

Paper-ID: VGI_193305



Der Einrechnungszug

Paul Wilski

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **31** (3), S. 45–53

1933

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Wilski_VGI_193305,  
  Title = {Der Einrechnungszug},  
  Author = {Wilski, Paul},  
  Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {45--53},  
  Number = {3},  
  Year = {1933},  
  Volume = {31}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

ORGAN

des

ÖSTERREICHISCHEN VEREINS FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Redaktion:

Hofrat Prof. Dr. Dr. Dr. h. c. E. Doležal und o. ö. Professor Ing. Dr. H. Rohrer.

Nr. 3.

Baden bei Wien, im Juli 1933.

XXXI. Jahrg.

Der Einrechnungszug.

Von P. Wilski.

Im bergmännischen Vermessungswesen entsteht ziemlich häufig die Aufgabe, die Übertagemessungen und die Untertagemessungen miteinander in Verbindung zu bringen. Hierzu dient zuweilen der Einrechnungszug. Darunter versteht man folgende Meßweise. Es seien zwei lotrechte Schächte vorhanden, etwa im gegenseitigen Abstand von 100 bis 1000 *m*. Sie seien unter Tage miteinander durchschlägig. In jeden der beiden Schächte wird ein Draht eingehängt und an seinem unteren Ende mit Gewichten beschwert, so daß der Draht frei hängend sich straff spannt. Die Drahtmitten über Tage seien L_1 und L_2 , die Drahtmitten unter Tage L'_1 , L'_2 . Das Streichen der Linie $L_1 L_2$ sei — etwa im Anschluß an das Landesdreiecksnetz — irgendwie bestimmt worden, und nun handelt es sich darum, die Streichrichtung nach Untertage zu übertragen. Man legt dazu zwischen L'_1 und L'_2 einen Polygonzug, berechnet die Streichrichtungen der einzelnen Polygonseiten und die rechtwinkligen Koordinaten der Polygonpunkte und hat dann für weitere Grubenmessungen die Möglichkeit geschaffen, sie an gegebene Punkte und gegebene Streichrichtungen anzuschließen.

Diese Aufgabe sieht einfacher aus, als sie ist. Schon vor 22 Jahren machte E. Fox darauf aufmerksam, daß man die Berechnung eines Einrechnungszuges etwas sorgfältiger durchführen solle, als es gewöhnlich geschieht ¹⁾. Hornoch hat der Aufgabe kürzlich mit der bei ihm gewohnten Tiefe und Gründlichkeit eine 42 Quartseiten lange Studie gewidmet ²⁾.

Die Aufgabe sei hier noch etwas weiter gehend behandelt.

I.

Man kann zunächst aus den unter Tage gemessenen Polygonseiten s_{00} , s_{01} , ... s_{0n} und den gemessenen Polygonwinkeln β_{01} , ... β_{0n} , also im ganzen

¹⁾ Mitt. a. d. M. 1911 S. 2ff.

²⁾ Soproner Mitt. 1932.

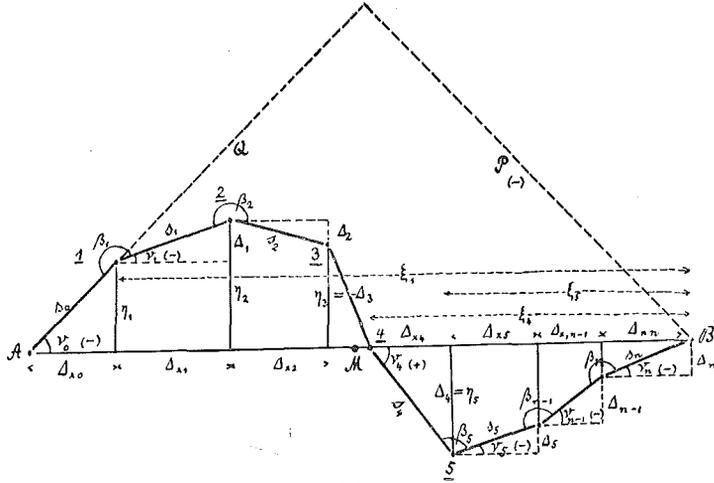


Abb. 1.

$$AB = [s_{0i} \cos \nu_{0i}]_0^n = t - \tau$$

$$\text{tang } \nu_0 = P : Q$$

Liegt die Senkrechte P links von AB , so soll sie als negative Größe angesehen werden, rechts dagegen positiv. Q ist immer positiv.

$2n + 1$ Größen, die man ganz unverändert läßt, den Polygonzug in irgend einem beliebig zu wählenden Koordinatensystem berechnen. Hinsichtlich dieses Koordinatensystems treffen wir folgende Wahl. Wir tragen den Polygonzug in irgend einem Maßstab graphisch auf. (Abb. 1.) Anfangspunkt und Endpunkt des Zuges nennen wir A und B . Wir ziehen die gerade Linie AB und greifen mit der Winkelscheibe den Winkel ν_0 ab, den AB und s_0 miteinander bilden. Statt des gesuchten plausibelsten Wertes ν_0 erhalten wir abgreifend ν_{00} . Wir wählen jetzt A als Koordinatennullpunkt, AB als ξ Richtung, rechtwinklig dazu nach rechts $+\eta$, nach links $-\eta$. Es kommen in unserer Rechnung nur Punkte zwischen A und B vor, und es ist für die Rechnung am bequemsten, wenn wir die ξ dieser Punkte von B aus nach A hin positiv zählen. Das Streichen einer Polygonseite gegen die Richtung AB nach rechts hin nennen wir $+\nu$, nach links $-\nu$. Mit Hülfe von ν_{00} und $\beta_{01}, \dots, \beta_{0n}$ werden jetzt die Streichen $\nu_{01}, \dots, \nu_{0n}$ berechnet und darauf unter Zuhilfenahme der $s_{00}, s_{01}, \dots, s_{0n}$ die ξ, η für die Polygonpunkte $1, \dots, n, (n+1)$. Wegen der unvermeidlichen Fehler beim Zeichnen des Polygonzuges und beim Abgreifen des Winkels ν_0 wird der berechnete Polygonpunkt $(n+1)$ nicht genau mit dem durch Zeichnung erhaltenen B zusammenfallen. Aber der Winkel $(n+1) . A . B$ wird immerhin so klein sein, daß man genau sagen kann:

$$A . (n+1) = [s_{0i} \cdot \cos \nu_{0i}]_0^n.$$

Es sei nun $L_1 L_2$ die auf den Landeshorizont bezogene Länge t_0 , und h sei die Tiefe des Polygonzuges unter dem Landeshorizont. Ferner sei $r = 6370 \text{ km}$ der Halbmesser der Erdkugel. Dann ist:

$$L'_1 L'_2 = t_0 \left(1 - \frac{h}{r} \right) = t$$

und man erhält die Bedingung, daß $[s_{0i} \cos v_{0i}]_0^n$ derart um einen Betrag τ zu verbessern ist, daß

$$[s_{0i} \cos v_{0i}]_0^n + \tau = t$$

wird. Es ist also

$$\tau = t - [s_{0i} \cdot \cos v_{0i}]_0^n \dots \dots \dots (1)$$

ein zahlenmäßig bekannter Betrag.

Es seien nun die gemessenen Stücke $s_{00}, s_{01}, \dots s_{0n}; \beta_{01}, \dots \beta_{0n}$ zu verbessern um die Beträge

$$v_{s0}, v_{s1}, \dots v_{sn}; v_1, \dots v_n \dots \dots \dots (2)$$

Die mittleren Fehler der Messungen seien:

$$m_{s0}, m_{s1}, \dots m_{sn}; m_1, \dots m_n.$$

In (1) kann man dann τ durch die Größen (2) ausdrücken, und die Methode der kleinsten Quadrate verlangt, daß die Größen (2) neben der Bedingung (1) noch die Bedingung erfüllen:

$$\left[\left(\frac{v_{si}}{m_{si}} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{v_i}{m_i} \right)^2 \right] = \text{Minimum nach } s_0, s_1, \dots s_n; \beta_1, \dots \beta_n. \dots (3)$$

Man hat also die Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} s_{0i} + v_{si} = s_i \quad \left| \quad v_{si} = s_i - s_{0i} \quad \left| \quad \frac{d v_{si}}{d s_i} = 1 \quad i = 0, 1, \dots n \right. \\ \beta_{0i} + v_i = \beta_i \quad \left| \quad v_i = \beta_i - \beta_{0i} \quad \left| \quad \frac{d v_i}{d \beta_i} = 1 \quad i = 1, \dots n \right. \end{array} \right\} \dots (4)$$

Für die Streichen hat man:

$$\left. \begin{array}{l} v_0 = v_{00} + \delta_0, v_1 = v_{01} + \delta_1, \dots v_n = v_{0n} + \delta_n \\ v_i = v_{00} + \delta_0 + [\beta_{0i}]^i + [v_i]^i \pm \varepsilon \cdot 180^\circ \quad (\varepsilon = 0 \text{ oder } 1) \quad \delta_i = \delta_0 + [v_i]^i \end{array} \right\} \dots (5)$$

Der bequemeren Schreibweise wegen schreiben wir

$$\delta_0 = v_0 \dots \dots \dots (6)$$

und erhalten dann:

$$\delta_i = [v_i]^i$$

Um τ durch die Größen $v_{s0}, v_{s1}, \dots v_{sn}; v_1, \dots v_n$ auszudrücken, gehen wir von der Gleichung aus:

$$[(s_{0i} + v_{si}) \cos (v_{0i} + \delta_i)]_0^n = t = [s_{0i} \cos v_{0i}]_0^n + \tau \dots \dots \dots (7)$$

Es ergibt sich aus (7) leicht die Bedingung:

$$\tau = [v_{si} \cos v_{0i}]_0^n + [\eta_i v_i]_0^n \dots \dots \dots (8)$$

Wir haben daher folgende Funktion zu einem Minimum zu machen:

$$G = \left[\left(\frac{v_{si}}{m_{si}} \right)^2 + \left(\frac{v_i}{m_i} \right)^2 \right] - 2K \{ [v_{si} \cos v_{0i}]_0^n + [\eta_i v_i]_0^n - \tau \} \dots \dots (9)$$

Die Differentiation nach $v_{s0}, v_{s1}, \dots v_{sn}; v_1, \dots v_n$ führt zu den Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} v_{s0} = K \cdot \cos v_{00} \cdot m_{s0}^2 \\ v_{s1} = K \cdot \cos v_{01} \cdot m_{s1}^2 \\ \dots \dots \dots \\ v_{sn} = K \cdot \cos v_{0n} \cdot m_{sn}^2 \end{array} \right\}$$

die Methode der kleinsten Quadrate noch zu verfeinern. Sodann bezweckt der Einrechnungszug aber hauptsächlich die Übertragung eines Streichens von Übertage her in die Grube. Und hier zeigt sich der heikle Charakter des Einrechnungszuges.

1857 ist wohl zum erstenmal ausgesprochen worden, daß die Berechnung von Winkeln aus Längenmessungen bedenklich ist ³⁾. Es ist seitdem allgemeine Übung geworden, daß man z. B. bei Polygonzügen über Tage und unter Tage sowie bei Schachtlotungen die Streichwinkel nur aus Winkelmessungen berechnet und erst dann mit den festgelegten Streichen die Koordinaten der Punkte. Nun ist beim Einrechnungszuge allerdings das Streichen $L'_1 L'_2$ recht genau bekannt. Aber man kann die weiteren Grubenmessungen nicht unmittelbar an dieses Streichen anlegen, sondern man schließt seine Messungen an eine der Polygonseiten des Einrechnungszuges an, im besonderen an das für sie berechnete Streichen! Und dieses Streichen ist beeinflußt durch sämtliche Längen- und Winkelmeßfehler des Einrechnungszuges!

Es entsteht daher eine theoretisch unübersichtliche Sachlage. Es ist nicht von vorneherein zu übersehen, mit welcher Genauigkeit das für den Anschluß weiterer Grubenmessungen ausgewählte Polygonseiten-Streichen erhalten wird.

Die erreichbare Genauigkeit soll im folgenden untersucht werden. Die für den Anschluß weiterer Grubenmessungen vorgesehene Polygonseite sei s_3 (Abb. 1 und 2). Dann muß also derart gemessen werden, daß v_3 mit einem Minimum von Ungenauigkeit erhalten wird. Es ist mithin $m^2_{,3}$ zu einem Minimum zu machen.

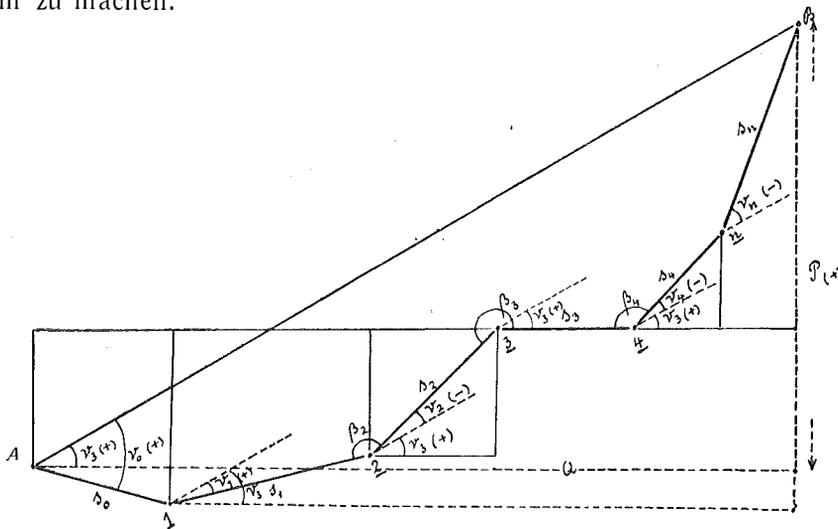


Abb. 2.

Wir gehen von der Gleichung aus (Abb. 2):

$$\begin{aligned} \tan \nu_3 &= P:Q \\ &= - [s_i \cdot \sin (\nu_i - \nu_3)]_0^n : [s_i \cdot \cos (\nu_i - \nu_3)]_0^n \end{aligned} \quad \dots (16)$$

³⁾ Civilingenieur Bd. 1857 S. 161; vgl. auch Parschin-Wilski, Tagesanschluß d. Gr. I S. 40.

Wir rechnen also die Senkrechte P als positive Größe, wenn sie rechts von AB liegt und als negativ, wenn sie links liegt. Q ist immer positiv zu nehmen.

$$d \operatorname{tang} \nu_3 = -\frac{d \nu_3}{\cos^2 \nu_3} = P \cdot d\left(\frac{1}{Q}\right) + \frac{1}{Q} dP$$

$$\frac{d \nu_3}{\cos^2 \nu_3} = + [s_i \sin(\nu_i - \nu_3)]_0^n \cdot \frac{1}{Q^2} dQ + \frac{1}{Q} \cdot dP \quad \dots (17)$$

$$dP = - [s_i \cos(\nu_i - \nu_3) d\nu_i]_0^n - [\sin(\nu_i - \nu_3) ds_i]_0^n \quad \dots (18)$$

$$dQ = - [s_i \sin(\nu_i - \nu_3) d\nu_i]_0^n + [\cos(\nu_i - \nu_3) ds_i]_0^n \quad \dots (18)$$

$$P = t \sin \nu_3 \quad Q = t \cos \nu_3 \quad \dots (19)$$

Nach Einsetzen der Werte aus (18) und (19) in (17) erhält man:

$$t^2 d\nu_3 = [s_i \cdot \sin(\nu_i - \nu_3)]_0^n \cdot \left\{ - [s_i \sin(\nu_i - \nu_3) d\nu_i]_0^n + [\cos(\nu_i - \nu_3) ds_i]_0^n \right\} + t \cdot \cos \nu_3 \cdot \left\{ - [s_i \cos(\nu_i - \nu_3) d\nu_i]_0^n - [\sin(\nu_i - \nu_3) ds_i]_0^n \right\} \quad (20)$$

Für die Differentiale ds_i und $d\nu_i$ setzen wir jetzt die wahren Fehler ε ein.

$$\left. \begin{array}{l} ds_i \\ d\nu_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varepsilon_{s_i} \\ \varepsilon_{\nu_i} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} ds_i \\ d\nu_i \end{array}} \right\} i = 0, 1, \dots, n \quad \dots (21)$$

$$\left. \begin{array}{l} \nu_0 = \nu_3 - [\beta]_1^3 \pm r \cdot 180^\circ \\ \nu_1 = \nu_3 - [\beta]_1^3 + \beta_1 \pm r \cdot 180^\circ \\ \nu_2 = \nu_3 - [\beta]_1^3 + \beta_1 + \beta_2 \pm r \cdot 180^\circ \\ \nu_3 = \nu_3 \\ \nu_4 = \nu_3 + \beta_4 \pm r \cdot 180^\circ \\ \dots \\ \nu_n = \nu_3 + \beta_4 + \beta_5 + \dots + \beta_n \pm r \cdot 180^\circ \end{array} \right\} r = 0 \text{ oder } 1.$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{\nu_0} = \varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3 \\ \varepsilon_{\nu_1} = \varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3 + \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_{\nu_4} = \varepsilon_{\nu_3} + \varepsilon_4 \\ \dots \\ \varepsilon_{\nu_i} = \varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3 + [\varepsilon]_1^i \end{array} \right\} \dots (22)$$

Der bequemeren Schreibweise wegen führen wir noch eine Größe $\varepsilon_0 = 0$ ein und setzen dann alle ε in (20) ein. Für $[s_i \sin(\nu_i - \nu_3)]_0^n$ setzen wir gemäß (16) und (19) $-t \sin \nu_3$ ein.

$$t^2 \cdot \varepsilon_{\nu_3} = -t \cdot \sin \nu_3 \cdot \left\{ - [s_i \sin(\nu_i - \nu_3) (\varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3 + [\varepsilon]_0^i)]_0^n + [\cos(\nu_i - \nu_3) \varepsilon_{s_i}]_0^n \right\} + t \cos \nu_3 \cdot \left\{ - [s_i \cos(\nu_i - \nu_3) (\varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3 + [\varepsilon]_0^i)]_0^n - [\sin(\nu_i - \nu_3) \varepsilon_{s_i}]_0^n \right\} \quad (23)$$

$$t^2 \cdot \varepsilon_{\nu_3} = -t \cdot \sin \nu_3 \cdot [\cos(\nu_i - \nu_3) \varepsilon_{s_i}]_0^n - t \cos \nu_3 \cdot [\sin(\nu_i - \nu_3) \varepsilon_{s_i}]_0^n - (\varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3) \cdot t^2 \sin^2 \nu_3 - (\varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3) t^2 \cos^2 \nu_3 + [[\varepsilon]_0^i s_i \sin(\nu_i - \nu_3)]_0^n \cdot t \sin \nu_3 - [[\varepsilon]_0^i s_i \cos(\nu_i - \nu_3)]_0^n \cdot t \cos \nu_3$$

$$t \cdot \varepsilon_{\nu_3} = - [\varepsilon_{s_i} \cdot \{\sin \nu_3 \cos(\nu_i - \nu_3) + \cos \nu_3 \sin(\nu_i - \nu_3)\}]_0^n - (\varepsilon_{\nu_3} - [\varepsilon]_1^3) \cdot t + [[\varepsilon]_0^i \cdot \{\sin \nu_3 \sin(\nu_i - \nu_3) - \cos \nu_3 \cos(\nu_i - \nu_3)\} s_i]_0^n$$

$$2 t \varepsilon_{\nu_3} = t [\varepsilon]_1^3 - [\varepsilon_{s_i} \sin \nu_i]_0^n + [[\varepsilon]_1^i \cdot s_i \cdot (-1) \cdot \cos \nu_i]_0^n \quad \dots (24)$$

$$2 t \varepsilon_{\nu_3} = - [\sin \nu_i \cdot \varepsilon_{s_i}]_0^n + \varepsilon_1(t - \xi_1) + \varepsilon_2(t - \xi_2) + \varepsilon_3(t - \xi_3) - [\varepsilon_i \xi_i]_0^i \quad \dots (25)$$

Wir führen jetzt Größen ξ'_i ein derart, daß links von s_3 ξ'_i den Abstand eines Punktes P_i von A bedeuten soll; rechts von s_3 den Abstand eines Punktes P_i von B ; wobei ξ'_i stets positiv gerechnet werden soll und auf AB gemessen wird. Dann kann man (25) auch in folgender Form schreiben:

$$2 t \varepsilon_{\nu_3} = - [\sin \nu_i \cdot \varepsilon_{si}]_0^n + [\xi'_i \varepsilon_i]_0^3 - [\varepsilon_i \xi'_i]_4^n \dots \dots \dots (26)$$

Wir wenden auf (26) den Hauptsatz der Fehlertheorie an und erhalten:

$$4 t^2 \cdot m^2_{\nu_3} = [m^2_{si} \cdot \sin^2 \nu_i]_0^n + [m^2_i \cdot \xi_i'^2]_0^n \dots \dots \dots (27)$$

Gemäß (12) führen wir in (27) die Häufigkeiten h_{si} , h_i ein. Unter Zugrundelegung von (11) erhalten wir dann:

$$m_{si} = \frac{\bar{m}_s \cdot s_i}{\sqrt{h_{si}}} \quad m_i = \frac{\bar{m}}{\sqrt{h_i}} \dots \dots \dots (28)$$

$$4 t^2 \cdot m^2_{\nu_3} = \left[\frac{\bar{m}_s^2 \cdot s_i^2 \sin^2 \nu_i}{h_{si}} \right]_0^n + \left[\frac{\bar{m}^2}{h_i} \xi_i'^2 \right]_0^n \dots \dots \dots (29)$$

Es ist bemerkenswert, daß im ersten Addenden der Ausdrücke (27) und (29) für $m^2_{\nu_3}$ der Index 3 keine Sonderstellung einnimmt. Bei rationeller Messung ist also für sämtliche Polygonseiten der Einfluß der Längenmeßfehler auf die Unsicherheit ihres Streichens der gleiche.

Wir haben also folgende Funktion zu einem Minimum zu machen:

$$G \equiv \bar{m}_s^2 \left[\frac{\Delta_i^2}{h_{si}} \right]_0^n + \bar{m}^2 \left[\frac{\xi_i'^2}{h_i} \right]_0^n + C^2 \{ h_{s0} + h_{s1} + \dots + h_{sn} + h_1 + \dots + h_n - S \} \quad (30)$$

Die $2n + 1$ Differentiationen ergeben:

$$\frac{\partial G}{\partial h_{s0}} = 0 = - \bar{m}_s^2 \cdot \frac{\Delta_0^2}{h_{s0}^2} + C^2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{\partial G}{\partial h_{sn}} = 0 = - \bar{m}_s^2 \cdot \frac{\Delta_n^2}{h_{sn}^2} + C^2$$

$$\frac{\partial G}{\partial h_1} = 0 = - \bar{m}^2 \cdot \frac{\xi_1'^2}{h_1^2} + C^2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{\partial G}{\partial h_n} = 0 = - \bar{m}^2 \cdot \frac{\xi_n'^2}{h_n^2} + C^2$$

$$\left. \begin{aligned} h_{si}^2 &= \frac{m_s^2 \cdot \Delta_i^2}{C^2} \\ h_i^2 &= \frac{m^2 \cdot \xi_i'^2}{C^2} \end{aligned} \right| \begin{aligned} h_{si} &= \frac{|\bar{m}_s| \cdot |\Delta_i|}{|C|} \\ h_i &= \frac{|\bar{m}| \cdot \xi_i'}{|C|} \end{aligned}$$

$$S = [h_{si}] + [h_i] = \frac{1}{|C|} \cdot \left\{ |\bar{m}_s| \cdot [|\Delta_i|]_0^n + |\bar{m}| \cdot [\xi_i']_0^n \right\}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{S}{|\bar{m}_s| \cdot [|\Delta_i|]_0^n + |\bar{m}| \cdot [\xi_i']_0^n}$$

$$\left. \begin{aligned} h_{si} &= |\Delta_i| \cdot \frac{S \cdot |\bar{m}_s|}{|\bar{m}_s| \cdot [|\Delta_i|]_0^n + |\bar{m}| \cdot [\xi_i']_0^n} \\ h_i &= \xi_i' \cdot \frac{S \cdot |\bar{m}|}{|\bar{m}_s| \cdot [|\Delta_i|]_0^n + |m| \cdot [\xi_i']_0^n} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

Die Werte aus (31) setzen wir in (29) ein und erhalten leicht:

$$m_{v3} = \frac{|\bar{m}_s| \cdot [|\Delta_i|]_0^n + |m| \cdot [\xi_i']_0^n}{2t \sqrt{S}} \dots \dots \dots (32)$$

Die Polygonpunkte des Einrechnungszuges mögen teils links, teils rechts von AB liegen. Links habe P_K den größten Abstand (η_K) von AB ; rechts habe P_r den größten Abstand (η_r).

Dann ist offenbar

$$[|\Delta_i|]_0^n = 2 (\eta_K + \eta_r) \dots \dots \dots (33)$$

und man kann sagen:

Der Einfluß der Längenmessungsfehler im Einrechnungszug auf m_{v3} ist proportional der Ausque-
rung des Zuges.

Der Ausdruck $[\xi_i']_0^n$ wird offenbar am kleinsten für die mittelste Polygonseite, wenn wir unter der mittelsten Polygonseite diejenige verstehen, deren Projektion auf AB die Mitte von AB umschließt. Also kann man sagen:

Der Einfluß der Winkelmessungsfehler auf m_{v3} ist am kleinsten für die mittelste Polygonseite.

Wir wollen jetzt annehmen, die Polygonpunkte des Einrechnungszuges hätten eine solche Lage, daß

$$\Delta_{x0} = \Delta_{x1} = \dots = \Delta_{xn} = \frac{t}{n+1} = \Delta_x \dots \dots \dots (34)$$

ist. n sei als gerade Zahl vorausgesetzt. Dann erhält man:

$$\begin{aligned} [\xi_i']_0^n &= \Delta_x + 2\Delta_x + \dots + \frac{n}{2}\Delta_x + \frac{n}{2}\Delta_x + \dots + 2\Delta_x + \Delta_x \\ &= \frac{n(n+2)}{4} \Delta_x = \frac{n(n+2)}{4(n+1)} \cdot t \end{aligned}$$

Der Faktor von $|\bar{m}|^n$ in (32) wird daher:

$$\frac{n(n+2)}{4(n+1)} \cdot \frac{t}{2t\sqrt{S}} = \frac{n}{8\sqrt{S}} \dots \dots \dots (35)$$

Der Einfluß der Winkelmeßfehler ist daher im wesentlichen proportional der Anzahl der Poly-
gonseiten.

III.

Nach Wilski, Markscheidkunde II S. 24 ist bei der zentrischen Schacht-
lotung der mittlere Fehler des untertage festgelegten Streichens $C'D'$:

$$m_{C'D'} = \sqrt{\frac{10}{3} \bar{m}^2 + m^2_\omega}$$

Man wird schätzungsweise etwa setzen können:

$$m_{\omega} = 2 \bar{m}.$$

Dann ergibt sich:

$$m_{C'D'} = \bar{m} \sqrt{\frac{22}{3}} = \pm 2,7 \bar{m}. \dots \dots \dots (36)$$

In (32) hat man nun:

$$\frac{[|\Delta_i|]_0'}{2t\sqrt{S}} = \frac{2(\eta_r + \eta_K)}{2t\sqrt{S}} = \frac{\eta_r + \eta_K}{t} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \dots \dots \dots (37)$$

Der Ausdruck (37) wird also in der Regel ein sehr kleiner echter Bruch sein, und man kann sagen:

Der Einfluß der Längenmeßfehler auf m_{ω} ist beim rationell gemessenen Einrechnungszug in der Regel verschwindend gering.

Im folgenden sei er gleich null angenommen, und es sei:

$$S = \delta \cdot (2n + 1) \dots \dots \dots (38)$$

Wie groß muß δ gemacht werden, damit die Genauigkeit des Einrechnungszuges der Genauigkeit der zentrischen Schachtlotung gleich wird?

Aus (35) und (36) entnehmen wir:

$$\frac{n+1}{8\sqrt{\delta}(2n+1)} = 2,7$$

Hieraus ergibt sich:

$$\delta = \frac{n^2}{467(2n+1)} + \frac{1}{467} \frac{n}{467(2n+1)} \frac{n^2}{467 \cdot 2n} = \frac{n}{934}$$

δ wird also immer ein kleiner echter Bruch sein, und man erhält das Ergebnis:

Der rationell gemessene Einrechnungszug ist der zentrischen Schachtlotung an Genauigkeit wesentlich überlegen insofern, als die Längen- und Winkelmessungsfehler, die unter Tage begangen werden, nur einen winzigen Zusatzbeitrag liefern zu der Ungenauigkeit, mit der über Tage das Streichen $L_1 L_2$ bestimmt wurde.

Normung von Vermessungsgeräten. — Fluchtstäbe und Meßplatten aus Holz.

Von den Österreichischen Bundesbahnen wurde im Herbst 1932 beim Österreichischen Normenausschuß — ÖNA — eine Normung der verschiedenen im Vermessungswesen verwendeten Geräte angeregt. Begründet wurde diese Anregung damit, daß bei Neubeschaffungen von Meßgeräten wiederholt große Verschiedenheiten der Teilungen u. dgl. festgestellt wurden, so daß sich das Bedürfnis herausgestellt hat, einheitliche Vorschriften für die Ausführung und die Genauigkeit der Meßgeräte aufzustellen. Der ÖNA hat diese Anregung gerne aufgegriffen und unter der Führung von Herrn