

Paper-ID: VGI_192711



Die Bestimmung der Richtungskoeffizienten nach der Methode der Tangentendifferenzen

Artur Morpurgo ¹

¹ *Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **25** (5), S. 76–80

1927

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Morpurgo_VGI_192711,  
  Title = {Die Bestimmung der Richtungskoeffizienten nach der Methode der  
    Tangentendifferenzen},  
  Author = {Morpurgo, Artur},  
  Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen}},  
  Pages = {76--80},  
  Number = {5},  
  Year = {1927},  
  Volume = {25}  
}
```



bei der die Rollenebene durch den Pol geht. In der Tat ist unter dieser Voraussetzung

$$s \cdot q = 0, \quad r q - k q^2 = 0, \quad r q = k q^2,$$

daher

$$|p|^2 = p^2 = (r + q)^2 = r^2 + 2 r q + q^2 = r^2 + (2 k + 1) q^2 = C^2.$$

W i e n, 3. April 1927.

Die Bestimmung der Richtungskoeffizienten nach der Methode der Tangentendifferenzen.

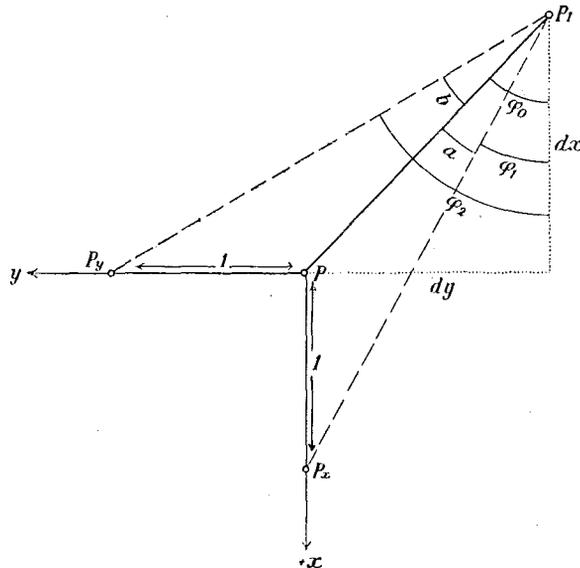
Von Hofrat Ing. Artur MORPURGO, Graz.

Bei der Ausgleichung eines größeren trigonometrischen Netzes entfällt ein namhafter Teil der Arbeit auf die für die strenge Rechnung erforderlichen Vorbereitungen, als: Ableitung der vorläufigen Koordinaten der zu bestimmenden Punkte, Ermittlung der vorläufigen Südwinkel und der Richtungskoeffizienten.

Bei dem Bestreben, die strenge Rechnung so einfach als möglich zu gestalten, um die Näherungsverfahren zugunsten der Methode der kleinsten Quadrate verdrängen zu können, dürfen auch die genannten Vorarbeiten nicht übersehen werden.

Eine einfache Art, die Koordinaten eines Punktes aus dem Schnitte zweier Richtungen zu bestimmen, habe ich bereits in meiner Abhandlung „Die Fluchtmethode“ besprochen.

Wie dort, sollen auch bei der Ableitung der Richtungskoeffizienten die Grundsätze als Richtschnur dienen: Die Rechnung soll mit Ausschluß der Seitenlängen und mit Benützung der Rechenmaschine erfolgen.



In der obenstehenden Figur soll der Punkt P_1 als feststehend, P als veränderlich angenommen werden. Die Unterschiede in den Koordinaten beider Punkte seien dy und dx .

Es sollen der Südwinkel φ_0 und die Richtungskoeffizienten a und b der Seite P_1P berechnet werden.

Wir denken uns den Punkt P um je eine Einheit nach P_x und P_y gerückt. Es bestehen die Beziehungen:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 - a & \text{und} & & \varphi_2 &= \varphi_0 + b \\ \text{ctg } \varphi_0 &= \frac{dx}{dy} & & & \text{tg } \varphi_0 &= \frac{dy}{dx} \\ \text{ctg } \varphi_1 &= \frac{dx+1}{dy} = \text{ctg } \varphi_0 + \frac{1}{dy} & & & \text{tg } \varphi_2 &= \frac{dy+1}{dx} = \text{tg } \varphi_0 + \frac{1}{dx} \end{aligned}$$

Die Größen $\frac{1}{dy}$ und $\frac{1}{dx}$ sind sonach die Änderungen, die die Kotangente und Tangente des Süd winkels erfahren, wenn der Punkt um eine Einheit in der x - bzw. y -Richtung gerückt wird.

Die Änderungen im Südwinkel selbst sind aber die gesuchten Richtungskoeffizienten a und b .

Hiernach erhalten wir:

$$a = \frac{1}{dy d \text{ctg } 1''} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{dx d \text{tg } 1''}$$

wobei $d \text{ctg } 1''$ die der Kotangente, $d \text{tg } 1''$ die der Tangente des Süd winkels entsprechende Änderung für 1 Sekunde ist.

Ist φ_0 größer als 90° , so erhalten wir ohne Berücksichtigung der Vorzeichen für $\frac{dy}{dx}$ den spitzen Hilfswinkel φ , aus welchem φ_0 nach Maßgabe des Quadranten der Seite P_1P in bekannter Weise abgeleitet wird.

Für den spitzen Winkel φ ist $d \text{tg } 1''$ stets positiv, $d \text{ctg } 1''$ immer negativ, weshalb b das Vorzeichen von dx , a das entgegengesetzte Vorzeichen von dy aufweisen muß.

Der Zusammenhang zwischen $d \text{tg } 1''$ und $d \text{ctg } 1''$ für den Winkel φ ist folgender:

$$\begin{aligned} \text{tg } \varphi & & \text{ctg } \varphi \\ \frac{\text{tg } (\varphi + 1'')}{\text{tg } (\varphi + 1'') - \text{tg } \varphi} &= d \text{tg } 1'' & \frac{\text{ctg } (\varphi + 1'')}{\text{ctg } (\varphi + 1'') - \text{ctg } \varphi} &= d \text{ctg } 1'' \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{tg } (\varphi + 1'')} - \frac{1}{\text{tg } \varphi} &= d \text{ctg } 1'' \\ \frac{\text{tg } \varphi - \text{tg } (\varphi + 1'')}{\text{tg } \varphi \text{tg } (\varphi + 1'')} &= d \text{ctg } 1'' \end{aligned}$$

oder näherungsweise

$$\frac{-d \text{tg } 1''}{\text{tg}^2 \varphi} = d \text{ctg } 1''$$

Daher kann gesetzt werden:

$$a = \frac{-\text{tg}^2 \varphi}{dy d \text{tg } 1''}$$

Mithin erhalten wir weiters:

$$\frac{a}{b} = -\text{tg } \varphi.$$

Auf Grund dieser Beziehungen können die Richtungskoeffizienten in einfacher Weise abgeleitet werden.

Die Vorzeichen werden grundsätzlich erst am Schlusse der Rechnung berücksichtigt.

Um nach dem Ausgleich die Verbesserungen der vorläufigen Koordinaten in Metern zu erhalten, soll auch für die Bestimmung der Richtungskoeffizienten das Meter als Einheit angenommen werden.

A. Berechnung der Richtungskoeffizienten mit Benützung einer einfachen Rechenmaschine.

I.

1. Ermittlung von $\frac{1}{dx}$
2. $\frac{1}{dx} \cdot dy = \operatorname{tg} \varphi$
3. Ermittlung von φ
4. Bildung von $\frac{1}{dx} : d \operatorname{tg} 1''$ mit Hilfe des Differenztafelchens für die Tangente von φ
6. Bildung von $\frac{1}{dy}$
5. $\frac{1}{dy} : d \operatorname{ctg} 1''$ mit Hilfe des Differenztafelchens für die Kotangente von φ .
7. Als Probe wird $a = b \operatorname{tg} \varphi$ gerechnet.

Beispiel:

$$\begin{array}{rcl}
 P & y = -18755.73 & x = -112370.96 \\
 P_1 & \underline{y_1 = -20272.83} & \underline{x_1 = -111178.74} \\
 dy = y - y_1 = +1517.10 & & dx = x - x_1 = -1192.22 \\
 \frac{1}{dx} = 0.0008388 & & \frac{1}{dy} = 0.0006592 \\
 \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{dx} \cdot dy = 1.2725000 & & d \operatorname{tg} 10'' = 1269 \\
 \varphi = 51^\circ 50' 16.1'' & & d \operatorname{ctg} 10'' = 784
 \end{array}$$

Tafeldifferenz 784

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{dy} = 6592 \\
 \text{für } 80'' \quad \underline{6272} \\
 \text{Diff. } 320 \\
 \text{für } 4'' \quad \underline{313.6} \\
 \text{Diff. } 6.4 \\
 \text{für } 0.1'' \quad 7.8 \\
 \underline{84.1''}
 \end{array}$$

$$P_1 - P \mp \varphi_0 = 128^\circ 09' 43.9'' \quad a = -84.1, \quad b = -66.1$$

Tafeldifferenz 1269

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{dx} = 8388 \\
 \text{für } 60'' \quad \underline{7614} \\
 \text{Diff. } 774 \\
 \text{für } 6'' \quad \underline{761.4} \\
 \text{Diff. } 12.6 \\
 \text{für } 0.1'' \quad 12.7 \\
 \underline{66.1''}
 \end{array}$$

Beispiel.

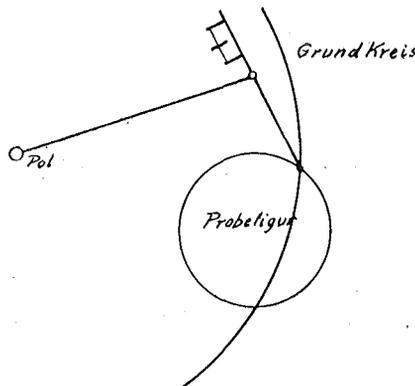
$$\begin{array}{r}
 dy = + 1517 \cdot 10 \\
 dx = - 1192 \cdot 22 \\
 \varphi = 51^{\circ} 50' 16 \cdot 1'' \quad d \operatorname{tg} 10'' = 1269 \quad d \operatorname{ctg} 10'' = 784 \\
 \varphi_0 = 128^{\circ} 09' 43 \cdot 9'', \quad a = - 84 \cdot 1, \quad b = - 66 \cdot 1
 \end{array}$$

1192·22	(0·6178093)	(736·5646)	1517·10	0·6178093	1192·22
	1·2725000	1517·10			
1192·22	(0·0000784)	(0·093470048)	1517·10	0·0000784	0·118940640
	0·0001269	0·151292718			
0·151292718	66·1	10·000448	0·118940640	(66·1)	(7·861976304)
				84·1	10·002907824
66·1	1·2725000	84·11225			

Über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit des Papiers auf die Abwicklung an einer Integrierrolle.

Von K. KETTER, Bonn.

In der Theorie der Umfahrungsplanimeter, bei denen die Integrierrolle auf der Zeichenfläche selbst läuft, wird diese Zeichenfläche stets als Ebene betrachtet. Man macht dann bei der Besprechung der Fehlertheorie der Umfahrungsplanimeter gewöhnlich die Einschränkung, daß die Genauigkeit einer Flächeninhaltsermittlung von der Oberflächenbeschaffenheit des Zeichenblattes abhängig sei. Dabei denkt man wohl in erster Linie an alte, stark abgenutzte Pläne. In solchen Fällen steht allerdings das Scheibenplanimeter zur Verfügung. Im folgenden soll deshalb von groben Unstetigkeiten der Oberfläche abgesehen werden. Zweck der Untersuchung ist festzustellen, ob der Einfluß der Rauigkeit bei verschiedenen Sorten guten Zeichenpapiers so groß ist, daß ein meßbarer Fehler der Abwicklung entstehen kann.



Figur 1.

Ein Fehler der Abwicklung kann dadurch entstehen, daß die Integrierrolle über die Unterlage gleitet anstatt zu rollen. Theoretisch darf sie nur bei einer Bewegung des Fahrstiftes längs des Grundkreises gleiten. Praktisch wird sich