horizontalen Ebene gelegene Festpunkte identifizierbar sind. Gesucht: Bildnadir.*

Diese Aufgabe ist geometrisch überbestimmt; denn es könnten z. B. räumliche Rückwärtseinschnitte nach je drei der vier Festpunkte berechnet werden [4 b]. Läßt man die Überbestimmung unbeachtet und verzichtet man somit auf eine Ausgleichung bzw. auf eine Kontrolle der gemessenen Größen und der Rechnungen, so kann man bekanntlich von der zwischen Karte und Bild bestehenden Projektivität ausgehen und zunächst den Bildhorizont und dann den Bildnadir berechnen.

Bei allen exakten Berechnungen des Bildhorizontes geht man von den Gleichungen der projektiven Transformation aus. In unhomogener Form lauten diese linear gebrochenen Funktionen bekanntlich:

$$x = \frac{A_1 x' + B_1 y' + C_1}{A_3 x' + B_3 y' + 1}; \quad y = \frac{A_2 x' + B_2 y' + C_2}{A_3 x' + B_3 y' + 1}$$

wobei  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$  und  $A_3, B_3$  Konstante sind. Diese werden aus den Koordinaten der vier entsprechenden Punktepaare bestimmt. (Drei der gegebenen Punkte dürfen bekanntlich nicht in einer Geraden liegen.) S. F i n s t e r w a l d e r [2 a] verwendet die durch die Geraden 1, 3 und 2, 4 bzw. 1', 3' und 2', 4' (Fig. 1) bestimmten schiefwinkligen Koordinatensysteme, wodurch vier der acht Konstanten wegfallen. T h a m [7] geht von rechtwinkligen Koordinaten aus und braucht somit acht Konstante.

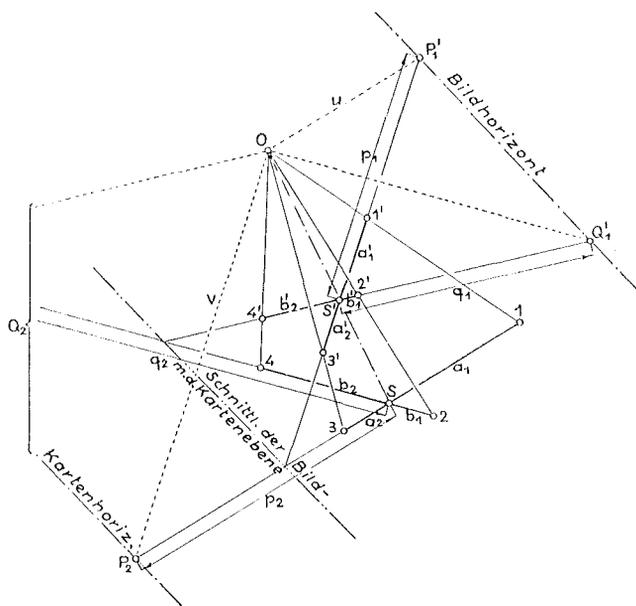


Fig. 1

Folgender „trivialer“ Weg zur exakten Berechnung des Bildhorizontes führt erheblich rascher zum Ziele:

In Fig. 1 bedeuten: 1, 2, 3, 4 die in einer horizontalen Ebene gelegenen Festpunkte, 1', 2', 3', 4' die in der Bildebene gelegenen Bilder dieser Festpunkte,  $O$  das Aufnahmezentrum  $a_1, a_2, b_1, b_2$  sowie  $a_1', a_2', b_1', b_2'$  die aus der Figur ersichtlichen Strecken. Durch  $O$  ziehen wir parallele Gerade zu den Strecken 1, 3 und 2, 4. Diese liegen horizontal und schneiden daher die Bildebene im Bildhorizont. Sie legen ferner in den durch 1, 3 und 1', 3' bzw. 2, 4 und 2', 4' bestimmten Ebenen und schneiden daher die durch 1', 3' und 2', 4' gehenden Geraden. Analog legen wir durch  $O$  Gerade, die

parallel zu den Strecken 1', 3' und 2', 4' sind und erhalten als Schnittgerade mit der Kartenebene den sog. Kartenhorizont.

Der Bildhorizont ist durch die in Fig. 1 ersichtlichen Größen:  $p_1, q_1$  bestimmt, die wir aus den ähnlichen Dreiecken:  $OP_1'S' \sim OP_2S, OP_1'3' \sim OP_23, OP_1'1 \sim OP_21$  mit Einführung der in der Figur ersichtlichen Hilfsgrößen  $u, v$  berechnen:

$$\begin{aligned} u: p_1 = p_2: v & & u \cdot v = p_1 \cdot p_2 \\ u: (p_1 + a_2') = (p_2 - a_2): v & \text{ oder } & u \cdot v = (p_1 + a_2') \cdot (p_2 - a_2) \\ u: (p_1 - a_1') = (p_2 - a_1): v & & u \cdot v = (p_1 - a_1') \cdot (p_2 - a_1) \end{aligned}$$

Wir haben also drei Gln. mit den Unbekannten  $u, v, p_1, p_2$ . Eliminiert man  $u \cdot v$  und dann  $p_2$ , so folgt:

$$p_1 = \frac{a_1 + a_2}{\frac{a_1}{a_1'} - \frac{a_2}{a_2'}} \quad . . . \quad \text{I)}$$

Ohne Ableitung erkennt man die dazu analoge Gl.:

$$q_1 = \frac{b_1 + b_2}{\frac{b_1}{b_1'} - \frac{b_2}{b_2'}} \quad . . . \quad \text{II)}$$

Somit ist der Bildhorizont bestimmt. (Analog könnte auch der Kartenhorizont bestimmt werden.)

Sutor leitet unter Vernachlässigung von Gliedern zweiter und höherer Kleinheitsordnung Gln. 19 seiner Arbeit [6 b] ab. Vergleicht man jedoch die rechten Seiten dieser Gln. mit den rechten Seiten der Gln. I) und II) der vorliegenden Arbeit, so erkennt man in ersteren Gln. die den Bildhorizont bestimmenden, nach den Gln. I), II) exakt berechneten, geometrischen Größen:  $p_1$  und  $q_1$ .

Zur weiteren exakten Bestimmung des Bildnadirs muß man unterscheiden:

- a) Die Koordinaten der vier Punktepaare kennt man nicht. Die Strecken  $a_1, a_2, b_1, b_2$  bzw.  $a_1', a_2', b_1', b_2'$  wurden also aus Bild und Karte gemessen.
- b) Die Koordinaten der vier Punktepaare sind bekannt.

Zu a) Setzt man Senkrechtaufnahmen voraus, so werden  $p_1$ , und  $q_1$  sehr groß. Man trägt daher nur z. B. 1/100 ihrer Größen von  $S'$  aus auf (Fig. 2) und erhält damit den parallel verschobenen Bildhorizont. Multipliziert man die Höhe des Dreieckes  $S' P_1' Q_1'$  mit 100, so ergibt sich der Normalabstand  $s_1$  des Bildhorizontes von  $S'$  und aus dem rechtwinkligen Dreieck mit dem rechten Winkel bei  $O$  folgt:

$$(s_1 + m) \cdot n = f^2 \text{ und somit}$$

$$n = \frac{f^2}{s_1 + m} \approx \frac{f^2}{s_1} \quad . . . \quad \text{III)}$$

Zu b) Aus den Karten- bzw. Bildkoordinaten werden die Strecken  $a_1, a_2, b_1, b_2$  bzw.  $a_1', a_2', b_1', b_2'$  berechnet und nach I) und II) folgt  $p_1$  und  $q_1$ . Damit berechnet man die Koordinaten der Punkte  $P_1'$  und  $Q_1'$ . Schreibt man die Gl. dieser Geraden an und setzt man in dieser  $y = 0$  bzw.  $x = 0$ , so erhält man ihre Achsenabschnitte  $a$  und  $b$ . Bezeichnet man den Normalabstand dieser Geraden von  $H'$  mit  $p$ , so ergibt sich dieser als Höhe eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen Fläche  $1/2 \cdot ab$  ist und dessen Grundlinie die Länge  $\sqrt{a^2 + b^2}$  aufweist:

$$p = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ und da } p \cdot n = f^2 \text{ folgt:}$$

$$n = \frac{f^2}{ab} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \quad \dots \text{ IV)}$$

Der Winkel der genannten Normalen mit der  $x$ -Achse ergibt sich aus

$$\tan \varphi = \frac{a}{b} \quad \dots \text{ V)}$$

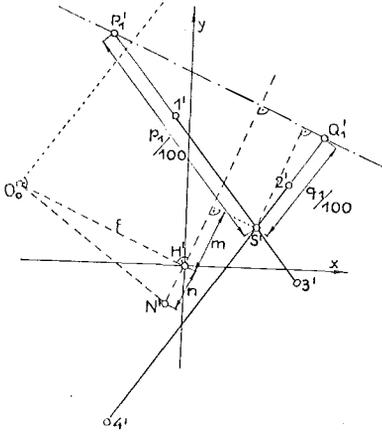


Fig. 2

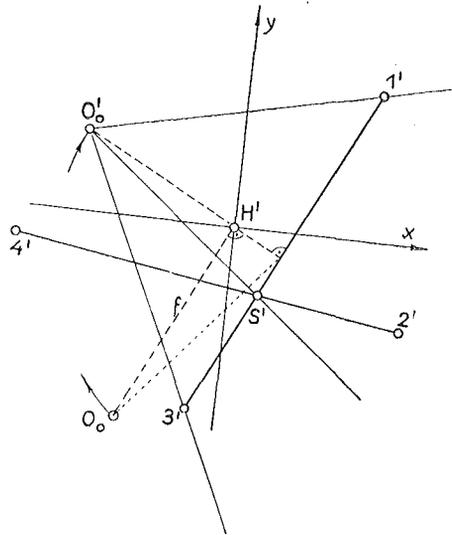


Fig. 3

In Fig. 1 und Fig. 2 wurde angenommen, daß sich die Strecken  $\overline{13}$  und  $\overline{24}$  bzw.  $\overline{1'3'}$  und  $\overline{2'4'}$  in einem Punkt schneiden. Würde jedoch z. B. die Strecke  $\overline{13}$  erst von der verlängerten Strecke  $\overline{24}$  geschnitten werden, so wären in der Gl. II) die Strecken  $b_1$  und  $b_1'$  negativ zu setzen. Ist  $b_1 = b_1' = 0$ , so ist  $q_1$  nach Gl. II) unbestimmt. (Drei Punkte liegen in einer Geraden.)

Gelegentlich kann ein rein graphisches, rasch durchführbares Verfahren zur Bestimmung des Karten- und Bildnadir's genügen bzw. erwünscht sein. Die bekannten Verfahren beginnen mit der Konstruktion des Bild- und Kartenhorizontes. Diese sind gegenüber dem folgenden Verfahren etwas langwieriger, im allgemeinen ungenauer und gestatten keine Kontrolle und

Ausgleichung, weil man die Überbestimmung der Aufgabe von vornherein unbeachtet läßt. Will man ferner auch die Flughöhe oder liegen drei Punkte in einer Geraden, so werden die bekannten Verfahren besonders umständlich bzw. undurchführbar

Wir gehen von den beiden Ebenen:  $O, 1, 3$  und  $O, 2, 4$  (Fig. 1) aus und bestimmen zunächst die wahren Größen der Winkel  $1' O S'$  und  $S' O 3'$ , indem wir diese in die Bildebene drehen (Fig. 3). Diese Konstruktion geschieht auf einem Pauspapier. Mit den so erhaltenen drei Strahlen  $O_0'1'$ ,  $O_0'S'$ ,  $O_0'3'$  führt man einen graphischen Rückwärtseinschnitt nach den in einer Geraden gelegenen Kartenpunkten  $1, S, 3$  durch. Die Normale vom rückwärts eingeschnittenen Punkt auf diese Gerade ergibt einen geometrischen Ort des Kartennadirs. Den zweiten findet man ganz analog, indem man von den Punkten  $2', S', 4'$  ausgeht. Bei der Durchführung der graphischen Rückwärtseinschnitte ist die Bedingung zu beachten, daß die Strecke  $OS$  (Fig. 1) in beiden Fällen gleich groß werden soll (Kontrolle bzw. Ausgleichung). Die Übertragung des Kartennadirs auf das Bild geschieht bei kleinen Nadirdistanzen am besten durch graphisches Rückwärtseinschneiden. Dabei vernachlässigt man bekanntlich Größen zweiter Ordnung, was für die graphische Lösung belanglos ist. Die Flughöhe ergibt sich als Kathete eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen rechter Winkel der Bildnadir und dessen Hypotenuse die Strecke  $OS$  ist. Es ist bemerkenswert, daß diese graphische Bestimmung der Nadirpunkte und natürlich auch die dieser Bestimmung entsprechende rechnerische [4 b] nicht versagt, wenn drei der gegebenen Punkte in einer Geraden liegen. In diesem Fall wird einer der beiden ebenen Rückwärtseinschnitte durch ein Dreieck, das durch zwei Seiten und einen Winkel bestimmt ist, ersetzt.

Sind von den Bild- und Kartenpunkten die Koordinaten gegeben, so kann man zur graphischen Bestimmung der Nadirpunkte die Bildkoordinaten etwa im Maßstab 3:1 auftragen und für die Auftragung der Kartenpunkte wird man den Maßstab so wählen, daß die Hauptdimensionen in beiden Zeichnungen ungefähr übereinstimmen.

In vorliegender Arbeit wurde bis jetzt vorausgesetzt, daß die vier Festpunkte in einer horizontalen Ebene liegen. Trifft dies nicht zu und sind die Höhenunterschiede klein (etwa  $1/10$  der Flughöhe) und bekannt, so wird man zweckmäßig nach dem beschriebenen graphischen Verfahren genäherte Nadirpunkte und Flughöhe ermitteln. Sodann berechnet man auf bekannte Weise die radialen Verschiebungen der Festpunkte, bezogen auf einen passenden Horizont. Dieser wird aus der Anschauung so gewählt, daß die Summe dieser Verschiebungen möglichst klein wird. Mit den so ermittelten Punkten wird die Berechnung des Bildnadirs durchgeführt. Wenn die Genauigkeit noch nicht genügt, werden nach Ermittlung des verbesserten Kartennadirs (Rückwärtseinschneiden) die radialen Verschiebungen verbessert und die Berechnung des Bildnadirs wird wiederholt.

Der Vollständigkeit wegen sei noch erwähnt, daß in neuerer Zeit auch noch andere Verfahren zur Bestimmung des Nadirpunktes eines Luftbildes

aus vier Paßpunkten behandelt wurden [1] [6a]. Diese ebenfalls nur geringen Zeitaufwand erfordernden Verfahren haben jedoch zur Voraussetzung, daß die Paßpunkte bestimmte Lagen aufweisen.

Sind nur drei in einer horizontalen Ebene gelegene Festpunkte gegeben (räumliches Rückwärtseinschneiden) und liegt eine Senkrechtaufnahme vor, so kann das beschriebene Verfahren ebenfalls Anwendung finden [3] [6b]: Man nimmt zu den drei Bildpunkten als vierten Punkt den Hauptpunkt und bestimmt seinen entsprechenden in der Karte, und zwar durch ebenes, graphisches Rückwärtseinschneiden. Liegt der Aufnahmestandpunkt im gefährlichen Zylinder, so liegt auch dieser Punkt auf dem durch die drei Festpunkte bestimmten gefährlichen Kreis. Will man größere Genauigkeit erreichen, so bestimmt man auf Grund des gefundenen Kartennadirs die Verbesserungen der Winkel für das ebene Rückwärtseinschneiden und wiederholt den Vorgang. Liegen die drei Festpunkte nicht genau in einer horizontalen Ebene, so wird man, so wie oben erwähnt wurde, die radialen Verschiebungen berücksichtigen und den Vorgang wiederholen.

(Fortsetzung folgt)

## Zur Frage der Vermarkung von Grundstücksgrenzen

Von Dipl.-Ing. Walter K u z m a n y

In dem Aufsatz von Dipl.-Ing. H l a w a t y „Zur Frage der Vermarkung der Besitzgrenzen landwirtschaftlich genutzter Grundstücke“ (Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen Nr. 4/1955) wurde ausgeführt, warum die bisherige Art, die Besitzgrenzen zu kennzeichnen, nicht mehr zweckmäßig ist.

Zu diesen Darstellungen in der Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen dürfen noch Erfahrungen bei Grundstückszusammenlegungen der Agrarbehörden gebracht werden.

1. Auch die letzten der alten Feldraine verschwinden im Zuge der Grundstückszusammenlegungen.

2. Die Bruchpunkte der neu entstandenen Besitzgrenzen sind im Sinne des § 845 a. b. G. B. durch Steine zu vermarken. Werden jedoch benachbarte Grundstücke verschiedener Eigentümer (Verwandtschaft, Pacht) gemeinsam bewirtschaftet, so widersetzen sich oft die Besitzer der Grundstücke der besonders beim Wenden hinderlichen Vermarkung. Hier ist auch die Gefahr, Luftreifen an scharfen Steinkanten zu beschädigen, am größten. Ob nun doch vermarktet wird oder nicht, beide Lösungen waren bisher unbefriedigend.

Es genügt in diesem Falle entsprechend der vorgeschlagenen „Kombination eines Grenzsteines mit einem Holzpflock“ nur die massive unterirdische Vermarkung. Im Falle einer Wirtschaftsteilung (Übergabe, Verkauf) braucht nur die oberirdische Vermarkung zentrisch aufgesetzt zu werden, was die Besitzer selbst machen können.

Personals im technischen Dienst dient demselben Zweck, weil es dadurch nun endlich möglich sein wird, verschiedene wegen Personalmangel immer wieder zurückgestellte Arbeiten durch die Vermessungsämter in Angriff zu nehmen.

Die menschliche Arbeitskraft ist so wertvoll, daß sie nur dort eingesetzt werden sollte, wo Maschinen nicht in der Lage sind, sie zu ersetzen. Wenn auch ihre Bewertung im Verhältnis zu den Kosten der Maschinen bei uns noch nicht so hoch ist wie in anderen Ländern, so dürfte sich dieses Verhältnis doch allmählich zu Gunsten der menschlichen Arbeitskraft verschieben.

*Literaturverzeichnis:*

- (1) K u r a n d t F.: Vom statischen zum dynamischen Kataster, Zeitschrift für Vermessungswesen 1954, Heft 10.
- (2) Bundesvermessungsdienst: Dienstvorschrift Nr. 33, Anlage und Fortführung des Grundkatasters (Schriftoperat), 1. Auflage 1952.
- (3) S u l z m a n n: Mechanisches Kataster, Vermessungstechnische Rundschau 1955, Heft 12.
- (4) B e l f i o r e Pl.: Grundzüge der Mechanisierung moderner Kataster, Rivista del Catasto, 1955, Nr. 4.
- (5) D r a h e i m H.: Randlochkarten im Liegenschaftskataster, Allgemeine Vermessungsnachrichten 1955, Nr. 5/6.

*Anmerkung der Schriftleitung:* Dem Vernehmen nach hat das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen auf Grund der vorliegenden Ergebnisse des praktischen Versuches beschlossen, die Umstellung des Schriftoperates des Grundkatasters auf das Lochkartensystem sofort zu beginnen. Für das Jahr 1956 ist die Umstellung von 70 bis 80 Katastralgemeinden mit insgesamt rund 150.000 Grundstücken vorgesehen.

## **Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung**

Von Ing. Karl Killian

(Schluß)

*B) Gegeben ist ein Luftbild mit bekannter innerer Orientierung sowie Bild- und Kartenkoordinaten von fünf im Raum gelegenen Punkten, deren Höhen beliebig groß und unbekannt sind. Gesucht: Bild- und Kartennadir.*

Die praktische Seite dieser Aufgabe ergibt sich, wenn man einen genauen Katasterplan (ohne Höhen) oder eine Schichtenkarte als gegeben annimmt, die durch Luftbildaufnahmen ergänzt werden sollen (Nadirpunkt-Triangulation im Gebirge und Orientierung für einfache Luftbild-Auswertegeräte). Auch in der Schichtenkarte sind häufig gut identifizierbare Punkte vorhanden, deren Höhen nicht bekannt sind bzw. nur aus den Schichtenlinien ermittelt werden könnten, was fast für alle Belange zu ungenau ist.

Daß zur eindeutigen Bestimmung der genannten Aufgabe im allgemeinen fünf Punktpaare notwendig und hinreichend sind, kann folgendermaßen

bewiesen werden (Fig. 4): Denkt man sich durch die fünf Zielstrahlen und den gesuchten Bildnadir je eine Ebene gelegt, so schließen diese fünf Ebenen vier voneinander unabhängige Winkel miteinander ein, die mit den entsprechenden, vom gesuchten Kartennadir ausgehenden, vier Winkeln identisch sein müssen. Diese Bedingungen sind hinreichend und notwendig. Die Gleichsetzung der entsprechenden Winkel ergibt vier Gln., die alle vier Koordinaten beider Nadirpunkte als Unbekannte beinhalten.

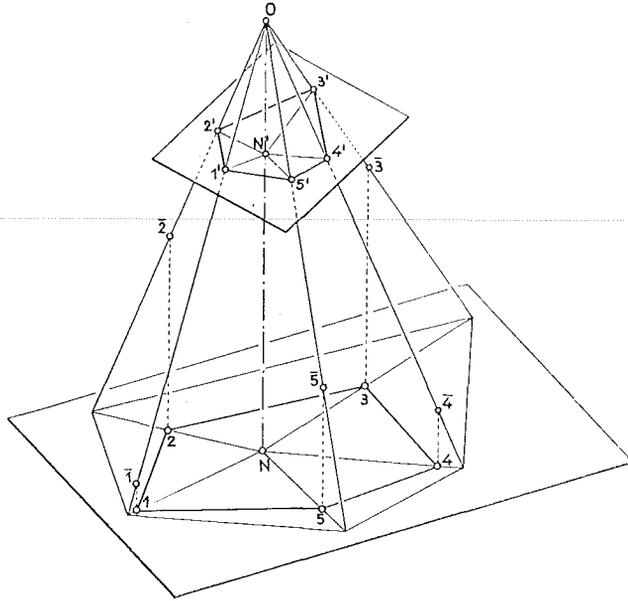


Fig. 4

Unsere Aufgabe kann auch als gegenseitige Orientierung zweier Luftbilder aufgefaßt werden, wobei die Bildweite eines der beiden Luftbilder unendlich groß anzunehmen ist. Die Kernachse bzw. die Kernpunkte sind in unserem Fall Lotrichtung bzw. Bild- und Kartennadir.

Ist die Nadirdistanz von beliebiger endlicher Größe und sind außerdem die Höhenunterschiede der Festpunkte beliebig groß, so sind die erwähnten vier Gln. für die Praxis kaum brauchbar zu gestalten. Ein anderer Versuch, das Problem zu lösen: Negiert man die innere Orientierung der „beiden Bilder“ (eine Bildweite ist unendlich groß) und beachtet man, daß die vom tatsächlichen Bildnadir und vom Kartennadir ausgehenden Strahlenbündel projektiv sind, so kommt man zum Problem der Projektivität. Dieses erfordert jedoch bekanntlich sieben einander zugeordnete Punkte. Diese allgemeine Aufgabe scheidet für die Praxis aus.

In der Folge werden Senkrechtaufnahmen (Nadirdistanz  $v < 4\text{g}$ ), aber beliebig große Höhenunterschiede der Festpunkte vorausgesetzt.

Die von  $N'$  ausgehenden Strahlen (Fig. 4) schließen Winkel miteinander ein, die sich bekanntlich von den entsprechenden Winkeln in der Kartenebene nur um Größen von zweiter und höherer Kleinheitsordnung unter-

scheiden. Sieht man zunächst von diesen Größen ab, so kann man sich die Bildebene so in die Kartenebene gelegt denken, daß  $N'$  mit  $N$  und alle genannten einander entsprechenden Strahlen zur Deckung kommen. Andererseits sind  $N$  und  $N'$  gefunden, wenn es gelingt, diese Lage der beiden Fünfecke zu erreichen. Eines der beiden Fünfecke können wir als fest annehmen und das andere legen wir in dieselbe Ebene und haben es also so zu verschieben und zu drehen, bis sich alle durch die fünf entsprechenden Punktepaare gezogenen Geraden in einem Punkt schneiden.

Daß zur eindeutigen Bestimmung dieses ebenen Problem es ebenfalls im allgemeinen fünf Punktepaare hinreichend und notwendig sind, folgt unmittelbar aus dem obigen für das allgemeine Problem geführten Beweis, wenn man die genannten Winkel zwischen den Ebenen, durch die in der Bildebene gelegenen Winkel ersetzt. Es ergeben sich also wieder 4 Gln. mit vier unbekanntenen Koordinaten. Ein anderer Beweis ergibt sich daraus, daß unser Problem in das Problem der Projektivität übergeht, wenn man zu unseren Fünfecken die beiden imaginären Kreispunkte hinzunimmt und die Winkel projektiv deutet.

Bemerkt sei, daß S. F i n s t e r w a l d e r [2 b] dasselbe Problem für zwei sphärische Fünfecke erörtert hat. Er ging von der trivialen Lösung des Problems der gegenseitigen Orientierung aus: Beide Zentren legt er zusammen. Die beiden zur gegenseitigen Orientierung notwendigen räumlichen Fünfstrahle schneiden aus einer Kugel, deren Mittelpunkt mit den Zentren zusammenfällt, zwei sphärische Fünfecke aus, die so gelegt werden sollen, daß sich die Großkreise durch je zwei entsprechende Punkte in einem gemeinsamen Punkt schneiden. Durch diesen Punkt muß die Kernachse gehen; denn je zwei entsprechende Strahlen liegen sodann in einer Ebene. Er erwähnte auch unser Problem, das dann entsteht, wenn der Kugelradius unendlich groß angenommen wird.

Wir greifen nun vier einander entsprechende Punkte der zwei Fünfecke heraus und fragen nach den Lagen, die ein Viereck gegenüber dem anderen einnehmen kann, wenn man wieder die Forderung stellt, daß sich die durch entsprechende Punkte gezogenen Geraden in einem Punkt schneiden. Für die genannten vier Koordinaten bestehen sodann nur drei Gln.; denn es gibt nur drei voneinander unabhängige entsprechende Winkel in den beiden Vierecken. Die Schnittpunkte der Geraden gehören daher einer Kurve an. Herr Prof. K r a m e s teilte mir mit, daß er die Eigenschaften dieser Kurven (sechsten Grades in zwei Kurven dritten Grades zerfallend) untersucht hat und diese veröffentlicht wird. Ausgehend vom Problem der Projektivität haben S t u r m (Math. Ann. 1869) und H. M ü l l e r (Math. Ann. 1870) diese Kurven erwähnt. Ihre Eigenschaften werden in vorliegender Arbeit nicht gebraucht; die erforderlichen Kurvenstücke (Tangenten) werden empirisch bestimmt.

Die Lösung der Aufgabe beginnt mit der Verwendung des in den Fig. 5 und 6 dargestellten Fadengerätes.  $T$  ist eine kreisrunde Tischplatte, deren Rand um die Stärke eines Zeichenpapiers erhöht und nach außen

hin gut abgerundet ist. *Z* ist ein etwa mit Klebestreifen ungefähr zentrisch befestigtes Zeichenblatt, auf dem ein rechtwinkeliges Achsenkreuz und die fünf Punkte nach ausgemessenen Bildkoordinaten etwa im Maßstab 3:1 aufgetragen sind. In diesen Punkten werden kleine Gabeln als Führungen für dünne Nylonfäden angebracht. Diese können aus feinen Nähnadeln hergestellt werden, indem man ihre Länge auf etwa 5 mm und außerdem den oberen Steg des Öres abschleift. Diese Gabeln werden mittels einer Flachzange in den genannten Punkten eingesetzt. Man kann auch eigens dazu gebaute,

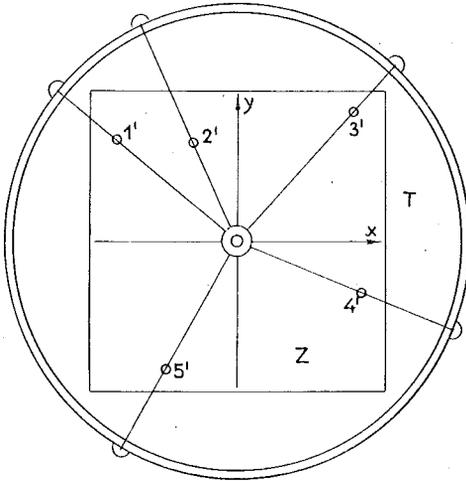


Fig. 5

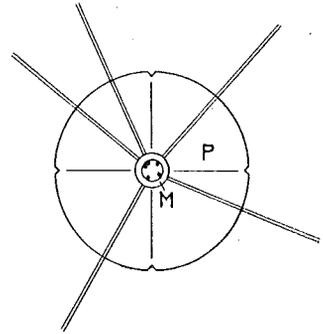


Fig. 6

etwa am eisernen Tisch magnetisch haftende Gabeln mit Randmarken zur Zentrierung herstellen. Die Fäden werden mit angehängten kleinen Gewichten gespannt und sollen sich in einem Punkt schneiden. Das „Schneiden“ wird durch die Zentrumplatte erreicht (Fig. 6). *M* ist eine Metallhülse. Ihre Bohrung hat etwa 0,7 mm Durchmesser (in der Fig. verhältnismäßig groß gezeichnet). Durch diese laufen mindestens fünf Fäden, die mit der Hülse fest verbunden sind. *P* ist eine ebenfalls mit der Hülse fest verbundene Plexiglasplatte, deren Durchmesser und Stärke etwa 5 bzw. 1 cm betragen. An der unteren Seite dieser Platte sind zur Zentrierung vier durch den Mittelpunkt gehende Gerade eingeritzt und am Ende dieser sind Kerben zur Markierung des Zentrums angebracht. Diese Markierung kann auch direkt im Zentrum mit einer im oberen Teil der Hülse geführten Pikier-nadel erfolgen. Man hat dafür zu sorgen, daß die Reihenfolge der Fäden immer beibehalten bleibt (gefärbte Fäden), weil sonst Zentrierungsfehler entstehen würden. Um das Auflegen eines Zeichenblattes leicht zu ermöglichen, ist es zweckmäßig, ober dem Gerät eine schwenkbare Konsole anzubringen, auf deren Ausleger die Zentrumplatte gelegt werden kann.

Die Kartenpunkte werden auf Pauspapier in einem entsprechenden Maßstab aufgetragen bzw. von der Karte übertragen. Das Pauspapier bringt man zwischen Fadensystem und Zeichenblatt. Die Zentrumplatte



des oben genannten Quadrates ist. Die von  $P', Q', R', S'$  ausgehenden, zu den Punkten  $1', 2', 3', 4', 5'$  gezogenen Richtungen werden nach der bekannten Beziehung  $\Delta \alpha = \frac{1}{4} \rho^c \nu^2 \sin 2\alpha$  in die Horizontalrichtungen umgewandelt. Diese Umwandlung kann geschehen: a) durch Rechnung, b) mit einer Vorrichtung nach Schwidely [5] oder mit dem Winkeltransformator [4a]. Für jeden der vier Punkte  $P', Q', R', S'$  werden je auf einem Pauspapier die umgewandelten Richtungen gezeichnet. Es werden drei Strahlen gewählt (z. B. die durch die Punkte  $1', 3', 4'$  gehen) und mit diesen werden durch graphisches Rückwärtseinschneiden die entsprechenden Kartenpunkte  $P, Q, R, S$ , die im allgemeinen kein Quadrat bilden, bestimmt. Zu jedem dieser Punkte schreibt man wieder die Abweichungen der beiden anderen Strahlen, und zwar wieder die Abweichung des einen Strahles ohne, die des andern mit Klammer. Analog der obigen Interpolation (Fig. 7) bestimmt man den Kartennadir. Den Bildnadir findet man, indem man die Seiten des Quadrates  $P', Q', R', S'$  proportional den entsprechenden Seiten des Kartennadirs teilt und die damit gefundenen Geraden zum Schnitt bringt.

Genügt auch die auf obige Weise erreichte Genauigkeit nicht, so muß man zur Berechnung greifen. Diese besteht im wesentlichen in der rechnerischen Durchführung der obigen Vorgänge: aus den Koordinaten des graphisch bestimmten Bildnadirs und aus den gegebenen Bildkoordinaten werden die Winkel zwischen den Strahlen berechnet. Sodann ändert man die Koordinaten des Bildnadirs um Beträge, die einem Quadrat ( $P_1', Q_1', R_1', S_1'$ ) von etwa  $0,4 \text{ mm}$  Seitenlänge entsprechen. Nach der Gauß'schen Relation werden die diesen Koordinatenänderungen entsprechenden Winkeländerungen zwischen den Strahlen bestimmt. Alle Richtungen werden wieder in Horizontalrichtungen umgerechnet, wobei eventuell auch das Glied dritter Kleinheitsordnung zu berücksichtigen ist. Der dem Punkt  $P_1'$  entsprechende Punkt  $P_1$  wird durch Rückwärtseinschneiden nach drei Punkten berechnet. Die senkrechten Abstände der zwei anderen Strahlen von ihren entsprechenden Punkten ergeben sich aus Richtungs-differenzen und graphisch ermittelten Entfernungen. Die den Punkten  $Q_1', R_1', S_1'$  entsprechenden Punkte  $Q_1, R_1, S_1$  werden nicht durch Rückwärtseinschneiden bestimmt, sondern auf bekannte Art durch Berechnung der den Winkeländerungen entsprechenden Tangentenverschiebungen (siehe z. B. Jordan: Handb. d. Verm. II. Bd., 9. Aufl., S. 481). Das Viereck  $P_1, Q_1, R_1, S_1$  wird im Maßstab etwa 100:1 konstruiert und die Interpolation des Bild- und Kartennadirs geschieht, wie oben behandelt wurde.

Aus dem Peripheriewinkelsatz ergeben sich unmittelbar folgende gefährliche Örter: Liegen alle fünf Bildpunkte und der Bildnadir oder alle fünf Kartenpunkte und der Kartennadir auf einem Kreis, so ist dieser Kreis ein für den Bild- bzw. Kartennadir gefährlicher Kreis. Diese gefährlichen Örter sind für die Praxis kaum von Bedeutung; denn die Nadirpunkte werden fast immer innerhalb der Fünfecke liegen.

Sind die Höhenunterschiede und ebenso  $\nu = 0$ , so sind Karten- und Bildfünfeck zueinander ähnliche Figuren. Wählt man einen Punkt in der

Kartenebene, so ergeben die nach den Punkten 1, 2, 3, 4 und 5 gezogenen Strahlen ein Strahlenbüschel, das kongruent ist jenem in der Bildebene gelegenen Strahlenbüschel, dessen Mittelpunkt im Lot über dem gewählten Punkt liegt. Zwei solche Ähnlichkeitspunkte sind also nur dann einander entsprechende Punkte, d. h. sie liegen nur dann auf einem durch das Projektionszentrum gehenden Strahl, wenn  $\nu = 0$ . Zwei beliebige Ähnlichkeitspunkte werden nach dem behandelten Verfahren nicht als Nadirpunkte erklärt; denn außer den fünf Punktepaaren steht noch der Hauptpunkt des Bildes zur Verfügung. Von diesem geht man bei der Lösung aus und würde ihn als Nadirpunkt erkennen, wenn er Nadirpunkt wäre. Für alle anderen Punkte der Bildebene würde, wie beschrieben wurde, die Umwandlung der Winkel vom Bild in die Kartenebene vorzunehmen sein. Allerdings handelt es sich dabei um Berücksichtigung von Größen zweiter Kleinheitsordnung, die besonders bei ähnlichen oder fast ähnlichen Fünfecken genaue Zeichnung bzw. Rechnung erfordert. Weiß man, daß das Gelände eben ist, so kann man die Fokalpunkte bestimmen, für die bekanntlich die Strahlenbüschel kongruent sind.

Die Nadirpunkte werden im allgemeinen umso genauer bestimmt werden, je größer die unbekanntenen Höhenunterschiede sind (mit diesen wächst der Unterschied der Winkel des Karten- und Bildfünfeckes Fig. 4) und die Durchführung des Verfahrens wird umso weniger Zeit erfordern, je kleiner  $\nu$  ist.

Eine Spezialisierung der Aufgabe ergibt sich, wenn man einen der fünf Festpunkte durch einen unendlich fernen Punkt ersetzt. Ein entsprechend gebauter Kurskreisel (mit Luftlagerung und künstlichem Horizont, Horizontkreisel mit Stützung) hält die Richtung während fünf Zeitminuten auf etwa zwei Bogenminuten (Kurskreisel mit guten Kugellagern haben etwa zehn- bis dreißigmal größere Abweichungen). An jenen Stellen des Bildstreifens, wo genügend viele Festpunkte vorliegen, kann die durch den Kurskreisel angezeigte Richtung in die Karte übertragen werden, die für die etwa innerhalb von fünf Zeitminuten folgenden Aufnahmen maßgebend ist. Auf das Zeichenblatt (Fig. 5) werden also die vier Bildpunkte und die Richtung zum Fernpunkt aufgetragen. Auf das Pauspapier werden die vier Kartenpunkte und ein Parallelenraster (Richtung zum Fernpunkt) aufgetragen. Bei der Aufsuchung der Nadirpunkte kann man in diesem Fall nur Verschiebungen, also keine Drehungen, ausführen, wodurch die Durchführung des Verfahrens abgekürzt wird.

An Stelle des Kurskreisels kann man die Richtung zur Sonne verwenden. Gleichzeitig mit der Geländeaufnahme erfolgt die Aufnahme der Sonne, wie dies S. F i n s t e r w a l d e r schon 1916 vorgeschlagen hat [2c]. Kennt man die Zenitdistanz  $z$  der Sonne, so ist damit ein geometrischer Ort für die Lotrichtung bestimmt (Rotationskegel, Spitze im Projektionszentrum, Öffnungswinkel  $2z$ ). Einen zweiten geometrischen Ort liefern die vier Festpunkte. Die Zenitdistanz  $z$  ergibt sich aus dem Dreieck: Pol, Zenit, Sonne. Der Aufnahmeort ist dazu nur auf 1–2 km genau erforderlich.

C) Gegeben sind zwei gegenseitig orientierte Luftbilder, in denen drei Punkte, die nur ihrer Situation nach bekannt sind, identifiziert werden können. Gesucht: Lotrichtung.

Im optischen Modell ergeben die drei Festpunkte ein im Raum gelegenes Dreieck, dessen Seitenlängen bis auf eine Ähnlichkeitstransformation bestimmt sind. Es ist also ein gegebenes dreikantiges Prisma mit einer Ebene so zu schneiden, daß die Schnittfigur zu einem gegebenen Dreieck ähnlich wird. Diese geometrische Aufgabe ist z. B. in E. M ü l l e r: Lehrb. d. Darst. Geometrie I. Bd. (Affinität und Maßverhältnisse) behandelt.

Für unsere Belange ist folgender analytische Weg zweckmäßig: Sind  $a, b, c$  die Seiten des gegebenen Festpunktdreieckes,  $m, n, o$  die zugeordneten Seiten des Dreieckes im optischen Modell und  $\lambda$  der Faktor der Ähnlichkeitstransformation, so folgt nach Fig. 8:

$$\begin{aligned} z_1^2 &= m^2 \lambda^2 - a^2 \\ (z_2 - z_1)^2 &= n^2 \lambda^2 - b^2 \\ z_2^2 &= o^2 \lambda^2 - c^2 \end{aligned}$$

Quadriert man  $(z_2 - z_1)$  und setzt man  $z_1$  aus der ersten und  $z_2$  aus der dritten Gl. in die zweite ein, so folgt:

$$o^2 \lambda^2 - c^2 - 2 \sqrt{(o^2 \lambda^2 - c^2) \cdot (o^2 \lambda^2 - c^2)} + m^2 \lambda^2 - a^2 = n^2 \lambda^2 - b^2$$

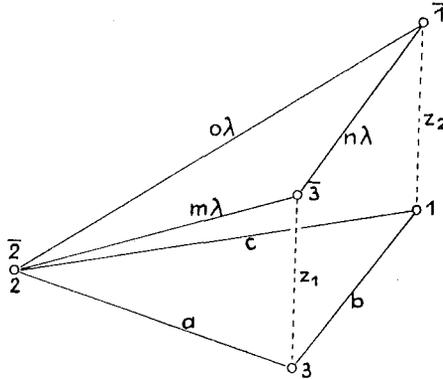


Fig. 8

Bringt man die Wurzel auf eine Seite und quadriert man, so folgt, wenn  $\lambda^2 = \xi$  gesetzt wird, eine quadratische Gl. in  $\xi$ . Mit  $\lambda$  findet man aus der ersten und zweiten Gl.  $z_1$  und  $z_2$ . Im behandelten Fall braucht man also (rein theoretisch) nur sechs Koordinaten der Festpunkte zur Bestimmung der Lotrichtung.

Von Interesse sind die bei diesen Bestimmungsstücken auftretenden Fehler in  $z_1$  und  $z_2$ . Wir differenzieren die drei Ausgangsgleichungen, dividieren sie der Reihe nach durch  $2m^2$ ,  $2n^2$ ,  $2o^2$  und erhalten:

$$\frac{z_1}{m^2} dz_1 = \frac{\lambda^2}{m} dm + \lambda d\lambda$$

$$\frac{z_2 - z_1}{n^2} (dz_2 - dz_1) = \frac{\lambda^2}{n} \cdot dn + \lambda d\lambda$$

$$\frac{z_2}{o^2} dz_2 = \frac{\lambda^2}{o} do + \lambda d\lambda$$

Von der zweiten Gl. zuerst die erste und dann die dritte Gl. subtrahiert, ergibt

$$\frac{z_2 - z_1}{n^2} (dz_2 - dz_1) - \frac{z_1}{m^2} \cdot dz_1 = \lambda^2 \left( \frac{dn}{n} - \frac{dm}{m} \right)$$

$$\frac{z_2 - z_1}{n^2} (dz_2 - dz_1) - \frac{z_2}{o^2} \cdot dz_2 = \lambda^2 \left( \frac{dn}{n} - \frac{do}{o} \right)$$

Dividiert man diese Gl. durch  $\lambda$  und beachtet man die drei Ausgangsgleichungen, so folgt:

$$\frac{z_2 - z_1}{(z_2 - z_1)^2 + b^2} (dz_2 - dz_1) - \frac{z_1}{z_1^2 + a^2} dz_1 = \frac{dn}{n} - \frac{dm}{m} \quad \dots \text{VI)}$$

$$\frac{z_2 - z_1}{(z_2 - z_1)^2 + b^2} (dz_2 - dz_1) - \frac{z_2}{z_2^2 + c^2} dz_2 = \frac{dn}{n} - \frac{do}{o} \quad \dots \text{VII)}$$

Wir haben somit zwei lineare Gln. mit zwei Unbekannten:  $dz_1$  und  $dz_2$ . Zur ziffernmäßigen Berechnung ist zu beachten, daß die Koeffizienten von  $dz_1$  und  $dz_2$  aus den ermittelten bzw. näherungsweise bekannten Höhen berechnet werden können. Die rechten Seiten dieser Gln. beinhalten die relativen Fehler der mit dem Autographen ausgemessenen Strecken. Das Vorzeichen dieser relativen Fehler ist unbekannt. Der mittlere relative Fehler ist ein Erfahrungswert. Wir setzen in VI) und VII) die numerischen Werte der Koeffizienten von  $dz_1$  und  $dz_2$  ein und lassen die rechten Seiten unverändert. Eliminiert man dann  $dz_2$ , so folgt:

$$dz_1 = C_1 \left( \frac{dn}{n} - \frac{dm}{m} \right) + C_2 \left( \frac{dn}{n} - \frac{do}{o} \right) = (C_1 + C_2) \frac{dn}{n} - C_1 \frac{dm}{m} - C_2 \frac{do}{o}$$

wobei  $C_1$  und  $C_2$  berechnete Zahlen sind. Somit ergibt sich der mittlere Fehler von  $z_1$  aus der Gl.:

$$m_{z_1}^2 = (C_1 + C_2)^2 r_n^2 + C_1^2 r_m^2 + C_2^2 r_o^2 \quad \dots \text{VIII)}$$

wobei  $r_n, r_m, r_o$  die mittleren relativen Fehler der Strecken  $n, m, o$  sind.

Schon aus der Anschauung folgt, daß die Fehler in  $z_1$  bzw.  $z_2$  dann um eine Größenordnung anwachsen, wenn  $z_1$  und  $z_2$  selbst gegen Null gehen, d. h. wenn Dreieck  $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$  ähnlich wird dem Dreieck 1, 2, 3.

Sind von mehr als drei Punkten die Koordinaten bekannt, so ergibt sich eine geometrisch überbestimmte Aufgabe. Das unter B) behandelte Problem wäre also zweifach überbestimmt, wenn man von zwei gegenseitig orientierten Luftbildern ausgegangen wäre.

**D)** Gegeben sind zwei gegenseitig orientierte Luftbilder, in denen vier Nivellement- oder barometrisch bestimmte Punkte (Lage unbekannt) identifiziert werden können. Gesucht: Lotrichtung.

Im optischen Modell bilden die vier genannten Punkte ein räumliches Viereck  $0, \bar{1}_0, \bar{2}_0, \bar{3}_0$  (Fig. 9). Durch den tiefsten Punkt legen wir das Koordinatensystem  $x, y, z$ . Die drei gegebenen Höhenunterschiede  $h_1, h_2, h_3$  bestimmten drei horizontale Ebenen  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ , die geometrischen Örter der drei gesuchten Punkte  $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$  des Viereckes. Wir haben also die geometrische Aufgabe: Gegeben sind vier parallele Ebenen und ein räumliches Viereck, dessen Eckpunkte den Ebenen zugeordnet sind. Durch Drehstreckung des räumlichen Viereckes soll erreicht werden, daß die entsprechenden Eckpunkte desselben in zugeordneten Ebenen zu liegen kommen.

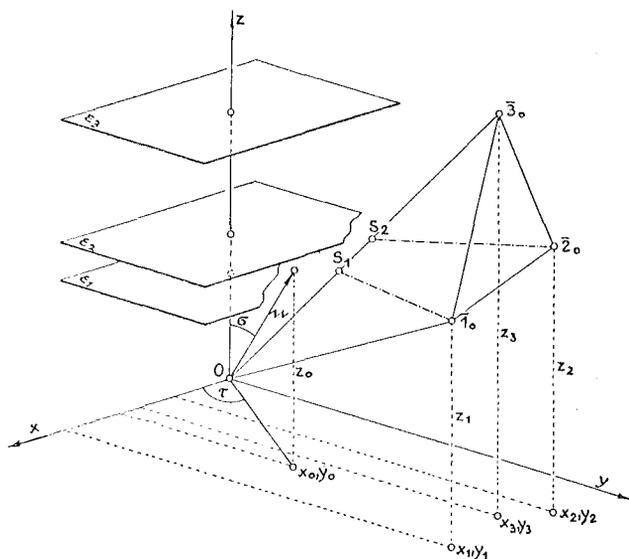


Fig. 9

Zunächst bestimmen wir drei zueinander parallele Ebenen  $\bar{\epsilon}_1, \bar{\epsilon}_2, \bar{\epsilon}_3$ , die durch die Punkte  $\bar{1}_0, \bar{2}_0, \bar{3}_0$  gehen und deren Abstände sich so verhalten, wie die entsprechenden Abstände der drei gegebenen Ebenen  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ . Teilt man die Strecke  $0\bar{3}_0$  im Verhältnis der Höhenunterschiede  $h_1 : h_3 = \lambda_1$  bzw.  $h_2 : h_3 = \lambda_2$ , so erhält man die Punkte  $S_1$  bzw.  $S_2$ . Man erkennt unmittelbar, daß  $S_1$  bzw.  $S_2$  die Schnittpunkte der Strecken  $0\bar{1}_0$  mit den Ebenen  $\bar{\epsilon}_1$  bzw.  $\bar{\epsilon}_2$  sind. Die Ortsvektoren zu den Punkten  $1_0, 2_0, 3_0$  nennen wir  $p_1, p_2, p_3$ , ihre Koordinaten sind aus der Figur ersichtlich:

$$\begin{aligned} p_1 &= x_1 i + y_1 j + z_1 f \\ p_2 &= x_2 i + y_2 j + z_2 f \\ p_3 &= x_3 i + y_3 j + z_3 f \end{aligned}$$

Nennt man die den Strecken  $\bar{1}_0 S_1$  und  $\bar{2}_0 S_2$  entsprechenden Vektoren  $r_1$  bzw.  $r_2$ , so folgt:

$$\begin{aligned}v_1 &= \lambda_1 p_3 - p_1 \\v_2 &= \lambda_2 p_3 - p_2\end{aligned}$$

Der Normalvektor zu den gesuchten Ebenen  $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$ :

$$n = v_1 \times v_2 = [(\lambda_1 x_3 - x_1) i + (\lambda_1 y_3 - y_1) j + (\lambda_1 z_3 - z_1) f] \times [(\lambda_2 x_3 - x_2) i + (\lambda_2 y_3 - y_2) j + (\lambda_2 z_3 - z_2) f]$$

Bezeichnet man die somit numerisch berechenbaren Koordinaten von  $v_1$  und  $v_2$  der Reihe nach mit  $u_1, v_1, w_1$  bzw.  $u_2, v_2, w_2$ , so folgt:

$$n = v_1 \times v_2 = \begin{vmatrix} i & j & f \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = x_0 i + y_0 j + z_0 f \quad \dots \text{IX)}$$

$x_0, y_0, z_0$ , sind also die Koordinaten des zu den Ebenen  $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$  normalen Vektors  $n$ .

Der Vektor  $n$  und damit das Modellviereck sind nun so zu drehen, daß  $n$  mit  $z$  zusammenfällt. Diese Drehung kann zusammengesetzt werden aus einer Drehung um die  $z$ -Achse und einer um die  $y$ -Achse. Den Winkel der ersteren Drehung nennen wir  $\tau$ , den zweiten  $\sigma$ . Aus Fig. 9 ersieht man

$$\tan \tau = \frac{y_0}{x_0}, \quad \tan \sigma = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{z_0} \quad \dots \text{X)}$$

Darauf erfolgt eine Änderung der Länge der Basis, bis  $\bar{3}_0$  in die Ebene  $\varepsilon_3$  fällt, d. h. daß  $z_3 = h_3$  wird. Sodann liegen auch alle anderen Punkte des Viereckes in ihren zugeordneten Ebenen. Die rechnerische Ermittlung der Koordinaten der Punkte  $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$  ist einfach, da die Winkel  $\tau$  und  $\sigma$  bereits bekannt sind.

Eine Erweiterung und Fehleruntersuchung dieses für die Praxis beachtenswerten Problemes wird in einer folgenden Veröffentlichung gegeben.

Zu der unter A) behandelten Aufgabe sei noch bemerkt, daß Wilsing [8] die Bestimmung des Bildhorizontes aus einem projektiven Vor- und zwei projektiven Rückwärtseinschnitten erörtert. Auch dieser Weg ist gegenüber dem angeführten „trivialen“ Weg sehr langwierig.

#### L i t e r a t u r:

1. *Burkhardt R.*: Äußere Orientierung von Senkrechtaufnahmen aus Karten. Bildm. u. Luftbildw. 1948, Heft 3/4.
2. *Finsterwalder S.*: a) Über die Konstruktion von Höhenkarten aus Ballonaufnahmen. Sitzungsber. d. bayr. Akad. d. Wiss. 1900.  
b) Eine Grundaufgabe der Photogrammetrie und ihre Anwendung auf Ballonaufnahmen. Sitzungsber. d. bayr. Akad. d. Wiss. 1903.
3. *Gollhardt E.*: c) Alte und neue Hilfsmittel der Landvermessung, Festrede 1916.  
Ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der äußeren Orientierung von Senkrechtaufnahmen, Bildm. u. Luftbildw. 1952, Heft 3.
4. *Killian K.*: a) Einbildphotogrammetrie zur topographischen Festlegung markanter Punkte in Erd- und Luftbildkarten, Ö. Z. f. V. 1950, Heft 1/2.  
b) Über das Rückwärtseinschneiden im Raum, Ö. Z. f. V., 1955, Heft 4.

5. *Schwidersky K.:* Die Radialschlitz-Triangulation eine neue Ausführungsform der Radialtriangulation. Luftb. u. Luftbildm. Nr. 29, S. 26, und Radialsector, Prospekt Zeiss-Aerograph, München.
6. *Sutor J.:*
  - a) Äußere Orientierung beliebig gerichteter Luftbilder aus Karten. Bildm. u. Luftbildw., 1943, Heft 1/2.
  - b) Neue einfache Verfahren der Auswertung und Triangulation von Senkrechtaufnahmen flachen Geländes, Bildm. u. Luftbildw., 1955, Heft 1.
7. *Tham P.:* Die vollständige Lösung des Rückwärtseinschnittes. Z. f. V. 1943, S. 216.
8. *Wilsing H.:* Der projektive Rückwärtseinschnitt, Diss. Universität Bonn, 1948.

## Kleine Mitteilungen

### Staatsoberhaupt besucht die Ausstellung des staatlichen Vermessungswesens

Bundespräsident Dr. K ö r n e r besuchte am 21. Juni l. J. in Begleitung von Kabinettsdirektor Sektionschef Dr. T o l d t die Ausstellung „150 Jahre staatliches Vermessungswesen in Österreich“ im Techn. Museum. Der Bundespräsident wurde in Vertretung des Handelsministers von Sektionschef Dipl.-Ing. K l o ß, Präsident Doktor S c h i f f m a n n und den leitenden Beamten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen begrüßt. Er zeigte für die Ausstellung größtes Interesse und gab wiederholt seiner Befriedigung über die ausgestellten Schaustücke Ausdruck.

Der Bundespräsident wurde bei seinem Erscheinen von den zahlreichen Besuchern des Technischen Museums lebhaft akklamiert. Es bereitete ihm eine sichtliche Freude, als ein Knabenchor einer Wiener Volksschule zum Abschied die Bundeshymne sang.

### Stiftung der Brock-Medaille für Verdienste auf photogrammetrischem Gebiete

Schon im Jahre 1921 hat der bekannte französische Geodät Paul H e l b r o n n e r eine von der „Société française de Photographie“ bzw. ihrer „Section Laussedat“ zu verleihende Medaille für hervorragende Verdienste auf dem Gebiete der Photogrammetrie gestiftet. Nunmehr ist Mr. Virgil K a u f f m a n n aus den USA diesem Beispiel gefolgt und hat im Jahre 1955 die *Brock-Medaille* gestiftet, welche von der „Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie“ (ISP) verliehen wird.

Sie dient der Erinnerung an die aerophotogrammetrischen Pionierarbeiten in den USA, die 1914 in Philadelphia unter der Leitung von Arthur und Norman B r o c k begonnen. Die Genannten entwickelten das Brock-Verfahren und gründeten 1920 eine Gesellschaft, welche die ersten genauen photogrammetrischen Aufnahmen in den USA und in Kanada machte. Trotz Durchführung vieler guter topographischer Aufnahmen mußte die Gesellschaft mangels entsprechender Aufträge 1930 ihre Tätigkeit einstellen. Einige Jahre später erwarb die „Aero-Service Corporation“ die Patente und die Ausrüstung. Während der Kriegsjahre wurden ohne wesentliche Veränderung mit Hilfe der Brockausrüstung und -technik hunderte von topographischen Karten von den USA und von außeramerikanischen Gebieten hergestellt.

Die *Brock-Auszeichnung* besteht aus einer Medaille und einer Ehrenurkunde. Sie wird vom Ausschuß der ISP auf Grund eines einstimmigen Beschlusses der Ausschußmitglieder an Einzelpersonen als Anerkennung für hervorragende Leistungen auf dem Gebiete der Photogrammetrie, sowohl für Erfindung neuer Methoden als auch neuer Aufnahme- und Auswertegeräte verliehen, wenn die Leistung so bedeutend ist, daß sie als Markstein in der Entwicklung der Photogrammetrie angesehen werden kann. Die