

Paper-ID: VGI\_195501



## Carl Friedrich Gauß' grundlegende Bedeutung für die Geodäsie

Karl Levasseur <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **43** (1), S. 1–16

1955

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Levasseur_VGI_195501,  
Title = {Carl Friedrich Gau{\ss}' grundlegende Bedeutung f{"u}r die Geod{"a}  
sie},  
Author = {Levasseur, Karl},  
Journal = {"0sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {1--16},  
Number = {1},  
Year = {1955},  
Volume = {43}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hofrat Prof. Dr. h. c. mult. E. D o l e ž a l,  
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. L e g o und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. R o h r e r

---

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1955

XLIII. Jg.

---

## Carl Friedrich Gauß' grundlegende Bedeutung für die Geodäsie

*Mit einem Lebensbild zur 100. Wiederkehr seines Todeslages*

Von Dipl.-Ing. Dr. Karl L e v a s s e u r

*(Veröffentlichung der Österr. Kommission für die Internationale Erdmessung)*

Es ist Sonntag, der 26. Februar 1855, 9 Uhr vormittag. In der Rotunde der Sternwarte zu Göttingen ruht, von Zypressen und Lorbeer umrahmt, im Scheine der Kerzen, von einer großen, ergriffenen Trauergemeinde geehrt, der entseelte Körper eines Großen im Reiche der Naturwissenschaften, bereit zum letzten Weg, der Erde nach einem fast 78jährigen Leben zu geben, was an ihm irdisch ist: Carl Friedrich G a u ß, durch 48 Jahre ordentlicher Professor der Georgia-Augusta und Direktor der Universitätssternwarte zu Göttingen.

Seither ist die Welt, die er wie kein anderer in seine Formelsprache gekleidet hat, hundert Jahre älter geworden. Die Bedeutung des toten Gelehrten für Mathematik, Physik, Astronomie und Erdmessung ist — seiner Unmittelbarkeit entrückt — umfassender und besonders für die Geodäsie so groß und in ihrer Allgemeinheit so weiträumig geworden, daß sie unsere gesamte Erde erfaßt hat; die Fachwelt nennt den Namen G a u ß mit Ehrfurcht.

Der Würdigung G a u ß' seien die Worte der Achtung vorangestellt, die ihm die angelsächsische Fachwelt als dem jüngsten unter den drei größten Mathematikern der Geschichte, neben A r c h i m e d e s und N e w t o n, widmet: „The scope of G a u ß' work is so broad, and its penetration so deep, that it cannot be described in the limited space available here“<sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Encyclopaedia Britannica, A New Survey of Universal Knowledge, Band 10, Chicago, London, Toronto 1947, S. 75—76: „Gauß' Lebenswerk ist so weitreichend und so tiefgründig, daß es auf dem begrenzten Raum wie hier nicht beschrieben werden kann.“

### *Gauß und seine Zeit*

Am 30. April 1777 wurde Carl Friedrich Gauß in Braunschweig, der Residenz der Herzöge von Braunschweig-Lüneburg geboren, wo seine Eltern ein Häuschen hatten. Seine damals 34jährige Mutter, Dorothea geb. Ben(t)ze, stammte aus einem Bauernhaus in der Umgebung. Der um ein Jahr jüngere Vater, Gerhard Dietrich Gauß, war wegen seiner Geschicklichkeit in vielen Berufszweigen tätig, so als Maurermeister, Gärtner und Wasserleitungsaufseher und stand infolge seiner Schreib- und Rechenfertigkeit auch als Versicherungskassier in Verwendung.

Carl Friedrich war das einzige Kind dieser Ehe. Er hatte aber einen älteren Halbbruder Georg (1769—1854), der nach seinen Lehr- und Wanderjahren der Mitarbeiter seines Vaters und 1808 nach dessen Tode sein Nachfolger bei der Versicherungsgesellschaft wurde.

Der besonders talentierte Carl Friedrich kam 1784 in die Volksschule und wurde 1786 aus der Schreib- in die Rechenklasse versetzt. Mit neun Jahren löste er eine Schulaufgabe in überraschend kurzer Zeit durch die Aufstellung der Summenformel für die arithmetische Reihe. Der erstaunte Lehrer Büttner wurde dadurch auf die hohe Begabung seines Schülers aufmerksam, belohnte ihn mit einem größeren Rechenbuch und ermöglichte ihm das zusätzliche Studium mathematischer Bücher. 1788 kam Gauß sofort in die zweite Gymnasialklasse des Katharinums und verließ es 15jährig als Primaner der mittleren Reife. Er studierte damals bereits einige Arbeiten von Newton und Euler und stellte kritische Betrachtungen über die Berechtigung des Parallelenaxioms an. 1791 wurde er, der durch seine sprachlichen und mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten auffiel, dem regierenden Herzog Karl Wilhelm Ferdinand vorgestellt, der ihm ab 1792 den Besuch des Collegium Carolinum ermöglichte, aus dem 1878 die Technische Hochschule Braunschweig hervorging. Hier wurde der zielstrebige Student durch den Mathematikprofessor von Zimmermann gefördert. Nach erlangter Hochschulreife verlieh der Herzog dem 18jährigen ein Stipendium an der hannoverschen Georg-August-Universität in Göttingen, wo er eine gründlichere Ausbildung erhalten konnte, als es an der Landesuniversität Helmstedt möglich gewesen wäre.

Zunächst studierte Gauß klassische und moderne Philologie. Nachdem ihm aber 1796 die Entdeckung der allgemeinen Theorie der Kreisteilung mit der Anwendung auf die Konstruktion des regelmäßigen Siebzehneckes gelungen war, die seit Euklid eine offene Frage war<sup>2)</sup>, wandte er sich ganz der Mathematik und den Naturwissenschaften zu. In diese Zeit fällt die innige Freundschaft des sehr zurückgezogen lebenden Universitätsstudenten mit dem aus Bólya in Siebenbürgen stammenden Wolfgang

---

<sup>2)</sup> Gauß' Tagebucheintragung vom 30. März 1796: Principia quibus innititur sectio circuli ac divisibilitas eiusdem geometrica in septendecim partes. (Die Grundsätze, auf denen die Teilung des Kreises sowie seine geometrische Zerlegung in 17 Teile beruhen.)

von B ó l y a i (1775—1856)<sup>3)</sup>, der gleichfalls Mathematik studierte und wie G a u ß ein Verehrer S h a k e s p e a r e s war.

Nach Vollendung seiner Studien kehrte G a u ß 1798 nach Braunschweig zurück und arbeitete an seinem schon 1795 begonnenen mathematischen Hauptwerk, wozu er Quellenstudien an der Universität Helmstedt betrieb. Dort wurde er mit dem Professor der Mathematik Johann Friedrich P f a f f (1765—1825) bekannt. Der Herzog, der G a u ß durch Gewährung eines Gehaltes und freier Wohnung das Leben eines Privatgelehrten ermöglichte, wünschte, daß er seine Göttinger Studien durch das Doktorat an der Landesuniversität kröne. Dem entsprechend reichte G a u ß seine Dissertation über den Fundamentalsatz der Algebra<sup>4)</sup> ein, worauf ihm über Vorschlag P f a f f s 1799 ohne weitere Prüfung und Disputation in absentia die Würde eines Doktors der Philosophie verliehen wurde. Zwei Jahre später veröffentlichte er das dem Herzog gewidmete grundlegende zahlentheoretische Werk<sup>5)</sup>, das den Verfasser unter die Großen der reinen Mathematik reihte, während ihn die Berechnung der Bahn des kleinen Planeten Ceres zur gleichen Zeit als ebenso sicheren Beherrscher der angewandten Mathematik erwies. G a u ß hatte diese Hauptwerke sowie die übrigen bis 1832 zwar deutsch ausgearbeitet, aber nach Einholung mehrfacher Ratschläge ins Lateinische übersetzt.

Seine zunächst fachliche, dann freundschaftliche Verbindung mit dem Bremer Arzt und berühmten Privatastronomen Wilhelm O l b e r s (1758—1840) lenkte die Aufmerksamkeit auf G a u ß, als es galt, für die neu zu erbauende Sternwarte in Göttingen einen Direktor von Ruf zu finden. Damit wurde er auch für Niedersachsen erhalten, weil es ihm in Hinblick auf die spätere Ernennung in Göttingen leicht war, die ehrenvolle Berufung an die Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg mit dem Hinweis auf seine von Dankbarkeit getragene Bindung an seinen Landesherrn und Gönner abzulehnen.

In das Jahr 1805 fiel die erste Eheschließung des Gelehrten mit der 25jährigen Braunschweigerin Johanna O s t h o f f, die ihm in einer überaus glücklichen, aber kurzen Ehe den Sohn Josef (1806—1873), die Tochter Wilhelmine (1808—1840) und das im zartesten Alter verstorbene Kind Ludwig schenkte, dessen Geburt den baldigen Heimgang der Mutter zur Folge hatte.

Der Bau der neuen Göttinger Sternwarte wurde durch die napoleonischen Kriege, den Tod des Herzogs und die Einverleibung Braunschweigs in das Königreich Westfalen (1807—1812) unterbrochen. Trotzdem wurde

<sup>3)</sup> Dessen Sohn Johann von B ó l y a i (1802—1860) ist einer der Begründer der nichteuklidischen Geometrie.

<sup>4)</sup> G a u ß, K. F.: Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse, Helmstedt, 1799 (III, 1—30) (Neuer Beweis des Lehrsatzes, daß jede ganze, rationale, algebraische Funktion mit einer Veränderlichen in reelle Faktoren 1. und 2. Grades zerlegt werden kann).

<sup>5)</sup> G a u ß, C. F.: Disquisitiones arithmeticae, Leipzig 1801 (I) (Zahlentheoretische Untersuchungen). Deutsch durch H. M a s e r, 1889.

G a u ß 1807 noch von der hannoverschen Regierung zum Direktor der Sternwarte der Georgia-Augusta berufen, bevor sie der französischen weichen mußte. Die Erniedrigung der niedersächsischen Länder, der Tod des Vaters und der Verlust seiner Frau lasteten schwer auf dem dennoch unermüdlich der Wissenschaft dienenden G a u ß. Obwohl er unter den verworrenen Verhältnissen noch kein Gehalt in Händen hatte, wurde er als Staatsbeamter zur Leistung einer hohen Kriegskontribution zugunsten des neuen Staates verpflichtet, wofür bald wertlose Obligationen ausgestellt wurden. Sowohl O l b e r s wie L a p l a c e in Paris wollten G a u ß wirtschaftlich helfen, doch lehnte er es ab. Erst aus einer den Absender nicht erkennen lassenden Geldsendung konnte G a u ß seine Auflage tilgen.

In das Jahr 1809 fällt die Herausgabe seines astronomischen Hauptwerkes über die Bewegung der Himmelskörper, das aus seinen langjährigen Studien, vielen Beobachtungen auf der alten Göttinger Sternwarte und seiner engen Zusammenarbeit mit den führenden Astronomen seiner Zeit hervorging<sup>6)</sup>. Darin ist die bahnbrechende Methode der kleinsten Quadrate mit Beweis veröffentlicht, die G a u ß seit 1795 gehandhabt hatte. Damit war eine Umwälzung sowohl auf dem Gebiete der nun hypothesenfreien Bahnberechnung vollzogen wie die moderne Ausgleichsrechnung der Fachwelt geschenkt. 1810 wurde endlich der Sternwarteneubau fortgesetzt, aber erst 1816 beendet.

Um seinen kleinen Kindern wieder eine liebevolle Mutter zu geben und sich selbst die häusliche Wohlgeborgenheit zu sichern, die er für seine Forschungen so notwendig hatte, vermählte sich G a u ß 1810 mit einer Göttinger Freundin seiner verewigten Frau, mit der 22jährigen Friederike Wilhelmine W a l d e c k. Aus dieser Verbindung gingen drei Kinder hervor, die Söhne Eugen (1811—1896) und Wilhelm (1813—1879), die den Eltern durch ihre Auswanderung nach den Vereinigten Staaten von Amerika so manche Sorge bereiteten, aber dort schließlich doch im Kaufmannsstand bzw. in der Landwirtschaft erfolgreich wurden, und die Tochter Therese (1816—1864), die bis zum Tode des Vaters im Hause verblieb, ihrer später kränklichen Mutter eine liebevolle Pflegerin, der im hohen Alter erblindeten Großmutter G a u ß eine aufopfernde Betreuerin wurde und später auch dem Haushalte vorstand. Die innige Bindung an Göttingen veranlaßte G a u ß, den mehrmaligen Ruf nach Berlin abzulehnen. Er war mit seinem schließlich 2500 Reichstaler betragenden Jahresgehalt und der freien Dienstwohnung zufrieden.

G a u ß übte trotz seiner anfänglich geringen Lust hiezu seine akademische Lehrtätigkeit gewissenhaft aus. Die Vorlesungen über Instrumentenkunde, astronomische Beobachtungsmethoden und Ausgleichsrechnung waren ihm am liebsten. Aus seinem Hörerkreise ging eine Reihe berühmter

<sup>6)</sup> G a u ß, C. F.: *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. Hamburg 1809 (2VII, 1—280) (Bewegungslehre der Himmelskörper, die die Sonne in Kegelschnitten umwandeln). Französisch durch Joseph-Louis-François B e r t r a n d, Paris 1855, und deutsch durch Karl H a a s e, Hannover 1865.

Mathematiker, Astronomen und Geodäten hervor, von denen einige mit Gauß in lebenslanger Freundschaft verbunden blieben. Es seien genannt Friedrich Wilhelm Bessel (1784—1846), Direktor der Sternwarte in Königsberg (Preußen); Moriz Cantor (1829—1920), Professor in Heidelberg; Richard Dedekind (1831—1916), Professor der Mathematik in Braunschweig; Johann Franz Encke (1791—1865), Direktor der Sternwarte in Berlin; Christian Ludwig Gerling (1788—1864), Professor der Mathematik, Physik und Astronomie in Marburg (Lahn); August Ferdinand Möbius (1790—1868), Professor der Astronomie in Leipzig; Bernhard Nicolai (1793—1846), Direktor der Sternwarte in Mannheim; Heinrich Christian Friedrich Paschen, Schöpfer der Mecklenburgischen Landesvermessung; Bernhard Riemann (1826—1866), Professor der Mathematik in Göttingen; A. Ritter (1826—1908), Professor der Mechanik in Hannover; Eduard Schmidt (1803—1832), Professor der Mathematik und Astronomie in Tübingen; Heinrich Christian Schumacher (1780—1850), Professor der Astronomie in Kopenhagen und Direktor der Sternwarte in Altona; Friedrich Wilhelm Spehr (1799—1833), Professor der Mathematik in Braunschweig; Karl Georg Christian von Staude (1798—1867), Professor der Mathematik in Erlangen, und Karl August von Steinheil (1801—1870), Professor der Mathematik und Physik in München.

Der Wiener Kongreß schuf 1815 das Königreich Hannover in Personalunion mit England; alsbald wurde Gauß von König Georg III. zum Ritter des Königlich Hannoverschen Welfenordens und 1816 zum Königlich Hofrat ernannt.

Seine persönlichen Beziehungen wurden durch die wenigen Reisen, die Gauß unternahm, vertieft. Außer in Nordwestdeutschland weilte Gauß 1816 bei Reichenbach in München und Fraunhofer in Benediktbeuren. Diese Fahrt brachte ihn in Berchtesgaden an die Grenze Österreichs. Auf der Naturforschertagung in Berlin lernte Gauß 1828 seinen späteren Freund und Mitarbeiter Wilhelm Eduard Weber kennen. Nach 1839 hat Gauß Göttingen nicht mehr verlassen.

Gauß' ausgedehnter, überwiegend wissenschaftlicher Schriftwechsel ist weitgehend überliefert und veröffentlicht worden.

Das arbeitsreiche und fruchtbare Leben Gauß' läßt deutlich folgende Abschnitte erkennen, die sich aber sachlich übergreifen. Während die Jugend der reinen Mathematik gewidmet war, folgte je ein Jahrzehnt, wo die Astronomie, Höhere Geodäsie und die Physik überragenden Anteil haben. Wenn auch Gauß seinen Lebensabend der Nachlese weihte, so blieben doch viele Studien und Ergebnisse seiner praktischen Betätigung einer Bearbeitung im Nachlaß vorbehalten, denn Gauß folgte stets seinem fachlichen Leitsatz „*Pauca, sed matura*“, d. h. „Wenige, doch vollendete Werke“. Wir freilich stehen in Ehrfurcht vor der Fülle der Werke dieses überragenden Genies! Von den vielen Auszeichnungen, die ihm verliehen wurden, trug er nur den Welfenorden bei allerhöchsten Empfängen. Gauß war Mitglied der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen,

der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin, der Kaiserlich Russischen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg, der Royal Society of London, der Society of Useful Arts in Edinburg, des Institut de France in Paris, ferner der Akademien Kopenhagen, München, Neapel und Stockholm.

1849 gab das Goldene Doktorjubiläum der Fachwelt Gelegenheit, den 72jährigen zu feiern, der für diese Ehrung mit seiner letzten Veröffentlichung, einer Erweiterung seiner Dissertation, dankte <sup>7)</sup>. Seine Vaterstadt Braunschweig und die Stadt seines Wirkens ernannten ihn zum Ehrenbürger. Das Land Braunschweig verlieh ihm das Kommandeurkreuz des Ordens Heinrich des Löwen.

In der zweiten Morgenstunde des 23. Februar 1855 verschied Gauß nach mehrjährigen Altersbeschwerden friedlich in seiner Sternwarte. Seine klare und sichere Einstellung zu den Dingen, die über seiner so weit gespannten Wissenschaft liegen, seine Auffassung der Unsterblichkeit, rangen auch den Theologen volle Achtung ab. Sein unerschöpflich tiefes Wohlwollen für alles Menschliche, seine selbstlose Wertschätzung jedes fremden Verdienstes und seine mitfühlende Teilnahme an allem Irdischen waren Leitsterne sein Leben lang. Einmal schrieb der berühmte Astronom: „Das große Lebensrätsel wird uns hier unten nie klar“.

An bedeutenden Nachfahren lebte in Europa Gauß' ältester, weitgereister Sohn Josef, der als Oberbaurat und Direktionsmitglied der Hanoverschen Eisenbahndirektion starb. Dessen Enkel Karl Josef (geb. 1875) ist em. Professor der Gynäkologie und ehemaliger Direktor der Universitätsfrauenklinik in Würzburg.

Die menschliche Erscheinung des großen Gelehrten Gauß ist uns in einer Büste aus dem Jahre 1810 und einem mehrmals kopierten und oft reproduzierten Ölgemälde des dänischen Malers Christian Albrecht Jensen aus dem Jahre 1837 erhalten, das hier beigegeben ist. Unter eine der Wiedergaben setzte Gauß das Bekenntnis des großen Naturforschers mit den Worten des Edmund in William Shakespeares König Lear,

„Thou, nature, art my goddess, to thy law(s)  
My services are bound . . .“ <sup>8)</sup>

1856 ließ König Georg V. von Hannover eine Denkmünze in Silber und Bronze prägen, die auf der Vorderseite den vom Beschauer aus nach rechts gewendeten Kopf des Gelehrten mit den persönlichen Daten und die Umschrift ACADEMIAE SVAE GEORGIAE AVGVSTAE DECORI AETERNO trägt, während die Rückseite in einem Efeukranz die vierzeilige Widmung enthält GEORGIUS V · REX HANNOVERAE · MATHEMATICORVM · PRINCIPI <sup>9)</sup>.

<sup>7)</sup> Gauß, C. F.: Beiträge zur Theorie der algebraischen Gleichungen, Göttingen, 1850 (III, 71–102).

<sup>8)</sup> „Natur, du bist meine Gottheit; deinen Gesetzen unterliegt mein Handeln.“

<sup>9)</sup> Vorderseite: Seiner Georg-August-Universität zur ewigen Zierde! Rückseite: Georg V., König von Hannover, dem Fürsten der Mathematiker!

Bald nach dem Tode G a u ß' und zur 100., 150. und 175. Wiederkehr seines Geburtstages sowie im Rahmen biographischer Sammlungen erschienen mehrere, meist an Einzelheiten sehr reiche Werke<sup>10)</sup>.

Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen ließ G a u ß' Lebenswerk 1863—1874 zunächst in sieben Bänden (I bis <sup>1</sup>VII) durch Ernst Julius S c h e r i n g bearbeiten. Durch eine weitergehende Auswertung des Nachlasses, Abfassung einer wissenschaftlichen Biographie und Aufnahme mit G a u ß zusammenhängender Schriften wurde die erste Bandreihe 1900—1933 durch 8 Bücher vergrößert, wobei der 7. Band ergänzt neu herauskam.

### *Gauß und die Mathematik*

G a u ß war auf vielen Gebieten der Naturwissenschaften schöpferisch tätig. Das gedankliche Bindeglied ist die Königin der Wissenschaften, die Mathematik. G a u ß' große Bedeutung für die reine Mathematik wird von ihren Vertretern allgemein anerkannt.

Bereits G a u ß' erste Veröffentlichung, seine Doktorarbeit über den Fundamentalsatz der Algebra, reihte in wegen seiner Strenge unter die bedeutendsten Mathematiker nach Leonhard E u l e r (1707—1783). 1815 veröffentlichte er einen analytischen, 1816 einen funktionstheoretischen Beweis dazu. Zwischendurch befaßte er sich mit Kalenderfragen<sup>11)</sup>. Eine besondere Vorliebe hatte G a u ß für zahlentheoretische Untersuchungen.

Schon als Student und später machte sich G a u ß Gedanken über die nichteuklidische Geometrie, die er noch antieuklidisch nannte und bereits der Euklidischen Geometrie überordnete. 1838—1839 erlernte er als Sechzigjähriger selbst die russische Sprache, um die Abhandlungen des Kasaner Professors N. Iw. L o b a t s c h e w s k i j (1793—1856) über imaginäre Geometrie lesen zu können.

G a u ß schuf Neues in der Sphärischen Trigonometrie, im Bereich der komplexen Zahlen, der Geometrie der Lage, der Höheren Analysis, der Integralrechnung, der Theorie der elliptischen Funktionen, der Potentialtheorie; eine Reihe Operationen trägt seinen Namen. Die Verallgemeinerung des L e g e n d r e s c h e n Satzes über die Auflösung sphärischer Dreiecke

<sup>10)</sup> S a r t o r i u s v o n W a l t e r s h a u s e n, Wolfgang Freiherr: Gauß zum Gedächtnis. Leipzig 1856. — W i n n e c k e, F. A. T.: Gauß Carl Friedrich, Umriß seines Lebens und Wirkens. Festschrift zu Gauß' 100jährigem Geburtstag am 30. April 1877. Braunschweig 1877. — H ä n s e l m a n n, Ludwig: Karl Friedrich Gauß, 12 Kapitel aus seinem Leben. Leipzig 1878. — L ü r o t h, Ic.: Zur Erinnerung an Karl Friedrich Gauß. Z. f. Vermessungswesen 6 (1877), H. 4, S. 201—210. — M a c k, Heinrich: C. F. Gauß und die Seinen. Festschrift zu seinem 150. Geburtstage. Werkstücke aus Museum, Archiv und Bibliothek der Stadt Braunschweig 2 (1927). — B i e b e r b a c h, Ludwig: Carl Friedrich Gauß, ein deutsches Gelehrtenleben. Berlin 1938. — S c h i m a n k, Johann: C. F. Gauß. Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft 2 (1950). — W o l f, Helmut: Zum 175. Geburtstag von C. F. Gauß. Allgem. Vermessungsnachr. 1952, Nr. 5, S. 119—120.

<sup>11)</sup> G a u ß, C. F.: Berechnung des Osterfestes. Monatliche Korrespondenz zur Förderung der Erd- und Himmelskunde. 1800 (VI, 73—79).

auf beliebige krumme Flächen ist ein Ergebnis seiner allgemeinen flächentheoretischen Untersuchungen<sup>12)</sup>, die geometrische Definition der mathematischen Erdfigur ein weiteres.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bildete die Grundlage der Gaußschen Überlegungen, aus einer großen Anzahl Messungen den wahrscheinlichsten Wert der Beobachtung zu ermitteln. Seine Methode war allen früheren spekulativen und empirischen Verfahren weit überlegen, die auf verschiedenen Wegen das selbe Ziel verfolgten. Anlässlich der Bahnberechnung für den Planetoiden Ceres im Jahre 1801 bestand die Gaußsche Methode zur Ausgleichung überschüssiger Beobachtungen ihre Probe und erntete durch ihr praktisch erhärtetes Ergebnis Anerkennung und Bewunderung. Legendre hatte ähnliche Betrachtungen angestellt, den selben Weg gefunden und ihn ohne Begründung 1806 veröffentlicht<sup>13)</sup>. Gauß erkannte die formale Priorität Legendres an und übernahm dessen Bezeichnung des Verfahrens als „Methode der kleinsten Quadrate“, als er sie 1809 im Rahmen seiner Bewegungslehre auf Grund der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die ihn zu seinem Fehlergesetz geführt hatte, zum ersten Male veröffentlichte. Gauß hatte trotz Aufforderung hierzu mit der Bekanntgabe gemäß seinem Grundsatz so lange gezögert, „ut nihil amplius desiderari possit“<sup>14)</sup>. Weitere Arbeiten darüber folgten nach<sup>15)</sup>. Aber erst durch die deutschen systematischen Werke Enckes<sup>16)</sup> und Gerlings<sup>17)</sup> wurde die Methode der kleinsten Quadrate zur bahnbrechenden Beherrscherin des vielseitigen Gebietes des naturwissenschaftlichen Meßwesens, insbesondere der Geodäsie. Auch heute folgen die eingehenden Werke über Ausgleichs-

---

<sup>12)</sup> Gauß, C. F.: *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Göttingen 1828 (IV, 217–258), (Allgemeine Untersuchungen über krumme Flächen). Deutsch durch Wangarin, A., Leipzig 1921.

<sup>13)</sup> Legendre, Adrien Marie: *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. Paris 1806 (Neue Verfahren zur Bestimmung der Kometenbahnen); Anhang S. 72–82: *Sur la méthode des moindres carrés* (Über die Methode der kleinsten Quadrate). Ebenso in *Mémoires de la classe mathématique et physique de l'Institut de France*, Paris 1810, 2. Teil, S. 149 usw.

<sup>14)</sup> „daß Weiteres nicht mehr gewünscht werden könne.“

<sup>15)</sup> Gauß, C. F.: *Disquisitio de elementis ellipticis Palladis ex oppositionibus annorum 1803, 1804, 1805, 1807, 1808, 1809*. Göttingen 1810 (Untersuchung der Bahnelemente der Pallas auf Grund der Oppositionen der Jahre 1803, ...), (VI, 1–24); Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen. *Z. f. Astronomie u. verwandte Wissenschaften*. Tübingen 1 (1818), S. 185–196 (IV, 109–117); *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, 1. Teil, Göttingen 1823 (IV, 1–26); 2. Teil, Göttingen 1823 (IV, 27–53), (Theorie über die Vereinigung der Beobachtungen, die mit kleinsten Fehlern behaftet ist); *Supplementum theoriae combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, Göttingen 1828 (IV, 55–93), (Ergänzung der Theorie über die...).

<sup>16)</sup> Encke, Johann Franz: *Über die Methode der kleinsten Quadrate*. Anhang zum Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1834, 1835 und 1836.

<sup>17)</sup> Gerling, Christian Ludwig: *Die Ausgleichungs-Rechnungen der praktischen Geometrie oder die Methode der kleinsten Quadrate mit ihren Anwendungen für geodätische Aufgaben*. Hamburg, Gotha 1843.

rechnung den Gaußschen Gedankengängen<sup>18)</sup>. Zur Zeit Gauß' war es in der Mathematik noch üblich, bei allgemeinen, eingliedrigen Faktoren erst ab der dritten Potenz Exponenten zu gebrauchen und die zweite Potenz durch Faktorenwiederholung darzustellen. Diese Schreibung  $aa$  für  $a^2$  hat sich in der Ausgleichsrechnung wie das Gaußsche Summenzeichen in  $[aa]$  bis heute erhalten.

Eine der frühen globalen Anwendungen der Ausgleichsrechnung war die Neubestimmung der Erddimensionen durch Bessel (1841)<sup>19)</sup>.

Die Methode der kleinsten Quadrate wurde von Gauß auch rechen-technisch durchgebildet und von ihm ein klares Rechenschema für sein Eliminationsverfahren angegeben, das als Gaußscher Algorithmus bekannt ist, obwohl es viele Gaußsche Algorithmen gibt.

Ebenfalls auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruhen Gauß' grundlegende Untersuchungen auf dem Gebiete der Versicherungsmathematik, als er 1845 damit betraut wurde, die Witwen- und Waisenkasse der Universität Göttingen zu reorganisieren und 1851 zu prüfen.

### *Gauß als Wegweiser der Positionsastronomie*

Die mehrere Jahrtausende umspannende Entwicklung der Astronomie hatte zu Gauß' Zeit auf dem Gebiet der Positionsastronomie im Grundsätzlichen eine Vollendung erreicht, die seither nur durch Erweiterungen und Verfeinerungen bestätigt wurde. Daneben entstand zögernd die Astrophysik, um später das Hauptfeld der Astronomen zu werden.

Aus dieser allgemeinen Lage heraus ist die Bedeutung Gauß' für die Astronomie zu würdigen. Sie ist wegen der engen Beziehung der Positionsastronomie zur Erdmessung mit deren Fortschritten verwoben. Nur ihrem Zusammenwirken ist es zu verdanken, daß die großen Fragen nach der Erdgestalt und -größe eindeutig beantwortet wurden, wozu auch die Geophysik angeregt hatte und ihrerseits Fragen klären konnte. Die großen Gradmessungen hatten die ellipsoidische Erdgestalt erhärtet. Die 1819 von Walbeck berechneten Erddimensionen galten als die besten; Gauß benutzte sie ab 1821 für seine astronomisch-geodätischen Berechnungen<sup>20)</sup>.

Erst seit der Mitte des 18. Jahrhunderts — nur ein Menschenalter

---

<sup>18)</sup> Helmer, Friedrich Robert: Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie, die Physik und die Theorie der Meßinstrumente. Leipzig, Berlin 1924, S. 1—69. — Großmann, Walter: Grundzüge der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate nebst Anwendungen in der Geodäsie. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1953.

<sup>19)</sup> Bessel, Friedrich Wilhelm: Bestimmung der Achsen des elliptischen Rotationssphäroids, welches den vorhandenen Messungen von Meridianbogen der Erde am meisten entspricht. *Astronomische Nachr.* 19 (1842), Nr. 438, S. 97—116.

<sup>20)</sup> Walbeck, Henrik Johann: De forma et magnitudine telluris, ex dimensibus arcibus meridiani, definiendis. Åbo (schwedisch, jetzt finnisch Turku) 1819 (Über die aus den Meridianbogenmessungen abgeleitete Form und Größe der Erde).

vor dem Wirken G a u ß' — gilt das durch K o p e r n i k u s<sup>21)</sup> geformte heliozentrische Weltbild als unbestrittene Grundlage der Astronomie, die damit den weltanschaulichen Kämpfen entwuchs. Das N e w t o n'sche Gravitationsgesetz<sup>22)</sup> war dank dem Eintreten des Philosophen V o l t a i r e (1694—1778) allgemein anerkannt worden. Das vorausberechnete Wiedererscheinen des H a l l e y'schen Kometen im Jahre 1758 hatte die letzten Zweifler unter den Astronomen überzeugt. Man kannte seit dem Altertum sieben Planeten: Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn und Sonne. Der achte, Uranus, war 1781 durch den Hannoveraner Sir Wilhelm H e r s c h e l (1738—1822) in England entdeckt worden. L a p l a c e (1749 bis 1827) hatte das astronomische Weltbild unter Würdigung der Beiträge der einzelnen Entdecker und Forscher klar zusammengefaßt<sup>23)</sup>. Die Berechnung der Planeten- und Kometenbahnen aus Beobachtungen war vor G a u ß und O l b e r s besonders durch E u l e r und Johann H. L a m b e r t (1728—1777) gefördert worden.

Als G a u ß 1807 auf den Göttinger Lehrstuhl für Astronomie berufen wurde, folgte er mittelbar seinem berühmten Vorgänger Tobias M a y e r (1723—1762), der insbesondere durch seine Mondtafeln bekannt geworden war. Der Berufung G a u ß' ging eine seltene Berühmtheit des jungen Privatgelehrten voraus, die er durch seine gründlichen Forschungen auf dem Gebiete der theoretischen Astronomie, seine scharfsinnigen mathematischen Untersuchungen und unermüdlichen Berechnungen erlangt hatte.

Der Gothaer Astronom Franz Freiherr von Z a c h (1754—1832) hatte eine Durchforschung des Raumes zwischen den Bahnen des Mars und Jupiters in internationaler Zusammenarbeit angeregt<sup>24)</sup>. P. Giuseppe P i a z z i (1746—1826) in Palermo entdeckte noch zuvor am 1. Jänner 1801 den von ihm Ceres genannten ersten kleinen Planeten, konnte ihn aber nur während 40 Nächten auf 3<sup>o</sup> seines geozentrischen Bogens beobachten. Unter den mehrfachen Versuchen seiner Bahnberechnung aus diesen wenigen, dichten Beobachtungen, die bedeutend abweichende Ellipsen ergaben, wurde auch G a u ß' Ephemeride veröffentlicht. Am 31. Dezember 1801 wurde die Ceres sehr nahe der von G a u ß vorausberechneten Bahn wieder aufgefunden. G a u ß hatte sich für seine Bahnberechnung der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate bedient und so die wahrscheinlichste Ephemeride gefunden, die eine bisher nicht gekannte Genauigkeit hatte. Damit hatte G a u ß wenige Monate nach dem Erscheinen seiner Disquisitiones

---

<sup>21)</sup> K o p e r n i k u s, Nikolaus: De revolutionibus orbium coelestium. Nürnberg 1543 (Über die Bewegungen der Himmelskörper).

<sup>22)</sup> N e w t o n, Sir Isaac: Philosophiae naturalis principia mathematica. London 1687 (Die mathematischen Grundlagen der Naturwissenschaften).

<sup>23)</sup> L a p l a c e, Marquis Pierre-Simon de: Traité de Mécanique céleste. Paris 1802 (Abriß der Himmelsmechanik).

<sup>24)</sup> Von Z a c h stammte aus Preßburg und wirkte vorübergehend bei der L i e s g a n i g'schen Gradmessung mit.

arithmeticae einen in den Fachkreisen Aufsehen erregenden praktischen Erfolg zu verzeichnen.

1802 entdeckte O l b e r s den kleinen Planeten Pallas und 1804 H a r d i n g die Juno; G a u ß berechnete ihre Bahnen. Als 1807 O l b e r s wieder einen kleinen Planeten fand, überließ er G a u ß, der die Bahn berechnete, die Taufe. G a u ß wählte den Namen Vesta. Sieben Jahre arbeitete G a u ß an seiner Theorie, bevor er sie veröffentlichte <sup>6)</sup>. Der nächste kleine Planet wurde erst 1845 zu Beginn einer langen Kette solcher Entdeckungen aufgefunden. Die Berechnung der Kometenbahnen hatte durch O l b e r s <sup>25)</sup>, die der Planetenbahnen durch G a u ß <sup>15)</sup> ihre klassische Form erhalten. Auf diesen Arbeiten fußt das „Lehrbuch der Bahnbestimmung der Kometen und Planeten“, Leipzig <sup>2</sup> 1882, des Wiener Astronomen Theodor Ritter von O p p o l z e r.

G a u ß war es vergönnt, den 1803 begonnenen Bau der neuen Göttinger Sternwarte später selbst zu leiten. Er konnte das neue Haus, das er als „großes und sprechendes Denkmal der Liebe seiner Regierung für die Wissenschaft“ bezeichnete, 1816 nicht nur selbst beziehen, sondern auch einrichten. Von F r a u n h o f e r bezog er ein modernes, kleines Heliometer, von Johann Georg R e p s o l d einen Meridiankreis mit 5' Brennweite und drei Mikrometer-Mikroskopen und von R e i c h e n b a c h ein Durchgangsinstrument und einen Meridiankreis mit 6' Brennweite und vier Nonien. G a u ß stand mit den Instrumentenbauern in persönlicher und schriftlicher, gedankenreicher Verbindung und trug so zur Verbesserung der Instrumente bei. Er verfeinerte bekannte Beobachtungsverfahren und entwickelte neue an Hand der verbesserten Instrumente. Er führte auch viele Genauigkeitsuntersuchungen durch <sup>26)</sup>.

Die beiden großen Astronomen des 19. Jahrhunderts, G a u ß und B e s s e l, ahnten nicht, daß sie auf dem Gipfel der Forschungsbedeutung der Positionsastonomie standen. Aber die weltweite Geltung des Gravitationsgesetzes war im Rahmen der klassischen Mechanik restlos erwiesen. B e s s e l sah noch die alleinige Aufgabe der Astronomie darin, Regeln für die Bewegung jedes Gestirns zu finden, aus denen sein Ort für jede beliebige Zeit folgt. Der 70jährige G a u ß beobachtete noch mit großer Befriedigung den durch Johann Gottfried G a l l e (1812—1910) auf Grund der Vorausberechnungen durch L e v e r r i e r (1811—1877) und A d a m s jenseits des Uranus entdeckten Planeten Neptun.

<sup>25)</sup> O l b e r s, Wilhelm: Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode, die Bahn eines Kometen aus einigen Beobachtungen zu berechnen. Weimar, 1797.

<sup>26)</sup> Die Steigerung der Beobachtungsgenauigkeit der astronomischen Positionsbestimmung zeigt folgende Übersicht über die Abnahme des mittleren Fehlers einer Beobachtung:

Hipparch	um -150	Armille (Höhenring)	± 6'
Tycho Brahe	um 1600	Mauerquadrant (Diopter)	± 40''
James Bradley	um 1750	Durchgangsfernrohr	± 3''
Bessel	um 1840	Meridiankreis	± 1''
gegenwärtig		Meridiankreis	± 0,3''

*Gauß' physikalische Untersuchungen*

Im Bereiche der Physik führten G a u ß' Überlegungen über die Verwendung von Quecksilberoberflächen beim Bau astronomischer Instrumente zu Untersuchungen und einer Theorie über das Verhalten der Flüssigkeiten am Rand ihrer Oberfläche und in Kapillargefäßen<sup>27)</sup>. Er befaßte sich auch mit der Theorie der geometrisch-optischen Systeme<sup>28)</sup>. Das Studium der L a p l a c e schen Potentialtheorie regte ihn an, sie weiterzuentwickeln<sup>29)</sup>.

Der durch Hans Christian Ø r s t e d (1777—1851) im Jahre 1819 entdeckte Elektromagnetismus veranlaßte G a u ß in Zusammenarbeit mit W e b e r zu eingehenden Versuchen und Beobachtungen<sup>30)</sup>. Sie bauten 1833 den ersten brauchbaren elektromagnetischen Telegraphen von der Sternwarte zum magnetischen Feldobservatorium<sup>31)</sup>. Die Verbesserung der astronomischen Längenbestimmung durch drahttelegraphische Verbindung der Stationen schwebte G a u ß vor, gelang aber erst 1845 von S t e i n h e i l, der 1850 die Telegraphie in Österreich einführte.

Um die Ergebnisse seiner Studien in das wissenschaftliche Gebäude der Physik einfügen zu können, entwickelte G a u ß mit W e b e r 1832 ein System für die magnetischen und elektrischen Größen, das gegenwärtig neben anderen, internationalen Systemen besteht und in der Geophysik verwendet wird. Darin ist 1 „Gauß“ ( $\Gamma$ ) die Einheit der Feldstärke, wie es Alexander von H u m b o l d t (1769—1859) einführte<sup>32)</sup>. Auf Grund seiner Untersuchungen gab G a u ß die vermutliche Lage des magnetischen Nordpols in der Antarktis an; Sir James Clark R o s s fand 1841/42 diesen magnetischen Pol in nur drei Grad Entfernung von der Vorhersage. Die „Gauß“-Expedition 1901/03 unter E. von D r y g a l s k i benannte die höchste, vulkanische Erhebung auf Kaiser-Wilhelm-II.-Land „Gauß“-Berg.

In der hannoverschen Kommission für Maße und Gewichte leitete G a u ß die Anfertigung der Normalmaße.

<sup>27)</sup> G a u ß, C. F.: Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii. Göttingen 1829 (Allgemeine Grundlagen der Theorie von der Gestalt der Flüssigkeiten im Gleichgewichtszustand), (V, 29—77).

<sup>28)</sup> G a u ß, C. F.: Dioptrische Untersuchungen. Göttingen 1843 (V, 243—276).

<sup>29)</sup> G a u ß, C. F.: Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum homogeneorum. Göttingen 1813 (Theorie der Anziehung homogener, elliptischer Sphäroide), (V, 1—22).

<sup>30)</sup> G a u ß, C. F.: Intensitas vis magneticae terrestri ad mensuram absolutam revocata. Göttingen 1832 (Die Stärke der erdmagnetischen Kraft nach wiederholter absoluter Messung), (V, 79—118); Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. Göttingen 1838 (V, 119—193); Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstoßungskräfte. Leipzig 1840 (V, 195—242); G a u ß, C. F., und W e b e r, Wilhelm Eduard: Atlas des Erdmagnetismus. Leipzig 1840, (XII, 335—410, 22 Tafeln).

<sup>31)</sup> Der elektromagnetische Telegraph wurde 1821 durch André Marie A m p è r e (1775—1836) erfunden.

<sup>32)</sup> 1  $\Gamma$  herrscht an der Stelle eines magnetischen Feldes, auf die der magnetische Einheitspol in der Richtung der Kraftlinien eine Kraft von 1 Dyn ausübt.

### *Gauß' geodätische Arbeiten*

Nach Helmer t ist die Geodäsie die Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche. Zu beiden Aufgaben trug Gauß Grundlegendes bei.

Die erste Verbindung mit der Geodäsie bekam Gauß während der Landesvermessung des Herzogtums Westfalen 1797—1801, das unter dem Oberbefehl des Gönners Gauß' stand. Der junge Mathematiker nahm an den theoretischen Beratungen teil und wirkte an den Berechnungen mit.

1802 sehen wir Gauß bei der Messung der Seeberger Grundlinie durch von Zach und der Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen dem Brocken und Braunschweig, wozu Pulversignale verwendet wurden.

Im Jahre 1816 schlug Schumacher Gauß vor, die dänische Gradmessung von Skagen bis Lauenburg durch Hannover fortzusetzen. Gauß ist dafür, will aber zunächst seine Sternwarte fertig ausgerüstet haben, bevor er an den König um weitere Mittel für wissenschaftliche Zwecke herantritt.

Schumacher fördert persönlich den Plan des Unternehmens in Hannover mit Erfolg, wie überhaupt dieser Welt- und Hofmann Gauß viele Wege ebnet. 1818 wird zunächst das Anschlußdreieck bei Lüneburg beobachtet; Gauß konstruiert bei dieser Gelegenheit das Heliotrop oder den Sonnenspiegel, ein Zielgerät, das heute noch in vereinfachter Form ein unentbehrliches Hilfsmittel der Großtriangulierung ist.

In den Jahren 1821—1825 mißt Gauß selbst mit Reichenbachschen 4"-Theodoliten mit 12" Kreisdurchmesser alle 32 Stationen seines Gradmessungsnetzes zwischen den Sternwarten Altona und Göttingen und des holländischen Anschlusses, die er sorgfältig unmittelbar vor der Beobachtung erkundet hat. Hiebei kamen ihm seine Gesundheit, seine jugendliche Vorliebe für lange Fußmärsche und für das Reiten zugute. Zuweilen klagt Gauß über schlechte und entlegene Unterkünfte, doch findet er an der täglichen Reduktion seiner trigonometrischen Beobachtungen Freude. Er hatte zwar die Absicht, auf jeder Station alle Winkelkombinationen zu messen, ging aber praktisch so vor, „daß alle Richtungen zu ihrem Recht kamen“, ohne sich an einen starren Beobachtungsplan zu halten, wie ihn Schreiber 1875 einführt und mit den Beobachtungserfahrungen zuweilen in Widerspruch kommt. Dagegen sah Gauß keine eigene Grundlinie vor, sondern gab seinem Netz den Maßstab durch den Anschluß an die Schumacher'sche Gradmessung, in deren Südteil die Grundlinie Braak in Holstein liegt und zu deren Messung im Jahre 1820 ihn Schumacher eingeladen hatte.

Bessel hebt den großen Fortschritt der Gauß'schen Gradmessung hervor, die den wahrscheinlichsten Wert für den Breitengradbogen ergab, während die französischen Arbeiten dieser Art je nach dem Rechenweg verschiedene Ergebnisse liefern. Durch die Einschaltung von Vierecken und Fünfecken gelang es Gauß, den ungünstigen Einfluß zu spitzer Winkel wesentlich herabzudrücken. Er betont ausdrücklich — wohl zum Unterschied

von der herrschenden Gepflogenheit —, daß er „ohne Auswählen, ohne Ausschließen, stets nach der Strenge der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ vorgegangen sei, die damit auch in die Geodäsie Eingang gefunden hatte. Der größte Dreieckswiderspruch beträgt 2,2“, die größte der 76 Richtungsverbesserungen 0,8“, der mittlere Fehler  $\pm 0,47''$ . Gegenwärtig — nach 130 Jahren — muß man mit Fehlern im halben Ausmaß rechnen.

Den Breitenunterschied der durch seinen Gradmessungsbogen verbundenen Sternwarten bestimmte G a u ß 1827, nachdem bereits 1820 die Orientierung über ein Meridianzeichen seiner Sternwarte erreicht worden war<sup>33)</sup>. Während der Feldarbeiten hatte G a u ß die Freude, seinen Sohn Georg durch zwei Jahre als Mitarbeiter um sich zu haben.

1828 wurde verfügt, das Gradmessungsnetz zum Hannoverschen Landesnetz zu erweitern, um eine zeitgemäße Grundlage für die topographische Landesaufnahme zu schaffen, die ihrer vorher entbehrte, so daß die Unsicherheit der gegenseitigen Entfernung der Orte in den Karten mehrere Kilometer erreichte. G a u ß oblag die Leitung dieser bis 1844 dauernden Arbeiten und die 1848 abgeschlossene Berechnung, während die Feldarbeiten nach seinen Anweisungen von Offizieren, darunter Leutnant Josef G a u ß, ausgeführt wurden, die von ihm während der Gradmessungsarbeiten eingeführt worden waren<sup>34)</sup>. Die etwa 3000 trigonometrisch bestimmten Punkte sind in einem Koordinatenverzeichnis überliefert (IV). Leider ist durch die vielfach unterbliebene dauernde Festlegung ein großer Teil der Punkte verlorengegangen. Dennoch beruht die Hannoversche Katastervermessung noch vielfach auf dem G a u ß schen Landesnetz.

Da Oldenburg von der Hannoverschen Landesvermessung durch ein Siebeneck eingeschlossen wurde, ergab sich die Frage des Polygonschlusses, die G a u ß geklärt, aber nicht festgehalten hat<sup>35)</sup>.

Ebenso wie G a u ß die Erdmessung neu gestaltete, war er wegweisend in der Darstellung ihrer Ergebnisse. Seine allgemeinen Untersuchungen zur Flächentheorie<sup>12)</sup> umschließen die von ihm als konform bezeichneten isogonalen mathematischen Abbildungen<sup>36)</sup> und führten zur konformen Projektion der Hannoverschen Landesvermessung, die die unmittelbare, winkeltreue Abbildung des Rotationsellipsoids in der Ebene beinhaltet und die ellipsoidische Parallele zur querachsigen Mercatorprojektion der Kugel

<sup>33)</sup> G a u ß, C. F.: Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona durch Beobachtungen am Ramsdenschen Zenitsektor. 1828 (IX, 1–58).

<sup>34)</sup> G a e d e, Udo: Beiträge zur Kenntnis von Gauß' praktisch-geodätischen Arbeiten. Z. f. Vermessungswesen 14 (1885), S. 113–137; S. 145–157; S. 161–173; S. 177–192; S. 193–207; S. 225–245, u. 6 Tafeln.

<sup>35)</sup> G a u ß, C. F.: Dreieckskranz um Oldenburg (IX, 329–342).

<sup>36)</sup> G a u ß, C. F.: Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Teile einer gegebenen Fläche auf einer anderen gegebenen Fläche so abzubilden, daß die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Teilen ähnlich wird. (Als Beantwortung der von der Königlichen Sozietät der Wissenschaften in Kopenhagen für 1822 aufgegebenen Preisfrage.) Schumachers Astronomische Abhandlungen 3 (1825), (IV, 189–216).

in die Ebene darstellt. Da es G a u ß nicht vergönnt gewesen ist, seine großen Leistungen auf dem Gebiete der Geodäsie in einer ähnlichen Weise vollständig ausgearbeitet der wissenschaftlichen Mitwelt zu übergeben wie die der Astronomie, übernahm es S c h r e i b e r, aus der Hannoverschen Landesvermessung, „die ganz und vollständig durch G a u ß ausgeführt und von G a u ß schem Geiste durchweht ist und genau das, was G a u ß gewollt hat, erkennen läßt, die analytischen Entwicklungen, die G a u ß selbst schon besessen haben muß, vollständig ins Leben zu rufen“<sup>37)</sup>.

Die 1875 in Preußen durch S c h r e i b e r eingeführte konforme Doppelprojektion hat ebenfalls bereits G a u ß angegeben und sich dabei des Zwischengliedes seiner Bildkugel bedient<sup>38)</sup>.

H e l m e r t hat 1877 die Anwendung der hannoverschen Projektionsmethode in Form von Meridianstreifen empfohlen<sup>39)</sup>. K r ü g e r behandelte das Problem allgemein, ließ für den Hauptmeridian eine Änderung des Abbildmaßstabes zu und entwickelte die Abbildungsgleichungen im Anschluß an die Mercatorprojektion (1569)<sup>40)</sup>. In dieser Form ist die G a u ß - K r ü g e r -Abbildung in Meridianstreifen in mannigfachen Spielarten über die Erde als Landessysteme verbreitet.

Die Krönung der globalen Geltung G a u ß' liegt aber in der Empfehlung der Internationalen Assoziation für Geodäsie vom Jahre 1951<sup>41)</sup>, das G a u ß - K r ü g e r -Meridianstreifensystem als „Universale, transversale Mercatorprojektion (G a u ß sche konforme Projektion)“ im Meridianschnitt der Internationalen Weltkarte ( $l = 6^\circ$ ) mit  $m_0 = 0,9996$  zur überstaatlichen geodätischen, einschließlich kartographischen Grundlage zu nehmen.

<sup>37) — 41)</sup> siehe Seite 16



Denkmünze König Georgs V. für C. F. Gauß (1856)

(Nach dem Original im Münzkabinett des Kunsthistorischen Museums in Wien — Durchmesser 70 mm)

<sup>37)</sup> S c h r e i b e r, Oskar: Theorie der Projektionsmethode der Hannoverschen Landesvermessung. Hannover 1866.

<sup>38)</sup> G a u ß, C. F.: Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodäsie, 1. Abhandlung. Göttingen 1843 (IV, 259–300). — S c h r e i b e r, Oskar: Die konforme Doppelprojektion der Trigonometrischen Abteilung der Königlich Preußischen Landesaufnahme. Berlin 1897.

<sup>39)</sup> H e l m e r t, Friedrich Robert: Über Triangulierung und Projektionsmethoden. VI. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins. Z. f. Vermessungswesen 6 (1877), S. 606–614.

<sup>40)</sup> K r ü g e r, Ludwig: Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Veröff. d. Königl. Preuß. Geodätischen Inst. Potsdam, Neue Folge 52 (1912); Formeln zur konformen Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Berlin 1919.

<sup>41)</sup> 9. Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik in Brüssel, August 1951, EntschlieÙung Nr. 1, Bull. géodésique, Neue Folge, Nr. 22, Seite 471.

## Numerische Orientierung mit 5 oder 6 Punkten?

Von Dipl.-Ing. Gerhard W i n k e l m a n n

Universität Columbus, Ohio

Bei der Entwicklung eines neuen numerischen Orientierungsverfahrens schreibt H. Schmid in dieser Zeitschrift \*): „Die Messung in sechs Punkten ist zwar fehlertheoretisch nicht zu begründen, da die einzige überschüssige Beobachtung praktisch keine Genauigkeitssteigerung bringt.“ Im Folgenden soll eine kurze Untersuchung den Zusammenhang zwischen den zur Diskussion stehenden Punktkombinationen und der Genauigkeit klären. Schmid geht von folgender Parallaxenformel aus:

$$(p)'' = dby'' + \frac{Y}{Z} dbz'' - Z \left( 1 + \frac{Y^2}{Z^2} \right) d\omega'' - \frac{(B-X)Y}{Z} d\varphi'' + (B-X) dx'' \quad (1)$$

Die entsprechenden Parallaxengleichungen lauten dann:

$$p_1 = dby'' - Zd\omega'' + Bdx''$$

$$p_2 = dby'' - Zd\omega''$$

$$p_3 = dby'' + \frac{K}{Z} dbz'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega'' - \frac{BK}{Z} d\varphi'' + Bdx'' \quad \dots (2)$$

$$p_4 = dby'' + \frac{K}{Z} dbz'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega''$$

$$p_5 = dby'' - \frac{K}{Z} dbz'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega'' + \frac{BK}{Z} d\varphi'' + Bdx''$$

$$p_6 = dby'' - \frac{K}{Z} dbz'' - \left( Z + \frac{K^2}{Z} \right) d\omega''$$

\*) Die funktionellen Zusammenhänge von  $y$ -Parallaxengröße und Beobachtungsort in einem Stereomodell; ein neues numerisches Orientierungsverfahren. Nr. 2, 1954, S. 51.