

Paper-ID: VGI_195604



Seitengewichte bei Feinpolygonzügen

Walter Smetana

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **44** (1), S. 14–18

1956

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_195604,  
  Title = {Seitengewichte bei Feinpolygonz{\u}gen},  
  Author = {Smetana, Walter},  
  Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {14--18},  
  Number = {1},  
  Year = {1956},  
  Volume = {44}  
}
```



Seitengewichte bei Feinpolygonzügen

Von Dipl.-Ing. Dr. techn. Walter Smelana

Die folgende kurze Abhandlung ist als ein kleiner Beitrag zur Bestimmung von Seitengewichten bei einem strengen Ausgleich jener Polygonzüge gedacht, deren Winkel- und indirekte Streckenmessung bei Zwangszentrierung mit einem Präzisions-Theodolit und einer 2 m Invar-Basislatte ausgeführt wurde.

Die nun folgenden Überlegungen hinsichtlich der Gewichtsbestimmung bei den verschiedenen, in der Praxis vorkommenden und durch die Geländebeziehungen bedingten Anlagen der indirekten Streckenmessung mit einer 2 m Invar-Basislatte, bieten im Grunde genommen nichts Neues, sie sollen letztlich dem Praktiker in einer, am Ende der Betrachtungen angeführten Zusammenstellung einen willkommenen Behelf in die Hand geben, um ihm selbst die oft zeitraubenden, wenn auch einfachen einschlägigen Überschlagsrechnungen zu ersparen.

Die Überlegungen erscheinen mir deswegen von Wichtigkeit, da die bisher übliche Seitengewichtsbestimmung wegen der Zugrundelegung des für direkte Streckenmessung gültigen Fehlerfortpflanzungsgesetzes, bei den indirekten Streckenmeßmethoden mit der 2 m Basislatte nicht mehr anwendbar ist.

Setzt man nun, in Anbetracht der bei Stadtvermessungen geforderten größeren Punktlagegenauigkeit, als längste Seite für die Bestimmung derselben nach der Methode „Basislatte am Ende“ $s = 50 \text{ m}$ fest, so können zwangsläufig, durch die Geländebeziehungen bedingt, folgende Streckenmeßmethoden bei der Polygonseitenmessung zur Anwendung kommen:

- 1) Basislatte am Ende,
- 2) Basislatte in der Mitte,
- 3) Springstandmethode,
- 4) Einführung einer Hilfsbasis,
 - a) am Ende,
 - b) in der Mitte,
- 5) Kombiniertes Verfahren,
- 6) Ableitung einer Polygonseite aus zwei Basisdreiecken.

Dementsprechend lassen sich nun die Seitengewichte folgendermaßen errechnen:

a) 1) Der Einfluß eines Winkelfehlers m_{α}^{cc} auf die abgeleitete Strecke s ist bekanntlich $m_s = \pm \frac{s^2}{2 \rho^{\text{cc}}} m_{\alpha}^{\text{cc}}$.

Das Gewicht dieser abgeleiteten Strecke kann demnach gesetzt werden: $q = \frac{1}{s^4}$ bei Außerachtlassung des konstant zu belassenden Gliedes $\frac{m_{\alpha}^2}{4 \rho^2}$.

ad 2) Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich:

$$m_s^2 = \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^4}{4 \rho^2} m_\alpha^2 + \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^4}{4 \rho^2} m_\alpha^2 = \frac{s^4}{8} \cdot \frac{m_\alpha^2}{4 \rho^2} \quad \text{und}$$

$$q = \frac{8}{s^4}.$$

ad 3) Bei dieser Methode erhält man gemäß der Unterteilung der Polygonseite s in n nahezu gleiche Teilstrecken, nach Abb. 1:

$$m_s^2 = \frac{n \left(\frac{s}{n}\right)^4}{4 \rho^2} m_\alpha^2 = \frac{s^4}{n^3} \cdot \frac{m_\alpha^2}{4 \rho^2} \quad \text{und}$$

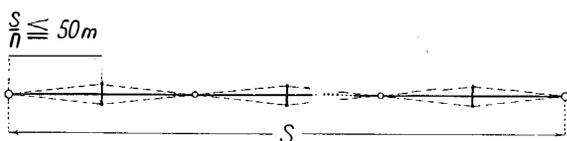


Abb. 1

dementsprechend:

$$q = \frac{n^3}{s^4}.$$

ad 4 a) Nach Abb. 2 ist $s = \frac{b \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$.

Unter der Annahme gleicher Winkelmeßgenauigkeit, also $m_\alpha = m_\beta = m$, erhält man wieder nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

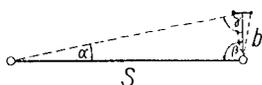


Abb. 2

$$m_s^2 = \frac{s^2}{b^2} m_b^2 + \frac{s^2}{\text{tg}^2(\alpha + \beta)} \cdot \frac{4 m^2}{\rho^2} + \frac{s^2}{\text{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{m^2}{\rho^2},$$

nach Einführung von $m_b^2 = \frac{b^4}{4 \rho^2} m^2$:

$$m_s^2 = \frac{m^2}{4 \rho^2} \left\{ s^2 [b^2 + 16 \cotg^2(\alpha + \beta) + 4 \cotg^2 \alpha] \right\};$$

setzt man weiter für $b^2 = 2 s$, $\cotg^2(\alpha + \beta) \approx \frac{b^2}{s^2} = \frac{2}{s}$, $\cotg^2 \alpha \approx \frac{s^2}{b^2} = \frac{s}{2}$, unter der berechtigten Annahme von $\beta \approx 100^\circ$, so erhält man schließlich:

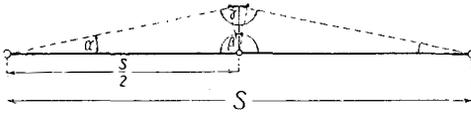
$$m_s^2 = 4 s^3 \cdot \frac{m^2}{4 \rho^2} \quad \text{bei Vernachlässigung des}$$

mittleren Gliedes für $16 \cotg^2(\alpha + \beta) = \frac{32}{s}$.

Das Gewicht einer derart abgeleiteten Polygonseite, bei Hilfsbasis am Ende, kann man demnach mit $q = \frac{1}{4 s^3}$ ansetzen.

ad 4 b) Für die Ableitung einer Polygonseite aus „Hilfsbasis in der Mitte“, Abb. 3, gelten nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz die Beziehungen:

$$m_s^2 = 4 \left(\frac{s}{2}\right)^3 \frac{m^2}{4 \rho^2} + 4 \left(\frac{s}{2}\right)^3 \frac{m^2}{4 \rho^2} = s^3 \frac{m^2}{4 \rho^2} \text{ und}$$



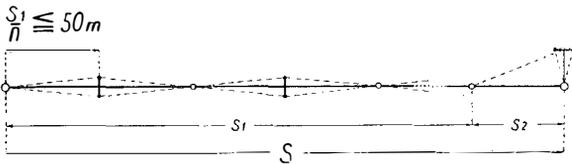
$$q = \frac{1}{s^3} .$$

Abb. 3

ad 5) Nach Abb. 4 setzt sich die Polygonseite s aus den beiden Strecken s₁ und s₂ zusammen, wobei s₁ nach der Springstandmethode und s₂ aus einer Hilfsbasis abgeleitet werden:

$$m_s^2 = m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2 = \frac{m^2}{4 \rho^2} \left(\frac{s_1^4}{n^3} + \frac{4 s_2^3}{1} \right) =$$

$$= \frac{m^2}{4 \rho^2} \left(\frac{s_1^4 + n^3 \cdot 4 s_2^3}{n^3} \right) \text{ und}$$

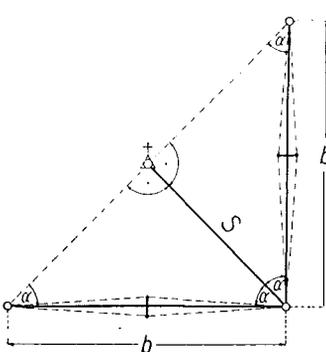


$$q = \frac{n^3}{s_1^4 + n^3 \cdot 4 s_2^3} .$$

Abb. 4

ad 6) Bei der Anlage eines Polygonnetzes im engverbauten Stadtgebiet ist man oft gezwungen, Polygonzüge ohne Richtungsanschluß zwischen zwei trigonometrisch bestimmten Kirchtürmen einzuschalten. In diesen Fällen hat man die Anschlußseiten auf indirektem Wege über zwei günstig zu wählende Basisdreiecke zu bestimmen, wobei die beiden Grundlinien sehr genau, am besten nach der Springstandmethode, abzuleiten sind.

Einfachheitshalber und für den vorliegenden Zweck völlig hinreichend, wurden nach Abb. 5 zwei gleichschenkelig rechtwinklige Basisdreiecke angenommen.



Aus $s = b \cos \alpha$ und den mittleren Fehlern m_a, m_b , erhält man wieder:

$$m_s^2 = \frac{m^2}{4 \rho^2} \left(4 s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{b^4}{n^3} \cos^2 \alpha \right) ;$$

da weiters nach Annahme $\operatorname{tg} \alpha = 1, b^4 = 4 s^4$ und $\cos^2 \alpha \approx 0.5$ ist, wird

$$m_s^2 = \frac{m^2}{4 \rho^2} \cdot \left(\frac{2 s^4 + n^3 \cdot 4 s^2}{n^3} \right) .$$

Abb. 5

Schließlich wird s durch Mittelbildung erhalten und daher:

$$M^2 = \frac{m^2}{2} = \frac{m^2}{4 \rho^2} \left(\frac{s^4 + n^3 \cdot 2 s^2}{n^3} \right),$$

$$q = \frac{n^3}{s^4 + n^3 \cdot 2 s^2}.$$

Für die zahlenmäßige Auswertung obig ermittelter Seitengewichtsformeln werden die Polygonseitenlängen zweckmäßig mit $\frac{s_m}{10}$ eingeführt, außerdem sind noch alle Formeln mit einer, für die Auswertung günstig gewählten Konstanten C zu multiplizieren.

Sämtliche Seitengewichte können mit einem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber berechnet werden.

Es folgt nun eine Zusammenstellung der für die zahlenmäßige Auswertung entwickelten Seitengewichtsformeln und zwar sowohl allgemein als auch zahlenmäßig:

1) Für Ableitung einer Strecke nach „Basislatte am Ende“:

$$\text{a) allgem.: } q = \frac{C}{\left(\frac{s_m}{10}\right)^4 \cdot 10^4} \quad \text{b) } s_m = 50 \text{ m, } C = 10^8$$

$$\underline{\underline{q = 16 \cdot 0}}$$

2) Für Ableitung einer Strecke nach „Basislatte in der Mitte“:

$$\text{a) allgem.: } q = \frac{8 C}{\left(\frac{s_m}{10}\right)^4 \cdot 10^4} \quad \text{b) } s_m = 100 \text{ m, } C = 10^8$$

$$\underline{\underline{q = 8 \cdot 0}}$$

3) Für Ableitung einer Strecke nach „Springslandmethode“:

$$\text{a) allgem.: } q = \frac{C \cdot n^3}{\left(\frac{s_m}{10}\right)^4 \cdot 10^4} \quad \text{b) } s_m = 200 \text{ m, } C = 10^8, n = 4$$

$$\underline{\underline{q = 4 \cdot 0}}$$

4 a) Für Ableitung einer Strecke über „Hilfsbasis am Ende“:

$$\text{a) allgem.: } q = \frac{C}{4 \left(\frac{s_m}{10}\right)^3 \cdot 10^3} \quad \text{b) } s_m = 200 \text{ m, } C = 10^8$$

$$\underline{\underline{q = 3 \cdot 1}}$$

4 b) Für Ableitung einer Strecke über „Hilfsbasis in der Mitte“:

$$\text{a) allgem.: } q = \frac{C}{\left(\frac{s_m}{10}\right)^3 \cdot 10^3} \quad \text{b) } s_m = 200 \text{ m, } C = 10^8$$

$$\underline{\underline{q = 12 \cdot 5}}$$

5) Für kombiniertes Verfahren:

$$\begin{array}{ll} \text{a) allgem.:} & \text{b) } s_1 = 100 \text{ m, } s_2 = 100 \text{ m,} \\ q = \frac{G \cdot n^3}{\left(\frac{s_{1m}}{10}\right)^4 \cdot 10^4 + 4 n^3 \left(\frac{s_{2m}}{10}\right)^3 \cdot 10^3} & C = 10^8, \quad n = 2 \\ & \underline{q = 6 \cdot 1} \end{array}$$

6) Für Ableitung einer Polygonseite aus zwei Basisdreiecken:

$$\begin{array}{ll} \text{a) allgem.:} & \text{b) } s_m = 100 \text{ m, } C = 10^8, \\ q = \frac{G \cdot n^3}{\left(\frac{s_m}{10}\right)^4 \cdot 10^4 + 2 n^3 \left(\frac{s_m}{10}\right)^2 \cdot 10^2} & n = 2 \\ & \underline{q = 8 \cdot 0} \end{array}$$

Versuchsergebnisse mit dem „Thommen“-Bodenhöhenmesser

Von J. Rohrer

Thommens Uhrenfabriken A. G. in Waldenburg (Schweiz) erzeugen mehrere Typen von Bodenhöhenmessern, von denen mir ein solcher von Typ 3 B 4 Nr. 29574 zur Erprobung zur Verfügung stand. Dieser hatte einen Meßbereich von — 500 bis + 2500 Meter.

Die Ablesung erfolgt an einem Zeiger an einer Teilung, deren kleinster Teil (0.8 mm) einem Höhenunterschied von 2 Metern entspricht. Die Ablesung an dem Zeiger kann bei dem vertikalen, schneidensförmigen Ende und dem darunter befindlichen ringförmigen Spiegel parallaxenfrei unschwer auf halbe Meter erfolgen.

Eine ganze Umdrehung des großen Zeigers entspricht 500 Metern Höhenunterschied. Die Anzahl der vollen 500 m, beginnend bei — 500 m, zeigt ein zweiter kleiner Zeiger an. In einer Ausnehmung der Skala kann an einer Marke der jeweilige Barometerstand in Millibar abgelesen werden. Durch einen Rändelknopf kann ein bestimmter Barometerstand eingestellt werden.

Das Instrument ist mit einer Dosenlibelle versehen, da die Ablesung bei horizontaler Lage der Teilung erfolgen soll.

Das Gerät ist für eine Temperatur von 15° C und auf Meereshöhe geeicht. Es ist gegen Temperaturschwankungen gut kompensiert. Das solide gebaute Instrument ist in einem Stahlblechkasten mit den Dimensionen 30 × 100 × 125 mm untergebracht und wiegt 970 g.

Als Vergleichspunkte für die Erprobung des Höhenmessers wurden Höhenmarken verwendet, deren Höhe durch Nivellement bestimmt waren, die somit für Vergleichszwecke als fehlerfrei angesehen werden konnten.

Auf jedem Vergleichspunkt wurde die Zeit notiert und die Höhenskala des Höhenmessers abgelesen, außerdem wurde die Lufttemperatur mittels Schleuderthermometer am Beginn und bei Beendigung der Messung und auf