

Paper-ID: VGI_195202



Neue Vorschläge zur geographischen Ortsbestimmung

Wilhelm Embacher ¹

¹ *Technische Hochschule in Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **40** (1, 2, 3), S. 3–13, 50–58, 82–88

1952

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Embacher_VGI_195202,  
Title = {Neue Vorschläge zur geographischen Ortsbestimmung},  
Author = {Embacher, Wilhelm},  
Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {3--13, 50--58, 82--88},  
Number = {1, 2, 3},  
Year = {1952},  
Volume = {40}  
}
```



Neue Vorschläge zur geographischen Ortsbestimmung

Von Dipl.-Ing. Dr. W. Embacher

Bekanntlich hat zur Zeit der Fortschritt im Bau von Beobachtungsinstrumenten den größten Anteil an der Weiterentwicklung der Beobachtungsmethoden. Es ist daher naheliegend zu untersuchen, inwieweit die modernen Beobachtungsinstrumente der Landesvermessung in den Dienst der geographischen Ortsbestimmung gestellt werden können.

In der vorliegenden Arbeit wird nun versucht, unter Verwendung eines modernen Universaltheodolites, wie er für Triangulierungen 1. und 2. Ordnung verwendet wird, neue Methoden anzugeben, die teilweise noch genauer als die üblichen Verfahren sind, und außerdem eine wesentliche Einsparung an Zeit und Material ermöglichen. Im ersten Abschnitt soll gezeigt werden, wie es durch geschickte Ausnützung ausgezeichneter Sternstellungen und durch günstige Messungsanordnung auch ohne astronomisches Spezialinstrument möglich ist, Polhöhe und astronomisches Azimut zu bestimmen. Dadurch, daß man die beiden unbekanntenen Größen gleichzeitig ermittelt, wird an Zeit gespart, während die Genauigkeit nicht hinter den bisher verwendeten Methoden zurückbleibt. Eine weitere Methode, die geographische Länge ohne Uhrlesung zu ermitteln, bringt auch auf diesem Gebiet zumindest für genäherte Längenbestimmungen eine Vereinfachung. Im zweiten Abschnitt wird die geozentrische Breite aus Mondbeobachtungen im Meridian abgeleitet und die Anwendung des räumlichen Rückwärtsschnittes auf die Bestimmung der geozentrischen Koordinaten des Beobachtungsortes gezeigt. Diese können im Vergleich mit den geographischen Koordinaten wertvolle Aufschlüsse über die Figur der Erde geben. Einige theoretische Erläuterungen dazu werden in der Einleitung vorausgeschickt.

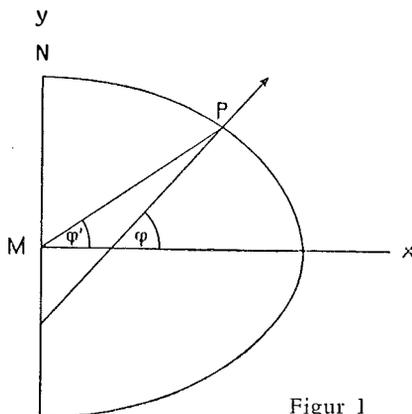
Einleitung

Unter geographischer Ortsbestimmung versteht man die Festlegung eines Beobachtungspunktes durch seine geographische Breite, das ist der Winkel, den die Lotrichtung in diesem Punkt mit der Äquatorebene einschließt, und durch die geographische Länge, das heißt durch den Winkel, den der Ortsmeridian mit einem Nullmeridian bildet. Betrachtet man die Figur der Erde in erster Näherung als eine Kugel und in zweiter Näherung als ein Rotationsellipsoid oder überhaupt als einen Rotationskörper, so ist durch geographische Breite und Länge ein Punkt eindeutig bestimmt. Punkte gleicher Breite befinden sich auf einem so idealisierten Erdkörper auf einem Parallelkreis zum Äquator, Punkte gleicher Länge auf der Schnittkurve der Ebene durch die Rotationsachse. Wenn es gelingt, aus den Elementen Rotationsachse, Flächennormale und Meridianebene auf astronomischem Weg die geographischen Koordinaten zu bestimmen, so kann jeder Punkt für sich allein festgelegt werden. Es ist dies eine absolute Lagebestimmung im Gegensatz zur Triangulierung, welche die gegenseitige Lage mehrerer Punkte, deren absolute Lage auf der Erdoberfläche im sogenannten Triangulierungshauptpunkt aus astronomischen Messungen abgeleitet wird, bestimmt.

Die Annahme einer ellipsoidischen Erdfigur konnte nicht mehr genügen, als man zu der Erkenntnis kam, daß sich die Ergebnisse der Grad- und Schwere-messungen nicht ohne weiteres auf ein Rotationsellipsoid vereinigen ließen. Die allgemeine, physische Figur der Erde ist durch die Kontinente und Meere gegeben. Gauß hat die in Höhe der Meeresoberfläche verlaufende Niveaufäche als mathematische Figur der Erde bezeichnet. Listing führte den Namen „Geoid“ ein. Es ist dies eine allseitig geschlossene Fläche, welche aus Stücken analytischer Flächen zusammengesetzt ist, die stetig ineinander übergehen, aber verschiedene Krümmungen besitzen. Das Geoid ist also nicht durch eine einzige analytische Funktion darstellbar. Die Verbindungslinie von Punkten gleicher Breite sind im allgemeinen keine Kreise und Punkte gleicher Länge liegen im allgemeinen nicht in einer Ebene. Der „Parallel“ mit der geographischen Breite φ ist demnach die Gesamtheit der Punkte auf dem Geoid, deren Lotrichtung mit einer auf die Rotationsachse senkrechten Ebene den gleichen Winkel φ einschließt. Die Meridianebene ist die Ebene durch die Lotrichtung parallel zur Rotationsachse. Sie enthält die Rotationsachse im allgemeinen nicht. Die Gesamtheit aller Punkte mit parallelen Meridianebenen ist der Meridian auf dem Geoid.

Die astronomische Ortsbestimmung bezieht sich auf das Kraftfeld der Erde; sie geht von der physischen Lotrichtung aus, welche durch die Libelle angezeigt wird. Die Lotrichtung setzt sich aus der Richtung der Attraktion, die durch Unregelmäßigkeiten in der Massenordnung noch beeinflußt wird, und aus der Richtung der Zentrifugalkraft zusammen. Die resultierende Lotrichtung ist also von der Intensität der Attraktion, bzw. ihrer Störungen und von der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde abhängig.

Werden die Messungen auf dem Beobachtungspunkt nicht auf die Lotrichtung, sondern auf den Durchstoßpunkt der Rotationsachse mit der Äquator-ebene bezogen, so kommt man zu dem Begriff der geozentrischen Breite und des Radiusvektors. Wenn die Erde als Rotationsellipsoid angenommen wird, kann aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse eine Relation zwischen der geozentrischen Breite φ' und der geographischen Breite φ abgeleitet werden. Sind x und y die rechtwinkligen, auf das Zentrum der Erde bezogenen, dem Äquator, bzw. der Polachse parallelen Koordinaten des Punktes P , so ist



Figur 1

$$\tan \varphi' = \frac{y}{x}. \quad (1)$$

Da aber φ der Winkel ist, den die Normale im Punkt P mit der x -Achse einschließt, besteht die Beziehung

$$\tan \varphi = - \frac{dx}{dy}. \quad (2)$$

Sind a und b die große, bzw. die kleine Achse der Ellipse, so lautet ihre Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \quad (3)$$

diese differenziert gibt

$$\frac{dx}{dy} = - \frac{a^2 y}{b^2 x}. \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (1) (2) und (4) erhält man

$$\tan \varphi' = \frac{b^2}{a^2} \tan \varphi. \quad (5)$$

Die Differenz $(\varphi - \varphi')$ ist zu berechnen aus

$$\tan(\varphi - \varphi') = \frac{\tan \varphi - \tan \varphi'}{1 + \tan \varphi \tan \varphi'}.$$

Wird $\frac{a^2 - b^2}{a^2} =: e^2$ bezeichnet, so ist

$$\tan(\varphi - \varphi') = \frac{e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}. \quad (6)$$

Der Ausdruck $1 - e^2 \sin^2 \varphi$ wird mit W^2 bezeichnet und ist fast 1, da e^2 sehr klein ist;

$\frac{a - b}{a} = \alpha$ nennt man die Abplattung der Meridianellipse und das Verhältnis

$$\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = e$$

die Exzentrizität der Meridianellipse. Zwischen Abplattung und Exzentrizität besteht die Beziehung

$$\frac{b}{a} = 1 - \alpha = \sqrt{1 - e^2}, \text{ daher ist}$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - e^2}.$$

Da e sehr klein ist, kann man $e^2 = 2\alpha$ setzen, wenn $(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$ in eine Binomialreihe entwickelt wird.

Das Maximum für $(\varphi - \varphi')$ tritt bei $\varphi = 45^\circ$ auf und beträgt rund 11 Minuten 30 Sekunden. Die Differenz zwischen geozentrischer Breite und Polhöhe gibt unmittelbar einen Wert für die Abplattung.

In der Geodäsie und in der Astronomie wird die Interpolationsrechnung häufig benützt. Bei der Längenbestimmung, die in dieser Arbeit gezeigt wird, kommt die Interpolationsrechnung in umgekehrter Form zur Anwendung.

Die Umkehrung der Interpolationsformel von Newton entspricht der Umkehrung einer Potenzreihe. Es liege die Reihe

$$y = \binom{x}{1} A_1 + \binom{x}{2} A_2 + \binom{x}{3} A_3 + \dots$$

für $|x| < 1$ vor.

Die Koeffizienten A_1, A_2, A_3 nehmen stetig ab. Diese Reihe kann nach Potenzen von x umgeordnet werden:

$$y = \left[A_1 - \frac{A_2}{2} + \frac{A_3}{3} \dots \right] x + \left[\frac{A_2}{2} - \frac{A_3}{2} \dots \right] x^2 + \left[\frac{A_3}{6} + \dots \right] x^3 + \dots$$

wir erhalten also eine Potenzreihe in x , wenn $a_1 = A_1 - \frac{A_2}{2} + \frac{A_3}{3} \dots$,

$$a_2 = \frac{A_2}{2} - \frac{A_3}{2} \dots \quad \text{und} \quad a_3 = \frac{A_3}{6} \dots \text{ gesetzt wird.}$$

Diese Reihe soll umgekehrt werden. Es muß also eine Potenzreihe existieren, die folgendermaßen aussieht:

$$\begin{aligned} x &= b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots \quad \text{es muß demnach} \\ y &= a_1 (b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots) + a_2 (b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots)^2 + \\ &\quad + a_3 (b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots)^3 + \dots \end{aligned}$$

sein. Ist diese Gleichung erfüllt, so muß

$$\begin{aligned} a_1 \cdot b_1 &= 1 \\ a_1 \cdot b_2 + a_2 b_1 &= 0 \dots \dots \text{ sein.} \end{aligned}$$

Also alle Koeffizienten von $y^2, y^3, y^4 \dots$ müssen Null sein. Daraus können die Koeffizienten b_i eindeutig berechnet werden

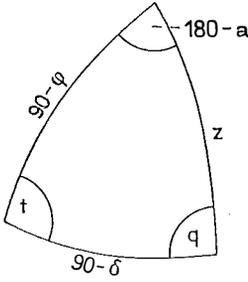
$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{a_1}, \\ b_2 &= -\frac{a_2 b_1}{a_1} = -\frac{a_2}{a_1^2} \text{ usw.} \end{aligned}$$

Die Berechnung der Koeffizienten $b_1, b_2, b_3 \dots$ usw. wird sehr umständlich; ein Iterationsverfahren führt schneller zum Ziele.

Bestimmung von Polhöhe und Azimut mit einem Universal-Theodolit

Bei der Polhöhen- und Azimutbestimmung sind wesentliche Vereinfachungen sowohl bei der Beobachtung als auch in der Berechnung zu erreichen. Es soll diese Aufgabe noch einmal untersucht werden, um eine Lösung zu finden, die mindestens dieselbe Genauigkeit wie die bisher üblichen Methoden liefert und außerdem wirtschaftlich ist.

Ausgehend vom ersten Fundamentaldreieck der sphärischen Astronomie erhält man zwischen der Zenitdistanz z , dem Azimut a , der Deklination δ , dem Stundenwinkel t , der Polhöhe φ und dem parallaktischen Winkel q folgende Beziehungen:



Figur 2

$$\sin z \sin a = \cos \delta \sin t \quad (7)$$

$$\sin z \cos a = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t \quad (8)$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (9)$$

$$\sin z \sin q = \cos \varphi \sin t \quad (10)$$

$$\sin z \cos q = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t \quad (11)$$

$$\sin q \cos \delta = \sin a \cos \varphi \quad (12)$$

$$\cos q \cos \delta = \sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos a \quad (13)$$

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos a \quad (14)$$

$$\cos q = \sin \varphi \sin a \cdot \sin t + \cos a \cos t \quad (15)$$

Meistens kommt es bei geographischen Ortsbestimmungen vorerst darauf an, die Richtung des Meridians zu finden, es wird also zunächst die Ermittlung des genauen Azimutes behandelt. Die aus den Gleichungen (7)–(15) abgeleiteten Differentialgleichungen geben Aufschluß über die Abhängigkeit eines Fehlers im Azimut von den Fehlern in der Zenitdistanz, der Zeit, der Polhöhe und der Deklination:

$$\sin z \sin a da = \cos z \cos a dz + (\cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t) d\delta + \sin z \sin a \sin \varphi dt - \cos z d\varphi,$$

und

$$-\sin z dz = (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t) d\delta - (\sin \varphi \cos \delta \cos t - \cos \varphi \sin \delta) d\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin t dt;$$

oder

$$dz = \cos a d\varphi - \cos q d\delta + \sin a \cos \varphi dt.$$

Zunächst soll die Änderung des Azimutes durch eine Deklinationsänderung untersucht werden:

$$\frac{da}{d\delta} = \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin^2 z}; \quad (16)$$

setzt man t variabel, so ist

$$\frac{da}{dt} = \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z}; \quad (17)$$

und eine Azimutänderung durch eine Änderung der Polhöhe ergibt sich mit

$$\frac{da}{d\varphi} = -\cot z \sin a. \quad (18)$$

Ein Fehler in der Deklination fällt aus dem Azimut heraus, wenn dieses aus Messungen zu beiden Seiten des Meridians bei entgegengesetzt gleichem Stundenwinkel abgeleitet wird; wie aus Gleichung (16) ersichtlich ist. Aus Gleichung (17) folgt, daß ein Fehler in der Zeit nicht in das Azimut eingeht, wenn $q = 90^\circ$ ist, das heißt wenn sich der Stern in der größten Digression befindet. Ein Fehler in der Polhöhe hat auf ein Azimut, welches im Meridian oder im Horizont bestimmt wird, keinen Einfluß. Auch ohne Kenntnis der Polhöhe kann man das Azimut eines irdischen Objektes bestimmen. Die einfachste Lösung wäre, einen Zirkumpolarstern in seiner größten Digression links und rechts vom Meridian zu be-

obachten und den Winkel zu halbieren. Man müßte dann aber von der Ost- bis zur Westdigression viele Stunden warten. Während dieser Zeit können sich die äußeren Umstände der Messung stark ändern und so die Messungsergebnisse beeinflussen.

Beobachtet man hingegen zwei Sterne, deren Vertikalebene in rascher Aufeinanderfolge Tangentialebenen ihrer Bahn sind, das heißt Sterne in ihrer größten Digression zu beiden Seiten des Meridians, so kann man die Summen der absoluten Azimute messen, man erhält sie aus der Differenz der Kreislesungen; das Verhältnis der Sinus der Azimute ist dann gegeben durch

$$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} \quad (19)$$

wenn mit a_1 und a_2 die absoluten Beträge der von Norden nach Osten und Westen gemessenen Azimute bezeichnet werden.

Denn in der größten Digression ist

$$\sin |a| = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}. \quad (20)$$

Diese Beziehung geht aus Formel (12) hervor, auch wenn das Azimut nicht von Süden, sondern von Norden aus gezählt wird. Aus der gemessenen Summe ($a_1 + a_2$) und dem nach (19) ermittelten Sinusverhältnis

$$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = m,$$

kann a_1 und a_2 berechnet werden:

$$\tan \frac{a_1 - a_2}{2} = \frac{m - 1}{m + 1} \tan \frac{a_1 + a_2}{2}. \quad (21)$$

Die Azimutkorrektur wegen der täglichen Aberration beträgt für ein von Norden aus gezähltes Azimut

$$d a = + 0'', 32 \frac{\cos \varphi \cos a}{\sin z}.$$

Aus der Summe ($a_1 + a_2$) fällt bei Beobachtung symmetrisch zum Meridian, die sich, wie später ausgeführt wird, als besonders günstig erweist, diese Korrektur heraus. Sie muß aber an die berechneten Azimute angebracht werden. Es genügt dabei, die Zenitdistanz aus den Einstelldaten des Sternes zu übernehmen.

Aus dem gerechneten Azimut läßt sich mit Hilfe der Formel (20) die Polhöhe bestimmen, deren Fehler in mittleren Breiten kleiner als der Azimutfehler sein wird, wenn das Azimut des entsprechenden Sternes genügend größer als 45° ist; denn

$$\sin \varphi d \varphi = \frac{\cos \delta \cos a}{\sin^2 a} d a$$

und

$$d \varphi = \cot \varphi \cot a d a. \quad (22)$$

Die Genauigkeit des Azimutes eines irdischen Objektes ist abhängig von der Genauigkeit des Azimutes des Sternes und diese wieder hängt von der Genauigkeit ab, mit welcher die Azimutsumme ermittelt wurde. Es ist

$$\text{und } \left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2}, \\ a_2 &= \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{a_1 - a_2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Wie sich ein Fehler in der halben Azimutsumme auf die halbe Differenz der Azimute auswirkt, ist durch Differentiation der Gleichung (21) ersichtlich:

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{a_1 - a_2}{2}} \Delta \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right) = \frac{m - 1}{m + 1} \frac{1}{\cos^2 \frac{a_1 + a_2}{2}} \Delta \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right);$$

also ist

$$\Delta \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right) = \frac{m - 1}{m + 1} \frac{\cos^2 \frac{a_1 - a_2}{2}}{\cos^2 \frac{a_1 + a_2}{2}} \Delta \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right).$$

Der Fehler in der halben Azimutdifferenz wird demnach umso kleiner sein, je mehr m an 1 herankommt, das heißt wenn die Deklination des ersten und zweiten Sternes fast gleich ist. Außerdem soll die Summe $\frac{a_1 + a_2}{2}$ klein sein, damit $\cos \frac{a_1 + a_2}{2}$ beinahe 1 wird. Die Berechnung der Azimute aus einem polnahen Stern und einem Stern in Zenitnähe ist ungünstig. Die genauesten Azimute werden sich aus polnahen Sternen mit ungefähr gleicher Deklination ergeben, während die Sterne mit kleiner Deklination oder mit einem Azimut über 45° zur Polhöhenbestimmung am günstigsten sind.

Soll das Azimut eines irdischen Objektes und die Polhöhe des Beobachtungspunktes bestimmt werden, so ergibt sich folgende einfache Beobachtungsmethode: Etwa 10 Minuten vor der Digression wird das irdische Objekt in einer Kreislage angeschnitten, darauf in derselben Kreislage der Digressionsstern bis etwa 2 Minuten nach der Digression wiederholt beobachtet. Dies geschieht, wie später noch erklärt wird, zur graphischen Bestimmung der Digressionszeit. Nun wird derselbe Stern ebenso oft in der anderen Kreislage und schließlich noch die Richtung zum Objekt gemessen. Die Libelle wird am Anfang und am Ende, eventuell zur Kontrolle auch während jeder Kreislage gelesen. Nun wird der zweite Digressionsstern symmetrisch zum Meridian auf dieselbe Art beobachtet und bei dem folgenden Satz der Kreisstand geändert, um Kreisteilungsfehler zu eliminieren.

Nach dem oben angeführten Verfahren wird aus der Azimutsumme je zwei entsprechender Sterne das Azimut des Objektes abgeleitet. Diese Azimute sind nach Beobachtungen ungleicher Genauigkeit auszugleichen, und zwar beträgt das Gewicht eines Azimutes, das aus zwei Sternen mit dem Azimut a_1 und a_2 abgeleitet wird:

$$p_{a_1} = p_{a_2} = \frac{1}{\left(\frac{m_{a_1} + a_2}{2}\right)^2} \left[1 - \left(\frac{m-1}{m+1} \frac{\cos^2 \frac{a_1 - a_2}{2}}{\cos^2 \frac{a_1 + a_2}{2}} \right)^2 \right].$$

Denn nach Formel (23) ist

$$\Delta a = \Delta \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) \pm \Delta \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right).$$

Es beträgt das Quadrat des mittleren Fehlers:

$$m_{a_1}^2 = m_{a_2}^2 = \left(\frac{m_{a_1} + a_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{m_{a_1} - a_2}{2} \right)^2.$$

Der mittlere Fehler $\frac{m_{a_1} + a_2}{2}$ setzt sich zusammen aus dem Visurfehler und dem Ablesefehler, die für alle Sterne etwa gleichzusetzen sind, und dem Fehler, der sich aus dem Stehachsenfehler durch unscharfe Ablesung und Trägheit der Libelle ergibt und der mit der Kotangente der Zenitdistanz des Sternes zunimmt. Die beiden ersteren sind gegenüber dem Stehachsenfehlerrest klein, so daß der mittlere Fehler der Azimutsumme der Kotangente der Zenitdistanz proportional gesetzt werden kann. $\frac{a_1 - a_2}{2}$ ist ebenfalls sehr klein, also kann für die Gewichts- berechnung $\cos \frac{a_1 - a_2}{2} = 1$ gesetzt werden, so daß die Gewichte für den Azimut- ausgleich

$$p_a = \tan^2 z \left[1 - \left(\frac{m-1}{m+1} \frac{1}{\cos^2 \frac{a_1 + a_2}{2}} \right)^2 \right] \quad (24)$$

lauten. Die praktischen Versuche haben gezeigt, daß $p^a = \tan^2 z$ gesetzt werden kann.

Aus den verbesserten Azimuten der Sterne wird die Polhöhe mehrmals berechnet, wobei die einzelnen Gewichte nach Formel (22)

$$p_\varphi = \tan^2 a \quad (25)$$

lauten.

Ein gemeinsamer Ausgleich ist nicht möglich, da für die zwei gesuchten Größen, das Azimut und die Polhöhe, die mittleren Fehler aus derselben Beobachtung ungleich groß sind. Ein Ausgleich ohne Gewichte liefert unrichtige Resultate¹⁾.

Um die Lesung zur Zeit der größten Digression zu erhalten, werden die Lesungen, die in der Nähe der größten Digression gemacht wurden, auf diesen Zeitpunkt reduziert. Die Azimutänderung ist in Funktion der Änderung des Stundenwinkels durch eine Potenzreihe darzustellen:

¹⁾ Prof. J. G. Böhm: Methode geogr. Breite und Azimut zugleich zu finden. Abhandlungen der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. V. Folge, 9. Bd., Prag 1855.

Professor Böhm setzt die Bedingungsgleichung an, daß Lesung in der Digression + errechnetes Azimut die Meridianlesung ergeben müsse. Er bestimmte eine genäherte Polhöhe und versuchte dann, Polhöhenverbesserung und Meridianlesung aus einem gemeinsamen Ausgleich nach bedingten Beobachtungen zu errechnen.

$$f(a + da) = a + \frac{da}{dt} \Delta t + \frac{d^2 a}{dt^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{d^3 a}{dt^3} \frac{\Delta t^3}{6} + \dots$$

Die Gleichung (17) lautet:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z}.$$

In der größten Digression ist der parallaktische Winkel $q = 90^\circ$ und $\cos q = 0$ daher

$$\frac{da}{dt} = 0$$

Nun wird die zweite Ableitung des Azimutes nach der Zeit gebildet.

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \cos \delta \cos q \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sin z} \right) - \frac{\cos \delta}{\sin z} \sin q \frac{dq}{dt}.$$

Aus Gleichung (11) ergibt sich

$$\cos z \cos q \frac{dz}{dt} - \sin z \sin q \frac{dq}{dt} = \cos \varphi \sin \delta \sin t.$$

Somit ist im Augenblick der größten Digression

$$\frac{dq}{dt} = - \frac{\cos \varphi \sin \delta \sin t}{\sin z}.$$

Die zweite Ableitung des Azimutes nach der Zeit im Zeitpunkt der größten Digression lautet also

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{\sin \delta \cos \delta}{\sin z}, \text{ oder } \frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{\sin 2 \delta}{2 \cos \varphi \sin t}. \quad (26)$$

Das erste Reduktionsglied ergibt sich mit

$$da^{cc} = \frac{\sin 2 \delta}{2 \cos \varphi \sin t} 1,6833 \cdot 10^{-3} (\Delta t^2)$$

Der dritte Differentialquotient lautet:

$$\frac{d^3 a}{dt^3} = 3 \frac{\sin 2 \delta}{2 \cos \varphi \sin t} \cot t,$$

und daraus erhält man das zweite Reduktionsglied:

$$da^{cc} = \frac{\pm \sin 2 \delta}{2 \cos \varphi \sin t} \cot t \cdot 1,2237 \cdot 10^{-7} \cdot (\Delta t^3)^2,$$

oder

$$da^{cc} = \pm (\text{1. Reduktionsglied}) \cdot 7,272 \cdot 10^{-5} \cot t (\Delta t^3).$$

Das zweite Reduktionsglied ist nur für zenitnahe Sterne zu berücksichtigen. Das obere Vorzeichen gilt für den oberen Teil, das negative Vorzeichen für den unteren Teil der Sternbahn bezüglich der Digression. Es genügt, in die Reduktionsglieder die Polhöhe mit einer Genauigkeit von ca. $1^\circ 30'$ und den Stundenwinkel mit einer Genauigkeit von etwa 10^m einzuführen. Der Zeitpunkt der Digression läßt sich graphisch auf etwa 3 Sekunden ermitteln, indem die mit einem

Chronometer auf Sekunden abgelesenen Zeiten als Abszissen und die Lesungen am Horizontalkreis als Ordinaten aufgetragen werden. Das Maximum oder Minimum der Kurve gibt die Digressionszeit. Ein Fehler von 3^s in Δt etwa 10^m vor und nach der Digression gibt einen Fehler von ca. 1 Bogensekunde im Azimut und wirkt sich während der Digression überhaupt nicht aus, da er weit unter der Beobachtungsgenauigkeit liegt.

Es genügt, bei dieser Methode der Polhöhen- und Azimutbestimmung den Stand des Chronometers auf etwa 1 Minute zu kennen, um den rohen Zeitpunkt der Digression zu ermitteln. Es fällt daher jeder Zeitvergleich mit dem wissenschaftlichen Zeitzeichen und damit der umständliche Transport eines Radio-gerätes weg.

Von der großen Anzahl der Versuchsbeobachtungen werden zwei Beispiele angeführt.

1951, März 16, wurden in Wien, Technische Hochschule, Observatorium auf dem Mittelpfeiler mit dem Wild-Theodolit III Nr. 11089 die angeführten Fixsterne in ihrer größten Digression beobachtet und ihre Azimute berechnet.

Beob.-Sterne:	Kreislesung	gerechnetes Azimut	gerechnet-gemessen
ϵ Urs. maj.	62 g 81002	62 g 80870	— 13 c 2
19 HCamelop.	381 83828	381 83685	— 14 3
24 Lyncis	343 40219	343 40089	— 13 0
ϵ Urs. min.	13 20264	13 20121	— 14 3
23 HCamelop.	382 59297	382 59115	— 18 2
δ Urs. min.	5 67161	5 66979	— 18 2

Die gemittelte Richtung des Meridians hat somit einen mittleren Fehler $m_a = \pm 0^c 97 = \pm 0'' 32$. Die Polhöhe wurde aus den zwei zenitnahen Sternen berechnet

ϵ Urs. maj.	mit $48^0 11' 58'' 25$	Gewicht 1,5
24 Lyncis	mit $48^0 11' 58'' 75$	Gewicht 1,0.

Damit ergibt sich eine gemittelte Polhöhe von $48^0 11' 58'' 45$ mit einem mittleren Fehler von $m_p = \pm 0,23''$.

Bei den ersten Versuchen wurde nur die Meridianlesung ermittelt und kein irdisches Objekt angezielt. Ferner wurde das Instrument vorher mittels Durchgangsbeobachtungen in den Meridian gebracht und der Indexfehler des Horizontalkreises möglichst gut beseitigt. Jeder Stern wurde dreimal im Kreis links und Kreis rechts angeschnitten.

Nun folgt ein Beispiel, bei welchem die Messungen so durchgeführt wurden, wie sie oben beschrieben wurden. Als irdisches Ziel diente das beleuchtete Zifferblatt der St. Elisabethskirche in Wien. Es werden die Ergebnisse aus fünf Sternpaaren bei ein- und demselben Kreisstand mitgeteilt:

1951, April 6, wurde in Wien, Technische Hochschule, Observatorium, auf dem Mittelpfeiler mit dem Wild Theodolit III Nr. 11089 aus den Summen der absoluten Azimute der angeführten Sternpaare das Azimut der Kirche St. Elisabeth in Wien abgeleitet.

Beob.-Sterne:	Abgeleitetes Azimut f. Kirche St. Elisabeth	Gewichte
δ Urs. maj. ϑ Drac.	169 ^g 24187	1,1
τ Drac. 19 HCamelop.	169 24197	2,5
23 HCamelop. ε Urs. min.	169 24217	2,5
23 HCamelop. 76 Drac.	169 24189	2,7
δ Urs. maj. δ Urs. maj.	169 24186	1,0

Der mittlere Fehler für das Azimut der Kirche beträgt $m_a = \pm 0^{\text{sec}}6 = \pm 0''2$. Die Polhöhe des Beobachtungspunktes wurde aus δ Urs. maj., ϑ Drac. und i Drac. abgeleitet und ergibt sich mit $48^{\circ}11'58''22$ und einem mittleren Fehler $m_\varphi = \pm 0''13$.

Damit ist auch der Beweis erbracht, daß sich die Methode der Azimutsummen praktisch bewährt und durch besondere Einfachheit auszeichnet.

Im österreichischen Vermessungsdienst wird das Azimut eines irdischen Objektes vom Polarstern aus 24 Satzmessungen abgeleitet und die Polhöhe wird nach der Methode von Sterneek aus 72 Fixsternen bestimmt. Da bis jetzt für diese Arbeiten moderne Instrumente nicht zur Verfügung standen, läßt sich die Genauigkeit dieser Methoden mit der Genauigkeit der Methode der Azimutsummen nicht vergleichen.

Eine Tabelle zeigt übersichtlich einige charakteristische Unterschiede beider Verfahren.

	Sterneck- und Polaris- methode	Azimut und Polhöhe aus Azimutsummen
Mittl. Fehler im Azimut	mit modernem Instrument, der Methode der Azimut- summen gleichwertig	$0''2 - 0''3$
Mittl. Fehler in Polhöhe		$0''1 - 0''2$
Arbeitszeit	18—20 Stunden, Polhöhe und Azimut wird ge- trennt bestimmt	9—12 Stunden, Polhöhe und Azimut wird gleichzeitig bestimmt
Verwendete Instrumente	Astronomisches Universal (2 Lasten), Radiogerät, Barometer, Thermometer	Wild-Theodolit 3 (Gewicht 16,6 kg), zusätzlich eine Reiter- libelle

(Fortsetzung folgt)

Nr.	$\mu_0 = \frac{m}{\sqrt{L}}$	Nr.	$\mu_0 = \frac{m}{\sqrt{L}}$
6	698	16	936
7	196	17	365
8	365	18	645
9	1 550	19	0.0000 737
10	0.0000 632		
Mittel:		0.0000.715	

Der Größtwert aller dieser μ_0 ist 0.0001 550 (Nr. 9). Wenn wir diesen zugrunde legen, so wird die Formel für den mittleren Fehler im Lattenabschnitt L , wenn zehn Wiederholungen der Messung angenommen werden:

$$\mu_{10} = 0.000155 \sqrt{L}.$$

Für nur vier Messungen ist dieser Wert mit

$$\sqrt{\frac{10}{4}} = 1.6 \text{ zu multiplizieren.}$$

Es wird daher

$$\mu_4 = \pm 0.000248 \sqrt{L}.$$

Gehen wir über auf die Distanz d , so wird der Fehler in der Distanz gleich dem 100fachen Fehler im Lattenabschnitt, d. h. es gilt:

$$\mu_d = \pm 0.0248 \sqrt{L} \quad m$$

oder mit Rücksicht darauf, daß $d = 100 L$ ist:

$$\mu_d = \pm 0.00248 \sqrt{d} \quad m$$

Dieser Wert ist nur ein Viertel des auf Seite 16 angegebenen Wertes $m_4 = \pm 0.01 \sqrt{d}$.

Dies trotz der ungünstigen Annahme, daß der mittlere zu befürchtende Fehler gleich ist dem größten der 19 in Betracht gezogenen Werte m . Würde der Mittelwert dieser 19 Werte dieser Berechnung zugrunde gelegt werden, so wäre nur die Hälfte des für μ_d errechneten Wertes zu erwarten.

Neue Vorschläge zur geographischen Ortsbestimmung

Von Dipl.-Ing. Dr. W. E m b a c h e r

(Fortsetzung)

Ermittlung der geographischen Länge aus Kulminationshöhen des Mondes ohne genaue Zeitbestimmung

Um die geographische Länge eines Ortes zu bestimmen, gibt es eine Reihe von Methoden, die jedoch alle mehr oder weniger von besonderen Hilfsmitteln

abhängig sind, die erstens nicht immer zur Verfügung stehen, zweitens unter allen Umständen sehr kostspielig sind. Dagegen ist die Bestimmung der Länge aus Mondkulminationen leichter durchführbar. Die variable Rektaszension des Mondes wird meistens zur Längenmessung benützt. In dieser Arbeit wird versucht, seine veränderliche Deklination dazu heranzuziehen. Der Mond ist der uns am nächsten gelegene Himmelskörper und würde die besten Ergebnisse liefern, wenn ihn nicht bisher zwei große Fehlerquellen zu jeder genauen Bestimmung des Erdortes ausgeschaltet hätten: die Fehler, welche durch Beobachtung des Mondrandes entstehen und die Fehler in den tabulierten Mondkoordinaten.

Da die Oberfläche des Mondes gebirgig ist und zahlreiche hohe Krater aufweist, können bei Beobachtung des Mondrandes und bei der Reduktion dieser Beobachtungen auf die Mondmitte Fehler bis zu 4 Bogensekunden entstehen²⁾. Außerdem ist der Mondort, der in Tabellen von Professor E. Braun („Tables of the motion of the moon“) ausgewiesen wird, nur auf einige Bogensekunden genau im voraus zu berechnen. Um die Beobachtungen des Mondes von den Unsicherheiten zu befreien, welche die Unebenheit des Randes und die persönlichen Gleichungen bei der Auffassung des Antritts eines Mondrandes an die Fäden hervorrufen, hat das Berliner Astronomische Jahrbuch Ephemeriden eines kleinen Kraters in ungefährer Mondmitte, die des Kraters Mösting *A*, eingeführt. Aus einem Vergleich von Meridianbeobachtungen des Kraters Mösting *A* in Königsberg mit Mondrandbeobachtungen in Greenwich zeigt J. Franz³⁾, daß Kraterbeobachtungen den Randbeobachtungen klar überlegen sind. F. Hayn⁴⁾ verweist auf Beobachtungsreihen, in denen der mittlere Fehler eines beobachteten Ortes von Krater Mösting *A* unter einer Bogensekunde und in genaueren Reihen sehr erheblich darunter liegt. Zahlreiche Arbeiten wurden mit Hilfe des Kraters Mösting *A* bereits durchgeführt. Davon sei eine Längenbestimmung von A. Alessio⁵⁾ und eine Ermittlung der Abplattung von W. de Sitter⁶⁾ erwähnt. Das Berliner Astronomische Jahrbuch enthält seit 1892 Ephemeriden des Mondkraters Mösting *A*. Dieser Krater dient zwei Zwecken: Erstens der genauen Bestimmung von Mondörtern am Himmel, zweitens zur Vermessung von Punkten auf der Mondoberfläche.

Die Namensgebung Mösting *A* stammt von H. Mädler, der in den dreißiger Jahren des vorigen Jahrhunderts eine Mondvermessung durchführte. Johann Sigismund v. Mösting war dänischer Finanzminister und hat 1821 die astronomischen Nachrichten in Hamburg finanziert. Zum Dank dafür wurde sein Name

²⁾ J. Franz: Astronomische Nachrichten Nr. 3260; Der Einfluß der Phase auf die scheinbare Lage von Mösting *A*; Kiel 1894.

³⁾ J. Franz: Astronomische Nachrichten Nr. 3262; Königsberger Meridianbeobachtungen von Mösting *A*; Kiel 1894.

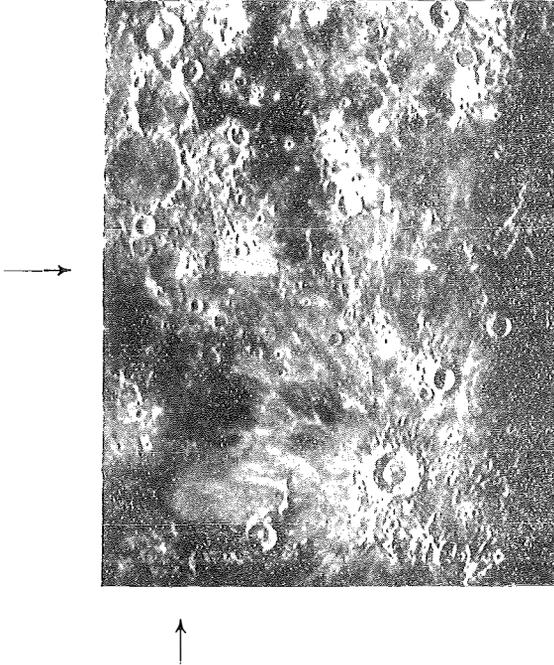
⁴⁾ F. Hayn: Astronomische Nachrichten Nr. 5056; Die Achsendrehung des Mondes; Kiel 1920.

⁵⁾ A. Alessio: Determinazione speditiva della longitudine con osservazioni del cratere lunare Mösting *A*; Rivista Marittima 36 c suppl. Roma 1902.

⁶⁾ W. de Sitter: On the mean radius of the earth, the intensity of gravity, and the moon's parallax; Acad. Proc. Amsterdam 1915.

in einem Mondkrater verewigt. 1839 schlug Bessel das erstmal die Verwendung des Kraters Mösting *A* für die oben beschriebenen Arbeiten vor.

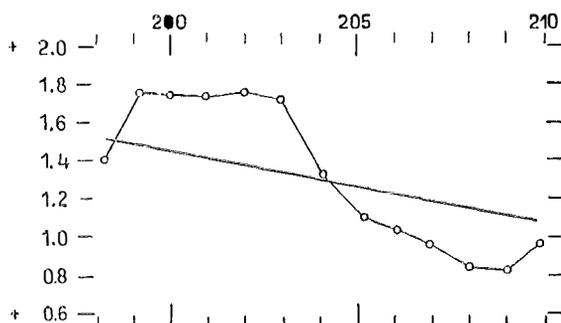
Der Krater liegt in der Mitte des Mondes, ist auch im Vollmond gut sichtbar und liegt in charakteristischer Umgebung; wie aus dem beiliegenden Bild ersichtlich ist, liegt er im Schwerpunkt des Dreiecks, gebildet aus den Kratern Mösting, Lalande und Herschel, die auf der Wallebene Flammarion aufsitzen. Rechts unten befindet sich das Ringgebirge Kopernikus und links oben sind untereinander in wachsender Größe die Ringgebirge Arzachel, Alfonsus und Ptolemäus⁷⁾.



Infolge der Libration ist der Abstand Mösting *A* Mondscheibenmitte nicht konstant. Man unterscheidet zwischen optischer und physischer Libration. Die optische Libration ist größer und setzt sich zusammen aus der Libration in Länge und Breite. Die optische Libration in Länge entsteht infolge der elliptischen Mondbahn. Die Libration in Breite dadurch, daß der Mondäquator etwa $6^{\circ} 40'$ gegen die Mondbahnebene geneigt ist. Der Mondkörper ist nicht kugelförmig, sondern hat drei Symmetrieachsen, deren längste gegen die Erde gerichtet ist. Die große Symmetrieachse zeigt infolge der elliptischen Mondbahn nicht immer gegen die Erde, dadurch erzeugt die Erdschwere Schwankungen des Mondes. Diese Schwankungen bezeichnet man als physische Libration. Die selenographischen Koordinaten des Kraters Mösting *A* wurden durch Messung von sieben voneinander um 30° verschobenen Punkten gewonnen. Die grundlegenden Arbeiten zur Bestimmung der Koordinaten des Kraters Mösting *A* hat der Astronom Franz gegen Ende des vorigen Jahrhunderts durchgeführt.

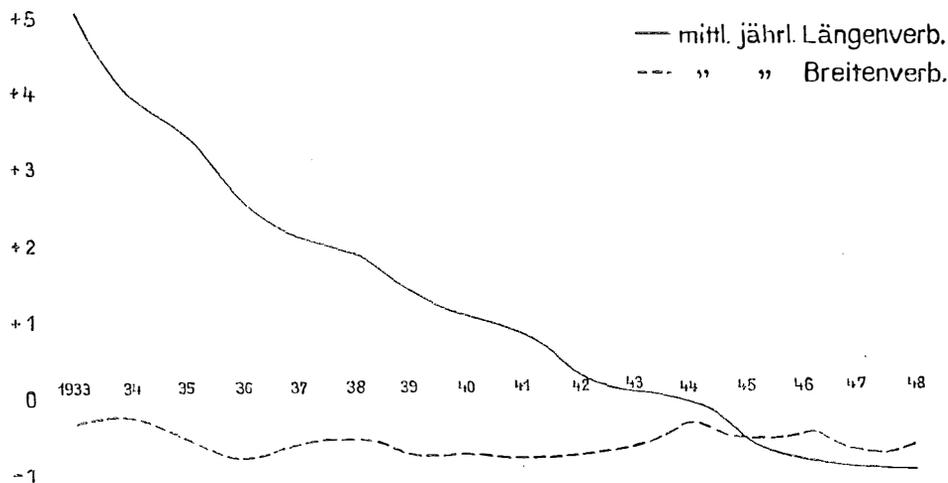
⁷⁾ Monatsschrift „Die Sterne“, XXII. Jhg. 1942, Leipzig, Heft 2.

Die ungeklärten Reste Beobachtung—Theorie sind zwar bis heute nicht erfassbar, doch vermutet man, daß die nichtkonstante Umdrehung der Erde und der Massenzuwachs des Mondes und der Erde durch kosmischen Staub der Grund dieser Unregelmäßigkeit ist. Seit 1929 werden die Ergebnisse einer großen Anzahl von Messungen in der amerikanischen Zeitschrift „Astronomical Journal“ Jahr für Jahr veröffentlicht und die Verbesserungen der Mondkoordinaten in Bezug auf Breite und Länge für den abgelaufenen Zeitabschnitt bekanntgegeben. Bis 1943 arbeiteten daran Prof. E. Braun und Dirk Brouwer von der amerikanischen Yale-University. Seit 1943 gibt das Nautical Almanac Office (Flora M. Mc Bain) über das Astronomical Journal die jährlichen Verbesserungen bekannt.



Figur 3

Figur 3 zeigt ein Beispiel dieser jährlichen Verbesserungen in der Länge des Mondes. Die Werte sind aus Sternbedeckungen errechnet und lassen auf eine jährliche und eine 14monatliche Periode schließen. In Figur 4 wurden die jährlichen mittleren Verbesserungen der Länge und Breite des Mondes graphisch festgehalten.



Figur 4

Während die Breitenverbesserung fast konstant in der Größenordnung von 0'' bis 1'' bleibt, nimmt die Verbesserung der Länge des Mondes von Jahr zu Jahr

ab. Aus dieser fast stetigen Abnahme von etwa $0,5''$ im Jahr kann man zunächst eine vorläufige Verbesserung für den Zeitpunkt der Beobachtung ableiten. Die strenge Auswertung der Messungen ist allerdings erst nach der Bekanntgabe der entsprechenden Verbesserungen im *Astronomical Journal* möglich. Aus diesen jährlichen Berichten geht hervor, daß die Längen- und Breitenverbesserungen mit einem mittleren Fehler von etwa $0,05''$ ermittelt werden können.

Damit ist gezeigt, daß es auch möglich sein muß, verlässliche Ortsbestimmungen mit Hilfe des Mondes durchzuführen, wenn man den Krater Mösting A als Zielpunkt benützt und die Mondkoordinaten nachträglich verbessert, wobei die Verbesserungen in Länge und Breite mit Hilfe des 2. Fundamentaldreiecks der sphärischen Astronomie in Deklinations- und Rektaszensionsverbesserung umzurechnen sind.

Bei bekannter geographischer Länge kann man mit Hilfe des *Nautical Almanac* oder eines anderen Jahrbuches, welches die Deklination des Mondes im Augenblick seiner Kulmination in Greenwich angibt, die Deklination für die Meridianpassage des betreffenden Ortes errechnen. Die Umkehrung dieser Aufgabe, also die Bestimmung der Deklination des Mondes im Ortsmeridian muß die geographische Länge ergeben. Die meisten Längenbestimmungen aus Mondkulminationen, die bisher durchgeführt wurden, beruhen auf der Bestimmung der Rektaszension des Mondes. Diese Methode setzt aber eine genaue Kenntnis der Zeit voraus, so daß die Verwendung der Deklination günstiger zu sein scheint.

Es wird das Azimut und die Zenitdistanz des Mondes in der Nähe des Meridians gemessen, daraus wird die Meridianzenitdistanz des Mondes ermittelt. Da für die obere Kulmination die Beziehung gilt:

$$\varphi = z_{\text{Meridian}} + \delta_{\text{Meridian}},$$

kann bei bekannter Polhöhe die Deklination im Meridian errechnet werden. Ein Vergleich dieser Deklination des Mondes mit der Deklination im Augenblick der oberen Kulmination in Greenwich liefert den Längenunterschied zwischen dem Meridian von Greenwich und dem Ortsmeridian.

Man könnte nun so vorgehen, daß man die Änderung der Zenitdistanz durch eine Azimutänderung ausdrückt, auch die zweite und dritte Ableitung der Zenitdistanz nach dem Azimut bestimmt und mit Hilfe einer Potenzreihe die Zenitdistanz im Meridian ermittelt. Da auch die Deklination des Mondes veränderlich ist, erhält man schon für die erste Ableitung der Zenitdistanz nach dem Azimut einen sehr komplizierten, unpraktischen Ausdruck, dessen Berechnung viel Zeit erfordert.

$$\frac{dz}{da} = \frac{\cos \varphi \sin z \sin a}{\sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos a} -$$

$$\frac{d\delta}{dt} \frac{\cos \delta}{\sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos a} \frac{\sin z}{\sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos a + \frac{\cos \varphi \sin a}{\cos \delta} \frac{d\delta}{dt}}.$$

Einfacher ist es, aus dem Azimut den kleinen Stundenwinkel des Mondes zu rechnen, um später aus schon tabulierten Werten die Reduktion der Zenitdistanz auf den Meridian mit Hilfe des Stundenwinkels zu suchen.

Um die erste Ableitung des Stundenwinkels nach dem Azimut zu erhalten, wird von den Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \sin z \sin a da &= \cos z \cos a dz + \cos \delta \sin \varphi \sin t dt + \\ &+ (\cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t) d\delta, \text{ und} \\ dz &= \sin a \cos \varphi dt - \cos \varphi d\delta \end{aligned}$$

ausgegangen.

Wird dz in die obere Gleichung eingesetzt, so erhält man

$$\begin{aligned} \sin z \sin a da &= (\cos z \cos a \cos \varphi + \sin z \sin \varphi) \sin a dt + \\ &+ (\cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t - \cos z \cos a \cos \varphi) d\delta. \end{aligned}$$

Setzt man für

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t &= \frac{1}{\cos \delta} [(1 - \sin^2 \delta) \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t \cos \delta] = \\ &= \frac{1}{\cos \delta} [\cos \varphi + \sin \delta (-\sin \delta \cos \varphi + \sin \varphi \cos t \cos \delta)] = \\ &= \frac{1}{\cos \delta} (\cos \varphi + \sin \delta \sin z \cos a); \end{aligned}$$

ferner für

$$\frac{d\delta}{\cos \delta} (\cos \varphi + \sin \delta \sin z \cos a - \cos z \cos a \cos \varphi \cos \delta) = \frac{d\delta}{\cos \delta} \cos \varphi (1 - \cos^2 a),$$

so erhält man unter Berücksichtigung der Gleichung (13) und (14)

$$\frac{dt}{da} = \frac{\sin z}{\cos \delta \cos \varphi + \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin z} \frac{d\delta}{dt}} \quad (27)$$

Da der Mond eine eigene Bewegung in Rektaszension hat, muß man auch diese berücksichtigen. Ist ϑ die Sternzeit, t der Stundenwinkel und α die Rektaszension, so gilt: $t = \vartheta - \alpha$ und

$$dt = d\vartheta - d\alpha = d\vartheta \left(1 - \frac{d\alpha}{d\vartheta}\right);$$

das ist noch in Formel (27) einzuführen.

In der Nähe des Meridians kann $\cos \varphi = 1$ gesetzt werden.

Für die zweite Ableitung setzt man näherungsweise

$$\frac{d^2 t}{da^2} = \frac{\cos z \cos \varphi \sin t}{\cos \delta}, \quad (28)$$

wenn dabei die Änderung der Deklination und Rektaszension nicht mehr berücksichtigt wird.

Da man symmetrisch zum Meridian beobachtet, hebt sich ein Fehler im Stundenwinkel auf, denn es ist

$$\sin z dz = \cos \delta \cos \varphi \sin t dt;$$

das Mittel der Zenitdistanz ist vom Stundenwinkel unabhängig, da der Fehler das einamal positiv, das anderamal negativ ist.

Die Reduktion der Zirkummeridianzenitdistanz auf den Meridian geschieht mit Hilfe der Formeln und Hilfstafeln von Albrecht.

$$z_{\text{Meridian}} = z_t - A \cdot m + A^2 \cot(\varphi - \delta) n, \quad (29)$$

wobei

$$A = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)},$$

$$m = \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{\sin 1''}, \quad \text{und} \quad n = \frac{2 \sin^4 \frac{t}{2}}{\sin 1''}.$$

Die Werte für m und n sind in den Hilfstafeln tabuliert.

Wird nun diese Zenitdistanz von der Polhöhe abgezogen, so erhält man die Deklination bei einem Stundenwinkel t . Die Reduktion auf die Deklination im Meridian lautet $\frac{d\delta}{dt} \cdot t$.

$\frac{d\delta}{dt}$ ist für ein entsprechend enges Intervall aus dem astronomischen Jahrbuch zu berechnen. Ist der Wert einer Funktion für große Intervalle der Argumente tabuliert, so muß man zwischen die schon vorhandenen Funktionswerte eine gleich große Anzahl neuer Werte rechnen.

Für Greenwich ist die Deklination des Mondes für die obere und untere Kulmination, also von 12 zu 12 Stunden, tabuliert. Bezeichnet man mit

$$n = \frac{\text{Länge in Stunden}}{12 \text{ Stunden}},$$

so erhält man n aus der umgekehrten Interpolation.

Denken wir uns die Werte der Deklination des Mondes, die mit $f(a)$ bezeichnet sein sollen, für gleich weit voneinander abstehende Werte der Argumente $a, a + h, a + 2h, \dots$ gegeben, so wird der Differenzenspiegel folgendes Aussehen haben:

$$\begin{array}{l} a \quad f(a) \\ a + h \quad f(a + h) \quad f(a + h) - f(a) \\ a + 2h \quad f(a + 2h) \quad f(a + 2h) - f(a + h) \quad [f(a + 2h) - f(a + h)] - [f(a + h) - f(a)] \end{array}$$

Jede Spalte entsteht aus der vorhergehenden durch Differenzenbildung. Ferner soll

$$f(a + h) - f(a) = \Delta f(a)$$

bezeichnet werden.

Die Aufgabe der umgekehrten Interpolation besteht darin, n aus der Gleichung

$$f(a + nh) = f(a) + \binom{n}{1} \Delta f(a) + \binom{n}{2} \Delta^2 f(a) + \dots = f(x)$$

zu berechnen.

Die Reihenumkehrung führt zu einem Iterationsverfahren:

$$n = \frac{f(x) - f(a)}{\Delta f(a)} - \binom{n}{2} \frac{\Delta^2 f(a)}{\Delta f(a)} - \binom{n}{3} \frac{\Delta^3 f(a)}{\Delta f(a)} - \dots \quad (30)$$

Für u wird zunächst der Näherungswert

$$u' = \frac{f(x) - f(a)}{\Delta f(a)}$$

verwendet; u' auf der rechten Seite eingesetzt, liefert einen verbesserten Näherungswert usw. Die Rechnung wird so lange wiederholt, bis sich zwei aufeinanderfolgende Werte nicht mehr unterscheiden.

Einer Änderung von etwa $0'' 3$ der Deklination entspricht einer Längenänderung von 1^s oder $15''$. Die Genauigkeit kann erhöht werden, wenn man eine Reihe von Deklinationsbestimmungen aus Kulminationshöhen durchführt.

Die Deklination läßt sich bei erhöhter Genauigkeit der Versicherunglibelle auf etwa $0,5^{\text{cc}}$ bestimmen. Das entspräche einer Genauigkeit in der geographischen Länge von etwa $0^s 5$.

Diese Genauigkeit liegt wohl zunächst weit unter der geforderten, doch läßt sie sich noch wesentlich steigern, wenn die Versicherunglibelle nicht eingespielt, sondern abgelesen und das Mittel aus mehreren Messungen gebildet wird. Die Genauigkeit von $0^s 1$ ist auf diese Art zu erreichen.

Wenn man die komplizierte Apparatur kennt, die man sonst zu einer näherungsweise geographischen Längenbestimmung benötigt, wird man abschätzen können, welcher großer Vorteil darin liegt, die geographische Länge mit Hilfe eines Universaltheodoliten und eines Sternzeitchronometers, dessen Stand nicht bekannt sein muß, bestimmen zu können.

Als Beispiel folgt eine Längenbestimmung aus einer Monddeklination im Meridian des Observatoriums der Technischen Hochschule Wien.

1951, April 16, wurden in Wien, Technische Hochschule, Observatorium auf dem Mittelpfeiler mit dem Wild-Theodolit III Nr. 11089 Zenitdistanzen und Azimute des Kraters Mösting A des Mondes in der Nähe des Meridians gemessen.

Gemessene Zenitdistanz in Altgrad umgerechnet	errechneter Stundenwinkel
32° 05' 37'' 7	+ 2 ^m 34 ^s 3
32 08' 06'' 4	+ 6 ^m 53 ^s 0

Berechnung der Deklination des Mondes im Meridian:

32° 05' 37'' 7	Gemessene Zenitdistanz	32° 08' 06'' 4
— 15'' 6	reduziert auf den	— 1' 51'' 8
<hr/>	Meridian nach (29)	<hr/>
32° 05' 22'' 1		32° 06' 14'' 6
+ 35'' 7	Refraktion	+ 35'' 7
<hr/>		<hr/>
32° 05' 57'' 8		32° 06' 50'' 3
— 0° 29' 40'' 2	Horizontalparallaxe	— 0° 29' 40'' 2
<hr/>		<hr/>
31° 36' 17'' 6		31° 37' 10'' 1
48° 11' 58'' 3	Polhöhe	48° 11' 58'' 3
<hr/>		<hr/>
16° 35' 40'' 7	Deklination im Stundenwinkel t	16° 34' 48'' 2
+ 32'' 3	$\frac{d\delta}{dt} \cdot t$	+ 1' 26'' 4
<hr/>		<hr/>
16° 36' 13'' 0		16° 36' 14'' 6

$$\begin{array}{r} \text{Mittel: } 16^{\circ} 36' 13'' 8 = \delta_{\text{Krater}} \\ \quad \quad \quad - \quad 3'' 2 = \delta_{\zeta} - \delta_{\text{Krater}} \\ \hline 16^{\circ} 36' 10'' 5 = \delta_{\zeta} \end{array}$$

Die Rechnung ergibt:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= +0,905286 \\ \mu_2 &= +0,909200 \\ \mu_3 &= +0,909054 \\ \mu_4 &= +0,909059 \\ \mu_5 &= +0,909057 \end{aligned}$$

Dies entspricht einer östl. Länge von $1^{\text{h}} 05^{\text{m}} 28^{\text{s}} 75$, während sie mit $1^{\text{h}} 05^{\text{m}} 29^{\text{s}} 76$ im Jahrbuch tabuliert ist.

(Fortsetzung folgt)

Kleine Mitteilungen

Der 90. Geburtstag des Hofrates Professor Dr. h. c. mult. Eduard Doležal

Der Veranstaltung einer eindrucksvollen und würdigen Feier des 90. Geburtstages des Hofrates D o l e ž a l wurde von seinen zahlreichen in- und ausländischen Freunden, Verehrern und ehemaligen Schülern lebhaftes Interesse entgegengebracht. Der Österreichische Verein für Vermessungswesen und die Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie haben jedoch nach eingehenden Beratungen und Rücksprache mit dem Hausarzt des Herrn Hofrates beschlossen, von jedweder Feierlichkeit mit Rücksicht auf seinen labilen Gesundheitszustand Abstand zu nehmen. Alle in Betracht kommenden Kreise wurden durch ein Rundschreiben hievon verständigt und gebeten, nach Möglichkeit auch von persönlichen Besuchen Abstand zu nehmen und sich mit schriftlichen Wünschen zu begnügen.

Diese Vorsichtsmaßnahmen haben sich bewährt und Herr Hofrat D o l e ž a l erfreut sich heute wieder vollster Gesundheit. Obgleich er auch gebeten hatte, von allen Ehrungen abzusehen und sie, soweit möglich, auch ablehnte, konnte er doch nicht alle verhindern.

Den Anfang machte die Hochschule für Bodenkultur, die bereits im Vorjahr dem Herrn Hofrat die Würde eines Ehrendoktors verliehen hat, worüber damals in dieser Zeitschrift berichtet wurde. Die französische Gesellschaft für Photogrammetrie widmete ihm die Medaille H e l b r o n n e r, die ihr Präsident, Herr P o i v i l l i e r s, persönlich in Baden überreichen wollte, jedoch hievon Abstand nahm, als er das eingangs erwähnte Rundschreiben des Vereines erhielt. Der Österreichische Verein für Vermessungswesen sowie die Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie haben Hofrat D o l e ž a l in Dankbarkeit für seine hervorragenden Verdienste auf dem Gebiete des Vermessungswesens und der Photogrammetrie, für seine erfolgreiche Tätigkeit um die österreichischen Vermessungsingenieure, um die beiden genannten Vereine und um die Zeitschrift zum Ehrenpräsidenten der beiden Körperschaften gewählt. Außerdem haben sie die Herausgabe einer Festschrift und die Überreichung einer Glückwunschartikel beschlossen, die von allen erreichbaren Schülern des Herrn Hofrates unterzeichnet werden soll. Für die Festschrift, die über 40 wissenschaftliche und fachliche Aufsätze enthalten wird, haben namhafte ausländische Gelehrte Beiträge geliefert, und zwar:

Prof. B a c h m a n n-Lausanne, Prof. B a e s c h l i n-Zürich, Prof. B r e n n e c k e-Berlin, Prof. B o a g a-Rom, eidgen. Vermessungsdirektor H ä r r y-Bern, Prof. H e i s k a n e n-Columbus, Prof. T a r c z y - H o r n o c h-Sopron, Prof. J o h a n s s o n-Stockholm, Prof. K a s p e r-Heerbrugg, Prof. K n e i ß l-München, Direktor M a n e k-Jena, Prof. M a r u s s i-Triest, Prof. M e r k e l-Darmstadt, Prof. P o i v i l l i e r s-Paris, Prof. R o e l o f s-Delft, Prof. S c h e r m e r h o r n-Delft, Prof. Z e l l e r-Zürich.

Ein ausführlicher Bericht über die Festschrift und über ihr Zustandekommen wird nach ihrem Erscheinen in dieser Zeitschrift gebracht werden.

Zur Erinnerung an das langjährige humanitäre Wirken Hofrat D o l e ž a l s im Techniker-Unterstützungsverein stiftete die Ingenieurkammer für Wien, Niederösterreich

Gleichungen die Quotienten $\frac{u}{v}$ bzw. $\frac{v}{u}$, $\frac{1}{u}$ und $\frac{1}{v}$ als Faktoren vorkommen und es ohne weiteres möglich ist, daß eine der beiden Parallaxensummen u oder v Null wird.

(Fortsetzung folgt)

Neue Vorschläge zur geographischen Ortsbestimmung

Von Dipl.-Ing. Dr. W. Embacher

(Schluß)

Bestimmung der geozentrischen Breite aus Mondbeobachtungen

Schon Euler hat in seinem „Versuch, die Figur der Erde durch Beobachtung des Mondes zu bestimmen“⁸⁾ aus Mondbeobachtungen Schlüsse auf die Erdfigur ziehen wollen. Er beschreibt dies etwa folgendermaßen:

„Man müßte die mittäglichen Höhen des Mondes auf dem gleichen Mittagskreis auf das fleißigste beobachten und eine Vergleichung aller Höhen, so zu gleicher Zeit genommen worden sind, würde alsdann die Figur des Mittagskreises geben und folglich auch die ganze Figur der Erde, wenn sonst dieselbe nicht gar zu unordentlich ist.“

Eulers Vorschlag war folgender: Man sollte für einen Meridian verschiedene Kurven wählen, für diese die Kulminationshöhen rechnen und durch Beobachtung des Mondes feststellen, welche der Kurven mit diesen übereinstimmt.

Es hat auch später Helmert⁹⁾ über die Verwertung astronomischer Angaben für die Erkenntnis der Erdgestalt und des Erdinnern geschrieben. Er führt die Verwendung der Form des Erdschattens und die Mondparallaxe an.

In seiner Arbeit „Über das Geoid“ wollte Ignaz Bischoff¹⁰⁾ mit Hilfe von Simultanbeobachtungen des Mondes den Azimutunterschied inverser Normal-schnitte finden. Die meisten Lösungen waren wohl theoretisch, nicht aber praktisch möglich, da die Meßgenauigkeit zu gering war.

Der Unterschied zwischen den geozentrischen Orten des Erdmondes und den topozentrischen ist eine Funktion der Äquatorial-Horizontalparallaxe des Mondes und der Abplattung der Erde. Indem man der Erde nun eine Abplattung beilegt, die mit den Beobachtungen übereinstimmt, kann man diese indirekt bestimmen. W. de Sitter⁶⁾ hat auf diesem Weg die Abplattung aus Beobachtungen des Kraters Mösng A auf den Sternwarten in Greenwich und am Kap der Guten Hoffnung mit 1 : 293,4 bestimmt. Eine äußerst einfache Methode, die geozentrische Breite, den Radiusvektor des Beobachtungspunktes und die Abplattung zu bestimmen, ergibt sich aus Mondbeobachtungen im Meridian.

In Figur 5 ist NPA die Meridianellipse, φ die geographische, φ' die geozentri-

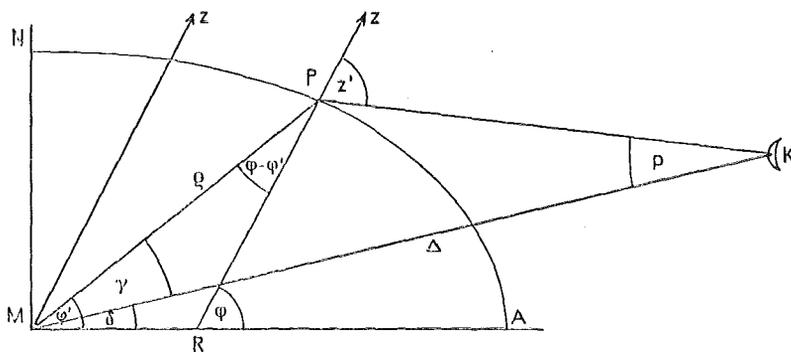
⁸⁾ Abhandlungen der Bayr. Akademie der Wissenschaften V Bd., 1768.

⁹⁾ Helmert: Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie II. Teil. Leipzig 1884, Seite 450 ff.

¹⁰⁾ Ignaz Bischoff-Dissertation. Über das Geoid; München 1889.

sche Breite, p der parallaktische Winkel am Mond (Krater $M. A$) und ρ der Radiusvektor des Standpunktes. Man kann aus der Figur ablesen

$$\varphi' = \delta + \gamma$$



Figur 5

Aus zwei Zenitdistanzmessungen läßt sich der Winkel γ ohne Kenntnis des Radiusvektors ρ berechnen.

Der parallaktische Winkel p ergibt sich aus dem überschlagenen Viereck $M R P K$.

Es ist

$$z' - p = \varphi - \delta$$

und

$$p = z' + \delta - \varphi$$

wobei z' gemessen wird; φ kann aus einer Polhöhenbestimmung und die Deklination dem Jahrbuch entnommen werden. Aus dem Dreieck $M P K$ erhält man mit Hilfe des Sinussatzes

$$\sin(p + \gamma) = \sin p \frac{\Delta}{\rho} \quad (31)$$

Δ ist die Entfernung des Mondes vom Erdmittelpunkt und ist tabuliert als $\frac{\text{Äquatorradius}}{\Delta} = \sin \pi$;

π wird als Äquatorial-Horizontalparallaxe bezeichnet.

Der Ausdruck für die geozentrische Breite aus den beiden Messungen, wobei der Index 1 für die 1. Messung und der Index 2 für die 2. Messung gilt, wird gleichgesetzt

$$\begin{aligned} \gamma_1 + \delta_1 &= \gamma_2 + \delta_2 \text{ und} \\ \vartheta + \gamma_1 &= \gamma_2, \text{ wenn} \\ \vartheta &= \delta_1 - \delta_2. \text{ Weiters ist} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin(p_2 + \vartheta + \gamma_1)}{\sin(p_1 + \gamma_1)} = \frac{\sin p_2 \sin \pi_1}{\sin p_1 \sin \pi_2} = A;$$

nach einigen Umformungen erhält man

$$\cos \gamma_1 \cdot [\sin(p_2 + \vartheta) - A \cdot \sin p_1] + \sin \gamma_1 [\cos(p_2 + \vartheta) - A \cdot \cos p_1] = 0$$

und schließlich

$$\tan \gamma_1 = - \frac{\sin(p_2 + \vartheta) - A \sin p_1}{\cos(p_2 + \vartheta) - A \cos p_1}. \quad (32)$$

Aus Gleichung (31) kann man nun den Radiusvektor ρ berechnen; der Unterschied geographische-geozentrische Breite liefert die Abplattung mit Hilfe der Gleichung (6).

Die Messungen der Meridianzenitdistanzen des Mondkraters MA vom 16. April und 17. April 1951 wurden zu der nun folgenden Berechnung der geozentrischen Breite des Radiusvektors und der Abplattung benützt.

1951, April 17, wurde in Wien Technische Hochschule Observatorium auf dem Mittelpfeiler mit dem Wild-Theodolit III, Nr. 11089 Zenitdistanz und Azimut der Kraters MA des Mondes in der Nähe des Meridians gemessen.

Zenitdistanz in Altgrad umgerechnet	errechneter Stundenwinkel
37° 48' 08" 6	— 9 ^m 07 ^s 1

Berechnung der Zenitdistanz des Kraters MA im Augenblick der Meridianpassage

37° 48' 08" 6	Gemessene Zenitdistanz
— 2' 56" 6	reduziert auf den Meridian nach (29)
<hr/> 37° 45' 12,0	
+ 43,0	Refraktion
<hr/> 37° 45' 55,3	$\frac{d\delta}{dt} \cdot t$
+ 2 17,2	
<hr/> 37° 48' 12,2	Zenitdistanz im Augenblick der Meridianpassage.

Aus der Beobachtung vom:

	16. April	17. April
Meridianzenitdistanz	32° 05' 24", 7	37° 48' 12", 2
Deklination des Kraters MA aus dem Jahrbuch	16° 36' 14", 4	10° 58' 32", 7
	48° 41' 39", 1	48° 46' 44", 9
Polhöhe	48° 11' 58", 3	48° 11' 58", 3
parallakt. Winkel $p =$	0° 29' 40", 8	0° 34' 46", 6

Die folgende Tabelle stellt die aus den Messungen gerechneten Werte den nach Hayford tabulierten Werten gegenüber:

	Aus der Messung:	aus dem Jahrbuch:
Geozentrische Breite	48° 00' 35", 8	48° 00' 31", 7
Radiusvektor	0, 99804	0, 99817
Abplattung	1/300,5	1/297,0

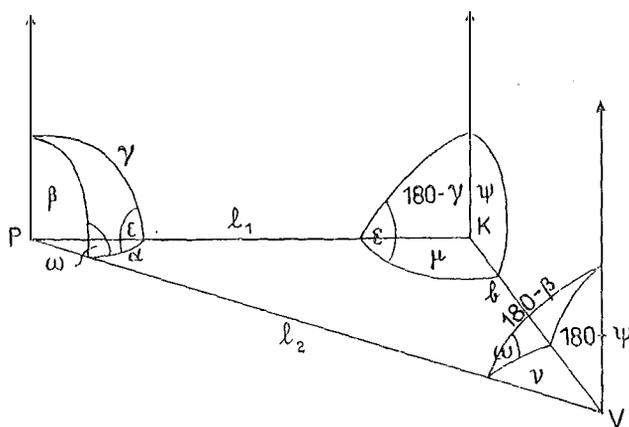
Bestimmung der geozentrischen Koordinaten mit Hilfe des räumlichen Rückwärtsschnittes

Die Aufgabestellung für den Rückwärtsschnitt im Raum lautet: Von drei koordinatenmäßig gegebenen Punkten P_1, P_2, P_3 sollen die Koordinaten eines Punktes P_4 abgeleitet werden, wenn in P_4 die Winkel zwischen den drei gegebenen Punkten gemessen wurden und P_4 nicht in der Ebene des Dreiecks P_1, P_2, P_3 liegt.

Die direkte Lösung dieser Aufgabe führt auf eine Gleichung 4. Grades und ist sehr umständlich. Näherungslösungen, wie sie in der Photogrammetrie üblich sind, wären für die geographischen Ortsbestimmungen langwierig, da wegen der großen Entfernungen der Punkte der Unterschied zwischen Näherungskordinaten, in diesem Fall dem Geozentrum und der richtigen Lösung, dem Topozentrum, nicht mehr allein durch das erste Glied einer Potenzreihe genügend genau darzustellen wäre.

Professor Dr. Piazzola-Belloch¹¹⁾ führt die Lösung des räumlichen Rückwärtsschnittes auf eine Gleichung 2. Grades zurück, indem sie einen der drei gegebenen Punkte in das Unendliche rücken läßt.

Man kann nun zeigen, daß diese Aufgabe trigonometrisch noch einfacher zu lösen ist.



Figur 6

Sind in P die Winkel α, β und γ gemessen, so lassen sich die Kantenwinkel ϵ und ω und damit in den sphärischen Dreiecken bei K und V die Seiten μ und ν berechnen, wenn φ gegeben ist. Bei bekannter Basis b erhält man dann die Seiten l_1 und l_2 aus dem ebenen Dreieck PKV .

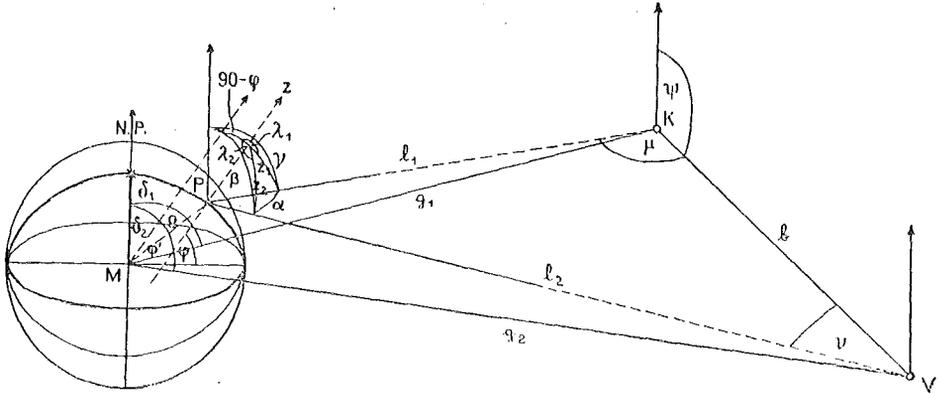
Auf die geographische Ortsbestimmung angewendet ergibt sich folgendes: Die gegebene Richtung sei die Richtung zum Weltpol oder zu einem Fixstern. Der Punkt K ist der Krater MA im Mond und V sei die Venus oder ein anderer Planet in günstiger Stellung. Im Punkt P wird die Zenitdistanz und das Azimut zum Krater MA , zur Venus und zu einem Fixstern oder zum Weltpol gemessen. Aus Figur 7 erkennt man dann folgende Beziehungen.

¹¹⁾ Int. Archiv für Photogrammetrie, VIII. Bd., Seite 242 ff. Leipzig 1934.

Der Radiusvektor des Beobachtungspunktes ergibt sich als Summe der beiden Vektoren l_1 und g_1 , bzw. l_2 und g_2 :

$$\vec{\rho} = \vec{l}_1 + \vec{g}_1 = \vec{l}_2 + \vec{g}_2.$$

Es handelt sich also noch darum, die Größe und Richtung dieser Vektoren zu erhalten.



Figur 7

Die Seite b berechnet man aus dem Dreieck MKV , von dem die Seiten g_1 und g_2 im Jahrbuch tabuliert sind und der eingeschlossene Winkel aus den beiden Deklinationen und dem Rektaszensionsunterschied zu errechnen ist. Nun gilt die Beziehung

$$g_1 \cos \delta_1 - g_2 \cos \delta_2 = b \cos \psi.$$

Daraus läßt sich der Winkel ψ berechnen. Die Winkel α , β und γ lassen sich aus den sphärischen Dreiecken um z ermitteln. Dann werden die Kantenwinkel bei l_1 und l_2 berechnet und aus den sphärischen Dreiecken bei K und bei V die Winkel μ und ν abgeleitet.

Der Rückwärtsschnitt läßt sich also auf die Berechnung mehrerer sphärischer Dreiecke zurückführen und ist verhältnismäßig leicht zu lösen.

Etwas umständlicher ist die Reduktion vom Azimut und der Zenitdistanz des Kraters MA im Mond und der Venus auf denselben Zeitpunkt. Eine Reihenentwicklung mit höheren Ableitungen führt zu sehr unübersichtlichen Ausdrücken, da bei beiden Deklination und Rektaszension veränderlich sind.

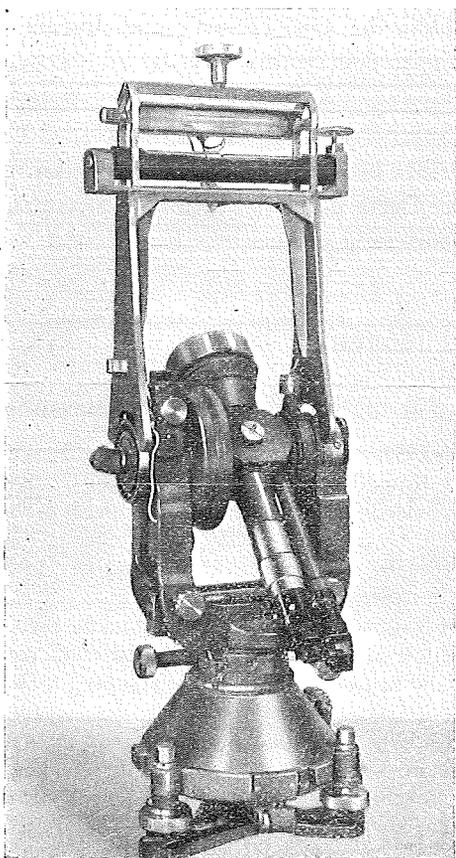
Man könnte sich so behelfen, daß man den Krater MA in der Nähe des Ortsmeridians beobachtet und die Zenitdistanzen, wie im zweiten Kapitel gezeigt wurde, auf den Meridian reduziert. Während der Kulmination des Mondes wird die Venus beobachtet, so daß ihre Zenitdistanz und ihr Azimut nur gering verändert werden muß und die erste Ableitung nach der Zeit für die Reduktion genügt.

Aus Simultanbeobachtungen können auch Längendifferenzen abgeleitet werden.

Die Reduktionen auf den gleichen Zeitpunkt würden fortfallen, wenn man die Winkel auf photogrammetrischem Weg mißt. Leider ist dabei der Genauigkeit durch das Korn des Filmes eine Grenze gesetzt. Für eine noch zukünftige Weltraumschiffnavigation würde diese Genauigkeit wahrscheinlich genügen.

Kurze Zusammenfassung

Die Polhöhen- und Azimutbestimmung aus der Summe der absoluten Azimute wird sich besonders zur Ermittlung der Lotabweichung eignen, da sie im Anschluß an die Triangulierung durchgeführt werden kann und beide Bestimmungstücke gleichzeitig liefert. Die Längenmessung aus Kulminationshöhen des Kraters *MA* liefert mit einfachen, unkomplizierten Hilfsmitteln eine genäherte geographische Länge auf etwa $0^s, 1$. Die beiden letzten Methoden, die geozentrischen Koordinaten eines Beobachtungspunktes zu bestimmen, führen auf eine genaue Messung des parallaktischen Winkels im Krater *MA* des Mondes. Eine Änderung dieses Winkels um $0'' 017$ verursacht eine Verschiebung des Beobachtungspunktes um etwa 30 m im günstigsten Fall¹²⁾. Eine größere Anzahl von Beobachtungen mit einem Instrument von der Genauigkeit des Wild-Theodolit 3 durchgeführt, könnten auch hier ein brauchbares Ergebnis bringen.



Wild-Präzisionstheodolit III mit Zusatzlibelle

Sämtliche Beobachtungen wurden mit dem Präzisions-Theodolit Wild T 3, Nr. 11089, durchgeführt. Die einfache und dabei äußerst anpassungsfähige Fadenkreuzbeleuchtung und die 40fache Vergrößerung erlauben die Beobachtung von Sternen bis zur 6. Größenordnung. Für Steilzielungen kann ein Okularprisma aufgesetzt werden. Der Horizontalkreis, Höhenkreis und Mikrometertrommel werden im Mikroskopokular unmittelbar neben dem Fernrohrokular beobachtet. Jede Ablesung gibt direkt das Mittel zweier diametraler Kreisstellen und ist daher frei von Exzentrizitätsfehlern. Für die gesamte elektrische Beleuchtung müssen nur zwei Beleuchtungsstutzen angesteckt werden. Die Zusatzlibelle hat einen Parswert von $0'' 88$ und dient zur Berechnung des Stehachsenfehlers.

Das Instrument ist samt Tragegestell und Behälter nur $16,6 \text{ kg}$ schwer und daher auch für die astronomische Beobachtung von Hochgebirgspunkten gut geeignet.

¹²⁾ Berroth: Über kosmische Triangulationsmethoden, Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1949.

Vorliegende Arbeit wurde im Juli 1951 zum Druck eingereicht. Inzwischen wurde es dem Verfasser durch besonderes Entgegenkommen des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen und der Deutschen Geodätischen Kommission in dankenswerter Weise ermöglicht, auf 5 Punkten Polhöhen und Azimut nach der in der Arbeit angeführten Zwei-azimutmethode zu beobachten. Die Messungen, die pro Punkt 2 bis 3 Nächte in Anspruch nahmen, stimmen mit den Resultaten, welche nach den klassischen Methoden erzielt wurden, folgendermaßen überein: Von den 10 Ergebnissen (5 Polhöhen, 5 Azimute) ist die Differenz alte Methode minus neue Methode bei sieben kleiner als eine Bogensekunde, bei zwei etwa zwei Bogensekunden und ein Azimut konnte mangels eines identen Punktes nicht verglichen werden. Auch in diesem Jahre werden von der Abteilung Erdmessung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen und vom Verfasser weitere Versuchsmessungen durchgeführt.

Anhang zur Literatur:

K. Killian¹⁾ untersucht das „Problem der zwei Höhen“ nur allgemein fehlertheoretisch. Er kommt auf diesem Wege zu dem Schluß, daß die günstigsten Sternörter zur Polhöhen- und Azimutbestimmung in der Digression zu finden sind.

A. Klingatsch²⁾ behandelt einen Spezialfall des Zweihöhenproblems. Er setzt die Bedingung an, daß die Höhen der beiden beobachteten Sterne wechselseitig gleich ihren Deklinationen sein sollen. In der Digression kann man kein Sternpaar finden, welches für jede Polhöhe dieser Bedingung entspricht.

Kleine Mitteilungen

Von der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung

1. Bericht über die Sitzung vom 4. Jänner 1952. Nach einem summarischen Bericht des Präsidenten Legó über die Tätigkeit der Kommission im Jahre 1951 hob Hofrat Mader in seinem Budgetbericht die starke Belastung der Kommission mit den für die 9. Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik in Brüssel bestimmten Veröffentlichungen hervor, die zu einer Einschränkung der Teilnahme an dieser so wie an anderen Tagungen des vergangenen Jahres zwang.

So war die Kommission auf der Brüsseler Tagung nur durch Hofrat Mader vertreten. Dieser legte einen ausführlichen Bericht und das Manuskript seines Vortrages vor. Hinsichtlich des Verlaufes der Tagung darf auf die Mitteilung im letzten Jahrgang dieser Zeitschrift, Seite 178—181, verwiesen werden.

Prof. Rohrer berichtete über die Geodätische Bodenseekonferenz in München, 18. und 19. September 1951, an der außer ihm noch Prof. Hauer und OR. Ledesteger teilgenommen haben. Die Teilnehmer blieben noch zur anschließenden 150-Jahrfeier des bayerischen Vermessungswesens und zur Jahresversammlung des Deutschen Vereins für Vermessungswesen in München. Siehe die Mitteilungen im 39. Jg., Seite 174—178 und 181.

¹⁾ K. Killian: Gleichzeitige Polhöhen- und Azimutbestimmung ohne Uhr, Zeitschrift für Vermessungswesen 1934, Stuttgart.

²⁾ A. Klingatsch: Über ein Zweihöhenproblem, Sitzungsbericht Akademie der Wissenschaften in Wien 1913.