

Paper-ID: VGI_192614



Prüfung der Teilung eines Wildschen Universaltheodolits

Franz Ackerl ¹

¹ *Assistent an der Hochschule für Bodenkultur, Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **24** (6), S. 85–96

1926

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Ackerl_VGI_192614,  
  Title = {Pr{\u}fung der Teilung eines Wildschen Universaltheodolits},  
  Author = {Ackerl, Franz},  
  Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {85--96},  
  Number = {6},  
  Year = {1926},  
  Volume = {24}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

ORGAN

des
ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion:

Hofrat Prof. Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Doležal und Vermessungsrat Ing. K. Lego.

Nr. 6.

Wien, im Dezember 1926.

XXIV. Jahrgang.

Prüfung der Teilung eines Wildschen Universaltheodolits.

Von Dr. Franz Ackerl

Assistent an der Hochschule für Bodenkultur, Wien.

Im Laufe der letzten Zeit brachten mehrere geodätische Zeitschriften Untersuchungen über die Kreisteilungen von Instrumenten namhafter feinmechanischer Anstalten.

Es mag daher nicht uninteressant sein, das Ergebnis einer Untersuchung mitzuteilen, welche eines der neuesten Instrumente, den Wildschen Universaltheodolit betrifft.

Die vorliegende Arbeit umfaßt die Überprüfung der Horizontalkreisteilung des Wildschen Theodolits Nr. 380, der sich im Besitze der Lehrkanzle für Geodäsie an der Hochschule für Bodenkultur befindet und gibt am Schluß die Resultate einiger Richtungs- und Winkelmessungen an, welche im Sommer dieses Jahres auf Triangulierungspunkten III. und IV. Ordnung ausgeführt wurden.

Der Gang der Untersuchung schließt sich dem von Professor Heuvelink (Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1925, 45. Jahrgang, Heft 2, S. 70—84) veröffentlichten Verfahren an.

Der Einfachheit wegen werden die dort gewählten Zeichen beibehalten; eine nähere Erläuterung des Beobachtungsprogrammes und der Bezeichnungen soll auszugsweise in den Abschnitten *a)* und *b)* in Anlehnung und bei teilweiser Zitierung der Originalarbeit wiedergegeben werden.

Die meiner Arbeit zu Grunde liegenden Messungen erfolgten von der Mauerbank eines Turmes aus gegen zwei Kirchturmspitzen in ungefähr 5 km Entfernung; Wetter war kalt, Himmel bedeckt, die Sichten klar.

a) Beobachtungsprogramm.

Ein Winkel α von rund 45° wird gemessen in n -Lagen des Kreises, die um den n -ten Teil von 180° auseinander liegen, und zwar im Hin- und Rückgang (Satzmessung) mehrmals, um die Teilungs- und Beobachtungsfehler trennen zu können.

Die Kreislagen werden mit Umkehrung ihrer Reihenfolge wiederholt, um das Mittel aus Hin- und Rückgang von der zu befürchtenden regelmäßigen Änderung des Winkels frei zu erhalten.

Damit die Mittelwerte aller Messungen in der gleichen Kreislage als völlig unabhängige Größen in die Ausgleichung eingehen, werden die Kreisstellungen so gewählt, daß ein- und derselbe Teilstrich niemals in zwei Kreislagen benützt wird.

Die Kreislagen selbst werden nach der ersten Einstellung auf den linken Zielpunkt bezeichnet; also beispielsweise: Einstellung auf Zielpunkt links bei Ablesung $0^{\circ} 0'$ gibt die Kreislage $\varphi = 0^{\circ} 0'$.

Es erweist sich als zweckmäßig, die Gesamtprüfung in vier Teilen (Serien) durchzuführen, wie dies in den Tabellen I und II der Rechnung ausgewiesen ist.

Um den ungestörten Verlauf der Beobachtungen rasch nachprüfen zu können, habe ich nach Beendigung einer Serie je eine Beobachtung aus den drei anderen Serien angeschlossen.

Mit Rücksicht auf die Eigenart der Wildschen Ableseeinrichtung wurden die Teilbilder des Horizontalkreises für jede Richtung zweimal hintereinander zur Koinzidenz gebracht und die zugehörigen Ablesungen gemittelt.

Ergab sich eine Ablesung von näherungsweise $20'$ oder $40'$, so wurde der $20'$ beziehungsweise $40'$ -Strich, bei einer ungefähren Ablesung von $10'$, $30'$, $50'$, jedoch der vom Index rechts liegende Teilstrich zur Koinzidenzeinstellung verwendet.

b) Bezeichnungen.

Das Mittel aller Beobachtungen einer Kreislage wird mit p bezeichnet. Jeder Wert von p entsteht aus vier Messungen des Winkels $\alpha \doteq 45^{\circ}$, wobei die Teilungsfehler gleich bleiben.

Der Fehler der einmaligen Beobachtung einer Richtung setzt sich zusammen aus einem mittleren Beobachtungsfehler μ und einem mittleren Teilungsfehler τ bzw. τ' , τ'' , τ''' , wobei τ den mittleren totalen und τ' , τ'' , τ''' die mittleren zufälligen Teilungsfehler darstellen.

Die Werte τ' , τ'' , τ''' treten auf, je nachdem ob die Fouriersche Reihe

$$a \sin (2 \varphi + A) + b \sin (4 \varphi + B) + c \sin (6 \varphi + C) \dots r$$

mit einem, zwei oder drei Gliedern in Rechnung gezogen wird; hingegen ergibt sich τ , wenn der durch die Reihe gekennzeichnete Anteil unberücksichtigt bleibt.

Es besteht demnach der mittlere Gesamtfehler M der Größe p aus einem Beobachtungsfehler m und einem Teilungsfehler t , gemäß:

$$M^2 = m^2 + t^2.$$

Da nach Heuvelink der m. F. der einmal beobachteten Richtung mit μ bezeichnet wird, so beträgt der m. F. eines einmal gemessenen Winkels:

$$\mu\sqrt{2}$$

und das Quadrat des m. F. eines viermal beobachteten Winkels wird:

$$m^2 = \frac{2\mu^2}{4} = \frac{\mu^2}{2}.$$

Zur Berechnung von v verwendet Heuvelink die Differenzen zwischen Hin- und Rückgang in einer Satzmessung.

Seine Theorie liefert überdies noch folgende, hier kurz angeführte Formeln.

1. Schleppfehler:

$$\gamma = \frac{[v]}{n_a},$$

wobei n_a die Anzahl der Differenzen v bedeutet.

2. Mittlerer Fehler der einmal gemessenen Richtung:

$$\mu^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{[vv]}{n_a} - \gamma^2 \right).$$

3. Fehlerquadratsumme für die Werte p :

$$[xx] = [(p-\alpha)^2],$$

woraus

$$M^2 = \frac{[xx]}{n-s},$$

wenn n Werte p und s Werte α vorliegen.

4. Bei Berücksichtigung des ersten Gliedes der Reihe r) ergibt sich die Fehlerquadratsumme:

$$[x'x'] = [xx] - \frac{2}{n} \left[[(p-\alpha) \sin 2\varphi]^2 + [(p-\alpha) \cos 2\varphi]^2 \right]$$

und

$$M'^2 = \frac{[x'x']}{n-s-2}.$$

Fügt man noch das zweite Glied der Reihe hinzu, so wird:

$$[x''x''] = [x'x'] - \frac{2}{n} \left[[(p-\alpha) \sin 4\varphi]^2 + [(p-\alpha) \cos 4\varphi]^2 \right]$$

und

$$M''^2 = \frac{[x''x'']}{n-s-4}.$$

Bei Hinzunahme des dritten Gliedes erhält man:

$$[x'''x'''] = [x''x''] - \frac{2}{n} \left[[(p-\alpha) \sin 6\varphi]^2 + [(p-\alpha) \cos 6\varphi]^2 \right]$$

und

$$M'''^2 = \frac{[x'''x''']}{n-s-6}$$

Schließlich gilt allgemein, wenn (*) einen oberen Index bedeutet:

$$\tau^{(*)2} = \frac{1}{2} M^{(*)2} - \frac{1}{4} \mu^2,$$

also:

$$\tau^2 = \frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{4} \mu^2,$$

$$\tau'^2 = \frac{1}{2} M'^2 - \frac{1}{4} \mu^2,$$

$$\tau''^2 = \frac{1}{2} M''^2 - \frac{1}{4} \mu^2,$$

und

$$\tau'''^2 = \frac{1}{2} M'''^2 - \frac{1}{4} \mu^2.$$

Bei der Messung des Winkels α wird der Kreis abgelesen an den Stellen φ und $\varphi + \beta$, wobei für die gegebenen Verhältnisse $\beta = 45^\circ 12'$ war.

Aus der Theorie der Ausgleichung periodischer Erscheinungen ergeben sich dann folgende, in der Heuvelinkschen Form angesetzte Formeln zur Berechnung der Phasen und Amplituden der Reihe r).

Phasen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} (\beta + A) &= \frac{-(p-\alpha) \sin 2\varphi}{[(p-\alpha) \cos 2\varphi]}, \\ \operatorname{tg} (2\beta + B) &= \frac{-(p-\alpha) \sin 4\varphi}{[(p-\alpha) \cos 4\varphi]}, \\ \operatorname{tg} (3\beta + C) &= \frac{-(p-\alpha) \sin 6\varphi}{[(p-\alpha) \cos 6\varphi]}; \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

Amplituden:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{-(p-\alpha) \sin 2\varphi}{n \sin \beta \sin (\beta+A)} = \frac{[(p-\alpha) \cos 2\varphi]}{n \sin \beta \cos (\beta+A)}, \\ b &= \frac{-(p-\alpha) \sin 4\varphi}{n \sin 2\beta \sin (2\beta+B)} = \frac{[(p-\alpha) \cos 4\varphi]}{n \sin 2\beta \cos (2\beta+B)}, \\ c &= \frac{-(p-\alpha) \sin 6\varphi}{n \sin 3\beta \sin (3\beta+C)} = \frac{[(p-\alpha) \cos 6\varphi]}{n \sin 3\beta \cos (3\beta+C)}; \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 2)$$

Mittlerer Fehler der Amplituden:

$$\left. \begin{aligned} M_a &= M \frac{1}{\sin \beta} \sqrt{\frac{1}{2n}}, \\ M_b &= M \frac{1}{\sin 2\beta} \sqrt{\frac{1}{2n}}, \\ M_c &= M \frac{1}{\sin 3\beta} \sqrt{\frac{1}{2n}}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3)$$

Die Tabelle I enthält die Beobachtungsergebnisse und die Durchrechnung bis zu den Werten $(p-\alpha)$.

Tabelle II bringt die Einzelheiten für die Berechnung der Fourierschen Reihe.

Tabelle I. Beobachtungen.

$\alpha = 45^{\circ} 12' + \rho,$

$\beta = 45^{\circ} 12'$

| Nr. des Satzes | Kreis- lage | | Satz | | Satz- mittel | v_1 | Satz | | Satz- mittel | v_2 | $\frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)$ ρ | $\rho - \alpha$ | |
|----------------|----------------|----------|------------|-------|-----------------|----------------|-------|---|-----------------|--------|--|-----------------|--------|
| | ρ_1 | ρ_2 | $^{\circ}$ | $'$ | Hin | | Rück | ρ_1 | Hin | | | | Rück |
| 1 | 18 | 0 | 0 | 29-95 | 30-15 | 30-050 | -0-20 | " | " | " | " | " | " |
| 2 | 17 | 20 | 40 | 29-65 | 29-15 | 29-400 | +0-50 | 29-90 | 30-70 | 30-300 | -0-80 | 30-175 | -0-014 |
| 3 | 16 | 40 | 20 | 28-90 | 29-55 | 29-225 | -0-65 | 29-95 | 29-85 | 29-900 | +0-10 | 29-650 | -0-539 |
| 4 | 15 | 60 | 0 | 30-70 | 30-65 | 30-675 | +0-05 | 30-75 | 30-10 | 30-425 | +0-65 | 29-825 | -0-364 |
| 5 | 14 | 80 | 40 | 29-85 | 30-70 | 30-275 | -0-85 | 30-90 | 30-80 | 30-850 | +0-10 | 30-763 | +0-574 |
| 6 | 13 | 100 | 20 | 30-35 | 30-00 | 30-175 | +0-35 | 30-45 | 31-30 | 30-875 | -0-85 | 30-575 | +0-386 |
| 7 | 12 | 120 | 0 | 30-15 | 30-65 | 30-400 | -0-50 | 31-05 | 31-40 | 31-225 | -0-35 | 30-700 | +0-511 |
| 8 | 11 | 140 | 40 | 29-90 | 29-95 | 29-925 | -0-05 | 30-20 | 29-10 | 29-650 | +1-10 | 30-025 | -0-164 |
| 9 | 10 | 160 | 20 | 30-05 | 29-80 | 29-925 | +0-25 | 30-05 | 29-45 | 29-750 | +0-60 | 29-837 | -0-352 |
| | | | | | | | | 30-20 | 30-55 | 30-375 | -0-35 | 30-150 | -0-039 |
| | | | | | | [v] = -1-10 | | [v] = +0-20 271-700 | | | | | |
| | | | | | | [v v] = 1-8750 | | [v v] = 3-6200 30-189 = α | | | | | |
| | | | | | | | | [($\rho - \alpha$) ²] = 1-315 127 | | | | | |
| 19 | 36 | 5 | 10 | 29-95 | 29-60 | 29-775 | +0-35 | 30-45 | 30-45 | 30-450 | 0-00 | 30-113 | -0-151 |
| 20 | 35 | 25 | 50 | 29-95 | 29-35 | 29-650 | +0-60 | 30-25 | 29-80 | 30-025 | +0-45 | 29-838 | -0-426 |
| 21 | 34 | 45 | 30 | 29-20 | 30-75 | 29-975 | -1-55 | 30-45 | 30-70 | 30-575 | -0-25 | 30-275 | +0-011 |
| 22 | 33 | 65 | 10 | 30-30 | 30-40 | 30-350 | -0-10 | 30-90 | 30-85 | 30-875 | +0-05 | 30-612 | +0-348 |
| 23 | 32 | 85 | 50 | 31-75 | 29-80 | 30-775 | +1-95 | 30-45 | 31-00 | 30-725 | -0-55 | 30-750 | +0-486 |
| 24 | 31 | 105 | 30 | 29-90 | 30-00 | 29-950 | -0-10 | 30-95 | 30-95 | 30-950 | 0-00 | 30-450 | +0-186 |
| 25 | 30 | 125 | 10 | 30-05 | 30-20 | 30-125 | -0-15 | 30-45 | 29-50 | 29-975 | +0-95 | 30-050 | -0-214 |
| 26 | 29 | 145 | 50 | 29-95 | 29-60 | 29-775 | +0-35 | 30-25 | 30-20 | 30-225 | +0-05 | 30-000 | -0-264 |
| 27 | 28 | 165 | 30 | 30-50 | 30-40 | 30-450 | +0-10 | 29-90 | 30-35 | 30-125 | -0-45 | 30-287 | +0-023 |
| | | | | | | [v] = +1-45 | | [v] = +0-25 272-375 | | | | | |
| | | | | | | [v v] = 6-8625 | | [v v] = 1-6775 30-264 = α | | | | | |
| | | | | | | | | [($\rho - \alpha$) ²] = 0-712 315 | | | | | |
| 37 | 54 | 10 | 20 | 29-35 | 30-10 | 29-725 | -0-75 | 29-90 | 29-75 | 29-825 | +0-15 | 29-775 | -0-333 |
| 38 | 53 | 30 | 0 | 29-90 | 30-30 | 30-100 | -0-40 | 29-10 | 29-20 | 29-150 | -0-10 | 29-625 | -0-483 |
| 39 | 52 | 50 | 40 | 30-40 | 30-35 | 30-375 | +0-05 | 30-80 | 30-20 | 30-500 | +0-60 | 30-438 | +0-330 |
| 40 | 51 | 70 | 20 | 30-35 | 30-05 | 30-200 | +0-30 | 30-75 | 31-15 | 30-950 | +0-60 | 30-575 | +0-467 |
| 41 | 50 | 90 | 0 | 29-95 | 31-40 | 30-675 | -1-45 | 30-30 | 30-45 | 30-375 | -0-15 | 30-525 | +0-417 |
| 42 | 49 | 110 | 40 | 30-00 | 30-10 | 30-050 | -0-10 | 29-95 | 30-30 | 30-125 | -0-35 | 30-088 | -0-020 |
| 43 | 48 | 130 | 20 | 30-05 | 29-35 | 29-700 | +0-70 | 30-00 | 29-90 | 29-950 | +0-10 | 29-825 | -0-283 |
| 44 | 47 | 150 | 0 | 30-25 | 29-70 | 29-975 | +0-55 | 29-95 | 30-00 | 29-975 | -0-05 | 29-975 | -0-133 |
| 45 | 46 | 170 | 40 | 29-90 | 29-90 | 29-900 | 0-00 | 30-25 | 30-55 | 30-400 | -0-30 | 30-150 | +0-042 |
| | | | | | | [v] = -1-10 | | [v] = +0-50 270-976 | | | | | |
| | | | | | | [v v] = 3-7200 | | [v v] = 1-0000 30-108 = α | | | | | |
| | | | | | | | | [($\rho - \alpha$) ²] = 0-944 998 | | | | | |
| 55 | 72 | 15 | 30 | 30-05 | 29-85 | 29-950 | +0-20 | 30-10 | 30-00 | 30-050 | +0-10 | 30-000 | -0-213 |
| 56 | 71 | 35 | 10 | 29-85 | 29-40 | 29-625 | +0-45 | 30-65 | 29-90 | 30-275 | +0-75 | 29-950 | -0-263 |
| 57 | 70 | 55 | 50 | 30-40 | 30-95 | 30-675 | -0-55 | 29-85 | 30-60 | 30-225 | -0-75 | 30-450 | +0-237 |
| 58 | 69 | 75 | 30 | 30-50 | 30-30 | 30-400 | +0-20 | 30-70 | 30-60 | 30-650 | +0-10 | 30-525 | +0-312 |
| 59 | 68 | 95 | 10 | 30-15 | 29-80 | 29-975 | +0-35 | 30-45 | 31-30 | 30-875 | -0-85 | 30-425 | +0-212 |
| 60 | 67 | 115 | 50 | 30-75 | 30-10 | 30-425 | +0-65 | 30-95 | 29-50 | 30-225 | +1-45 | 30-325 | +0-112 |
| 61 | 66 | 135 | 30 | 29-70 | 30-35 | 30-025 | -0-65 | 30-10 | 30-10 | 30-100 | 0-00 | 30-063 | -0-150 |
| 62 | 65 | 155 | 10 | 30-05 | 30-25 | 30-150 | -0-20 | 29-50 | 30-20 | 29-850 | -0-70 | 30-000 | -0-213 |
| 63 | 64 | 175 | 50 | 30-05 | 30-10 | 30-075 | -0-05 | 30-45 | 30-10 | 30-275 | +0-35 | 30-175 | -0-038 |
| | | | | | | [v] = +0-40 | | [v] = +0-45 271-913 | | | | | |
| | | | | | | [v v] = 1-5950 | | [v v] = 4-5825 30-213 = α | | | | | |
| | | | | | | | | [($\rho - \alpha$) ²] = 0-394 852 | | | | | |

Tabelle II.

| 2 φ ° | $(p - \alpha)$. | | 4 φ ° | $(p - \alpha)$. | | 6 φ ° | $(p - \alpha)$. | |
|------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| | . sin 2 φ | . cos 2 φ | | . sin 4 φ | . cos 4 φ | | . sin 6 φ | . cos 6 φ |
| 0 0 | 0.000 | -0.014 | 0 0 | 0.000 | -0.014 | 0 0 | 0.000 | -0.014 |
| 41 20 | -0.356 | -0.405 | 82 40 | -0.535 | -0.069 | 124 0 | -0.447 | +0.301 |
| 80 40 | -0.359 | -0.059 | 161 20 | -0.116 | +0.345 | 242 0 | +0.321 | +0.171 |
| 120 0 | +0.497 | -0.287 | 240 0 | -0.497 | -0.287 | 0 0 | 0.000 | +0.574 |
| 161 20 | +0.124 | -0.366 | 322 40 | -0.234 | +0.307 | 124 0 | +0.320 | -0.216 |
| 200 40 | -0.180 | -0.478 | 41 20 | +0.337 | +0.384 | 242 0 | -0.451 | -0.240 |
| 240 0 | +0.142 | +0.082 | 120 0 | -0.142 | +0.082 | 0 0 | 0.000 | -0.164 |
| 281 20 | +0.344 | -0.069 | 202 40 | +0.135 | +0.324 | 124 0 | -0.291 | +0.196 |
| 320 40 | +0.025 | -0.030 | 281 20 | +0.038 | -0.008 | 242 0 | +0.034 | +0.018 |
| | +0.237 | -1.626 | | -1.014 | +1.064 | | -0.514 | +0.626 |
| 10 20 | -0.027 | -0.149 | 20 40 | -0.053 | -0.141 | 31 0 | -0.078 | -0.129 |
| 51 40 | -0.334 | -0.264 | 103 20 | -0.414 | +0.098 | 155 0 | -0.180 | +0.386 |
| 91 0 | +0.011 | 0.000 | 182 0 | 0.000 | -0.011 | 273 0 | -0.011 | 0.000 |
| 130 20 | +0.266 | -0.226 | 260 40 | -0.344 | -0.057 | 31 0 | +0.180 | +0.299 |
| 171 40 | +0.070 | -0.481 | 343 20 | -0.139 | +0.466 | 155 0 | +0.206 | -0.440 |
| 211 0 | -0.096 | -0.159 | 62 0 | +0.164 | +0.087 | 273 0 | -0.186 | +0.010 |
| 250 20 | +0.202 | +0.072 | 140 40 | -0.136 | +0.165 | 31 0 | -0.110 | -0.183 |
| 291 40 | +0.245 | -0.097 | 223 20 | +0.181 | +0.192 | 155 0 | -0.112 | +0.239 |
| 331 0 | -0.012 | +0.021 | 302 0 | -0.020 | +0.013 | 273 0 | -0.024 | +0.001 |
| | +0.325 | -1.283 | | -0.761 | +0.812 | | -0.315 | +0.183 |
| 20 40 | -0.118 | -0.312 | 41 20 | -0.220 | -0.250 | 62 0 | -0.294 | -0.156 |
| 60 0 | -0.418 | -0.242 | 120 0 | -0.418 | +0.242 | 180 0 | 0.000 | +0.483 |
| 101 20 | +0.324 | -0.065 | 202 40 | -0.127 | -0.305 | 304 0 | -0.274 | +0.184 |
| 140 40 | +0.296 | -0.361 | 281 20 | -0.458 | +0.092 | 62 0 | +0.412 | +0.219 |
| 180 0 | 0.000 | -0.417 | 0 0 | 0.000 | +0.417 | 180 0 | 0.000 | -0.417 |
| 221 20 | +0.013 | +0.015 | 82 40 | -0.019 | -0.003 | 304 0 | +0.017 | -0.011 |
| 260 40 | +0.279 | +0.046 | 161 20 | -0.091 | +0.268 | 62 0 | -0.250 | -0.133 |
| 300 0 | +0.115 | -0.067 | 240 0 | +0.115 | +0.067 | 180 0 | 0.000 | +0.133 |
| 341 20 | -0.013 | +0.040 | 322 40 | -0.025 | +0.033 | 304 0 | -0.035 | +0.023 |
| | +0.478 | -1.363 | | -1.243 | +0.561 | | -0.424 | +0.325 |
| 31 0 | -0.110 | -0.183 | 62 0 | -0.188 | -0.100 | 93 0 | -0.213 | +0.011 |
| 70 20 | -0.248 | -0.089 | 140 40 | -0.167 | +0.203 | 211 0 | +0.135 | +0.225 |
| 111 40 | +0.220 | -0.087 | 223 20 | -0.163 | -0.172 | 335 0 | -0.100 | +0.215 |
| 151 0 | +0.151 | -0.273 | 302 0 | -0.265 | +0.165 | 93 0 | +0.312 | -0.016 |
| 190 20 | -0.038 | -0.209 | 20 40 | +0.075 | +0.198 | 211 0 | -0.109 | -0.182 |
| 231 40 | -0.088 | -0.069 | 103 20 | +0.109 | -0.026 | 335 0 | -0.047 | +0.101 |
| 271 0 | +0.150 | -0.003 | 182 0 | +0.005 | +0.150 | 93 0 | -0.150 | +0.008 |
| 310 20 | +0.162 | -0.138 | 260 40 | +0.210 | +0.035 | 211 0 | +0.110 | +0.183 |
| 351 40 | +0.006 | -0.038 | 343 20 | +0.011 | -0.036 | 335 0 | +0.016 | -0.034 |
| | +0.205 | -1.089 | | -0.373 | +0.417 | | -0.046 | +0.511 |

Aus den Tabellen I und II erhält man zunächst:

$$\begin{aligned} [(p - \alpha)^2] &= 3 \cdot 367 \, 292, \\ [(p - \alpha) \sin 2\varphi] &= +1 \cdot 245, & [(p - \alpha) \cos 2\varphi] &= -5 \cdot 361; \\ [(p - \alpha) \sin 4\varphi] &= -3 \cdot 391, & [(p - \alpha) \cos 4\varphi] &= +2 \cdot 854; \\ [(p - \alpha) \sin 6\varphi] &= -1 \cdot 299, & [(p - \alpha) \cos 6\varphi] &= +1 \cdot 645; \\ [v] &= +1 \cdot 05'', & [v\sigma] &= 24 \cdot 93 \, 25, \end{aligned}$$

und weiters:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{[v]}{72} \doteq +0 \cdot 015'', & \gamma^2 &= 0 \cdot 000 \, 225; \\ \mu^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{[v\sigma]}{72} - \gamma^2 \right) = 0 \cdot 08 \, 65 \, 15, & \mu &= \pm 0 \cdot 294'', \\ m^2 &= \frac{1}{2} \mu^2 = 0 \cdot 04 \, 32 \, 58, & m &= \pm 0 \cdot 207''. \end{aligned}$$

Ferner berechnet man nach den Formeln 1), 2) und 3)

$$\begin{aligned} \beta + A &= 193^\circ 04', & a &= 0 \cdot 216'' \pm 0 \cdot 055'', \\ 2\beta + B &= 49^\circ 55', & b &= 0 \cdot 123'' \pm 0 \cdot 039'', \\ 3\beta + C &= 38^\circ 18', & c &= 0 \cdot 082'' \pm 0 \cdot 055'', \\ \beta &= 45^\circ 12'. \end{aligned}$$

Demnach stellen sich die periodischen Durchmesserfehler in der Form dar:

$$0 \cdot 216'' \sin(2\varphi + 147^\circ 52') + 0 \cdot 123'' \sin(4\varphi + 319^\circ 31') + 0 \cdot 082'' \sin(6\varphi + 262^\circ 42').$$

Auf Grund der angegebenen Werte findet man ohne Schwierigkeit:

$$\begin{aligned} [xx] &= [(p - \alpha)^2] = 3 \cdot 367 \, 292, \\ [x'x'] &= [xx] - \frac{1}{18} \{ [(p - \alpha) \sin 2\varphi]^2 + [(p - \alpha) \cos 2\varphi]^2 \} = 2 \cdot 684 \, 495, \\ [x''x''] &= [x'x'] - \frac{1}{18} \{ [(p - \alpha) \sin 4\varphi]^2 + [(p - \alpha) \cos 4\varphi]^2 \} = 1 \cdot 593 \, 151, \\ [x'''x'''] &= [x''x''] - \frac{1}{18} \{ [(p - \alpha) \sin 6\varphi]^2 + [(p - \alpha) \cos 6\varphi]^2 \} = 1 \cdot 349 \, 072; \\ \frac{1}{2} M^2 &= \frac{[xx]}{2(36 - 4)} = 0 \cdot 05 \, 26 \, 14, \\ \frac{1}{2} M'^2 &= \frac{[x'x']}{2(36 - 6)} = 0 \cdot 04 \, 47 \, 42, \\ \frac{1}{2} M''^2 &= \frac{[x''x'']}{2(36 - 8)} = 0 \cdot 02 \, 84 \, 49, \\ \frac{1}{2} M'''^2 &= \frac{[x'''x''']}{2(36 - 10)} = 0 \cdot 02 \, 59 \, 44. \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich schließlich die gesuchten mittleren Durchmesser-
teilungsfelder mit den folgenden Beträgen:

$$\begin{aligned} \tau^2 &= \frac{1}{2}M^2 - \frac{1}{4}\mu^2 = 0.03\ 09\ 85, & \tau &= +0.176''; \\ \tau'^2 &= \frac{1}{2}M'^2 - \frac{1}{4}\mu^2 = 0.02\ 31\ 13, & \tau' &= \pm 0.152''; \\ \tau''^2 &= \frac{1}{2}M''^2 - \frac{1}{4}\mu^2 = 0.00\ 68\ 20, & \tau'' &= \pm 0.083''; \\ \tau'''^2 &= \frac{1}{2}M'''^2 - \frac{1}{4}\mu^2 = 0.00\ 43\ 15, & \tau''' &= \pm 0.065''. \end{aligned}$$

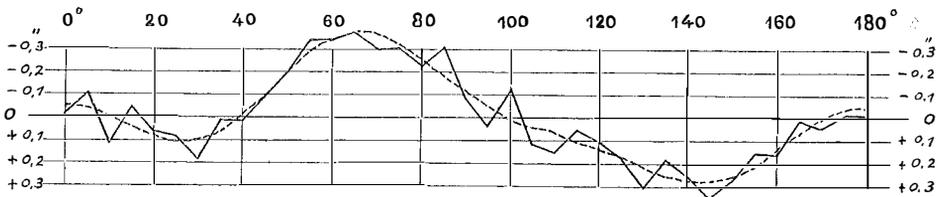
Rechnet man aus den vorliegenden Messungen die einzelnen Durchmesserfehler nach der Methode von Wild (Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen 1925), wobei man mit Rücksicht auf die sehr kleinen Fehler unbedenklich den Umstand vernachlässigen darf, daß bei der Zusammenstellung der Serien Abweichungen bis zu 1° vorkommen, so erhält man die in der Figur ausgezogene Linie, während die gestrichelte Linie die Fehlerfunktion nach vorstehender Berechnung darstellt.

Rechnung nach Methode von Wild.

| φ | (t) | τ | $v \doteq \tau'''$ | $\frac{v^2}{(10^{-5})}$ | φ | (t) | τ | $v \doteq \tau'''$ | $\frac{v^2}{(10^{-5})}$ |
|-----------|--------|--------|--------------------|-------------------------|-----------|--------|--------|--------------------|-------------------------|
| 0 | " | " | " | | 0 | " | " | " | |
| 0 | -0.012 | -0.046 | +0.034 | 116 | 90 | -0.080 | -0.112 | +0.032 | 102 |
| 5 | - 105 | - 36 | - 69 | 476 | 95 | + 39 | - 44 | + 83 | 690 |
| 10 | + 115 | - 2 | + 113 | 1275 | 100 | - 122 | + 8 | - 130 | 1690 |
| 15 | - 48 | + 44 | - 92 | 848 | 105 | + 120 | + 48 | + 72 | 518 |
| 20 | + 66 | + 86 | - 20 | 40 | 110 | + 152 | + 70 | + 82 | 671 |
| 25 | + 86 | + 107 | - 21 | 44 | 115 | + 55 | + 113 | - 58 | 336 |
| 30 | + 186 | + 100 | + 86 | 740 | 120 | + 104 | + 142 | - 38 | 144 |
| 35 | + 9 | + 62 | - 53 | 281 | 125 | + 172 | + 180 | - 8 | 6 |
| 40 | + 16 | - 10 | + 26 | 68 | 130 | + 303 | + 220 | + 83 | 688 |
| 45 | - 96 | - 104 | + 8 | 6 | 135 | + 186 | + 256 | - 70 | 490 |
| 50 | - 196 | - 203 | + 7 | 5 | 140 | + 261 | + 277 | - 16 | 26 |
| 55 | - 341 | - 290 | - 51 | 260 | 145 | + 347 | + 276 | + 71 | 504 |
| 60 | - 345 | - 339 | - 6 | 4 | 150 | + 273 | + 255 | + 18 | 32 |
| 65 | - 372 | - 369 | - 3 | 1 | 155 | + 152 | + 209 | - 57 | 324 |
| 70 | - 298 | - 360 | + 62 | 384 | 160 | + 158 | + 144 | + 14 | 20 |
| 75 | - 305 | - 316 | + 11 | 12 | 165 | + 13 | + 72 | - 59 | 347 |
| 80 | - 222 | - 249 | + 27 | 73 | 170 | + 41 | + 9 | + 32 | 102 |
| 85 | -0.303 | -0.173 | -0.130 | 1690 | 175 | -0.016 | -0.033 | +0.017 | 29 |

$$[v^2] = 0.130\ 42, \quad m = \pm \sqrt{\frac{0.1304}{36}} = \pm 0.060'' \sim \tau'''$$

Graphische Darstellung des Verlaufes der Teilungsfehler.



$$\tau''' \sim 0.060$$

Voll ausgezogen . . . (t) Gestrichelt . . . τ'''

Man sieht, daß die ausgezogene Linie, die auf ganz andere Weise berechnet worden ist, die effektiven Durchmesserfehler offenbar mit großer Annäherung wiedergibt, sodaß die Abweichung der beiden Linien den sogenannten zufälligen Durchmessererteilungsfehler darstellt. Derselbe ergibt sich zu $\pm 0.060''$ und ist in guter Übereinstimmung mit τ'' , das zu $\pm 0.065''$ berechnet worden ist.

Die Teilung ist demnach als eine hervorragend gute zu bezeichnen; daß sie kein Zufallsstück ist, geht aus der Zusammenstellung hervor, welche Wild am Ende seiner vorhin zitierten Arbeit gibt.

Man findet dort bei einem Kreis einen mittleren Durchmesserfehler von $\pm 0.13''$.

Genauigkeit der Richtungs- und Winkelmessung.

Auf zwei Punkten IV. Ordnung der Triangulierung der Lehrkanzel für Geodäsie in Fischamend waren mit einem Schraubenmikroskoptheodolit von Starke & Kammerer in Wien, die Richtungen nach je 4 Punkten in 4 Sätzen beobachtet worden. Zum Zwecke des Vergleiches wurden auf diesen Punkten mit dem Wildschen Instrument die gleichen Sichten in ebenfalls 4 Sätzen gemessen.

Die Ergebnisse lauten:

Punkt A.

| Zielpunkt | Entf. km | Starke | | | Wild | | | Wild — Starke |
|-------------------------------------|-------------|----------------------------|----|-------|----------------------------|----|-------|---------------------|
| | | 0 | ' | '' | 0 | ' | '' | '' |
| 1. Pfarrturm Fischamend | 1.2 | 18 | 18 | 07.67 | 18 | 18 | 08.45 | +0.78 |
| 2. Wasserturm " | 1.9 | 55 | 13 | 35.67 | 55 | 13 | 35.26 | -0.41 |
| 3. Pyramide B | 1.2 | 87 | 54 | 24.02 | 87 | 54 | 22.30 | -1.72 |
| 4. Kirchturm Schönau | 3.0 | 328 | 51 | 38.53 | 328 | 51 | 39.24 | +0.71 |
| Satzschlüsse: | | " | " | " | " | " | " | " |
| M. F. einer Richtung in einem Satz: | | -1.35, -1.02, +2.10, -0.75 | | -0.75 | +2.05, -1.20, -0.85, +1.20 | | | |
| | | $m_r = \pm 0.86''$ | | | $m_r = \pm 1.06''$ | | | |

Punkt F.

| Zielpunkt | Entf. km | Starke | | | Wild | | | Wild — Starke |
|--------------------------|-------------|----------------------------|----|-------|----------------------------|----|-------|---------------------|
| | | 0 | ' | '' | 0 | ' | '' | '' |
| 1. Dorfkirche Fischamend | 0.4 | 83 | 24 | 15.93 | 83 | 24 | 17.25 | +1.32 |
| 2. Pyramide A | 0.9 | 105 | 30 | 16.25 | 105 | 30 | 15.22 | -1.03 |
| 3. Kirchturm Schönau | 2.2 | 262 | 32 | 24.14 | 262 | 32 | 24.30 | +0.16 |
| 4. Pyramide E | 0.5 | 292 | 39 | 07.92 | 292 | 39 | 07.53 | -0.39 |
| | | " | " | " | " | " | " | " |
| | | -0.05, -2.63, -0.84, -1.25 | | -1.25 | -0.85, -0.85, +2.40, +0.55 | | | |
| | | $m_r = \pm 1.04''$ | | | $m_r = \pm 0.95''$ | | | |

Außerdem wurden in beiden Punkten die von den obigen Richtungen eingeschlossenen Winkel je viermal an den Kreisstellen 0° , 45° , 90° , 135° beobachtet. In der folgenden Zusammenstellung werden die Ergebnisse der direkten Winkelmessung verglichen mit jenen Winkeln, welche sich aus den Satzbeobachtungen mit dem Starkeschen Instrument ergeben.

Es stellen dar: m den m. F. einer Winkelmessung, M den m. F. des Mittels der vier Beobachtungen und w den Widerspruch im Horizontschluß.

Punkt A.

| Winkel | Starke | | | Wild | m | M | Wild — Starke |
|--------|--------|----|-------|-------------|------------|------------|---------------------|
| | o | ' | " | | | | |
| 1—2 | 36 | 55 | 28:00 | 27:64 | ± 0.94 | ± 0.47 | -0.36 |
| 2—3 | 32 | 40 | 48:35 | 48:68 | ± 0.45 | ± 0.23 | $+0.33$ |
| 3—4 | 240 | 57 | 14:51 | 16:05 | ± 1.62 | ± 0.81 | $+1.54$ |
| 4—1 | 49 | 26 | 29:14 | 28:26 | ± 0.83 | ± 0.42 | -0.88 |
| | 360 | 00 | 00:00 | $+0.63 = w$ | | | |

Punkt F.

| Winkel | Starke | | | Wild | m | M | Wild — Starke |
|--------|--------|----|-------|----------------------|------------|------------|---------------------|
| | o | ' | " | | | | |
| 1—2 | 22 | 05 | 60:32 | 58:77 | ± 1.92 | ± 0.96 | -1.55 |
| 2—3 | 157 | 02 | 07:89 | 08:24 | ± 1.03 | ± 0.52 | $+0.35$ |
| 3—4 | 30 | 06 | 43:78 | 42:27 | ± 0.61 | ± 0.31 | -1.51 |
| 4—1 | 150 | 45 | 08:01 | 08:41 | ± 1.24 | ± 0.62 | $+0.40$ |
| | 360 | 00 | 00:00 | $57.69, w = -2.31''$ | | | |

Im Mittel erhält man aus den vorstehenden Angaben den m. F. einer unmittelbaren Winkelmessung mit:

$$\begin{array}{ll} \text{im Punkt A} & m = \pm 0.96'', \\ \text{im Punkt F} & m = \pm 1.20'', \end{array}$$

oder im Mittel $m = \pm 1.08''$.

Rechnet man hingegen den m. F. eines Winkels aus den Satzmessungen, so ergibt sich:

$$\begin{array}{ll} \text{für Punkt A} & m = \pm 1.49'', \\ \text{für Punkt F} & m = \pm 1.34'', \end{array}$$

oder im Mittel $m = \pm 1.42''$.

Der Vergleich der beiden Werte weist darauf hin, daß die reine Winkelmessung, wie diese auch Wild in seiner Gebrauchsanweisung zum Theodolit empfiehlt, der Satzmessung vorzuziehen ist.

Anläßlich der im heurigen Sommer ausgeführten Neutriangulierungsarbeiten des Bundesvermessungsamtes in Obersteiermark, wurden von mir 15 Punkte IV. Ordnung und ein Punkt III. Ordnung beobachtet.

Gemessen wurde mit dem Wildschen Universaltheodolit Nr. 271, der sich im Besitze des österreichischen Bundesvermessungsamtes befindet.

In einem Satz wurden höchstens 9 Richtungen beobachtet; bei Verwendung des Statives erhielt dieses seinen Stand auf drei, fest in den Boden gerammten Pflöcken und die eisernen Schuhe der Stativfüße wurden zum Schutz gegen Erwärmung mit Rasenziegeln umgeben.

Im nachfolgenden sollen die Messungen auf dem Punkte III. Ordnung und auf einem der 15 Punkte IV. Ordnung, nebst einem Auszug aus der Stationsausgleichung wiedergegeben werden.

Im Punkt III. Ordnung „Astronomischer Punkt Liezen“ des astronomischen Netzes Österreichs, stand das Instrument auf dem alten, seinerzeit erbauten Pfeiler; die Sichten waren klar und auch die sonstigen Beobachtungsumstände sehr günstig.

Hingegen mußte der Punkt S_3 (IV. Ordnung), oberhalb Selztal, unter ungünstigeren Verhältnissen beobachtet werden. Das Wetter war dunstig und heiß, da wegen Talnebel die Messungen erst um 10 Uhr begonnen werden konnten.

Astronomischer Punkt Liezen, III. O.

9. September 1926, 16²⁰—17²⁰, Ackerl.

Mäßig bewölkt, Sonne, Wind.

| Zielpunkt | km | Satz | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe | Mittel |
|-------------------|------|--------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|--------------------|
| 1. Angerhöhe | 4·6 | 00 00 | 27 ⁷⁵ | 27 ⁷⁵ | 27 ⁷⁵ | 27 ⁷⁵ | 111 ⁰⁰ | 27 ⁷⁵ 0 |
| 2. Dürrenschöberl | 9·9 | 106 58 | 42·60 | 42·45 | 42·00 | 43·70 | 170·75 | 42·688 |
| 3. Blossen | 8·0 | 167 39 | 40·55 | 40·65 | 39·45 | 37·25 | 157·90 | 39·475 |
| 4. Hohe Trett I | 6·0 | 210 12 | 50·35 | 51·90 | 50·25 | 52·70 | 205·20 | 51·300 |
| 5. Hohe Trett II | 6·0 | 210 49 | 03·10 | 02·60 | 02·20 | 03·40 | 11·30 | 02·825 |
| 6. Kulm | 10·2 | 244 26 | 40·00 | 42·65 | 40·60 | 43·50 | 166·75 | 41·688 |
| 7. Raidling | 6·8 | 305 30 | 11·20 | 11·10 | 12·45 | 12·50 | 47·25 | 11·812 |
| 8. Angerhöhe | 4·6 | 00 00 | 27·15 | 28·90 | 28·60 | 25·65 | 110·30 | 27·575 |
| Satzschluß | | | − 0·60 | + 1·15 | + 0·85 | − 2·10 | | − 0·175 |

Im Wege der bekannten Stationsausgleichung ergeben sich nachstehende Verbesserungen.

$$[v v] = 20·6376$$

$$m_r = \pm 1·07''$$

$$M_r = \pm 0·54''$$

| | | | | |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1. | −0 ²⁸⁴ | +0 ²²³ | −0 ⁴⁰⁶ | +0 ⁴⁶⁶ |
| 2. | −0 ¹⁹⁶ | +0 ⁴⁶¹ | +0 ²⁸² | −0 ⁵⁴⁶ |
| 3. | −1 ³⁵⁹ | −0 ⁹⁵² | −0 ³⁸¹ | +2 ⁶⁹¹ |
| 4. | +0 ⁶⁶⁶ | −0 ³⁷⁷ | +0 ⁶⁴⁴ | −0 ⁹³⁴ |
| 5. | −0 ⁵⁵⁹ | +0 ⁴⁴⁸ | +0 ²¹⁹ | −0 ¹⁰⁹ |
| 6. | +1 ⁴⁰⁴ | −0 ⁷³⁹ | +0 ⁶⁸² | −1 ³⁴⁶ |
| 7. | +0 ³²⁸ | +0 ⁹³⁵ | −1 ⁰⁴² | −0 ²²² |

Punkt S_3 , IV. O.10. September 1926, 10¹⁵—11²⁰, Ackerl.

Dunstig und heiß.

| Zielpunkt | km | Satz | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe | Mittel |
|-------------------|------|--------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1. Gr. Pyrggass | 12:2 | 00 00 | 30 ⁰⁰ :05 | 30 ⁰⁰ :05 | 30 ⁰⁰ :05 | 30 ⁰⁰ :05 | 120 ⁰⁰ :20 | 30 ⁰⁰ :05 |
| 2. Dürrenschöberl | 2:6 | 61 03 | 30:85 | 30:25 | 29:30 | 29:25 | 119:65 | 29:91 |
| 3. S_3 | 1:3 | 209 50 | 26:85 | 27:05 | 27:35 | 28:35 | 109:60 | 27:40 |
| 4. Hohe Trett I | 10:2 | 223 34 | 56:80 | 55:90 | 58:35 | 56:30 | 227:35 | 56:84 |
| 5. Astron. Liezen | 7:3 | 260 43 | 57:20 | 58:70 | 57:15 | 56:70 | 229:75 | 57:44 |
| 6. Raidling | 13:8 | 267 04 | 52:10 | 55:20 | 54:50 | 53:90 | 215:70 | 53:93 |
| 7. Bosruck | 7:5 | 340 58 | 43:85 | 43:25 | 42:50 | 41:60 | 171:20 | 42:80 |
| 8. Gr. Pyrggass | 12:2 | 00 00 | 30:30 | 30:15 | 28:50 | 30:75 | 119:70 | 29:93 |
| Satzschluß | | | + 0:25 | + 0:10 | - 1:55 | + 0:70 | | - 0:12 |

Ergeben sich die nebenstehenden Verbesserungen und

$$[vv] = 15:5383$$

$$m_r = \pm 0:93''$$

$$M_r = \pm 0:47''$$

| | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|
| 1. | - 0:09 | + 0:29 | + 0:12 | - 0:32 |
| 2. | - 1:03 | - 0:05 | + 0:73 | + 0:34 |
| 3. | + 0:46 | + 0:64 | + 0:17 | - 1:27 |
| 4. | - 0:05 | + 1:23 | - 1:39 | + 0:22 |
| 5. | + 0:15 | - 0:97 | + 0:41 | + 0:42 |
| 6. | + 1:74 | - 0:98 | - 0:45 | - 0:29 |
| 7. | - 1:14 | - 0:16 | + 0:42 | + 0:88 |

Im Durchschnitt ergab sich auf den 15 Stationen IV. Ordnung der m. F. der in einem Satz gemessenen Richtung mit:

$$m_r = \pm 1:50'',$$

bei einem Größtwert von

$$m_r = \pm 3:03''.$$

Dieser Richtungsfehler trat bei einem Punkt auf, der knapp neben dem Ennsfluß in einer Moorwiese lag; hier gingen vier Sichten in geringer Höhe über Moor und Torfstiche.

Vergleicht man alle vorliegenden Angaben über den m. F. der in einem Satz gemessenen Richtung:

Fischamend $m_r = \pm 1:06''$ und $m_r = \pm 0:95''$ je mit dem Gewicht 1,
Neutriangulierung $m_r = \pm 1:50''$ mit dem Gewicht 15,

so wird im Mittel:

$$\underline{\underline{m_r = \pm 1:44''}}$$

Aus allen den mit zwei verschiedenen Instrumenten durchgeführten Triangulierungsbeobachtungen kann man mit Sicherheit schließen, daß der neue Wildsche Universaltheodolit zur Beobachtung von Triangulierungen III. und IV. Ordnung vorzüglich geeignet ist.