

Paper-ID: VGI\_195502



## Numerische Orientierung mit 5 oder 6 Punkten?

G. Winkelmann <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Ohio State University, Columbus*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **43** (1), S. 16–18

1955

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Winkelmann_VGI_195502,  
Title = {Numerische Orientierung mit 5 oder 6 Punkten?},  
Author = {Winkelmann, G.},  
Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {16--18},  
Number = {1},  
Year = {1955},  
Volume = {43}  
}
```



<sup>37)</sup> S c h r e i b e r, Oskar: Theorie der Projektionsmethode der Hannoverschen Landesvermessung. Hannover 1866.

<sup>38)</sup> G a u ß, C. F.: Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodäsie, 1. Abhandlung. Göttingen 1843 (IV, 259–300). — S c h r e i b e r, Oskar: Die konforme Doppelprojektion der Trigonometrischen Abteilung der Königlich Preußischen Landesaufnahme. Berlin 1897.

<sup>39)</sup> H e l m e r t, Friedrich Robert: Über Triangulierung und Projektionsmethoden. VI. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins. Z. f. Vermessungswesen 6 (1877), S. 606–614.

<sup>40)</sup> K r ü g e r, Ludwig: Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Veröff. d. Königl. Preuß. Geodätischen Inst. Potsdam, Neue Folge 52 (1912); Formeln zur konformen Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Berlin 1919.

<sup>41)</sup> 9. Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik in Brüssel, August 1951, EntschlieÙung Nr. 1, Bull. géodésique, Neue Folge, Nr. 22, Seite 471.

## Numerische Orientierung mit 5 oder 6 Punkten?

Von Dipl.-Ing. Gerhard W i n k e l m a n n  
Universität Columbus, Ohio

Bei der Entwicklung eines neuen numerischen Orientierungsverfahrens schreibt H. Schmid in dieser Zeitschrift \*): „Die Messung in sechs Punkten ist zwar fehlertheoretisch nicht zu begründen, da die einzige überschüssige Beobachtung praktisch keine Genauigkeitssteigerung bringt.“ Im Folgenden soll eine kurze Untersuchung den Zusammenhang zwischen den zur Diskussion stehenden Punktkombinationen und der Genauigkeit klären. Schmid geht von folgender Parallaxenformel aus:

$$(p)'' = db y'' + \frac{Y}{Z} db z'' - Z \left( 1 + \frac{Y^2}{Z^2} \right) d\omega'' - \frac{(B-X)Y}{Z} d\varphi'' + (B-X) dx'' \quad (1)$$

Die entsprechenden Parallaxengleichungen lauten dann:

$$p_1 = db y'' - Z d\omega'' + B dx''$$

$$p_2 = db y'' - Z d\omega''$$

$$p_3 = db y'' + \frac{K}{Z} db z'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega'' - \frac{BK}{Z} d\varphi'' + B dx'' \quad \dots (2)$$

$$p_4 = db y'' + \frac{K}{Z} db z'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega''$$

$$p_5 = db y'' - \frac{K}{Z} db z'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega'' + \frac{BK}{Z} d\varphi'' + B dx''$$

$$p_6 = db y'' - \frac{K}{Z} db z'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega''$$

\*) Die funktionellen Zusammenhänge von  $y$ -Parallaxengröße und Beobachtungsort in einem Stereomodell; ein neues numerisches Orientierungsverfahren. Nr. 2, 1954, S. 51.

Unter Vernachlässigung der Gleichung für den Punkt 6 erhält man durch Auflösung des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}
 dby'' &= Z d\omega'' + p_2 \\
 dbz'' &= -\frac{Z}{K} \left( p_1 - p_2 + p_4 - \frac{p_3 + p_5}{2} \right) \\
 d\varphi'' &= \frac{Z}{B \cdot K} (-p_1 + p_2 + p_3 - p_4) \quad \dots \quad (3) \\
 dz'' &= \frac{1}{B} (p_1 - p_2) \\
 d\omega'' &= \frac{Z}{2K^2} (2p_1 - p_3 - p_5)
 \end{aligned}$$

Bei Benutzung von Punkt 6 hat man eine Übereinstimmung und damit ein normales Ausgleichungsproblem. Nach Bildung der Fehlergleichungen sowie der Normalgleichungen und deren Auflösung ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 dby'' &= -\frac{1}{6} (2p_1 + 2p_3 + 2p_5) - \frac{3Z^2 + 2K^2}{12K^2} (2p_1 + 2p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6) \\
 dbz'' &= \frac{Z}{2K} (p_3 - p_5) \\
 d\varphi'' &= \frac{Z}{2BK} (-p_3 + p_4 + p_5 - p_6) \quad \dots \quad (4) \\
 dz'' &= \frac{1}{3B} (p_1 - p_2 + p_3 - p_4 + p_5 + p_6) \\
 d\omega'' &= \frac{Z}{4K^2} (2p_1 + 2p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6)
 \end{aligned}$$

Die Gewichtskoeffizienten der Orientierungselemente aus 6 Punkten ergeben sich im Zuge der Auflösung des Normalgleichungssystems und sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Gewichtskoeffizienten der Ori-

Tafel 1: Gewichtskoeffizienten

	aus 5 Punkten	aus 6 Punkten
$Q_{dby \, dby}$	$1 + \frac{3Z^4}{2K^4}$	$\frac{8K^4 + 9Z^4 + 12 \cdot Z^2K^2}{12K^4}$
$Q_{dx \, dx}$	$\frac{2}{B^2}$	$\frac{2}{3B^2}$
$Q_{dbz \, dbz}$	$\frac{7 \cdot Z^2}{2K^2}$	$\frac{Z^2}{2K^2}$
$Q_{d\varphi \, d\varphi}$	$\frac{4Z^2}{B^2K^2}$	$\frac{Z^2}{B^2K^2}$
$Q_{d\omega \, d\omega}$	$\frac{3Z^2}{2K^4}$	$\frac{3Z^2}{4K^4}$

tierungselemente aus 5 Punkten (Formel 3) werden am einfachsten nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet. Sie sind ebenfalls in Taf. 1 zusammengestellt.

Man sieht sofort, daß die Gewichtskoeffizienten der aus 6 Punkten ermittelten Orientierungsgrößen wesentlich kleiner sind als diejenigen, die auf 5 Punkten beruhen. D. h. die ersteren haben das größere Gewicht. Zur Veranschaulichung der Verhältnisse sind in Tafel 2 noch die mittleren Fehler der Orientierungselemente für den Fall  $Z = 210 \text{ mm}$ ,  $K = 70 \text{ mm}$ ,  $B = 60 \text{ mm}$  und  $\mu = 0,03 \text{ mm}$  (mittlerer Fehler einer  $\eta$ -Parallaxenmessung) berechnet.

Tafel 2: Mittlere Fehler

	aus 5 Punkten	aus 6 Punkten
$m_{by}$	0,331 mm	0,234 mm
$m_{dz}$	0,000707 rad	0,000408 rad
$m_{bz}$	0,168 mm	0,064 mm
$m_{d\phi}$	0,003000 rad	0,001500 rad
$m_{d\omega}$	0,001575 rad	0,001114 rad

Die Zusammenstellungen in Tafel 1 und Tafel 2 beweisen deutlich, daß es, vor allen Dingen bei Aerotriangulationen, zweckmäßig ist, die Parallaxenmessung in dem sechsten Punkt zu einer Ausglei- chung anstatt lediglich zur Kontrolle zu verwenden.

### Bemerkungen zum Artikel „Numerische Orientierung mit 5 oder 6 Punkten?“

Die Frage, ob man in 5 oder 6 Punkten die  $\eta$ -Parallaxen messen soll, ist in der Literatur schon häufig behandelt worden. U. a. sind in einer Arbeit von H. Schmid „Fehlertheoretische Untersuchungen der neueren Verfahren zur gegenseitigen Orientierung von Luftbildern“, Ö. Z. f. Verm.-Wesen 1952 auf Seite 76 und 77 die von G. Winkelmann abgeleiteten Gewichtskoeffizienten neben eingehenden Restparallaxenuntersuchungen bereits veröffentlicht worden; ferner wäre noch zu bemerken, daß es sich bei den in Frage stehenden mittleren Elementenfehlern um rein theoretische Werte handelt, während in dem von G. Winkelmann zitierten Satz von einer „praktischen Genauigkeitssteigerung“ die Rede ist. Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß in dem erwähnten numerischen Orientierungsverfahren sowieso in 6 Punkten die  $\eta$ -Parallaxen gemessen und nach bedingten Beobachtungen ausgeglichen werden. Diese Ausglei- chung ist vollkommen streng und liefert dieselben Resultate wie die Ausglei- chung nach vermittel- den Beobachtungen.

H. Schmid