Über die Umformung von Fehlergleichungen

Siegmund Wellisch

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **26** (1), S. 6–7

1928

BibTEX:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_192802,
Title = {{\"U}ber die Umformung von Fehlergleichungen},
Author = {Wellisch, Siegmund},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {6--7},
Number = {1},
Year = {1928},
Volume = {26}
}
```

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\varepsilon - \operatorname{tg}\xi}{\operatorname{tg}\varepsilon + \operatorname{tg}\xi} = \frac{\sin(\varepsilon - \xi)}{\sin(\varepsilon + \xi)}$$

wird; dies in die Gleichung **1** eingesetzt gibt:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha_3 - \alpha_4}{2} = \frac{\sin(\varepsilon - \xi)}{\sin(\varepsilon + \xi)} \operatorname{cotg}\frac{w_1 + w_2}{2}; \quad \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} = 90 - \frac{w_1 + w_2}{2}$$

woraus die Winkel α_3 und α_4, hierauf die Seiten a und b und endlich die Koordinaten des Punktes P selbst abgeleitet werden können.

Ich habe es schon immer als Unrecht empfunden, daß seitens der Landmesser dem Hansenschen Probleme speziell in Hinsicht auf die Punkteinschaltung nicht jene Beachtung geschenkt wird, die es infolge seiner zeitsparenden und exakten Lösung für sich in Anspruch nehmen kann. Die Möglichkeit seiner Verwendung zur Lösung geodätischer Aufgaben ist sehr mannigfaltig, nicht nur in bezug auf die Ausführung von Kleintriangulierungen, sondern und insbesondere in den Gebieten mit spärlichen und unverläßlichen Anbindepunkten. Gerade in solchen Gebieten, wo vielfach Bussolenzüge mit optischer Distanzmessung zur Anwendung gelangen, wäre es wünschenswsrt sich solcherart von der ursprünglichen, nicht immer einwandfreien, Mappendarstellung der näheren Umgebung möglichst unabhängig zu machen, um auf diese Weise auf die allmähliche Verbesserung der Katastralmappen hinwirken zu können.

Über die Umformung von Fehlergleichungen.

Von S. Wellisch.

Bekanntlich darf man von dem einem Ausgleichungsproblem zugrunde gelegten System von Fehlergleichungen einzelne Gleichungen nicht mit einer beliebigen Zahl multiplizieren oder durch eine solche dividieren ohne zugleich die Gewichtsverhältnisse gegenüber den unverändert gebliebenen Gleichungen zu regeln. Hingegen unterliegt es keinem Anstande, alle Fehlergleichungen in der gleichen Weise umzugestalten, da dann eine Veränderung der Gewichtsverhältnisse nicht eintritt.

Angenommen, es soll aus einem österreichischen Werke ein nach der Methode der kleinsten Quadrate behandeltes, die Volkswirtschaft betreffendes Problem, dessen Fehlergleichungen die Form haben:

$$ax + by + cz + \ldots\ldots - S \text{ (Schilling)} = v_S$$

in ein französisches und ein reichsdeutsches Werk übernommen werden. Bedienen sich hiebei die fremden Autoren, zum besseren Verständnis ihrer Leser, der eigenen Landeswährung, so muß der Franzose die Fehlergleichungen mit der Währungsrelation $1\ S = m\ fcs$, der Deutsche mit der Relation $1\ S = n\ Rmk.$ multiplizieren. Die Fehlergleichungen haben dann die Form:

Österreich:	$ax + by + cz + \ldots\ldots - S = v_S$	(Schilling)
Frankreich:	$Ax + By + Cz + \ldots\ldots - F = v_F$	(Francs)
Deutschland:	$\mathfrak{A}x + \mathfrak{B}y + \mathfrak{C}z + \ldots\ldots - M = v_M$	(Mark),

wobei

$$A = ma, \qquad B = mb, \; usw.$$
$$\mathfrak{A} = na, \qquad \mathfrak{B} = nb, \; usw.$$

Bei der Auflösung der drei Gleichungssysteme werden selbstverständlich die von der Währung unabhängigen Unbekannten $x, y, z, \ldots$ vollkommen übereinstimmen, dagegen wird hinsichtlich der Verbesserungen keine ziffernmäßige Übereinstimmung, wohl aber eine solche dem Werte nach zu Tage treten, indem sich

$$v_S \text{ (Schillinge)} = v_F \text{ (Francs)} = v_M \text{ (Mark)}$$

einstellen wird, Die Verschiedenheit in den ziffernmäßigen Werten der Verbesserungen v ist in dem Umstande begründet, daß die v vor und nach der Umformung der Fehlergleichungen in verschiedenen Einheiten ausgedrückt erscheinen.

Wollte man in die Ausgleichung neben den österreichischen Gleichungen auch noch fremdländische Gleichungen, und zwar jede in ihrer Landeswährung ausgedrückt, einbeziehen, so müßten — wenn den österreichischen Gleichungen die Gewichtseinheit zugedacht wird — dem französischen Gleichungssystem ein Gewicht $\frac{1}{m^2}$, dem deutschen ein Gewicht $\frac{1}{n^2}$ beigelegt werden, um zu erzielen, daß alle v einheitlich ausgedrückt sind.

Ein zweites Beispiel: Zur Bestimmung eines Punktes durch Einschneiden bediente sich ein Geometer eines Instrumentes mit alter, 360 gradiger Einteilung und erhielt die Fehlergleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} a_1\,\delta x + b_1\,\delta y + w_1'' = v_1'' \\ a_2\,\delta x + b_2\,\delta y + w_2'' = v_2'' \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{I}$$

Will man dieses Beispiel auf neue, 400 gradige Einteilung umrechnen, so müssen, da

$$\rho_a = 206265'' \text{ a. Tlg.} \quad \rho_n = 636620'' \text{ n. Tlg.}$$

die Fehlergleichungen I mit

$$\frac{\rho_n}{\rho_a} = \frac{1000}{324} = 3{\cdot}08642$$

multipliziert werden. In den umgeformten Fehlergleichungen

$$\left.\begin{array}{l} A_1\,\delta x + B_1\,\delta y + W_1'' = V_1'' \\ A_2\,\delta x + B_2\,\delta y + W_2'' = V_2'' \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{II}$$

ist dann allgemein $A = 3{\cdot}08642\,a$, $B = 3{\cdot}08642\,b$ usw. sowie $V = 3{\cdot}08642\,v$.

Die ziffernmäßige Verschiedenheit der Beobachtungsverbesserungen bei denselben Koordinatenverbesserungen findet ihre Erklärung darin, daß die v des Systems I in Sekunden alter Teilung, die V des Systems II in Sekunden neuer Teilung ausgedrückt sind; dem absoluten Werte nach sind sie aber gleich.