Die geophysikalischen Arbeiten Adalbert Preys

Karl Ledersteger [1]

[1] *Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **38** (3–4), S. 57–82

1950


```
@ARTICLE{Ledersteger_VGI_195009,
Title = {Die geophysikalischen Arbeiten Adalbert Preys},
Author = {Ledersteger, Karl},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {57--82},
Number = {3--4},
Year = {1950},
Volume = {38}
}
```

Die geophysikalischen Arbeiten Adalbert Preys

Von Dr. Karl Ledersteger, Wien

Preys geophysikalisches Lebenswerk gruppiert sich im wesentlichen um drei große Probleme, die Hypothese der Isostasie, die Bestimmung der Elastizitäts- und Viskositätskonstante der Erde und die Möglichkeit von Kontinentalverschiebungen. Eine seiner jüngsten Arbeiten bringt noch eine sehr originelle Methode zur Berechnung eines weitmaschigen astronomischen Nivellements ohne Netzausgleich. Will man Preys große Abhandlungen kurz charakterisieren, so muß man vor allem feststellen, daß er sich nicht mit rein theoretischen Erwägungen begnügt, sondern die Probleme mit staunenswerter Arbeitskraft durch umfassende quantitative Untersuchungen zur Lösung zu bringen versucht.

1.

Die Frage der einwandfreien Schwerereduktion, die Prey schon 1904 im Anschluß an Poincaré beschäftigte, gab den Anstoß zu seiner bekannten „Darstellung der Höhen- und Tiefenverhältnisse der Erde durch eine Entwicklung nach Kugelfunktionen bis zur 16. Ordnung" (Abhandl. d. kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Bd. 11, 1922), die er neben seiner beruflichen Tätigkeit und wiederholt unterbrochen in 13 Jahren bewältigte. Da diese Entwicklung vielfach zur Grundlage seiner quantitativen Analysen zum Problem der Erdfigur und der Isostasie wurde, sei sie an die Spitze gestellt. Prey beabsichtigte mit dieser Arbeit nicht bloß, die schwierigen isostatischen Reduktionen zu erleichtern, sondern auch eine brauchbare Grundlage für die mannigfachsten geophysikalischen Probleme zu schaffen. Zugrundegelegt wurde die zweite Neumannsche Methode der Kugelfunktionsentwicklung, bei der das Beobachtungsmaterial aus den numerischen Werten in den Schnittpunkten von $2p$ äquidistanten Meridianen mit $(p+1)$ Parallelkreisen besteht. Für $p=16$ fallen letztere mit hinreichender Annäherung mit den Zehner-Parallelen zusammen und die Aufgabe ist praktisch gerade noch zu bewältigen. Prey nahm drei Entwicklungen vor. Die Entwicklung der Lithosphäre bringt die Höhen- und Tiefenverhältnisse zum Ausdruck, während die Entwicklung der Hydrosphäre die Meerestiefen allein darstellt, also in allen Festlandpunkten den Wert Null ergeben soll. Lediglich als Rechenkontrolle war die dritte Entwicklung (physische Erdoberfläche) gedacht. Sie stellt nämlich umgekehrt die Festlandhöhen dar, während sie auf dem Meere überall Null ergeben soll. Mithin ist die erste Entwicklung die Summe der beiden folgenden. Prey dachte ursprünglich daran, diese Entwicklungen geschlossen von Ordnung zu Ordnung vorwärts zu treiben, um den Beitrag der einzelnen Ordnungen zu dem allmählich entstehenden Erdbild herauszuschälen. Wegen des gigantischen Ansteigens der notwendigen Arbeit mußte er diesen Gedanken aber nach der 5. Ordnung aufgeben. Genäherte Konvergenzbetrachtungen berechtigten ihn aber zu der Feststellung, daß mit fortschreitender Ordnung das wahre Erdbild immer besser approximiert wird. Selbstverständlich ist dieser Annäherung eine gewisse Grenze durch den Umstand gesetzt, daß bei $p=16$ nur 544 Ausgangswerte vorliegen, deren jeder für ein Gebiet von rund 76 Quadratgraden repräsentativ sein muß. Die Darstellung darf als recht befriedigend bezeichnet werden. Für die schwierigste Entwicklung, die der Lithosphäre, liegen für rund 50% die Abweichungen des Rechenergebnisses vom Ausgangswert unter 200 *m*. Die größten Abweichungen kommen in hohen Breiten vor; 12 liegen zwischen 1000 und 2000 *m* und eine überschreitet den Betrag von 2000 *m*. Die graphische Darstellung der Ausgangswerte und der Resultate zeigt aber eine überraschend schöne Übereinstimmung. Die Form der Kontinente ist in großen Zügen wiedergegeben, doch ist die Küstenlinie landeinwärts verschoben. Die Behringstraße erscheint verbreitert, aber durch ein seichtes Meer ersetzt. Zentralamerika fehlt schon in den Ausgangswerten; zur Darstellung dieser schmalen Landbrücke hätte man die Entwicklung viel weiter treiben müssen. Die Tiefenverhältnisse des Stillen Ozeans sind ziemlich gut dargestellt. Der Atlantische Ozean erscheint im Nordosten naturgetreu durch ein seichtes Meer abgeschlossen. Das afrikanische Hochland ist gerade kenntlich, während das asiatische Hochland bis über 3000 *m* ansteigt. Vorderindien ist nur in der Küstenlinie angedeutet, hingegen Hinterindien besser ausgebildet. Die Sunda-Inseln sind durch eine kleine Insel im seichten Meer ersetzt, Australien im Süden verkleinert.

Bevor wir auf die Anwendung dieser Entwicklung eingehen können, müssen wir kurz einige der für die Reduktion der beobachteten Schwerkraftwerte auf das Meeresniveau ersonnenen Methoden streifen. Aus der Anziehung einer homogenen oder geschichteten Kugel, die bekanntlich so wirkt, als ob ihre gesamte Masse im Mittelpunkt konzentriert wäre, folgt für den vertikalen Gradienten der Schwerkraft für ein Meter Höhenzunahme — 0.3 *mgal* (ein Milligal ist der tausendste Teil der Beschleunigungseinheit $cm sec^{-2}$). Weil aber im Beobachtungswert g die Wirkung der sichtbaren und unsichtbaren Massenunregelmäßigkeiten steckt, werden bei der Freiluftreduktion oder der Reduktion von F a y e:

$$g_F = g_h + 2gh/r$$

gleichsam alle Massenunregelmäßigkeiten unverändert in ihrer gegenseitigen Lage um die Höhe h ins Erdinnere verschoben. Bei der Reduktion von B o u g u e r werden vor der reinen Höhenkorrektion die über dem Meeresniveau liegenden Kontinentalmassen in Form einer horizontalen Platte in ihrer Wirkung auf den Beobachtungspunkt in Abzug gebracht:

$$g_B = g_h + 2gh/r - 3\,\vartheta\, gh/2\,\vartheta_m\, r.$$

Weil die Oberflächendichte der Erde $\vartheta = 2.7$ annähernd die Hälfte der mittleren Erddichte $\vartheta_m = 5.55$ beträgt, sinkt bei dieser Reduktion der Gradient der Schwere auf 5/8 des Freiluftwertes. Selbstverständlich werden die Abweichungen der Oberflächenformen von der idealen Platte in Form einer Geländekorrektion berücksichtigt. Die unsichtbaren Massenunregelmäßigkeiten werden aber ebenso wie bei der F a y e schen Reduktion stillschweigend um die Höhe h ins Erdinnere verschoben.

Diese beiden Reduktionen nehmen also beträchtliche Massenverschiebungen vor und ändern daher sowohl das Geoid wie auch die Hauptträgheitsachsen des Erdkörpers ab. Demgegenüber versucht die Reduktion von P r e y[1]) die wahre Massenlagerung in der Erdkruste und damit alle Niveauflächen unverändert zu

[1]) A. P r e y, Über die Reduktion der Schwerebeobachtungen auf das Meeresniveau, Sitz.-Ber. Akad. d. Wiss., Bd. 113, 1904.

belassen. Es wird also zunächst die B o u g u e r sche Plattenwirkung b abgezogen, sodann der Aufpunkt ins Meeresniveau verlegt und nachträglich die Platte wieder aufgesetzt. Da diese Massen jetzt aber nach oben ziehen, läuft die P r e y sche Reduktion darauf hinaus, daß, abgesehen von der Geländekorrektion, die Plattenwirkung b zweimal abzuziehen ist:

$$g_P = g_h + 2gh/r - 2b.$$

Hat die Bouguersche Reduktion den Gradienten um 3/8 vermindert, so nimmt er nun um weitere 3/8 auf 1/4 ab. Die letzte Formel ist, wie P r e y [2]) selbst betont, noch nicht vollständig, weil sie die unterirdischen Massenunregelmäßigkeiten noch nicht berücksichtigt. Will man den tatsächlichen Schwerewert am Geoid finden, so muß man die Wirkung dieser Massenunregelmäßigkeiten auf die Beobachtungsstation abziehen und die Wirkung auf den zugehörigen Geoidpunkt addieren. Nach der Lehre vom Massenausgleich sind die Kontinentalmassen durch unterirdische Massendefizite kompensiert. Besteht also Isostasie, so muß man isostatisch reduzieren, um den wahren Schwerewert am Geoid zu finden. Ist k_h die Wirkung der Kompensationsmasse auf die Beobachtungsstation, k_o die Wirkung auf den Geoidpunkt, so erweitert sich die Preysche Formel:

$$g_P = g_h + 2gh/r - 2b - k_h + k_o.$$

Dabei ist zu beachten, daß die Kompensationsmasse auf dem Festland negativ und auf dem Ozean positiv ist.

Die Kugelfunktionsentwicklung des irdischen Schwerefeldes im Außenraum wird bekanntlich nach B r u n s in die Summe:

$$W = U + T$$

zerlegt, wobei in U die Glieder 0. und 2. Ordnung des Gravitationspotentials sowie das Potential der Fliehkraft zusammengefaßt sind, während die „Restfunktion" T durch die Massenunregelmäßigkeiten in der Erdkruste bedingt ist. Die B r u n s sche Theorie vergleicht dann die beiden Flächen:

$$W = c \quad \text{und} \quad U = c$$

miteinander und definiert entsprechend die Geoidundulationen als die Hebungen und Senkungen des Geoids $W = c$ gegenüber dem Niveausphäroid $U = c$ desselben Potentialwertes. Durch eine ähnliche Entwicklung der auf das Geoid reduzierten Schwerewerte oder auf dem Ausgleichswege gewinnt man die normale Schwere γ, etwa die sogenannte „Internationale Schwereformel" (1924)

$$\gamma = 978.049\ (1 + 0.005\ 2884\ \sin^2 \varphi)\ cm sec^{-2}.$$

Die Gegenüberstellung der reduzierten Beobachtungswerte und der theoretischen Schwerewerte liefert dann die Schwerestörungen $(g - \gamma)$. Sie werden nach H o p f n e r als scheinbar deshalb bezeichnet, weil sie Schwerewerte verschiedener Potentialfunktionen in verschiedenen Punkten miteinander vergleichen. Der natürlichen Sachlage nach haben wir über den Kontinenten Hebungen und über den Ozeanen

[2]) A. P r e y, Bemerkungen zu P r e y s Reduktion der Schweremessungen, Gerl. Beitr., Bd. 56, 1940.

Senkungen des Geoids zu erwarten. Herrscht also im Geoidpunkt P die Schwerkraft g und die normale Schwerkraft γ', so hat man die scheinbare Schwerestörung $(g - \gamma)$ von der wahren Schwerestörung $(g - \gamma')$ wohl zu unterscheiden. Nur

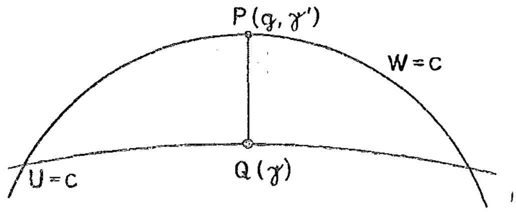

Fig. 1

letztere hängt allein von der Restfunktion T ab, während in der scheinbaren Schwerestörung noch der Einfluß der Niveaudifferenz hinzutritt. Ist $PQ = \zeta$ die Undulation, so ist dieser Einfluß durch den Term von B r u n s:

$$\zeta \frac{\partial \gamma}{\partial n}$$

gegeben. Da bei einer Geoidhebung γ um diesen Betrag größer ist als γ', so ist z. B. für $\zeta = 100$ *m* die scheinbare Schwerestörung um 31 *mgal* kleiner als die wahre. Die hohe Bedeutung des Terms von B r u n s kommt aber erst im Zusammenhang mit der Frage der Isostasie in Erscheinung.

Für die Lehre vom Massenausgleich zieht man am besten die B o u g u e r schen Schwereanomalien heran. Denn da in diesen die Wirkung der über dem Geoid liegenden Massen in Abzug gebracht ist, müßten die nach B o u g u e r reduzierten Schwerewerte annähernd normal, also die wahren Schwerestörungen nahezu Null sein. In Wirklichkeit zeigen aber die scheinbaren B o u g u e r schen Anomalien auf den Kontinenten systematisch negative Werte, die entweder vermöge des Terms von B r u n s durch beträchtliche Geoidhebungen oder durch unterirdische Massendefekte erklärt werden können, die die sichtbaren Massenüberschüsse mehr oder minder vollständig kompensieren. Ganz analog zeigen die ozeanischen Schwerewerte ein ziemlich normales Verhalten, obwohl die Meere beträchtliche Massendefizite darstellen. Dies zwingt zu der Annahme, daß unter dem Meeresgrunde Massen größerer Dichte das Defizit des Wassers aufwiegen, wenn nicht zu den kleineren g-Werten auch kleinere γ-Werte gehören. Im Sinne des Terms von B r u n s würde letzteres voraussetzen, daß über den Weltmeeren das Niveausphäroid hoch über dem Geoid verläuft. Das Verhalten der Lotabweichungen, die empirisch viel kleiner sind, als man es aus synthetischen Rechnungen auf Grund der sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten erwarten sollte, spricht aber eher für die Isostasie als für große Undulationen. Den scheinbaren Widerspruch, daß die Undulationen des Geoides klein, hingegen die Preyschen Schwereanomalien groß sind, versucht P r e y[2]) selbst zu erklären. In Fig. 2 ist M die störende Masse, M' ihre Kompensation. Auf den Kontinenten entspricht M eine Anziehung, M' eine Abstoßung, auf den Ozeanen umgekehrt. Dann summieren sich im Falle der Fig. 2 *a* die in die Richtung von g fallenden Kraftkomponenten und geben eine große, den Normalwert verkleinernde

Schwerestörung. Im Falle der Fig. 2 *b* sind diese beiden Komponenten entgegengesetzt gerichtet und liefern daher eine kleine Schwerestörung. In beiden Fällen liegen aber die Zusatzkräfte beiderseits der normalen Schwererichtung und erzeugen daher nur eine kleine Lotstörung. Trotz dieser schwerwiegenden Argumente bemühte sich P r e y noch um die exakte Lösung dieser wichtigen von H o p f n e r aufgeworfenen Frage in der methodisch überspitzten Alternative: Große Undulationen — keine Isostasie oder kleine Undulationen — Isostasie.

Die Lehre von der Isostasie kann hier nicht systematisch geschildert werden. Wer einen klaren Einblick in diesen Fragenkomplex gewinnen will, sei auf P r e y s vorzügliche Einführung [3]) verwiesen. Hier sei nur kurz daran erinnert, daß die Hypothese der Isostasie in verschiedenen Formen auftritt. Nach P r a t t sind die kompensierenden Massen gleichförmig bis zu einer in etwa 90 bis 120 *km* Tiefe liegenden Ausgleichsfläche verteilt. Dies kann so verstanden werden, daß auf jeder

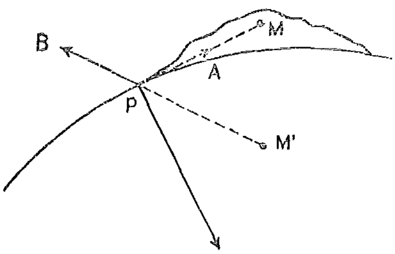

Fig. 2a

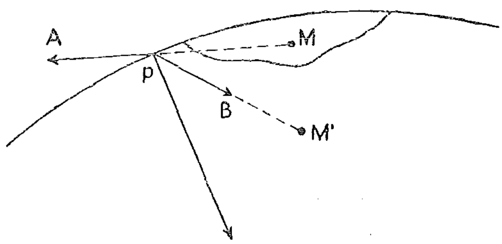

Fig. 2b

Flächeneinheit der Ausgleichsfläche der gleiche Druck lastet, daß also die Ausgleichsfläche die äußerste Niveaufläche mit hydrostatischem Gleichgewicht ist. Es kann aber auch so aufgefaßt werden, daß über jeder Flächeneinheit der Ausgleichsfläche die gleiche Masse liegt; dies entspricht der geologischen Vorstellung, daß die Kontinentalmassen einmal aus dem Untergrund herausgetreten sind (Aufblähungshypothese). In letzterem Sinne wäre die Isostasie strenge ein Massenausgleich. Dadurch aber wäre die Ausgleichsfläche keine Fläche konstanten Druckes. P r e y betont, daß dann wegen des notwendigen Druckausgleiches bloß eine tiefere Fläche die eigentliche Ausgleichsfläche mit hydrostatischem Gleichgewicht wird, womit man auf die erstere Form der Hypothese zurückkommt. Nach A i r y hingegen schwimmen die leichteren Sial-Schollen der Erdkruste auf dem schwereren, plastischen Untergrund (Sima). Je mächtiger eine Scholle ist, desto tiefer taucht sie in das Sima ein. Ohne eine Entscheidung zwischen diesen beiden prinzipiell verschiedenen Auffassungen herbeiführen zu wollen, gibt P r e y der P r a t t schen Hypothese erster Form den Vorzug, weil sie die Annahme gestattet, daß der Ausgleich in Säulen von viel kleinerem Querschnitt vorliegt, was die mathematische Behandlung wesentlich erleichtert.

Die erste synthetische Untersuchung P r e y s zum Problem der Isostasie

[3]) A. P r e y, Die Theorie der Isosastie, ihre Entwicklung und ihre Ergebnisse, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Bd. 4, Berlin 1925.

betrifft die Alpen [4]). Der Arbeit liegen 46 Pendelstationen Sternecks auf der Linie München—Innsbruck—Brenner—Bozen—Trient—Mantua, also eine Alpenüberquerung, zugrunde. Prey versucht, die mit der sorgfältigst bestimmten mittleren Gesteinsdichte 2.73 berechneten negativen Bouguerschen Schwereanomalien durch die Annahme eines Massendefektes von gleicher Größe wie die Alpenmasse zu erklären. Auch abgesehen von der Unkenntnis der Geoidundulationen ist die Aufgabe nicht eindeutig, weil bekanntlich unendlich viele Massenanordnungen denkbar sind, die die gleichen Schwerewerte liefern. Prey nimmt daher den Massendefekt in Form eines liegenden Prismas an, dessen Ausdehnung in der Alpenrichtung so groß ist, daß sie für die Berechnung der Anziehung auf den in Frage kommenden mittleren Teil des Gebirges gleich unendlich gesetzt werden kann. Ferner wird die Krümmung der Erde vernachlässigt. Durch diese Annahmen wird der Kreis der möglichen Lösungen bereits stark eingeschränkt. Zur Bestimmung der Alpenmasse legte Prey zunächst 18 Meridianprofile zwischen den Längen 27° 30′ und 30° 20′ östlich von Ferro im Abstand von je 10 Längenminuten und fand als Masse eines Querprofiles von 1 *m* Längserstreckung im Mittel 965 Millionen Tonnen, wobei der Umstand berücksichtigt wurde, daß die Zugrichtung der Alpen im Azimut von etwa 80° gelegen ist. Nachdem so die Defektmasse gefunden ist, werden die allgemeinen Formeln für die Attraktion einer prismatischen Platte entwickelt. Eine der Prattschen Vorstellung von der Isostasie entsprechende Lösung ergibt dann eine meridionale Ausdehnung der Platte von 190 *km*, deren Symmetrieachse gegenüber der gewählten Ausgangsstation Brenner, die in der Kammlinie liegt, um 10 *km* nach Norden verschoben ist, und die bei einer Defektdichte von —0.055 bis zu 90 *km* Tiefe reicht. Mathematisch einfacher, aber physikalisch natürlich lediglich als Hilfsvorstellung zu werten, ist die Annahme einer horizontalen Platte mäßiger Dicke, die symmetrisch zum Nullpunkt Brenner liegt. Sie führt abermals auf die runde Breite von 190 *km* und auf eine Tiefe von 44 *km*.

Im zweiten Teil der Arbeit berechnet Prey für diese beiden Lösungen die durch den gesamten Massenkomplex (Alpen + Defektmasse) verursachte Verschiebung der Niveauflächen. Der Rechnung liegt ein schematischer Querschnitt der Alpen zugrunde. Die Kammlinie geht wieder durch den Brenner. Während sich aber der Südabhang in einer Breite von 145 *km* bis zum Meeresniveau erstreckt, ist der Nordabhang nur 77.6 *km* breit und endet in einer Seehöhe von 500 *m* im bayrischen Hochplateau. Die Verhältnisse sind in Abb. 3 wiedergegeben. Die scheinbare Schwierigkeit, daß das Potential eines unendlich langen prismatischen Körpers selbst unendlich wird, hebt sich dadurch auf, daß dasselbe natürlich auch für die kompensierende Masse gilt und in der Summe die Glieder, die die Längserstreckung der Prismen enthalten, sich gegenseitig tilgen. Aus den zusammengesetzten Potentialen leitet Prey dann durch Division durch die Schwerebeschleunigung vermöge der fundamentalen Relation $dV = -gdh$ die Undulation ab. Er findet eine Geoidhebung von maximal 12 bis 13 *m*, und zwar liegt beidemale das Maximum wegen der Unsymmetrie der Alpen etwas südlich der Kammlinie.

[4]) A. Prey, Untersuchungen über die Isosastie in den Alpen auf Grund der Schweremessungen in Tirol, 1. Mitteilung: Sitz.-Ber. Akad. Wien, Bd. 121, 1912; 2. Mitteilung: Sitz.-Ber. Akad. Wien, Bd. 123, 1914.

Alpen:	$A'B$	$= 222600\ m$
	$A'C'$	$= 77600$
	$C'B$	$= 145000$
	CC'	$= 3000$
	AA'	$= 500$
Defektmasse, Hypothese I:	MN	$= 188400\ m$
	MO	$= 94200$
	$C'O$	$= 43900$
Defektmasse, Hypothese II:	RS	$= 187900\ m$
	RT'	$= 103950$
	$T'S$	$= 83950$
	$C'T'$	$= 94000$
	TT'	$= 10000$

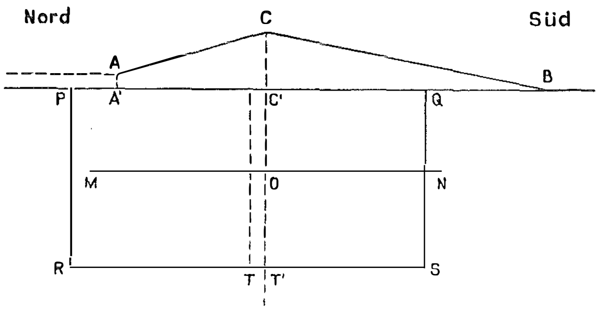

Fig. 3

Die Hypothese der Isostasie kann selbst als Grundlage einer neuen Methode der Reduktion der beobachteten Schwerewerte auf das Meeresniveau verwertet werden. Der Grundgedanke dieser isostatischen Reduktionsweise besteht darin, daß die sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten nach isostatischen Prinzipien ins Erdinnere verlegt werden. Betrachten wir z. B. eine kontinentale Schwerestation, so wird zunächst die Wirkung der wegen der „Topographie" verbesserten B o u g u e r schen Platte in Abzug gebracht, sodann der Punkt ins Meeresniveau verlegt, jetzt aber die abgehobene Masse zur Auffüllung des unterirdischen Massendefizites gleichmäßig bis zur Ausgleichsfläche verteilt und ihre die Schwerkraft wieder vergrößernde Wirkung auf den Geoidpunkt berechnet:

$$g_I = g_h + 2gh/r - b + \beta.$$

Für ozeanische Schwerestationen haben natürlich b und β negatives Vorzeichen. Man erkennt sofort, daß die Freiluftreduktion eine Art isostatische Reduktion ist, bei der einfach $b = \beta$ gesetzt wird. Sind die Massen in der Erdkruste tatsächlich isostatisch gelagert, so wird die Erde durch die isostatische Reduktion weitgehend „normalisiert" und es dürften isostatisch reduzierte Schwerewerte überhaupt keine Undulationen zurücklassen. H o p f n e r hat dies so formuliert, daß die isostatische Reduktion künstliche Geoide schafft, die ihre eigenen Niveausphäroide sind. Prinzipiell ist es aber noch immer möglich, die wahren Geoidundulationen aus isostatisch reduzierten Schwerewerten abzuleiten, wenn man mit genügender Genauigkeit die Abweichungen des „isostatischen" Geoids vom wahren Geoid in Rechnung setzen kann. Dann hätten die isostatischen Schwerewerte sogar den Vorteil, daß sie für ihre weitere Umgebung als „repräsentativ" gelten können. Jedenfalls steht derzeit die isostatische Reduktion im Vordergrund des Interesses und es gelang Prey bereits 1924, seine Kugelfunktionsentwicklung der Lithosphäre dieser Reduktionsweise dienstbar zu machen [5]). Demgegenüber erfordert die übliche isostatische Reduktion, bei der in bestimmten, nach außen wachsenden Abständen konzentrische Kreise gelegt werden, deren Zonen durch Vertikalebenen in Sektoren zerlegt werden, umständliche Berechnungen, vor allem aber komplizierte Grund- und Spezialtafeln, über deren definitive Gestaltung noch keine internationale Einigung erfolgt ist.

Prey [6]) stellte für die Anziehung der Massenunregelmäßigkeiten, und zwar getrennt für die über dem Geoid liegenden Kontinentalmassen, für das Meer und für die isostatischen Kompensationsmassen im Sinne von Pratt-Hayford, je nach der Lage des Aufpunktes verschiedene Ausdrücke auf. Insgesamt ergeben sich dann vier Formeln, nämlich für Punkte im Erdinnern unterhalb des Meeresniveaus, für Punkte im Meere, für Punkte im Erdinnern oberhalb des Meeresniveaus und für Punkte in freier Luft, aus denen durch Spezialisierung zwei Formeln für Punkte des Festlandes und der Meeresfläche hervorgehen. In diesen Formeln tritt an Stelle der Höhen eine Kugelfunktionsentwicklung T auf, die in allen Punkten des Festlandes die richtigen Meereshöhen, in allen Punkten des Meeres die im Verhältnis $(1 - \vartheta^*/\vartheta)$ verkleinerten Meerestiefen als negative Größen darstellt. Darin sind $\vartheta = 2.7$ und $\vartheta^* = 1.03$ die bekannten Dichten des Festlandes und des Meeres. Mit diesen Formeln berechnete Prey die isostatischen Korrektionen für jene Netzpunkte, die seiner Kugelfunktionsentwicklung der Höhen- und Tiefenverhältnisse zugrundeliegen. Diese Werte wurden kartiert und mittels quadratischer Interpolation die Linien gleicher Reduktionen eingezeichnet. So konstruierte Prey eine Weltkarte der isostatischen Reduktionen, die recht interessant ist. Die Nullinien schließen sich ziemlich genau an die Küsten an, so daß die Kontinente sofort zu erkennen sind. Hinterindien geht mit den Sunda-Inseln und Australien in einen Komplex zusammen. Neuseeland tritt hervor, obwohl es in der Höhenkarte fehlt. Dies beweist, daß für die Schwerestörung nicht allein die lokale Konfiguration, sondern die Massenverteilung auf der ganzen Erde maßgebend ist. Der Steilrand längs der Nullinien zeigt den Unterschied zwischen Küste und Flachsee mit 20 bis 30 *mgal*. Die Kontinente weisen fast durchwegs positive Werte auf, im Hochgebirge und in Randnähe bis zu 35 *mgal*. Die Meere haben durchwegs negative Werte von 10 bis 30 *mgal*. Das Mittel aller positiven Werte ist +9.4, das Mittel aller negativen Werte —12.6. Es ist dies eine Folge des Ausgleichs nach dem Druck statt nach den Massen, wodurch das Meer das Festland überwiegt. Die Preysche Karte gilt natürlich nur für die Massenverteilung, die durch die Kugelfunktionen bis zur 16. Ordnung dargestellt ist. Man muß daher durch Vergleich

[5]) A. Prey, Über Formeln zur isostatischen Reduktion von Schwerebeobachtungen, Vierteljahrsschrift d. Astr. Ges., Jahrg. 59, 1924.

[6]) A. Prey, Neue Formeln zur Isostasie, Gerl. Beitr., Bd. 18, 1927.

der tatsächlichen Höhen mit den aus der „Darstellung“ gewonnenen Höhen die Restmassen abschätzen und diese mit den üblichen Tafeln für die isostatische Reduktion erfassen. Dabei genügt aber z. B. bei Verwendung der Tafeln von Bowie-Hayford die Beschränkung auf die Zonen bis 166 *km* Entfernung, was gegenüber der vollständigen Berechnung auf Grund der Tafeln allein ein sehr wesentlicher Gewinn ist.

Wohl die wichtigste der Preyschen Arbeiten zum Problem der Erdfigur will die Frage nach dem isostatischen Massenausgleich positiv entscheiden [7]). Damit wird, wie schon früher auseinandergesetzt, auch die Frage nach der Größenordnung der Geoidundulationen gelöst. Da bekanntlich die Schwerewerte auf dem Geoid keine eindeutigen Rückschlüsse auf die Massenanordnung im Erdinnern gestatten, faßt Prey das Problem umgekehrt an. Er berechnet, wie sich die Schwere auf einer nichtisostatischen Erde verhalten müßte, und vergleicht das Ergebnis mit den Beobachtungsdaten. Der erste Punkt von prinzipieller Wichtigkeit betrifft die Wahl der Referenzfläche, auf die man das Geoid beziehen will. Prey lehnt die Verwendung des Brunsschen Niveausphäroides ab, weil die Glieder 2. Ordnung des Gravitationspotentiales von den Trägheitsmomenten des tatsächlichen Erdkörpers und damit auch von den Massenunregelmäßigkeiten in der Erdkruste abhängen. Auch die vermutliche Elliptizität des Äquators oder genauer gesagt, die Abweichung des Äquators von der Kreisform ist auf die Massenunregelmäßigkeiten zurückzuführen, die sehr wohl eine geringe Verschiedenheit der äquatorealen Hauptträgheitsmomente bedingen können. Hingegen ist es selbstverständlich, daß die „Normalerde“ ein Rotationskörper sein muß.

Prey gelangt folgendermaßen zu einer Normalerde. Zunächst wird vorausgesetzt, daß die Erde nicht isostatisch sei, daß also keine inneren Massenunregelmäßigkeiten vorhanden sind. Sodann wird die Abplattung vernachlässigt, da ihr Einfluß auf die Schwere hinlänglich bekannt ist. Denkt man sich jetzt alle Höhen abgetragen und in die Tiefen der Ozeane versenkt, so entsteht eine Kugel, deren Oberfläche 2455.7 *m* unter dem tatsächlichen Meeresniveau liegt; denn das Glied 0. Ordnung der Entwicklung der Lithosphäre ist —2455.7 *m*. Über dieser Kugel wird dann das Meer ausgegossen, das gemäß dem Glied 0. Ordnung der Entwicklung der Hydrosphäre die Kugel in einer Tiefe von 2680.9 *m* bedeckt. Die so entstandene Oberfläche der Wasserhülle der Normalerde liegt demnach 225.2 *m* über dem tatsächlichen Meeresniveau, das selbst als Normalfläche dient und auf dem jetzt die konstante Normalschwere herrscht. Nunmehr werden die Massen wieder solange verlagert, bis über der gestörten Niveaufläche desselben Potentialwertes die der Kugelfunktionsentwicklung der Lithosphäre entsprechende Lagerung entstanden ist. Es wird also berücksichtigt, daß die Höhen nicht von der „Normalfläche“, sondern von der durch die unregelmäßige Massenverteilung gestörten Niveaufläche zu rechnen sind. Für die Bestimmung des Potentiales der Massenunregelmäßigkeiten benützte Prey natürlich seine früher entwickelten „Neuen Formeln“. Er fand für diesen Fall fehlender Massenkompensation recht beträchtliche Geoidhebungen. Sie steigen in Eurasien bis über 1600 *m* an. Die Massen der

[7]) A. Prey, Zur Frage nach dem isostatischen Massenausgleich in der Erdrinde, 1. Mitteilung, Gerl. Beitr., Bd. 29, 1931; 2. Mitteilung, Gerl. Beitr., Bd. 36, 1932.

großen Kontinente Eurasien und Amerika heben die Niveaufläche so hoch, daß die nördlichen Teile der beiden Ozeane ganz überbrückt werden. Senkungen treten im Stillen Ozean erst südlich 50°, im atlantischen gar erst südlich 10° nördlicher Breite auf. Die maximale Depression ist im stillen Ozean 1200 *m*, im atlantischen Ozean nur 500 *m*. Australien bleibt ganz im Gebiet der Depression. Auch die Antarktis bleibt im wesentlichen unter Null, während das nördliche Polarmeer über 1100 *m* ansteigt.

Für die Berechnung der Schwerewerte an der Oberfläche dieser nichtisostatischen Erde, genauer ihrer Abweichungen gegenüber dem konstanten Normalwert, mußten die die Undulationen der gestörten Niveaufläche ausfüllenden Massen von den über dieser Niveaufläche liegenden Massen scharf auseinandergehalten werden. Im übrigen konnte Prey wieder weitgehend seine „Neuen Formeln" heranziehen. Die erhaltenen Schwereabweichungen — der Begriff Schwerestörung oder Schwereanomalie bleibt besser den auf eine einheitliche Niveaufläche bezogenen Werten reserviert — sind durchwegs stark negativ, im Mittel etwa 260 *mgal*. Auf dem Festland ist dies durch die Seehöhe und die Geoidhebung im Sinne des Terms von Bruns, auf dem Meere durch das Überwiegen des Massendefektes bedingt. Auf diese Schwerewerte wendet Prey nun die üblichen Methoden der Reduktion an. Weil die Freiluftreduktion der isostatischen Reduktion verwandt ist, müßte sie zwar bei einer isostatisch aufgebauten Erde auf ziemlich normale Schwerewerte führen; im vorliegenden nichtisostatischen Fall könnten aber die Freiluftanomalien nur dann annähernd verschwinden, wenn sich der Einfluß der unkompensierten Massen mit der Höhenlage des Geoids gegenüber der Normalfläche ausgleicht. Die in Tabelle 5 des zweiten Teiles der Arbeit ausgewiesenen Fayeschen Anomalien zeigen aber noch immer einen starken negativen Mittelwert. Erst wenn man diesen durch Addition von 250—300 *mgal* beseitigt, erscheinen weite Gebiete der Kontinente und Meere als normal, so daß man im Sinne Hopfners von einer Vortäuschung der Isostasie durch die Wirkung des Terms von Bruns sprechen könnte. Auch die Bouguerschen Anomalien (2. Teil, Tabelle 6) sind aus den oben angeführten Gründen durchwegs negativ. Sie zeigen aber eine starke Asymmetrie sowohl zwischen der Nord- und Südhalbkugel wie auch zwischen der Ost- und Westhälfte, die Prey als im Widerspruch mit den empirischen Daten stehend für einen direkten Beweis des isostatischen Massenausgleiches erachtet.

Im zweiten Teil der Arbeit hat Prey ganz analog den isostatischen Fall durchgerechnet. Seiner Normalerde wurden hier nicht wie oben bloß die sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten zugefügt, sondern auch deren Kompensation nach Pratt-Hayford bei einer Ausgleichstiefe von 120 *km*. Zunächst wurde aus dem Potential der Störmassen die Entwicklung der Undulationen über der Normalfläche abgeleitet. Diese Undulationen sind viel kleiner als im nichtisostatischen Falle. Die Erhebungen über den Kontinenten betragen etwa 15 bis 30 *m*, das Maximum liegt mit 47.4 *m* in Zentralasien. Die Ozeane zeigen Depressionen, die ihrem Absolutwert nach meist unter 20 *m* liegen. Die größte Depression inmitten des großen Ozeans beträgt —24.9 *m*. Die Abweichung des Äquators von der Kreisform erreicht nur ± 6 *m*, so daß man kaum von einer Elliptizität sprechen kann. Sind doch die errechneten Werte infolge der Unsicherheit in den Grundlagen selbst auf einige

Meter unsicher. Die Schwereabweichungen auf den Ozeanen sind sehr gering, aber fast systematisch negativ. Ähnliches zeigte auch die Weltkarte der isostatischen Reduktionen und beruht auf den durch die Isostasie bedingten negativen Werten über den Ozeanen. Die Kontinentalwerte sind wegen der Seehöhen der Punkte durchwegs negativ und erreichen in Zentralasien 1000 *mgal*. Reduziert man diese Schwerewerte nach der Freiluftformel, so bleiben nur ganz geringfügige Anomalien, was wegen der vorausgesetzten Isostasie selbstverständlich ist. Die B o u g u e r schen Anomalien sind auf den Kontinenten systematisch negativ und auf den Ozeanen systematisch positiv. Sie zeigen also den Schweredefekt unter den Kontinenten und die Überschwere auf den Ozeanen, die eben auf die Hypothese der Isostasie geführt haben. In diesem synthetischen Ergebnis P r e y s findet die Hypothese der Isostasie eine sehr gewichtige Stütze.

Im Problem der Erdfigur soll aber umgekehrt aus der Schwereverteilung auf dem Geoid die Form der Niveaufläche erschlossen werden. Es ist ganz unmöglich, hier alle theoretischen Anstrengungen, die seit S t o k e s' berühmter Formel (1849) in dieser Richtung unternommen wurden, auch nur in großen Zügen zu schildern und die vielen Schwierigkeiten, betreffend die Referenzfläche, die Genauigkeit der Entwicklung, die Trennung von Außen- und Innenraum sowie die Reduktion der Beobachtungen, auseinanderzusetzen. Die methodisch-praktischen Versuche fußen zumeist auf S t o k e s. Ein großangelegter Versuch stammt von H i r v o n e n [8]), der seinen Rechnungen Freiluftanomalien zugrundelegt. Er findet aber merkwürdigerweise Hebungen über den Ozeanen und Senkungen über den Kontinenten, die ihr Maximum in Zentralasien erreichen. Gegen dieses Ergebnis hegt P r e y Zweifel. Seiner Meinung nach beziehen sich H i r v o n e n s Undulationen auf ein durch Massenverschiebung deformiertes Geoid, das nirgends existiert. Ein jüngerer, ebenfalls finnischer Versuch [9]), bei dem isostatische Schwereanomalien mittlere Undulationen von $\pm$ 30 *m* gegenüber dem Internationalen Ellipsoid liefern, führt aber zu ähnlichen Ergebnissen.

Abschließend sei noch erwähnt, daß K. J u n g [10]) 1944 die Untersuchungen P r e y s, die auf seiner Entwicklung des Erdreliefs nach Kugelfunktionen beruhen, auf die Isostasie nach A i r y ausgedehnt hat, was eine Entwicklung der Quadrate der Meereshöhen nach Kugelfunktionen und eine entsprechende Erweiterung der Theorie erforderlich machte. Es ist bemerkenswert, daß diese Arbeit für eine Festschrift anläßlich des 70. Geburtstages von A. P r e y bestimmt war, die aber leider nicht mehr erschienen ist.

2.

Auch die P r e y schen Untersuchungen über die Elastizität und Zähigkeit erfordern eine kurze Schilderung der einschlägigen Probleme, selbst wenn sie nur in ihren Ergebnissen einem rein geodätisch orientierten Leserkreis verständlich

[8]) R. A. H i r v o n e n, The Continental Undulations of the Geoid, Veröff. d. Finnisch-geod. Inst. Nr. 19, Helsinki, 1934.

[9]) T a n n i, On the Continental Undulations of the Geoid as Determined from the Present Gravity Material, Publ. of the Isostatic Institut Nr. 18, Helsinki 1948.

[10]) K. J u n g, Die rechnerische Behandlung der Airyschen Isostasie, mit einer Entwicklung des Quadrates der Meereshöhe nach Kugelfunktionen (noch nicht erschienen).

werden sollen. Bekanntlich ist das irdische Schwerefeld unter dem Einfluß von Sonne und Mond zeitlichen Schwankungen nach Größe und Richtung unterworfen, die durch das Potential Ω der fluterzeugenden Kraft bestimmt sind. Ist die Erde starr, so bleibt das Gravitationspotential V unverändert, während die gestörte Niveaufläche durch:

$$W = V + \Omega = V_0 + \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_0 \zeta + \Omega = \text{const.}$$

gegeben ist. Dabei ist, wie üblich, die Fliehkraft vernachlässigt. Die Erhebung der gestörten Niveaufläche über die ungestörte ($V = \text{const}$) ergibt sich dann wegen $g = -\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_0$ aus:

$$\zeta = \frac{\Omega}{g}.$$

Die durch den Mond bewirkte maximale Erhebung beträgt knapp 54 *cm*, während aus dem konstanten Teil des Störpotentials eine polare Senkung von 28 *cm* und eine äquatoreale Hebung von 14 *cm* folgt. Ist aber die (ungestörte) Erde eine inkompressible, homogene, elastisch-isotrope Kugel vom Radius a, so entsteht unter der Wirkung des Flutpotentiales das Sphäroid:

$$r = a + k\frac{\Omega}{g}$$

und die gestörten Niveauflächen sind durch die Gleichung:

$$V + (1 + h)\ \Omega = \text{const.}$$

definiert. Das Glied $h\ \Omega$ stellt die durch die Deformation bewirkte Änderung des Gravitationspotentiales dar. Die Abweichung der gestörten Niveaufläche von der ungestörten Niveaufläche desselben Arbeitswertes ist jetzt:

$$\xi = (1 + h)\ \frac{\Omega}{g}$$

Von den beiden Konstanten k und h charakterisiert die erste die elastische Verschiebung, die zweite die zugehörige Änderung des Gravitationspotentiales.

Für eine starre Erde ist $h = k = 0$, für eine vollkommen nachgiebige Erde hingegen, deren Oberfläche mit der gestörten Niveaufläche zusammenfällt, $k = (1 + h)$. Mithin ist:

$$1 \geqq \gamma = (1 + h - k) \geqq 0$$

und es läßt sich leicht zeigen, daß diese Konstante das Verhältnis der beobachteten zur theoretischen Lotstörung auf einer vollkommen starren Erde darstellt. Die Bestimmung von γ aus den Horizontalpendelbeobachtungen der Gezeiten der festen Erdkruste stößt aber auf beträchtliche Schwierigkeiten, um deren Aufklärung sich namentlich W. Schweydar große Verdienste erworben hat. 1912 leitete er $\gamma = 0.61$ als Mittelwert ab, hielt aber später (1921) $\gamma = 0.84$ für den plausibelsten Wert.

Eine gänzlich anders geartete, jedoch nicht minder schwierige Erscheinung gestattet die empirische Bestimmung der Größe h. Es ist dies die Newcombsche Periode der Polhöhenschwankung oder die freie Nutation der elastischen Erde. Für die starre Erde beträgt die Periode der freien Nutation oder die sogenannte

Eulersche Periode τ_0 bekanntlich 303.3 Tage. Newcomb gelang der Nachweis, daß diese Periode durch die elastische Nachgiebigkeit der Erde verlängert wird. Dies kann man sich so vorstellen: Die Verlagerung der Rotationsachse im Erdkörper bewirkt eine elastische Deformation der Erde als Folge der geänderten Zentrifugalkraft. Als sekundäre Rückwirkung resultiert eine Kreisbewegung des wahren Trägheitspoles um den ungestörten Trägheitspol mit der Newcombschen Winkelgeschwindigkeit. Dann läßt sich auch die Bewegung des instantanen Rotationspoles als eine Kreisbewegung um den ungestörten Trägheitspol mit derselben Periode auffassen. Die Newcombsche Periode τ von etwa 430 oder vielleicht besser von 440 Tagen kann mit einer relativ großen Sicherheit aus der variablen Chandlerschen Periode der Beobachtungen des Internationalen Breitendienstes erschlossen werden. Nunmehr läßt sich h nach Love gemäß

$$h = \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau}\right)\left(\frac{2\,\alpha - \delta}{\delta}\right)$$

berechnen, worin α die Abplattung und δ das Verhältnis von Fliehkraft zur Schwere am Äquator darstellt. Prey nimmt $h = 0.28$ an.

Für die homogene Erde ist die Elastizitätskonstante n mit den beiden Größen h und k durch die theoretischen Gleichungen:

$$h = 3/2\left(1 + \frac{19\,n}{2\,ag\rho}\right)^{-1}; \qquad k = 5/2\left(1 + \frac{19\,n}{2ag\rho}\right)^{-1}$$

verbunden, woraus: $\qquad h = 3/5\ k$

folgt. Unter Elastizitätskonstante wird hier nicht der Youngsche Dehnungsmodul E, sondern die zweite Lamesche Konstante, der Torsionsmodul oder Righeitsfaktor verstanden. Diese Formeln führen aber auf gewisse Widersprüche, die Prey[11]) auf eine Überbestimmung zurückführt. Tatsächlich haben wir nur die drei Unbekannten h, k und n, hingegen 4 Gleichungen, nämlich den Wert von γ und die drei letzten Ausdrücke für h. Die Horizontalpendelbeobachtungen führen mit den beiden obigen Zahlenwerten für γ auf:

$$n = 5.7\ .\ 10^{11},\ \text{bzw.}\ 19.0\ .\ 10^{11}\ \text{Dyn}/cm^2\ ^{12)},$$

während die Polhöhenschwankungen mittels der ersten zwei Formeln für h:

$$n = 9.10^{11}\ \text{oder}\ 15.10^{11}\ Dyn/cm^2$$

ergeben, je nachdem man in der Loveschen Formel die Abplattung 1 : 232 der theoretischen homogenen Erde oder die tatsächliche Abplattung 1 : 297 verwendet.

---

[11]) A. Prey, Anwendung der Methoden der Erdmessung auf geophysikalische Probleme, Einführung in die Geophysik von Prey - Mainka - Tams, Naturwiss. Monographien und Lehrbücher, Bd. 4, Berlin 1922.

[12]) Die Dimension rührt daher, daß es sich bei den elastischen Kräften (Normal- und Tangentialspannungen) um Flächenkräfte handelt. Es sind auch die Dimensionen von

Erdradius a	$= [cm]$
Schwerebeschleunigung g	$= [cm sec^{-2}]$
Dichte ρ	$= [g\ cm^{-3}]$
$a\ g\ \rho$	$= [g\ cm^{-1}\ sec^{-2}]$

Um zu erkennen, welche Vorstellung man mit diesen Zahlen zu verbinden hat, sei daran erinnert, daß der Righeitskoeffizient des Stahles $n = 8.1 \cdot 10^{11}$ *CGS* ist.

Die erwähnten Widersprüche veranlaßten H e r g l o t z und S c h w e y d a r, die Voraussetzung der Homogenität der Erde fallen zu lassen. Sie legten entweder die Annahme W i e c h e r t s, nach der die Erde aus einem homogenen Metallkern der Dichte 8.2 und einem homogenen Gesteinsmantel der Dichte 3.2 besteht, oder das Dichtegesetz von R o c h e:

$$\rho = \rho_0 \, (1 - \beta \, r_1^2) \quad \text{mit } r_1 = r/a$$

zugrunde. H e r g l o t z fand, daß die Dichtezunahme im Erdinnern die Nachgiebigkeit der Erde verringert, also den Righeitskoeffizienten vergrößert. Für W i e c h e r t s Annahme ergab sich $n = 11.68 . 10^{11}$. S c h w e y d a r nahm zuerst für Kern und Mantel verschiedene Elastizitätskonstante an und ging schließlich zu der Vorstellung einer kontinuierlichen Zunahme des Righeitskoeffizienten gegen den Erdmittelpunkt über, wofür er analog dem R o c h e schen Dichtegesetz postulierte:

$$n = n_0 \, (1 - \eta \, r_1^2)$$

Hier setzte nun A. P r e y[13]) ein. Er machte die Entdeckung, daß sich weder die Formeln von H e r g l o t z noch die von S c h w e y d a r (durch Nullsetzen von β und η) für den homogenen Fall spezialisieren lassen, sondern dann die elastischen Deformationen ganz verschwinden. P r e y sah sich daher genötigt, die Theorie im Anschluß an S c h w e y d a r neu zu entwickeln. Er setzt die Erde als eine elastisch-isotrope Kugel aus gravitierender und inkompressibler Masse voraus. Die Dichte und die Righeit sind stetige Funktionen der Entfernung vom Erdmittelpunkt. In jedem Punkt herrscht hydrostatisches Gleichgewicht. Durch kleine Störkräfte, deren Potential sich durch Kugelfunktionen darstellen läßt, erfährt die Kugel kleine Deformationen, die einen Zusatzdruck und eine kleine Änderung des Gravitationspotentiales zur Folge haben. Auch diese drei Größen werden nach Kugelfunktionen entwickelt, deren Koeffizienten Funktionen von r allein sind. Ist U die Verschiebung in radialer Richtung, so erhält P r e y für die Koeffizienten der Entwicklung von (Ur) eine gewöhnliche Differentialgleichung 6. Ordnung, deren Integration mit Hilfe der beiden obigen Gesetze für den Verlauf von ρ und n durchgeführt wird. Es folgt die Berechnung des geänderten Gravitationspotentiales und die Integration der Differentialgleichung für den Druck. Die drei auftretenden Integrationskonstanten werden aus den Grenzbedingungen bestimmt, daß an der Oberfläche der Kugel alle Spannungen verschwinden.

Damit hat P r e y ein Formelsystem gefunden, aus dem unter Zugrundelegung numerischer Werte für ρ_0, β, n_0 und η die früheren Größen h und k berechnet werden. Er behält die R o c h e schen Werte:

$$\rho_0 = 10.10, \quad \beta = 0.764$$

bei, wählt aber für die beiden Konstanten der Formel für den Righeitskoeffizienten 26 verschiedene Wertekombinationen. Trägt man die erhaltenen Werte von h und γ in Funktion von n_0 und η je in ein rechtwinkeliges Koordinatensystem ein

[13]) A. P r e y, Über die Elastizitätskonstante der Erde, Gerl. Beiträge, Bd. 23, 1929.

und zeichnet darnach mit freier Hand Kurven gleicher h- und γ-Werte, so erweisen sich diese beiden Kurvensysteme überraschenderweise als praktisch identisch. Man kann also nicht aus den beiden numerisch vorgegebenen Größen h und γ die Konstanten n_0 und η berechnen; h und γ sind nicht unabhängig voneinander. Der Wert von h ist nun bedeutend sicherer als der Wert von γ. Selbst wenn sich die Newcombsche Periode um 10 Tage falsch erweisen sollte, so ändert sich h damit nur um wenige 0.01. Zu dem von Prey festgehaltenen Wert $h = 0.28$ gehört der Wert $\gamma = 0.74$. Glücklicherweise gibt es neben der Lotstörung und der Newcombschen Periode noch eine dritte Erscheinung, die empirische Anhaltspunkte geben kann. Es ist dies die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenwellen. Darnach müßte die Elastizitätskonstante an der Erdoberfläche einen Wert von rund 3.10^{11} besitzen. Mit Zuhilfenahme dieser Bedingung ergibt sich schließlich:

$$n = 16.10^{11}\ (1 - 0.83\, r_1^2)\ Dyn/cm^2.$$

Doch gibt sich Prey damit nicht zufrieden. Da die Erdbebenforschung noch nie Transversalwellen nachweisen konnte, die tiefer als 2900 *km* in das Erdinnere eingedrungen sind, entspricht es unseren heutigen Vorstellungen besser, daß die Festigkeit in größeren Tiefen wieder abnimmt. Er postuliert daher für die gesetzmäßige Änderung von n:

$$n = n_0 r_1^2\ (1 - \eta\, r_1^2),$$

also ein Gesetz, das im Erdmittelpunkt den Righeitskoeffizienten Null liefert. Die analogen Entwicklungen führen in diesem Falle auf das Resultat:

$$n = 60\ r_1^2\ (1 - 0.95\ r_1^2)\ CGS,$$

wieder unter der Annahme, daß $h = 0.28$ das größere Vertrauen verdient. Das Maximum der Festigkeit beträgt jetzt $15.8 \,.\, 10^{11}$ für $r_1 = 0.72$, d. h. in einer Tiefe von 1650 *km*.

In der zweiten Mitteilung [14]) geht Prey von der Erkenntnis aus, daß die von Love und Larmor gegebene Formel für h nicht korrekt ist, weil man die mit der Zeit veränderlichen Trägheitsgrößen vor der Differentiation nach den Drehkomponenten einführen muß. Er macht dieselben Annahmen wie in der vorhergehenden Arbeit, nur daß sofort die zweite Form für das Gesetz der Variation von n zugrundegelegt wird. Da es sich um eine Ableitung der Größe h handelt, treten als Störkräfte hier die durch die Verlagerung der Rotationsachse bedingten Änderungen der Fliehkraft auf. Prey leitet hier die Bewegungsgleichungen aus dem Hamiltonschen Prinzip ab.. Er stellt daher zunächst den allgemeinen Ausdruck für die lebendige Kraft auf und berechnet die Trägheitsmomente und -produkte. Für die numerische Auswertung wählte er der Reihe nach $n_0 = 50$, 60 und 70.10^{11}, Werte, die alle auf eine zu große Newcombsche Periode führen. Die beiläufige Interpolation mit $n_0 = 100.10^{11}$ führte auf die Periode 439.3 Tage, womit sich Prey begnügte. Das Endresultat:

$$n = r_1^2\ (1 - 0.97\ r_1^2) \,.\, 10^{13}\ CGS$$

[14]) A. Prey, Über die Elastizitätskonstante der Erde, 2. Mitteilung, Gerlands Beiträge, Bd. 44, 1935.

liefert an der Oberfläche $n = 3.10^{11}$ und das Maximum $25.8 \cdot 10^{11}$ in einer Tiefe von 1800 *km*. Die zugehörigen charakteristischen Konstanten sind:

$$h = 0.22, \quad k = 0.41, \quad \gamma = 0.81.$$

Bisher wurde die Erde als ideal elastisch vorausgesetzt. Ist F die deformierende Kraft, S die Deformation, so gilt in diesem Falle:

$$F = n\,S \quad \text{oder:} \quad S = \frac{F}{n},$$

d. h. die Verschiebung tritt mit der Kraft sofort auf und verschwindet mit ihr sofort vollständig wieder. In Wirklichkeit aber ist die Elastizität mit einer gewissen Zähigkeit (Plastizität) und inneren Reibung verbunden, welche beide Begriffe scharf auseinander zu halten sind. Die Zähigkeit besagt, daß mit dem Auftreten von F zwar sofort eine Verschiebung einsetzt, die aber mit der Zeit allmählich anwächst. Verschwindet dann F, so bleibt eine dauernde Verschiebung zurück. Der mathematische Ansatz für die „Elasticoviskosität" oder kurz „Viskosität" stammt von M a x w e l l:

$$n\,S = F + \frac{1}{\mathfrak{t}}\int F dt \quad , \quad S = \frac{F}{n} + \frac{1}{n\mathfrak{t}}\int F dt$$

Die Konstante $\mathfrak{t}$ hat die Dimension [*sec*] und wird als Relaxationszeit bezeichnet. $n\,\mathfrak{t} = \mu$ heißt der „Viskositätskoëffizient" schlechtweg. Je kleiner μ ist, desto rascher gibt die Masse der Einwirkung der Kraft nach. Damit lassen sich jetzt auch die Begriffe plastisch und zäh schärfer auseinanderhalten. Erreicht die Spannung, der ein elastischer Körper ausgesetzt ist, eine bestimmte Größe, die sogenannte „Elastizitätsgrenze", so bleibt beim Verschwinden der Kraft eine elastische Nachwirkung zurück. Bei noch höheren Spannungen wird schließlich die „Fließgrenze" erreicht. Selbst bei Sinken der Spannung bleibt dann die eingetretene Fließbewegung aufrecht. Bricht der Körper vor dem Erreichen der Fließgrenze, so heißt er „spröde". Ist der Viskositätskoëffizient klein, so daß die Substanz bei Überschreiten der Fließgrenze leicht zu fließen beginnt, so heißt sie „plastisch". Ist aber der Viskositätskoëffizient groß, so daß ein merkliches Fließen erst bei beträchtlicher Steigerung der Spannung über den Fließwiderstand eintritt, so spricht man von einem „zähen" Stoff.

Ganz anders liegen die Verhältnisse im Falle der inneren Reibung oder „Firmoviskosität". Infolge des Reibungswiderstandes wird die dem ideal-elastischen Verhalten entsprechende Verschiebung erst allmählich erreicht. Der mathematische Ansatz stammt von L a r m o r:

$$n\left(S + \mathfrak{k}\,\frac{\partial S}{\partial t}\right) = F \quad , \quad S = \frac{F}{n} - \mathfrak{k}\,\frac{\partial S}{\partial t}.$$

Recht deutlich kommt der Unterschied bei kurzperiodischen Einflüssen zutage. Für solche verhält sich der elasticoviskose Körper wie ein rein elastischer, der firmoviskose hingegen wie ein völlig starrer Körper. $n\,\mathfrak{k} = \nu$ wird als Koëffizient der inneren Reibung bezeichnet. Die hier gebrachten Definitionen sind entnommen: B. G u t e n b e r g: „Der physikalische Aufbau der Erde", Handbuch der Geophysik, Bd. 2, 1933. Strenge Einheitlichkeit ist bisher noch nicht erzielt.

Die Untersuchungen über die Viskosität der Erde sind über Abschätzungen der Größenordnung der Viskositätskonstanten noch nicht hinausgekommen. Aber man kann ruhig sagen, daß die wertvollsten und gründlichsten Arbeiten von H. Jeffreys und A. Prey stammen. Wir haben soeben gesehen, daß sich die Erde gegenüber allen kurzperiodischen Einflüssen wie ein vollkommen elastischer Körper verhält. Ob auch noch die Polbewegung mit ihrer Periode von 430 bis 440 Tagen dazu zu zählen ist, steht noch nicht einwandfrei fest. Nur gegenüber säkularen Kräften zeigt die Erde eine gewisse Plastizität, wie Prey am Schluß des Abschnittes über die Konstitution der Erde betont[11]: „So stellt sich unter dem Drucke der Gebirge, Kontinente und Meere der Zustand der Isostasie her, und auf eine Änderung in der Umdrehungsdauer antwortet die Erde mit einer entsprechenden Änderung der Abplattung." Damit ist bereits auf den engen Zusammenhang des Problems der Viskosität mit der Frage der Kontinentalverschiebungen und Polwanderungen hingewiesen. Aus didaktischen Gründen seien hier aber diese beiden Probleme auseinandergehalten.

Unter den möglichen säkularen Kräften steht an erster Stelle die von Darwin entwickelte Theorie der Flutreibung. Der von der Flutkraft auf der festen Erde erzeugte Flutberg verzögert sich infolge der Zähigkeit der Massen, entsteht also erst, wenn sich der betreffende Punkt der Erde schon unter dem Monde durchgedreht hat. Mithin eilt der Flutberg dem Monde voraus. (Abb. 4.) Es entsteht ein

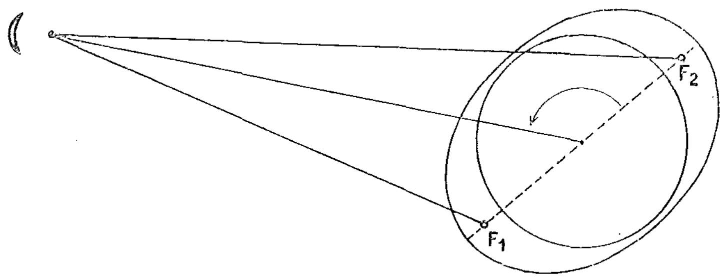

Abb. 4

Drehmoment, das bremsend auf die Erdumdrehung einwirkt. Dieses Voreilen des Flutberges wächst mit der Viskosität. Allerdings nimmt dabei die Höhe des Flutberges ab, was das Drehmoment wieder verkleinert. Gleichzeitig muß die zähe Masse der Erde dem westlichen Zug teilweise folgen; es entsteht eine Westdrift der Kontinente. Der Mond erfährt eine Reaktion, die ihn auf Grund des Flächensatzes von der Erde wegtreibt und seine Umlaufszeit, also die Dauer des siderischen Monates verlängert. All diese Vorgänge, wie überhaupt die ganze Entwicklungsgeschichte des Systemes Erde-Mond, hängen demnach aufs engste mit der Viskositätskonstante und ihrer zeitlichen Änderung zusammen. Nach Darwin hat sich der Mond von der Erde losgetrennt. Die Stelle dieser gewaltigen Katastrophe könnte der Stille Ozean sein, weil dort die Sialschichte ganz fehlt. Seine Resonanztheorie schildert er kurz so: „Der ursprüngliche Planet muß ganz oder größtenteils flüssig oder gasförmig gewesen sein. Die Periode der freien Grundschwingung eines solchen Körpers würde wahrscheinlich 3 oder 4 Stunden betragen. Wenn dann der Planet mit einer Periode von 6 bis 8 Stunden rotierte, würde die halbtägige Sonnentide von enormer Größe wegen ihrer Resonanz mit der freien Schwingung sein. So könnte die Sonnenanziehung Instabilität hervorrufen, wenn die Rotationsgeschwindigkeit allein nicht dazu ausreichte.“ Darwin wählte die Viskositätskonstante so, daß für die Gegenwart eine möglichst große Änderung der Schiefe der Ekliptik folgt, und rechnete in vier Zeitabschnitten bis zu jenem Zeitpunkt zurück, in dem die Entfernung des Mondes erst 9 Erdradien betrug. Da der Fluteinfluß verkehrt proportional der 6. Potenz der Entfernung des Mondes steigt, werden die einzelnen Entwicklungsphasen nach rückwärts immer kürzer. Darwin fand:

	Sterntag (mittl. Zeit)	Sid. Monat (mittl. Tage)	Schiefe der Ekliptik	Entfernung des Mondes in Erdradien	Zwischenzeiten in Jahren:
1.	$6^h 45^m$	1.58	$14^0 25'$	9.0	
					10 000
2.	7 50	3.59	15 30	15.6	
					300 000
3.	9 55	8.17	17 20	27.0	
					10 300.000
4.	15 30	18.62	20 40	46.8	
					46 300 000
Heute	23 56	27.32	23 28	60.4	
					56 910 000

Prey[15]) konnte zeigen, daß sich mit der Viskosität allein die Entwicklungszeiten ändern, sonst aber die Darwinschen Zahlen beibehalten werden können. Im Hinblick auf das Problem der Kontinentalverschiebung untersucht er vor allem die Frage, für welche Viskositätskonstanten in den einzelnen Abschnitten die kürzesten Entwicklungszeiten resultieren. Er fand die kürzeste Gesamtdauer der vier Abschnitte mit 55.5 Millionen Jahren, wenn μ von $0.8 \cdot 10^{15}$ am Beginn der ersten Periode bis auf $2.2 \cdot 10^{15}$ heute anwächst. In Wirklichkeit müssen wir aber in den uns näher liegenden Epochen mit wesentlich größeren Viskositätskonstanten rechnen, wodurch sich die Entwicklungszeiten beträchtlich vergrößern. Einem Wert $\mu = 10^{17}$ bis 10^{18}, wie wir ihn derzeit für das Material in den obersten Schichten der Erdkruste vorfinden, entspricht für den letzten Abschnitt bereits eine Dauer von 10^9 Jahren. Wenn wir aber, wie es notwendig sein dürfte, mit μ noch weiter hinaufgehen, auf 10^{20} bis 10^{21}, so kommen wir schon in Konflikt mit den geologischen Vorstellungen über das Alter der Erde, das man heute mit $1.5 \cdot 10^9$ Jahren annimmt. Jedenfalls müßte die Abtrennung des Mondes bald nach der Entstehung der Erdkruste stattgefunden haben.

Dies ist aber nicht das einzige Bedenken gegen die Darwinsche Theorie. Prey macht an anderer Stelle[17]) darauf aufmerksam, daß das Rotationsmoment, das nach mechanischen Gesetzen konstant sein muß, zu klein ist, um die Teilung zu bewirken. Somit müßte das Rotationsmoment aus unbekannter äußerer Ursache einmal größer gewesen sein. Trotz dieser Schwierigkeit hält aber Prey an der Theorie von der Abtrennung des Mondes fest.

Ergänzend sei noch bemerkt, daß die durch Gezeitenreibung verursachte

[15]) A. Prey, Über Flutreibung und Kontinentalverschiebung, Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 15, 1926.

Verlängerung der Rotationsdauer der Erde nach J e f f r e y s 1s in 120.000 Jahren beträgt. Schließlich seien vergleichsweise einige Viskositätskonstanten angegeben:

	$g cm^{-1} sec^{-1}$	dyn/cm^2	sec
Glas (710⁰)	$\mu = 5.10^{10}$	$n = 2.10^{11}$	$t = 0.25$
Blei (20⁰)	$= 1.10^{16}$	$= 8.10^{8}$	$= 10^{7}$
Steinsalz (18⁰)	$= 2.10^{18}$	$= 3.10^{11}$	$= 0.67.10^{7}$

Eine zweite Möglichkeit zur Abschätzung der Viskositätskonstante der Erde bietet wieder die N e w c o m b sche Periode der freien Nutation der Erdachse. Wäre, so schließt P r e y [16]), diese freie Schwingung durch ein einmaliges Ereignis hervorgerufen worden, so hätte sich in den 50 Jahren des Bestehens des Breitendienstes schon eine Dämpfung nachweisen lassen müssen, wenn sich, wie man allgemein annimmt, die Erde wie eine zähe Flüssigkeit verhält. Ein derartiger Nachweis ist aber bis heute noch nicht einwandfrei gelungen. Also kann aus dem Fehlen einer Dämpfung eine untere Grenze für den Zähigkeitsgrad der Erde abgeleitet werden. Wie in seiner zweiten Mitteilung über die Elastizitätskonstante tritt als deformierend wieder die durch die Verlagerung der Erdachse hervorgerufene Änderung der Fliehkraft auf. Die mathematische Behandlung des Problems basiert auf dem D a r w i n schen Satz, daß man bei vorausgesetzter Inkompressibilität die Gleichungen für jedes Problem der Viskosität aus den entsprechenden der Elastizität gewinnt, wenn man die im letzteren Falle auftretenden Verschiebungen als Geschwindigkeiten im ersteren betrachtet. Bei der numerischen Durchrechnung findet P r e y überraschend kurze Halbwertzeiten, d. h. Zeiten, in denen die Amplitude der freien Schwingung auf die Hälfte sinkt. Für $\mu = 10^{20}$ wird die Halbwertzeit 8.2 Jahre, für $\mu = 10^{25}$ entsprechend $8.2 \ . 10^{5}$ Jahre. Kann man daher in 50 Jahren noch keine Dämpfung erkennen, so muß bei der obigen Annahme geschlossen werden, daß die Viskositätskonstante mindestens von der Ordnung 10^{22} ist. Weil aber eine derart große Viskositätskonstante sehr unwahrscheinlich ist, schließt sich P r e y der S c h w e y d a r schen Hypothese an, derzufolge die C h a n d l e r sche Bewegung eine bloße Begleiterscheinung der durch die meteorologischen Massentransporte bedingten jährlichen Polbahn ist. Diese erfolgt keineswegs regelmäßig, so daß die freie Schwingung durch unregelmäßige Stöße immer neu angeregt wird. An Stelle der idealen N e w c o m b schen Bewegung tritt die C h a n d l e r sche Bewegung, deren Amplitude und Phase sich ständig ändern. Diese Vorstellung gestattet tatsächlich, den Viskositätskoeffizienten wesentlich kleiner anzunehmen. Denn um Anhäufungen zu vermeiden, müssen die früher erregten Schwingungen schon stark gedämpft sein, wenn eine neue hinzukommt. Geht man aber mit μ auf 10^{20} herab, so werden die Halbwertzeiten schon so kurz, daß sich die Erde wie eine Flüssigkeit verhält.

Damit kommt P r e y auf das Problem von Polwanderungen bei einer flüssigen Erde mit fester Kruste. Die Erde wird also hydrostatisch behandelt. Der flüssige oder plastische Kern nimmt stets die Figur eines Rotationsellipsoides an, dessen kleine Achse mit der instantanen Drehachse zusammenfällt. Für die feste

---

[16]) A. P r e y, Über Polschwankung und Polwanderung, Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 56, 1940.

Erdkruste wird vollständige Isostasie angenommen, wobei die Hypothesen von Pratt und Airy gesondert behandelt werden. Das Problem der Bewegung der Erdachse kann in geschlossener Form durch elliptische Integrale gelöst werden. Die Hauptachse des größten Trägheitsmomentes der Kruste liegt im Altai ($\varphi = 48^0.5$, $\lambda = 87^0.1$ östl. Gr.). Dies ist der Zentralpunkt der Polbewegung, die für die Hypothese von Airy mit der außerordentlich kurzen Periode von rund 9000 Jahren erfolgt. Die Hypothese von Pratt gibt noch kleinere Werte und bleibt daher beiseite. Weil diese Periode allen geologischen und astronomischen Beobachtungen widerspricht — die beobachtete säkulare Polwanderung beträgt 0″0041 pro Jahr in Richtung 58⁰ westl. Länge —, könnte man annehmen, daß die Erde bereits ihren Endzustand erreicht hat, bei dem die Rotationsachse mit der polaren Hauptträgheitsachse zusammenfällt. Freilich müßten dann aber auch die Deviationsmomente der Kruste verschwinden. Durch eine geringe Abweichung von der vollständigen Isostasie wäre dies möglich, zumal ja die berechneten Deviationsmomente von der 2. Ordnung sind. Sodann sind Konfigurationen der Kruste denkbar, die zu wesentlich längeren Perioden führen, aber als Zufallslösungen nicht befriedigen. Am wahrscheinlichsten erscheint Prey die Annahme, daß die Kruste selbst nur zum geringen Bruchteil fest ist und den Bewegungen der flüssigen Erde weitgehend folgt. Ist z. B. nur 1/100 der Krustenmasse wirklich fest, so steigt die Periode auf fast eine Million Jahre. Eine derartige Steigerung ist aber notwendig, um eine ruhige geologische Entwicklung zu verbürgen, widrigenfalls bedeutende Klimaschwankungen und heftige Erdbeben die Erde dauernd erschüttern würden. Darnach hätte man die Erde als eine Flüssigkeit mit einer sehr dünnen unnachgiebigen Haut aufzufassen.

Preys Untersuchungen führen also auf einen Viskositätskoëffizienten von mindestens 10^{20}, ein Ergebnis, dem auch Gutenberg beipflichtet.

3.

Wie schon erwähnt, steht das Problem der Kontinentalverschiebung und der Krustenbewegungen im engsten Zusammenhang mit der Zähigkeit der Erde. Kontinentalverschiebungen hat man bisher aus zwei Kräften zu erklären versucht, nämlich aus der Westdrift der Flutreibung und aus der sogenannten Polflucht. Beide hat Prey einer gründlichen Analyse unterzogen.

Die Westdrift der Flutreibung schien namentlich mit dem Auftreten der berühmten Theorie der Kontinentalverschiebungen von Wegener sehr verlockend. Prey hat daher im zweiten Teil seiner Arbeit: „Über Flutreibung und Kontinentalverschiebungen" [15]) die Frage untersucht, welche Verschiebungen an der Erdoberfläche während der vier Phasen der Darwinschen Entwicklungsgeschichte des Systemes Erde-Mond möglich waren. Die Diskussion des Darwinschen Differentialquotienten der Verschiebung zeigt, daß die Verschiebungen für kleine Viskositätskonstanten und namentlich im Anfang der Entwicklung recht groß sind. Bleibt man jedoch bei jenen Werten von μ, die eine rasche Entwicklung verbürgen, so werden die Zwischenzeiten in den Anfangsstadien so kurz, daß trotz des größeren Differentialquotienten nur eine kleine Verschiebung resultiert. Um größere Verschiebungen zu erhalten, muß man mit μ heruntergehen, womit automatisch die Zwischenzeiten steigen, besonders die letzten Perioden. Rasche Bewegungen sind nur in den frühesten Phasen möglich und können dort beträchtliche Werte erreichen. Dann aber muß man mit größeren Werten von μ weiterrechnen, damit diese Verschiebungen nicht allzuweit zurückliegen. Im Falle $\mu = 10^{14}$ erhält man eine Gesamtverschiebung von 36^0 Länge im Äquator, im Falle $\mu = 10^{13}$ eine Gesamtverschiebung von 360^0. Doch beanspruchen die vier Entwicklungsphasen dann bereits 5.7 Milliarden Jahre! Die günstigste Lösung erhält man, wenn μ zu Anfang 10^{12} bis 10^{13} war und bis zur Gegenwart auf etwa 3.10^{15} ansteigt. Auf Grund der D a r w i n schen Lehre sind also Kontinentalverschiebungen in dem Ausmaße, wie sie die Wegenersche Theorie fordert, wohl möglich. Sie liegen aber mindestens 50 bis 60 Millionen Jahre zurück.

P r e y hat in der Einleitung zu seiner letzten großen Arbeit [19]) noch weitere Argumente gegen die aus der Flutreibung abgeleiteten Horizontalbewegungen von Kontinentalschollen beigebracht. Die Flutkraft ist im Verhältnis zur Schwere nur $10^{-7} g$ und nach Darwin die Westdrift noch im Verhältnis $7.3 \ .10^{-8}$ kleiner. Es ist also kaum vorstellbar, daß eine so kleine Kraft die Kontinente gegen den riesigen seitlichen Druck des Sima merklich verschieben kann. Ferner greift die Kraft der Westdrift natürlich am Sima genau so an wie am Sial. Die Schollen bewegen sich daher im Sima nicht wie Schiffe, die das Meer durchschneiden, sondern wie Eisberge, die mit dem Wasser schwimmen. Ein Auseinandertreten der Schollen kann also nur eintreten, wenn Unregelmäßigkeiten und Hindernisse vorhanden sind.

Die zweite Kraft, die man zur Erklärung von Kontinentalverschiebungen heranziehen will, ist die von K ö p p e n so bezeichnete Polfluchtkraft. Wie schon der Name sagt, handelt es sich um eine äquatorwärts gerichtete horizontale Kraftkomponente, die dadurch entsteht, daß der Schwerpunkt einer im Sima schwimmenden Sialscholle höher liegt als der Schwerpunkt des verdrängten Sima. Aus dieser höheren Schwerpunktslage folgt eine Verringerung der Anziehung und eine Vergrößerung der Fliehkraft. Senkrecht zur Schwerkraft erzeugt die Attraktion eine gegen den Pol, die Fliehkraft aber eine gegen den Äquator gerichtete Horizontalkomponente, die sich im Gleichgewichtsfall aufheben. Aus der Höhenlage der Scholle folgt also eine Gleichgewichtsstörung, die sich in einem gegen den Äquator gerichteten horizontalen Zug äußert. Der Sachverhalt kann auch so dargestellt werden, daß Schwere und Auftrieb wegen der Divergenz der Niveauflächen gegen den Äquator nicht parallel sind und daher eine kleine vom Pol abgewendete Resultierende besitzen. (Fig. 5).

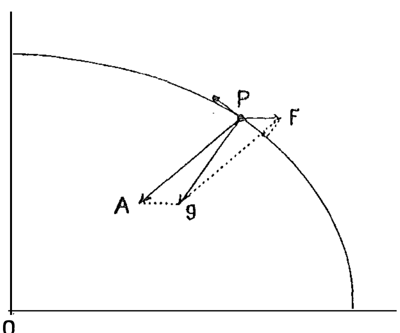

Fig. 5a

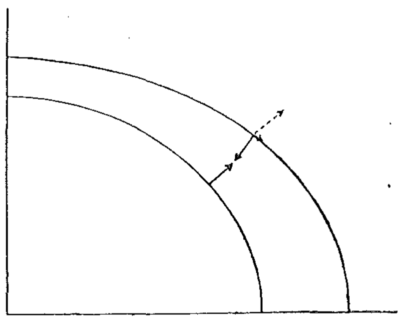

Fig. 5b

P r e y hegte gegen die früheren Abteilungen der Polfluchtkraft verschiedene Bedenken und legte seiner Untersuchung[17]) folgende Gesichtspunkte zugrunde. Es müssen die Attraktion, die Fliehkraft und der Druck auf die vier Seitenflächen und den Boden der Scholle gesondert berechnet und zu einer Resultierenden und einem Drehmoment um den tatsächlichen Schwerpunkt der Scholle vereinigt werden. Es müssen alle Glieder 3. Ordnung entwickelt werden, weil die Polfluchtkraft von 3. Ordnung ist, wenn man die Dicke der Scholle und die Abplattung als Größen 1. Ordnung bezeichnet. Man muß mit einer Scholle von kontinentalem Ausmaß rechnen, die sich bis auf kleine Störungen im stabilen Gleichgewicht befindet. P r e y wählt eine Scholle, die sich in Trapezform zwischen zwei Meridianen und zwei Parallelkreisen erstreckt und von Niveauflächen und Lotlinienflächen begrenzt ist. Diese schwimmt im Sima, wobei die Eintauchtiefe wesentlich vom Dichtegesetz und von der Änderung der Schwere mit der Höhe abhängt. Die Resultierende der drei genannten Kräfte bewirkt eine kleine Verschiebung, das Drehmoment aber eine kleine Kippung, wodurch ein Gleichgewichtszustand entsteht, bei dem sich alle Kräfte und Drehmomente aufheben. Das numerische Beispiel ($\varphi_1 = 25^0$, $\varphi_2 = 65^0$, $\Delta\, l = 30^0$) ergibt eine Verschiebung von 20 *m* und eine Kippung von nur $0''.5$. Der Größenordnung nach sind die Kräfte etwa 10^{-6} des Gewichtes der Scholle. Das Überraschendste aber ist die Tatsache, daß die Verschiebung nicht nach Süden, sondern nach Norden erfolgt! Eine plausible Erklärung dafür findet P r e y in Anlehnung an einen Gedanken von S c h w i n n e r. Die Bewegung wird so erfolgen, daß der Schwerpunkt, der dabei in derselben Distanz unter der Oberfläche des angenommenen Rotationsellipsoides bleibt, in immer tiefere Lagen kommt. Weil die Niveauflächen aber gegen Norden konvergieren, ist dies bei einer nördlichen Verschiebung der Fall. Am Schluß seiner Zusammenfassung sagt P r e y wörtlich: „Die Verschiebungen sind so klein, daß es wahrscheinlich ist, daß die Scholle überhaupt keine Bewegung macht und die kleinen Spannungen unausgeglichen bleiben. Von einer Polfluchtkraft, welche in der Lage wäre, Stücke der Erdkruste über mehrere Tausende von Kilometern gegen den Äquator zu schaffen, kann offenbar überhaupt nicht gesprochen werden."

Wenn sich aber große Kontinentalverschiebungen weder aus der Polfluchtkraft noch seit vielen Millionen Jahren aus der Westkomponente der Flutkraft ergeben, so ist damit noch nicht die hohe geophysikalische Bedeutung horizontaler Kräfte bestritten. Vielmehr nimmt man allgemein an, daß die Gebirgsbildung auf einen seitlichen Schub zurückzuführen ist. P r e y[18]) zeigt nun, daß für die Gebirgsbildung der hydrostatische Druck auf eine nach A i r y s Hypothese im Sima schwimmende Scholle vollkommen ausreicht. Er betrachtet die Schollen als elastische oder plastische Platten von mindestens 30 *km* Dicke und untersucht die durch den hydrostatischen Druck und das eigene Gewicht hervorgebrachten Deformationen. Wichtig ist, daß der Druck längs der Seitenflächen mit der Tiefe wächst; so entstehen die großen Scherungskräfte: P r e y nimmt eine parallelepipedische Scholle von der Dichte des Sial an, die aus dem Sima in einer Höhe herausragt,

---

[17]) A. P r e y, Über die Polfluchtkraft, Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 48, 1936.

[18]) A. P r e y, Über die Möglichkeit der Gebirgsbildung durch den hydrostatischen Druck in der Erdkruste, Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 151, 1942.

die der Meerestiefe entspricht. Dann ist mit den verschiedenen Dichten und der Meerestiefe die Dicke der Platte nach dem archimodischen Prinzip gegeben. Die Schwierigkeit, die dadurch entsteht, daß der Druck auf die Seitenflächen am Boden des Ozeans eine Unstetigkeit aufweist, wird dadurch umgangen, daß die Scholle durch eine Horizontalebene in diesem Niveau in zwei Teile zerlegt wird, deren oberer einfach auf dem unteren aufliegt. P r e y berechnet zuerst die rein elastischen Deformationen einer kleinen Scholle mit einer quadratischen Oberfläche von 100 *km* Seitenlänge. Eine größere Scholle von 1000 *km* Seitenlänge muß dann schon wegen des ungeheuren Druckes als plastischer Körper behandelt werden. Um jetzt aber den schon früher erwähnten Satz von D a r w i n anwenden zu können, muß Inkompressibilität vorausgesetzt, d. h die erste L a m e sche Elastizitätskonstante ∞ angenommen werden. Nimmt man den Viskositätskoeffizienten von der Ordnung 10^{23} an, so wird diese plastische Sialscholle in 10.000 Jahren durch den hydrostatischen Druck so zusammengestaucht, daß eine Insel von 960 *m* Seehöhe mit einem Radius von 385 *km* entsteht, die von einem Meere umgeben ist, das in der Mitte der Seiten 670 *m* tief ist. Mit wachsender Größe der Scholle und wachsender Zeit erreichen die Werte riesige Beträge. Allzu hohe Gebirge werden teils durch die stetig wirkende Denudation, teils durch das Umkippen von Falten verhindert. Die Vorgänge werden also viel komplizierter sein, als sie das schematische Beispiel beschreiben kann. Der hydrostatische Druck liefert aber eine ausreichende horizontale Schubkraft, so daß die aus der Kontraktionstheorie herangezogenen Kräfte überflüssig erscheinen. Letztere können überhaupt nur auftreten, solange die Sialdecke geschlossen ist. P r e y s endgültige Meinung ist in den beiden letzten Absätzen der Arbeit scharf formuliert:

„In einem Urzustande hätte also die Sialschicht die ganze Erde umschlossen und darüber lagerte der Ozean, wenn er damals überhaupt schon bestand. Nun riß der Mond bei seiner Entstehung einen großen Teil der Sialschicht mit sich, wobei auch der übrige Teil in Schollen zersprang. Auf das nunmehr freigelegte Sima mußte sich nun der Ozean in einem ungeheuren, vielleicht 30 bis 40 *km* hohen Wasserfall ergießen und die ganze Luftmasse mußte nachstürzen. Daß man von diesem ungeheuren Vorgang heute keine Spuren sieht, liegt wohl darin, daß schon eine riesige Zeit seither verflossen ist und daß die Kontinentalschollen heute fast ganz versunken sind.

Sofort begannen nun die Schollen einzusinken und gleichzeitig begann der hydrostatische Druck seine Gegenarbeit. Da man sich aber das Sima weit plastischer vorstellen muß als das Sial, so ging das Einsinken viel rascher und erreichte das hydrostatische Gleichgewicht, während die Gegenwirkung erst später nachkam. Damit begann auch die Gebirgsbildung, die heute noch nicht abgeschlossen ist und auch stets wieder von neuem beginnt."

In seiner schon erwähnten letzten geophysikalischen Arbeit[19]) gibt P r e y der Landbrückenhypothese den Vorzug vor der W e g e n e r schen Hypothese der Kontinentalverschiebungen. Die Kontinente sind also nicht getrennt, weil sie sich unter der Wirkung einer Horizontalkraft gegeneinander bewegt haben, sondern

[19]) A. P r e y, Über die Theorie der Landbrücken und die Viskosität der Erde, Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 156, 1947.

weil unter der Wirkung der viel größeren Schwerkraft die verbindenden Landbrücken versunken sind. Hat die Scholle etwa in der Mitte eine trogartige Vertiefung, so kann diese vom Meere überflutet werden, wenn die Scholle genügend weit in das Sima eingesunken ist. Das Sinken hört auf, wenn das hydrostatische Gleichgewicht soweit erreicht ist, daß der Widerstand des Sima nicht mehr überwunden wird. Die Scholle ist dann fast in isostatischer Lagerung. P r e y berechnet wieder ein schematisches Beispiel, und zwar eine kreisrunde Insel von 2000 *km* Radius, von der Dichte des Sial (2.7) und einer Dicke von 30 und 50 *km*, die wie ein starrer Körper lediglich unter dem Einfluß ihres Gewichtes und des Auftriebes in das zähe Sima mit dem Viskositätskoeffizienten μ einsinkt. Für die Energiedissipation, d. h. den Energieverlust pro Zeit- und Volumeinheit, der durch die innere Reibung in dem langsam verdrängten Sima entsteht, wird eine Formel von S t o k e s verwendet. P r e y legt die z-Achse seines Koordinatensystems durch den Mittelpunkt der Insel, die vom Pol bis zur Breite $71^0\,55'\,46''$ reicht. Auf dem Meridian werden 16 äquidistante Punkte angenommen und die Entwicklung nach Kugelfunktionen bis zur 16. Ordnung vorgenommen. Wegen der Kreissymmetrie treten natürlich nur die zonalen Funktionen auf. Mit Hilfe dieser Entwicklung wird die Energiedissipation berechnet und sodann die Differentialgleichung für das Einsinken der starren Masse aufgestellt und integriert. Damit findet P r e y die jeweilige Tauchtiefe und Tauchgeschwindigkeit in Funktion der Zeit und des Viskositätskoeffizienten. Die 30 *km* dicke Scholle sinkt bis 27 *km* ein, was vollständiger Isostasie entspräche. Die dazu beanspruchte Zeit beträgt bei $\mu = 10^{20}$ ungefähr 2600 Jahre, ist also lächerlich kurz. Vollständige Isostasie wird aber kaum erreicht. Sinkt die Scholle nur bis 24 *km* ein, ragt sie also noch 1000 *m* über das Meer mit der angenommenen Tiefe von 5 *km* heraus, so wird dieser Zustand in rund 1000 Jahren erreicht, bei $\mu = 10^{25}$ in etwa 100 Millionen Jahren. Man kommt also auf diesem Wege, wenn man die Größenordnung der D a r w i n schen Entwicklungszeiten anstrebt, auf wesentlich größere Viskositätskonstanten als bei den früheren Untersuchungen.

4.

Aus dem Rahmen der bisherigen geophysikalischen Arbeiten herausfallend, dafür aber dem Geodäten näherliegend, ist P r e y s großräumiges astronomisches Nivellement [20]). Beim gewöhnlichen astronomischen Nivellement werden zumeist entlang eines Meridians auf Punkten, deren gegenseitiger Abstand je nach dem Gelände 1 bis 5 *km* nicht übersteigt, Polhöhenmessungen vorgenommen und die erhaltenen astronomischen Breiten den auf ein bestimmtes Referenzellipsoid bezogenen geodätischen Breiten gegenübergestellt. Dann ergeben sich die Erhebungen des Geoids relativ zu dem gewählten Referenzellipsoid und bezüglich eines willkürlichen Nullpunktes durch mechanische Quadratur aus der mit den gefundenen meridionalen Lotabweichungskomponenten gebildeten Differentialformel:

$$d N = \varepsilon\, d s.$$

Ein großräumiges astronomisches Nivellement, das die Geoidhöhen etwa aus den

---

[20]) A. P r e y, Versuch eines astronomischen Nivellements ohne Netzausgleich, Denkschriften der Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 104, 1941.

Seiten eines Fundamentalnetzes 1. Ordnung oder gar eines astronomisch-geodätischen Netzes ableiten will, ist an zwei wesentliche Voraussetzungen gebunden, nämlich die Tatsache, daß die Netzseiten weitgehend unabhängig sind von den Krümmungsverhältnissen der Referenzfläche einerseits, und die hypothetische Annahme einer gleichmäßigen Krümmung des Geoids zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Punkten andererseits. Soweit bietet das weitmaschige Nivellement nichts Neues. P r e y legt aber seiner Methode überhaupt kein bestimmtes Referenzellipsoid zugrunde und kann daher gar nicht von gegebenen Lotabweichungen ausgehen. Für die Seitenberechnung begnügt er sich mit vollkommen ausreichender Genauigkeit mit dem Ausgleich der Einzeldreiecke, wozu man den Exzeß nicht zu kennen braucht. Sodann werden die Azimute der die astronomischen Punkte verbindenden Seiten aus den beobachteten astronomischen Azimuten und den Dreieckswinkeln zusammengestellt und ein System rein astronomischer Breiten, Längen und Azimute geschaffen, ohne Beziehung auf eine bestimmte Referenzfläche. Daher kann das Geoid auch nur punktweise in einem räumlichen Koordinatensystem festgelegt werden. Das Koordinatensystem wählt P r e y so, daß sein Ursprung mit dem Ausgangspunkt A auf dem Geoid und die (xy)-Ebene mit der Tangentialebene des Geoids zusammenfällt. Aus der Seite s und dem durch die astronomischen Breiten und Längen bestimmten Zentriwinkel werden über den Horizontalabstand d die Koordinaten des Punktes B berechnet (Fig. 6). In B und den folgenden Punkten

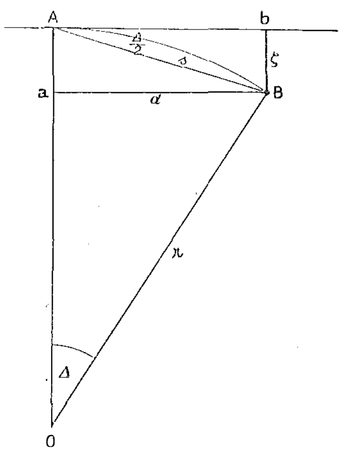

Fig. 6

werden gleichartige lokale Koordinatensysteme gelegt und durch Transformation die Koordinatendifferenzen je zweier aufeinanderfolgender Punkte auf das Koordinatensystem des Anfangspunktes bezogen. So erhält P r e y ein einheitliches System von Koordinaten der Geoidpunkte, das nun nachträglich zu einem beliebigen Ellipsoid in Beziehung gesetzt werden kann.

Die Gleichung eines Ellipsoides mit den Parametern a und e^2, das das Geoid im Ausgangspunkt berührt, so daß die (xy)-Ebene gleichzeitig Tangentialebene des Ellipsoides wird, liefert zu dem Koordinatenpaar x und y jedes Geoidpunktes das zugehörige ellipsoidische z', das mit der z-Koordinate verglichen werden kann.

Nach diesem Verfahren sind jetzt keineswegs die im Sinne der Triangulierung zusammengehörigen Punkte des Geoids und der Referenzfläche einander zugeordnet, sondern man findet die Abweichungen des Geoids vom Ellipsoid aus den Differenzen ($z - z'$), also aus Punkten, die in der Richtung der z-Achse des willkürlichen Koordinatensystems übereinanderliegen. Der numerischen Rechnung liegt die Meridiankette Hoher Schneeberg—Kremsmünster—Pola zugrunde. Prey benützt zuerst das Bessel sche Ellipsoid und berechnet aus den z-Differenzen die Verbesserungen von a und e^2 unter gleichzeitiger Zulassung einer Lotstörung im Ausgangspunkt. Die Übereinstimmung des so gewonnenen bestanschließenden Ellipsoids mit dem Ergebnis von Schumann-Hopfner[21]) darf bei der Unsicherheit, die dieser Alpenüberquerung anhaftet, als ausreichend bezeichnet werden.

Prey schließt noch einige Bemerkungen über den Netzausgleich im allgemeinen an, die von der Tatsache der Abänderung der Stationsausgleiche durch den Netzausgleich ausgehen, im übrigen aber sehr wohl anfechtbar sind. Sie sind in einem kurzen Aufsatz: „Die Bestimmungen von Lotabweichungen ohne Netzausgleich" im 36. Jahrgang, Seite 23/24, dieser Zeitschrift wiederholt, worauf hier verwiesen werden darf.

Die Anwendung der Luftphotogrammetrie in der Schweizerischen Grundbuchvermessung

Von Dipl.-Ing. H. Härry, Eidg. Vermessungsdirektor in Bern

(Schluß)

6. Der weitere Schritt lag in der Richtung der *luftphotogrammetrischen Aufnahme von Katasterplänen in den Maßstäben 1: 2000 und 1: 1000.* Das *Bodenverbesserungswesen* bot uns eine ausgedehnte Gelegenheit zu solchen Arbeiten, ohne daß wir unseren Rechtskataster mit Versuchen, die vielleicht am Anfang gewagt erscheinen mochten, damit belasten mußten. Ende der Dreißigerjahre, als ein neuer Weltkrieg in sicherer Aussicht stand, wurden in der Schweiz ausgedehnte Güterzusammenlegungs- und Entwässerungsarbeiten in Angriff genommen, um damit den notwendigen landwirtschaftlichen Mehranbau wirksam zu fördern. Dort, wo keine alten Katasterpläne vorlagen, mußte dringend der bestehende Besitzstand aufgenommen, mußten Katasterpläne, Flächen- und Eigentümerverzeichnisse zur Sicherung der Rechte der Grundeigentümer und als Unterlagen für die Durchführung der Güterzusammenlegungen erstellt werden. Aus den Erfahrungen der photogrammetrischen Grundbuchvermessungen heraus durfte als raschestes und billigstes Vermessungsverfahren die Luftphotogrammetrie empfohlen werden. Aus photogrammetrischen Versuchsvermessungen für Pläne 1:1000 in den beiden Tessinergemeinden Campello und Calpiogna wußten wir seit 1936, wie vorzugehen war. Seither sind in 34 Unternehmen über eine Gesamtfläche von 15.800 *ha*

---

[21]) Schumann-Hopfner, Der Meridianbogen Großenhain—Kremsmünster—Pola, Astr.-geod. Arbeiten Österreichs, Neue Folge, Bd. 1, 1922.