Paper-ID: VGI_193303

Absteckung eines Kreisbogens samt Übergangskurven aus deren zwei Tangenten und einem Punkte des Kreises

Franz Aubell [1]

[1] *Leoben*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **31** (2), S. 27–30

1933

BibTEX:

```
@ARTICLE{Aubell_VGI_193303,
Title = {Absteckung eines Kreisbogens samt {\"U}bergangskurven aus deren zwei
   Tangenten und einem Punkte des Kreises},
Author = {Aubell, Franz},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {27--30},
Number = {2},
Year = {1933},
Volume = {31}
}
```

Meisterwerk früherer Gesetzgebung von bureaukratischem Geiste umspinnen oder gar überwuchern zu lassen. Möge dann diesem so erneuerten Gesetze unbeschränkte Lebensdauer beschieden sein.

Absteckung eines Kreisbogens samt Uebergangskurven aus deren zwei Tangenten und einem Punkte des Kreises.

Prof. Dr. F. Aubell, Leoben.

Die Aufgabe, einen Kreisbogen samt Übergangskurven abzustecken, wenn ein Punkt des Kreisbogens und die zwei Tangenten an die Übergangskurven im Gelände gegeben sind, erlangt praktische Bedeutung, wenn im Gelände bereits vorhandene Geleisekurven mit der geringsten Trasseverschiebung neuen Verhältnissen anzupassen sind, sei es, daß nach altem Bestande nur reine Kreisbogen unmittelbar in die Gerade übergehen oder bei Geschwindigkeitserhöhungen eine längere Übergangskurve eingeschaltet werden muß. Bei bestehenden, aber nicht vermarkten Geleisen kann eine neuerliche Vermarkung verlangt sein, damit dem Bahnrichter behufs Erleichterung von Gleisregulierungsarbeiten Bogenanfang und -ende, die Kuppelpunkte und die Bogenmitte des Übergangsbogens gegeben werde. Bei allen diesen Arbeiten wird von der bestehenden, liegenden Gleislinie, von welcher lediglich die Tangenten, sonst weder eine Vermarkung der Hauptpunkte noch der Kreisradius als gegeben angenommen werden, auszugehen sein. Theoretisch genügt es zur Lösung der gestellten Aufgabe, außer den zwei Tangenten noch einen Punkt des Kreisbogens zu diesen festzulegen. Sie wird im folgenden in der Weise gelöst, daß zunächst ein Kreisbogen ausgemittelt wird, der dem gegebenen Punkte und den zwei Tangenten ohne Übergangsbogen entspricht, worauf die durch die Übergangskurve bedingte Änderung des Kreishalbmessers und die Verschiebung des Berührungspunktes gerechnet werden.

1. Absteckung eines Kreisbogens aus zwei Tangenten und einem Punkte des Kreises.

Für die Aufgabe, einen Kreisbogen aus einem Punkte und zwei Tangenten abzustecken bestehen einige Lösungen. (Man vergleiche: Knoll-Weitbrecht, Taschenbuch zum Abstecken der Kurven an Straßen und Eisenbahnen, 2. Aufl. S. 69; Fl. Lederer, Ztschr. f. Verm. 1907, S. 192.) Eine bisher nicht genannte Lösung ist die folgende, die sich durch Kürze auszeichnet: Der gegebene Punkt wird in bezug auf die zwei Tangenten durch seine senkrechten Abstände y_1 und y_2 (Abb. 1) festgelegt, die ebenso wie der Winkel φ zwischen den Tangenten im Vermessungswege unmittelbar oder n ittelbar (durch Zuhilfenahme eines Polygonzuges) zu erhalten sind. Der unbekannte Radius des Kreises und dessen Berührungspunkte mit den Tangenten sind zu ermitteln.

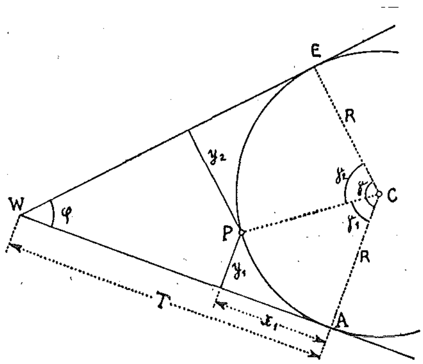

Abb. 1.

Es ist
$$y_1 = 2\,R \sin^2 \frac{\gamma_1}{2}$$
$$y_2 = 2\,R \sin^2 \frac{\gamma_2}{2},$$

daher
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\sin^2 \frac{\gamma_2}{2}}{\sin^2 \frac{\gamma_1}{2}};$$

da außerdem
$$\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma = 180 - \varphi,$$

liegt zur Bestimmung der halben Zentriwinkel $\frac{\gamma_1}{2}$ und $\frac{\gamma_2}{2}$ deren Summe und Sinusverhältnis vor. Setzt man

$$\frac{\sin \frac{\gamma_2}{2}}{\sin \frac{\gamma_1}{2}} = \sqrt{\frac{y_2}{y_1}} = \operatorname{tg} \mu,$$

so wird nach geodätisch geläufiger Entwicklung

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{4} = \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{4} \,.\, \operatorname{ctg}\,(45 + \mu)$$
$$= \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\varphi}{4}\right) . \operatorname{ctg}\,(45 + \mu),$$

so daß γ_1 und γ_2 aus der bekannten Summe und Differenz gerechnet werden können. Der Kreishalbmesser R folgt aus einer der zwei ersten Gleichungen, zur Absteckung des Punktes A (Bogenanfang des Kreisbogens) bzw. E (Bogenende des Kreisbogens) führt der Tangentenabschnitt

$$T = R \,.\, \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}.$$

Es wird noch der Wert der Abszisse x_1 angegeben, der im folgenden gebraucht wird:
$$x_1 = \sqrt{y_1 \,.\, (2\,R - y_1)}$$

2. Einschaltung der Übergangskurve bei festgelegten Tangenten.

Es tritt hier der Fall des sogenannten „inneren Anschlusses“ der Übergangskurve ein, welcher den Vorteil hat, daß die ursprüngliche Kreistangente keine Verschiebung erfährt, somit in der geraden Strecke keine Erdarbeiten am Damm oder Einschnitt notwendig werden.

Da zwischen dem durch P gehenden Kreisbogen und der Tangente eine Übergangskurve einzuschalten ist, ist der soeben gerechnete Wert des Kreisradius zu groß; außerdem ist der Berührungspunkt der Übergangskurve mit der Tangente ein anderer als jener des Kreises vom Halbmesser R. Durch die Einschaltung der Übergangskurve erleidet die Kreistangente eine Parallelverschiebung um einen Betrag v nach innen, der sich aus der Länge

$$L = \frac{K}{R}$$

der Übergangskurve mit

$$v = \frac{L^2}{24\,R} = \frac{K^2}{24 R^3}$$

rechnen läßt. Die Größe K ist eine Festziffer, die je nach dem Bogenhalbmesser und der Fahrgeschwindigkeit verschiedene Werte, z. B. bei den österr. Bundesbahnen solche zwischen 3000 und 60.000 annimmt. Diese Verschiebung hat außer der Verkleinerung von R zu R' eine Verlegung des Bogenanfangspunktes A nach A', somit eine Änderung der Abszisse x_1 um einen Betrag ξ zur Folge. (Abb. 2.) Die Größen ξ und R' sind zu bestimmen. Es ist

$$R' = R - v - \xi \,.\, \mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2} \quad \text{und} \quad \xi = x_1 - x_1',$$

ferner

$$x_1 = \sqrt{y_1 \,.\, (2\,R - y_1)}$$

$$x_1' = \sqrt{y_1' \,.\, (2\,R' - y_1')} = \sqrt{(y_1 - v)\,.\,(2\,R' - y_1 + v)}.$$

Setzt man hier für R' den obigen Wert ein, so ist

$$x_1' = \sqrt{(y_1 - v)\left[2\left(R - v - \xi\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}\right) - y_1 + v\right]}$$

und wegen

$$y_1 \,.\, (2\,R - y_1) = x^2{}_1$$

wird

$$x_1' = \sqrt{x^2{}_1 - 2\,\xi\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}\,(y_1 - v) - v\,(2\,R - v)} = x_1 - \xi$$

und daraus

$$\xi = x_1 - \mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}\,(y_1 - v) \pm \sqrt{\left[x_1 - \mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}\,(y_1 - v)\right]^2 - v\,(2\,R - v)}$$

Dieser Ausdruck, in welchem vor dem Wurzelzeichen nur das Minuszeichen Berechtigung hat, liefert mit v die Lage des Punktes A' gegenüber A und ermöglicht auch R' und die Koordinaten von C' zu berechnen. Da der Punkt A' in der Richtung der Abszisse in der Mitte zwischen dem Bogenanfange

$B.\,A.$ der Übergangskurve und dem Kuppelpunkte K gelegen ist, erhält man den Bogenanfang durch Rückwärtsauftragen von $\frac{L}{2} - \xi$ von A aus (bzw. $\frac{L}{2}$ von A' aus) und den Kuppelpunkt durch Vorwärtsauftragen von $\frac{L}{2} + \xi$ $\left(\text{bzw. } \frac{L}{2}\right)$, welch letzterem außerdem die Ordinate $\eta = 4\,v$ zukommt. Für den Bereich von $B.\,A.$ bis K kommen bei der Bogenabsteckung nur Punkte der Übergangskurve in Frage, deren Mitte m den Abstand v der beiden Tangenten

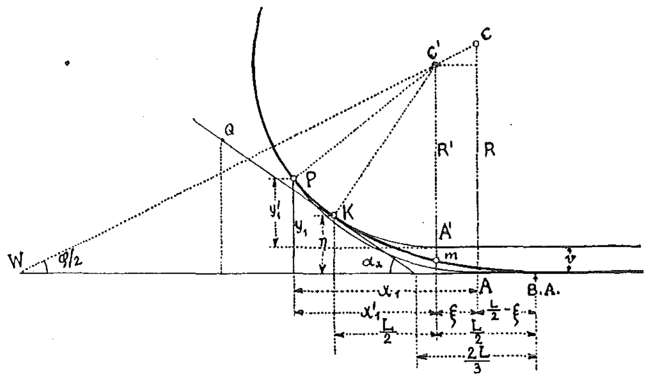

Fig. 2.

hälftet und deren auf $B.\,A.$ als Ursprung bezogene Gleichung bekanntlich lautet: $y = \frac{x^3}{6RL}$. Erst von K an wird der Kreisbogen vom Radius R' abgesteckt, und zwar entweder unter Bezugnahme auf die Tangente in A oder A' oder die Kuppelpunktstangente, welche die Tangente von $B.\,A.$ im Abstande $\frac{2\,L}{3}$ von diesem schneidet und eine Neigung α_K zu ersterer aufweist, zu deren schärferer Absteckung, z. B. durch Angabe von Q die Beziehung $\operatorname{tg} \alpha_K = \frac{L}{2\,R}$ herangezogen werden kann.

Wenn nun mehrere Punkte der alten Geleiseachse durch ein Sehnenpolygon $P_1 \ldots P_n$ aufgenommen wurden, entsteht die Notwendigkeit, die Punkte des Sehnenpolygons durch eine Verschiebung in der Richtung des zugehörigen Radius nach außen (+) oder nach innen (—) in ihrer Lage zu verbessern, da ja nur ein einziger Punkt, nämlich der für die Durchrechnung der Aufgabe angenommene, auf dem abzusteckenden Kreisbogen liegt. Das Maß dieser radialen Verschiebung ist z. B. für den k — ten Punkt $R' - \overline{P_k\,C'}$, für welches die Länge $\overline{P_k\,C'}$ aus den Koordinaten der Polygonpunkte und jenen des Kreismittelpunktes C' ermittelt wurde. Sollten diese Verschiebungen der Mehrzahl nach dieselbe Größe und den gleichen Sinn zeigen, dann müßte die Aufgabe unter Zugrundelegung einer anderen Annahme nochmals durchgerechnet werden.