# Die Minimalsysteme der metrischen Reduktion

Karl Ledersteger [1]

[1] *Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **44** (2), S. 43–50

1956



```
@ARTICLE{Ledersteger_VGI_195610,
Title = {Die Minimalsysteme der metrischen Reduktion},
Author = {Ledersteger, Karl},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {43--50},
Number = {2},
Year = {1956},
Volume = {44}
}
```

# Die Minimalsysteme der metrischen Reduktion

*2. Bericht, vorgelegt der Studienkommission „Nivellement und Schwere" im September 1952*

Von K. Ledersteger, Wien

*(Veröffentlichung der Österr. Kommission für die Internationale Erdmessung)*

In meinem ersten Bericht: „Die einheitliche Begründung der metrischen Höhendefinitionen"[1]) habe ich kritisch zu prüfen versucht, inwieweit die drei Forderungen, die man billigerweise an die sogenannten metrischen Höhen stellen kann, miteinander verträglich sind. Es zeigte sich, daß sich alle möglichen metrischen Höhen bei Ausgang von den dynamischen Höhen auf eine Form bringen lassen, bei der die Reduktion aus dem Produkt der jeweiligen Höhe in einen leicht berechenbaren Faktor besteht. Die erste der drei Forderungen, nämlich Einfachheit der Berechnung, ist für alle metrischen Höhen mit Ausnahme der wahren Meereshöhen gleicherweise erfüllbar. Hingegen widersprechen sich die beiden anderen Forderungen: Kleinheit der metrischen Korrektionen und Wirklichkeitsnähe. Aus dieser Erkenntnis ergab sich der zwingende Schluß, daß die wohlbekannte Helmert'sche Gebirgsreduktion den wissenschaftlichen Anforderungen am besten genügt, wenn man die mühselige Berechnung der topographischen Reduktionen vermeiden will.

Die Gedankengänge des ersten Berichtes lassen sich auf folgende kürzeste Form bringen:

Da es derzeit keinerlei Schwierigkeiten mehr bietet, die Schwerewerte in den Oberflächenpunkten mittels Gravimetermessungen in genügender Dichte zu bestimmen, kann die dynamische Höhendifferenz zwischen zwei Punkten $A$ und $B$ aus den unmittelbaren Nivellementshöhen mit beliebiger Schärfe ermittelt werden:

$$H'_{AB} = \sum_{A}^{B} \triangle h + \sum_{A}^{B} \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \triangle h \,. \qquad \ldots \quad (1)$$

Das Korrektionsglied, das sinngemäß als „dynamische Wegkorrektion $DK\,(AB)$" von $A$ nach $B$ bezeichnet werden darf, ergibt sich dabei auf Grund der bekannten Definition der dynamischen Höhen aus dem Differential des Potentiales:

$$d\,W = g\,dh = \gamma_{45}\,dh', \qquad \ldots \quad (2)$$

wobei $\gamma_{45}$ die normale Schwerkraft im Meeresniveau unter $45^0$ Breite darstellt. Infolge der Unabhängigkeit der dynamischen Höhenunterschiede vom Wege:

$$H'_B = H'_A + H'_{AB} \qquad \ldots \quad (3)$$

---

[1]) Vorgelegt der Studienkommission 4 der A. I. G. im Juni 1952, Bulletin géodésique Nr. 32, Juni 1954.

findet man anschließend die wahre Seehöhe $H$ jedes beliebigen Punktes $B$ aus seiner dynamischen Höhenkote $H'$ mittels eines fiktiven Nivellements entlang seiner Lotlinie:

$$H'_B = H_B + \int_{B'}^{B} \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}}\, dh \qquad \ldots \quad (4)$$

Die hier auftretende Korrektion nennen wir die „Wahre vertikale dynamische Korrektion $VDK\,(B)_w$" des Punktes $B$. Ihre Berechnung ist ohne eine hypothetische Annahme über die Schwereverteilung in der Erdkruste nicht möglich.

Die Formeln (1) und (4) stellen bereits die gesamte Lösung des Problemes dar. Ausgehend vom Meer gewinnt man nach (1) ein hypothesenfreies System dynamischer Höhen. Vermindert man dann die jeweilige dynamische Kote um die vertikale dynamische Korrektion, so ist die Seehöhe $H$ unter Ausschaltung der üblichen orthometrischen Reduktion auf kürzestem Wege gefunden.

Die Seehöhe stellt als Lotlinienlänge den Grundtyp der metrischen Höhen dar. Ersetzt man die wahren Schwerewerte in den Punkten der Lotlinien durch irgendwelche fiktive Werte $\mu$, so ist die zugehörige metrische Höhe $M$ durch die Relation:

$$d\,W = \gamma_{45}\, dh' = \mu\, dm \qquad \ldots \quad (2a)$$

definiert. Analog (4) findet man sofort:

$$H'_B = M_B + \int_{B'}^{B} \frac{\mu - \gamma_{45}}{\gamma_{45}}\, dm\,. \qquad \ldots \quad (4a)$$

Der zweite Term ist die zur Definition von $\mu$ gehörige vertikale dynamische Korrektion $VDK(B)\mu$. Setzt man (4a) und (1) in (3) ein, so folgt unmittelbar:

$$M_B = (M_A + \Sigma \triangle h) + VDK(A)\mu + DK(AB) - VDK(B)\mu, \qquad \ldots \quad (5)$$

in welcher Gleichung die letzten drei Glieder die zugehörige „metrische Korrektion" darstellen. Der Ausdruck „orthometrische Korrektion" soll für die wahren oder genäherten (H e l m e r t schen) Seehöhen reserviert bleiben. Die metrische Korrektion reduziert sich für jede geschlossene Schleife $B = A$ auf den negativen theoretischen Schlußfehler $\varepsilon$:

$$\sum_{A}^{A} \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \triangle h = \frac{1}{\gamma_{45}} \oint g\,dh - \oint dh = -\varepsilon, \qquad \ldots \quad (6)$$

da ja das Schleifenintegral über $g\,dh$ verschwinden muß, während das Nivellementsergebnis $\oint dh$ wegen der Nichtparallelität der Niveauflächen von Null verschieden sein muß. Mithin wird bei allen metrischen Höhen der wahre Schleifen-Schlußfehler getilgt.

Zur Berechnung der vertikalen dynamischen Korrektionen darf man für die Schwerewerte entlang der Lotlinien — übrigens auch für $\mu = g$, d. h. für die wahren Meereshöhen! — in Analogie zur Freiluftreduktion ein lineares Gefälle annehmen. Dann braucht man bloß den für den Mittelpunkt der Lotlinie geltenden Wert:

$$\frac{\bar{\mu} - \gamma_{45}}{\gamma_{45}}$$

mit der metrischen Höhe des Punktes zu multiplizieren und findet allgemein:

$$\left.\begin{aligned} M_{\mathrm{B}} &= H'_{\mathrm{B}} - \frac{\bar{\mu} - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} M_{\mathrm{B}} \\ \text{oder:} \quad \bar{\mu} M_{\mathrm{B}} &= \gamma_{45} H'_{\mathrm{B}} = \bar{g}\, H_{\mathrm{B}}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (7)$$

Im Korrektionsglied der ersten Form kann bei Vernachlässigung von Größen zweiter Ordnung die metrische Höhe $M$ mit der wahren Seehöhe $H$ oder mit der dynamischen Höhe $H'$ vertauscht werden.

Die metrischen Höhen zerfallen in zwei Gruppen, deren erste die wahren Meereshöhen im Sinne N i e t h a m m e r s und die H e l m e r t-Höhen umfaßt. Diese beiden Höhen unterscheiden sich nämlich lediglich um die topographische Korrektion. Sieht man von dieser ab, so wird beidemale der Schwerewert im Mittelpunkt der Lotlinie aus dem beobachteten Oberflächenwert durch Addition der Freiluftreduktion für die halbe Seehöhe und durch Subtraktion der Anziehung der B o u g u e r schen Platte gewonnen. Die Abweichung zwischen den wahren Seehöhen und den H e l m e r t-Höhen erreicht dort ihr Maximum, wo das Gelände am stärksten von der idealen Platte abweicht, also nicht auf den Bergesgipfeln, sondern auf den Berghängen. Die Anziehung der B o u g u e r schen Platte verschwindet bei vorausgesetzter Homogenität im Mittelpunkt der Lotlinie aus Symmetriegründen. Mithin verbürgt gerade die Plattenreduktion die Wirklichkeitsnähe der H e l m e r t-Höhen. Durch diese Verringerung des Schweremittelwertes wird die weitere Ausbuchtung der über dem Geoid gelegenen Niveauflächen berücksichtigt. Für die H e l m e r t-Höhen gewinnt man $\bar{\mu}$ aus dem Oberfächenwert gemäß:

$$\bar{\mu} = g_{\mathrm{B}} + 0.0414\ H_{\mathrm{m}}\ mgal. \quad \ldots \quad (8)$$

Die orthometrischen Korrektionen sind zwar kleiner als die dynamischen, jedoch für die Zwecke der Praxis, d. h. für den Anschluß technischer Nivellements, noch immer zu groß.

Kleinere metrische Korrektionen erzielen die metrischen Höhen der zweiten Gruppe, bei denen bloß die Freiluftreduktion verwendet wird. Dies ist physikalisch auch leicht einzusehen. Denn die Vernachlässigung der Plattenreduktion bewirkt eine Einebnung der relativen Undulationen der äußeren Niveauflächen gegenüber dem Geoid. Je mehr aber die Niveauflächen parallel werden, desto geringer fallen natürlich die metrischen Korrektionen aus. Bisher sind zwei derartige Höhen definiert worden. Bei den orthodynamischen Höhen V i g n a l s, die man auch als modifizierte sphäroidische Höhen bezeichnen kann, wird $\bar{\mu}$ aus der normalen Schwere $\gamma_0$ im Fußpunkt des Lotes durch Verminderung um die Freiluftreduktion für die halbe Seehöhe hergeleitet:

$$\bar{\mu} = \gamma_0 - 0.1543\ H_m\ mgal, \quad \ldots \quad (9)$$

während für die B a r a n o v-Höhen $\bar{\mu}$ als das arithmetrische Mittel aus dem beobachteten Oberflächenwert $g$ und der normalen Schwere $\gamma_0$ im Fußpunkt des Lotes gebildet wird:

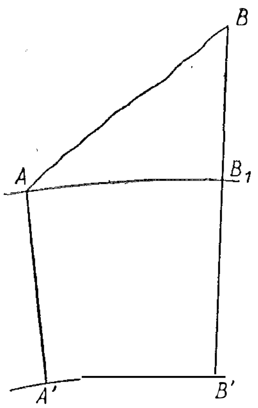
$$\bar{\mu} = \tfrac{1}{2}\ (g + \gamma_0)\ . \quad \ldots \quad (10)$$

Nachdem einmal feststeht, daß die Geoidforschung die wahren Seehöhen oder zumindest die H e l m e r t-Höhen nicht entbehren kann, können die metrischen Höhen der zweiten Gruppe höchstens eine praktische Bedeutung beanspruchen, insofern sie sich wegen ihrer kleineren metrischen Korrektionen besser als Gebrauchshöhen für den Anschluß technischer Nivellements eignen. Hier erhebt sich sofort die Frage nach den Minimalsystemen der metrischen Korrektion, weil die zugehörigen metrischen Höhen natürlich die besten Gebrauchshöhen abgeben würden. Leider lassen sich aber diese Minimalsysteme nicht in voller Allgemeinheit definieren.

Für ein flaches Land wird das Minimalsystem der metrischen Korrektionen durch eine dritte Art metrischer Höhen repräsentiert, die wir als „modifizierte sphärische Höhen" bezeichnen dürfen. Man gewinnt sie leicht in Analogie zu V i g n a l s orthodynamischen Höhen. Sind diese nämlich modifizierte sphäroidische Höhen, weil in den Oberflächenpunkten mit der wahren, in den Punkten der Lotlinien aber mit der theoretischen Schwere operiert wird, so wird bei den modifizierten sphärischen Höhen eine nur mit der Höhe veränderliche, also von der geographischen Breite unabhängige Schwere $\mu$ verwendet. Hat V i g n a l den fiktiven Übergang auf das Normalsphäroid der Erde vorgenommen, so liegt jetzt im Sinne dieses Kunstgriffes der Übergang auf eine homogene oder geschichtete Kugel vor, für die die Schwere $\mu$ im Meeresniveau passend gewählt wird. Es ist unmittelbar einzusehen, daß damit für flaches Gelände das Minimalsystem der metrischen Korrektionen vorliegt; denn die Niveauflächen der Kugel liegen streng parallel. Hingegen verschwinden die metrischen Korrektionen nicht vollständig, weil wie bei allen metrischen Höhen die dynamische Wegkorrektion mit den wahren Schwerewerten berechnet wird, sodaß auch die modifizierten sphärischen Höhen auf den wahren theoretischen Schleifen-Schlußfehler führen. Es sei besonders betont, daß auf diesen Umstand größter Wert zu legen ist. Irgendwelche Definitionen von Gebrauchshöhen, die nicht den wahren Schlußfehler liefern, sind strikte abzulehnen.

Für ein von der geographischen Breite unabhängiges $\mu$ reduziert sich die metrische Korrektion:

$$MK(AB)\mu = VDK(A)\mu + DK(AB) - VDK(B)\mu \quad \ldots \quad (5a)$$




auf den Ausdruck:

$$MK(AB)\mu = DK(AB) - \int_{B_1}^{B} \frac{\mu - \gamma_{45}}{\gamma_{45}}\, dm\,; \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

denn die Unabhängigkeit der fiktiven Schwere $\mu$ von der geographischen Breite bedingt wegen (2a), daß für je zwei benachbarte Niveauflächen

$$dm = \frac{1}{\mu}\, dW$$

konstant ist, also die Niveauflächen „parallel" gemacht werden.

Die Differenz (11) wird umso kleiner ausfallen, je flacher das Land ist und je weniger sich die fiktiven Schwerewerte $\mu$ im Lotlinienschnitt $B_1B$ von den wahren Schwerewerten $g$ auf dem Wege $A \longrightarrow B$ unterscheiden.

Man wird also für ein kleineres flaches Land geringer Breitenausdehnung ein mehr oder minder dichtes Netz möglichst gleichmäßig verteilter beobachteter Schwerewerte mittels der Freiluftformel auf das Meeresniveau reduzieren und den Mittelwert der Schwere $\mu_0$ an der Oberfläche der fiktiven Kugel gleichsetzen. Eventuell kann $\mu_0$ auch mit der normalen Schwere $\gamma$ im Meeresniveau für die Mittelbreite des Landes identifiziert werden. Dann ergeben sich die modifizierten sphärischen Höhen $S$ nach (7) aus den dynamischen Höhen $H'$ mit:

$$\bar{\mu} = \mu_0 - 0.1543\ H_m\ mgal\,. \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Für noch kleinere Gebiete, etwa für bestimmte technische Projekte, kann man übrigens $\mu$ als konstant annehmen und der mittleren Schwere $g_m$ des Vermessungsgebietes gleichsetzen. Man erkennt sofort, daß die so definierte metrische Höhe mit dem lokalen Minimalsystem dynamischer Höhen zusammenfällt:

$$H''_{AB} = \sum_A^B \triangle h + \sum_A^B \frac{g - g_m}{g_m} \triangle h\,. \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Strebt man aber ein für das ganze Land einheitliches Netz von Gebrauchshöhen an, dann werden sich für Länder größerer Breitenausdehnung oder für gebirgige Länder die metrischen Höhen $\mu = \gamma$, d. h. die V i g n a l-schen Höhen besser als Gebrauchshöhen empfehlen. Mit dieser Wahl wird man nämlich im allgemeinen die Differenzen (11) kleiner halten können, die ja außer von den Höhenunterschieden $\blacktriangle h$ wesentlich von den Größen $(g - \mu)$ abhängen; dafür aber muß man den Einfluß der Nichtparallelität der Niveauflächen des Normalsphäroides der Erde zwischen $A'$ und $A$ in Kauf nehmen. Mithin muß in jedem Einzelfalle individuell geprüft werden, ob die modifizierten sphäroidischen oder die modifizierten sphärischen Höhen die besseren Gebrauchshöhen abgeben. Die Wahl der Gebrauchshöhen kann auch ohneweiters jedem Staat überlassen bleiben, wenn nur in den Landesvermessungsämtern neben den Gebrauchshöhen auch die dynamischen und die wahren oder Helmertschen Seehöhen geführt werden.

Für eine erste numerische Erprobung ziehen wir wieder den Übergang über den S. Bernardino-Paß heran. Alle nötigen Ausgangsdaten sind dem ersten Bericht entnommen. Die wahre Seehöhe der Ausgangsstation Reichenau ist mit genau 600 *m* angenommen:

$$H_A = 600.0000\ m\,.$$

Die Höhen $h_i$ der ersten Kolonne der folgenden Tabelle gelten als unmittelbares Nivellementsergebnis:

$$h_i = 600.0\ m + \sum_A^i \triangle h\,.$$

Es folgen die dynamischen Wegkorrektionen zwischen dem jeweiligen Punkt $i$ und der Ausgangsstation $A$ und sodann die dynamischen Höhen $H'_i$ in Metern. Für die vier im ersten Bericht behandelten metrischen Höhen sind anschließend die vertikalen dynamischen Korrektionen und die metrischen Korrektionen nebeneinandergestellt. Letztere sind in allen Fällen nach (5a) berechnet und mittels:

$$MK(AI) = M_i - M_A - (h_i - 600.0)\ m$$

überprüft.

Für die Berechnung der modifizierten sphärischen Höhen $S$ werden die bereits von Baeschlin[2]) interpolatorisch ermittelten Oberflächen-Schwerewerte benötigt, die fiktiv als direkt beobachtet gelten. Vermehrt man ihre Summe um die Summe der Freiluftreduktionen:

$$\sum_1^{20} g_i + 0.3086 \sum_1^{20} h_i\,,$$

so liefert der 20. Teil dieser Summe bereits den Schwerewert $\mu_0$ auf der Oberfläche unserer fiktiven Kugel:

$$\mu_0 = 980.709\ gal\,.$$

Zieht man sofort die normale Schwere $\gamma_{45} — 980.635$ *gal* ab, so findet man wegen (12):

$$\bar{\mu} - \gamma_{45} = (+\,74 - 0.1543\ h_i)\ mgal\,.$$

Die Produkte $(\bar{\mu} - \gamma_{45})\ h_i$ haben die Dimension *mgal . m* oder *gal . mm*, sodaß die Division durch 980.635 die vertikalen dynamischen Korrektionen in *mm* ergibt. Subtrahiert man diese von den dynamischen Höhen, so sind die modifizierten sphärischen Höhen $S$ gefunden. Die zugehörigen orthometrischen Korrektionen sind wie oben angegeben gebildet. Sie erweisen sich dank der kleinen Ausdehnung des Gebietes und der damit verbundenen kleinen Differenzen $(g - \mu)$ als die günstigsten. Für die Wahl von Gebrauchshöhen wird die Spannung der metrischen Korrektionen maßgebend sein.

---

[2]) C. F. Baeschlin: „Untersuchungen über die Reduktion des Präzisions-Nivellements". Landestopographie Bern, 1925.

Darum sind am Fuße der Tabelle für alle fünf metrischen Höhen die Differenzen der Maxima und Minima der orthometrischen bzw. metrischen Korrektionen ausgewiesen. Bezeichnenderweise liegen übrigens die Extremwerte je nach der Wahl von $\mu$ an verschiedenen Stellen.

Es braucht kaum betont zu werden, daß alle bisherigen Berechnungen nur den Charakter von Überschlagsrechnungen besitzen. Definitive Ergebnisse sind aus der Reduktion des Nivellements über die Glocknerstraße [3]) zu erwarten, weil hier tatsächlich Gravimetermessungen vorliegen. Doch dürfte sich daraus kaum eine Revision der Schlußfolgerungen als notwendig erweisen.

Die Ergebnisse der beiden Berichte lassen sich somit in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Alle nach (2) und (2a) definierten metrischen Höhen lassen sich auf eine einheitliche und zugleich die einfachste Form bringen, wenn der Ausgang von den dynamischen Höhen genommen wird.

2. Die metrischen Höhen zerfallen in zwei Gruppen, je nachdem die Bouguersche Platte berücksichtigt wird oder nicht. Die erste Gruppe (wahre und Helmertsche Seehöhen) ist durch Wirklichkeitsnähe, die zweite durch kleinere metrische Korrektionen ausgezeichnet.

3. Der Unterschied zwischen den wahren Seehöhen im Sinne Niethammers und den Helmertschen Höhen ist verhältnismäßig klein, sodaß sich die zeitraubende Berechnung der Geländereduktionen kaum lohnt.

4. Die Wissenschaft kann auf die dynamischen Höhen und auf die Seehöhen nicht verzichten. Es muß daher in internationaler Zusammenarbeit ein einheitliches kontinentales System dynamischer Höhen geschaffen werden, aus dem unter Umgehung der orthometrischen Korrektionen leicht die Helmert-Höhen gewonnen werden.

5. Alle metrischen Höhen operieren mit der wahren Oberflächen-Schwere und führen daher auf die wahren theoretischen Schlußfehler geschlossener Schleifen. Die älteren sphäroidischen Höhen und sphäroidischen Schlußfehler gehören der Vergangenheit an. Gebrauchshöhen, durch deren metrische Korrektionen nicht die wahren Schleifen-Schlußfehler getilgt werden, sind abzulehnen.

6. Die metrischen Höhen der zweiten Gruppe können nur praktischen Zwecken dienen. Die besten Gebrauchshöhen für den Anschluß technischer Nivellements ergeben sich individuell aus dem Minimalsystem der metrischen Korrektionen. Da eine einheitliche Definition dieser Minimalsysteme unmöglich ist, muß die Wahl der Gebrauchshöhen den einzelnen Staaten überlassen bleiben. Im allgemeinen werden vermutlich die Vignalschen Höhen die besten Gebrauchshöhen darstellen.

---

[3]) Inzwischen erschienen: K. Mader: „Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern", Sonderheft 15 der ÖZfV., Wien 1954.

7. Die überaus leichte Berechnung aller metrischen Höhen aus den dynamischen Höhen ermöglicht die gleichzeitige Führung dreier verschiedener Höhen, nämlich der dynamischen, der Helmertschen und der Gebrauchshöhen. Um Verwirrungen zu vermeiden, wird vorgeschlagen, daß die Landesvermessungsämter lediglich die internen Gebrauchshöhen bekannt geben. Dies schließt natürlich nicht die Veröffentlichung der dynamischen und der Seehöhen in wissenschaftlichen Werken aus.

Nachwort:

Das Problem der Gebrauchshöhen ist derzeit nicht sehr aktuell. Dennoch dürfte die vorstehende Arbeit nicht ganz wertlos sein, vor allem, weil sie die denkbar kürzeste und allgemeinste Definition der metrischen Höhen enthält. Bis auf drei geringfügige, nur dem leichteren Verständnis dienende Erweiterungen ist der Originaltext aus dem Jahre 1952 unverändert geblieben. Es wurde lediglich über Anregung von Herrn Prof. Dr. Karl Ramsayer zwischen orthometrischer und „metrischer" Reduktion unterschieden, für welch glücklichen Vorschlag an dieser Stelle herzlichst gedankt sei.

## Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung

Von Ing. Karl Killian

Wenn auch in Zukunft physikalische Methoden zur Bestimmung der Lotrichtung die geometrischen Methoden einschränken werden, werden von letzteren doch sicher jene bestehen bleiben, bei denen keine Fehlerfortpflanzungen auftreten, die also Festpunkte voraussetzen, die in den Luftbildern identifizierbar sind. In vorliegender Arbeit werden einige den Bedürfnissen der Praxis entsprechende geometrische Aufgaben behandelt. Unter $A$) und $B$) werden Einzel-Luftbilder vorausgesetzt. (Die Bildpunktkoordinaten der Festpunkte können mit Hilfe des vorhergehenden und des folgenden Bildes auf einem Komparator stereoskopisch ausgemessen werden.) Die Aufgaben unter $C$) und $D$) setzen zwei gegenseitig orientierte Luftbilder voraus.

$A$) Eine bekannte Aufgabe der Luftbildmessung lautet: *Gegeben ist ein Luftbild mit bekannter innerer Orientierung, auf dem vier in einer horizontalen Ebene gelegene Festpunkte identifizierbar sind. Gesucht: Bildnadir.*

Diese Aufgabe ist geometrisch überbestimmt; denn es könnten z. B. räumliche Rückwärtseinschnitte nach je drei der vier Festpunkte berechnet werden [4 b]. Läßt man die Überbestimmung unbeachtet und verzichtet man somit auf eine Ausgleichung bzw. auf eine Kontrolle der gemessenen Größen und der Rechnungen, so kann man bekanntlich von der zwischen Karte und Bild bestehenden Projektivität ausgehen und zunächst den Bildhorizont und dann den Bildnadir berechnen.