Paper-ID: VGI_192605

Über die Ungleichheit der beiden Lattenteilabschnitte in der Tachymetrie

Friedrich Bastl [1]

[1] *Assistent an der Technischen Hochschule in Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **24** (2), S. 22–26

1926


```
@ARTICLE{Bastl_VGI_192605,
Title = {{\"U}ber die Ungleichheit der beiden Lattenteilabschnitte in der
   Tachymetrie},
Author = {Bastl, Friedrich},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {22--26},
Number = {2},
Year = {1926},
Volume = {24}
}
```

Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften:

Über photographische Azimutbestimmung. 115. Bd. 1906.

Die Fehlerkurven der photographischen Punktbestimmung. 115. Bd. 1906.

Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen. 116. Bd. 1907.

Zur photographischen Ortsbestimmung. 118. Bd. 1909.

Ein Zweihöhenproblem in der Photogrammetrie. 118. Bd. 1909.

Die günstigste Lage der durch geometrische Örter bestimmten Punkte eines Dreieckes bei der Triangulierung. 119. Bd. 1910.

Die geodätische Orientierung zweier Punktfelder. 119. Bd. 1911.

Über eine ebene Abbildung der Kugel. II a. 1912.

Über ein Zweihöhenproblem. II a. 1913.

Über ein astronomisches Diagramm. II a. 1914.

Über das Zweihöhenproblem. II a. 1912.

Über ein Vierhöhenproblem. II a. 1916.

Über die gegenseitige Orientierung zweier Figuren. II a. 1916.

Internationales Archiv für Photogrammetrie:

Die Orientierung photographischer Aufnahmen von demselben Standpunkt. 1908.

Zur Orientierung photographischer Aufnahmen. 1916.

Zum räumlichen Rückwärtseinschneiden. 1916.

Über die Orientierung aerophotogrammetrischer Aufnahmen. 1917.

Über ein Problem der Aerophotogrammetrie. 1919.

Zur Konstantenbestimmung der inneren Orientierung. 1923.

Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen:

Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen. 1908.

Zum Rückwärtseinschneiden. 1908.

Über die günstigste Anordnung der Winkelmessungen in einem Dreieck. 1908.

Über die Fehlerbestimmung tachymetrischer Aufnahmen. 1909.

Das Rückwärtseinschneiden auf der Sphäre. 1910.

Über eine Erweiterung des Rückwärtseinschneidens. 1911.

Über die Bestimmung der Lage unzugänglicher Punkte. 1916.

Über die Ortsbestimmung aerophotogrammetrischer Aufnahmen durch räumliches Seitwärtsabschneiden. 1917.

Über eine Erweiterung der Punktbestimmung durch Gegenschnitt. 1919.

Kartographische Zeitschrift:

Über die Ortsbestimmung aus Luftfahrzeugen. 1921.

Über die Änderung der Polhöhen, Inaugurationsrede. 1903.

Über die Ungleichheit der beiden Lattenteilabschnitte in der Tachymetrie.

Von Ing. Dr. techn. F. Bastl, Assistent an der Technischen Hochschule in Wien.

Die bekannteste und gebräuchlichste Kontrolle bei Durchführung einer Aufnahme nach der Methode der älteren Tachymetrie — Instrument mit drei Horizontalfäden — ist zweifellos die der Überprüfung der beiden Lattenteilabschnitte bezüglich ihrer Gleichheit. Bei Beobachtung von Detailpunkten wird aus verschiedenen Gründen wohl meistens von dieser Kontrolle Abstand genommen, einerseits um jeden noch so kleinen Zeitverlust zu vermeiden, andererseits, da bei einiger Übung, Sicherheit und Aufmerksamkeit grobe Ablesefehler nur verhältnismäßig selten vorkommen und schließlich von den drei Lattenlesungen ohnehin eine gewissermaßen überschüssig ist: falls sich später bei der Kartierung bei einzelnen Punkten Unstimmigkeiten ergeben, deren Ursachen offenkundig in unrichtigen Distanzen liegen, besteht noch immer die Möglichkeit, festzustellen, welcher der beiden — dann merklich verschiedenen — Teilabschnitte der richtige ist. Überdies wird im Interesse einer guten Wiedergabe der Geländeformen die Dichte der Detailpunkte fast immer derart reichlich gewählt, daß selbst das gänzliche Fortfallen einiger Punkte die Brauchbarkeit der Aufnahme nicht tangiert.

Anders bei der Aufnahme von Punkten, auf deren Verläßlichkeit man von allem Anfang Wert legt, also insbesondere bei Festlegung von neuen Standpunkten oder bei Aufnahme ganzer Polygonzüge auf optischem Wege. In allen diesen Fällen empfiehlt es sich, die Kontrolle unbedingt vorzunehmen und — wenn irgend angängig — wird sie dann auch stets wirklich ausgeführt, umsomehr, als dies bei dem häufig angewendeten sehr zweckmäßigen Arbeitsmodus ohne jede Nebenrechnung möglich ist. Es empfiehlt sich stets, wenn man auf die größte erreichbare Genauigkeit Wert legt, auf den kleinen Vorteil: $J-M=0$ zu verzichten und nicht den Mittelfaden einzustellen, dessen Einstellungs- beziehungsweise Ablesefehler sich nur im Höhenunterschied auswirkt, und zwar bloß in seiner natürlichen Größe. Man tut vielmehr gut, den Unterfaden (jenen mit der kleinsten Lesung) auf eine runde Zahl — am besten auf die Lesung 1·000 Meter — einzustellen und mit raschem Blick auf den Ober- (beziehungsweise Mittel-) faden zunächst die rasch veränderlichen Millimeter festzuhalten. Man erhält auf diese Weise den Lattenabschnitt aus einem Einstell- und bloß einem Ablesefehler und greift ihn sozusagen als gleichzeitig bestehendes Ganzes an der Latte ab. Besonders tritt dieser Vorteil bei windigem Wetter zutage, wo alsdann infolge der veränderlichen Windstöße und des Nachgebens des Figuranten die Latte immer mehr oder weniger vom und zum Instrumente schwankt und man bei Einstellung des Mittelfadens Gefahr läuft, den Unterfaden z. B. bei vornübergeneigter, den Oberfaden hingegen bei rückwärtsgeneigter Latte abzulesen. Die beiden Teilabschnitte, die dann — besonders bei größerem Vertikalwinkel φ — meist schlecht übereinstimmen, ergeben in diesem Falle, abgesehen von der erfolgten „Zerreißung", in ihrer Gesamtheit einen geknickten Lattenabschnitt, obwohl die zur Auswertung verwendeten Gleichungen einen gestreckten voraussetzen. Für unsere Kontrolle bietet die erwähnte Einstellung des Unterfadens den Vorteil, daß die bloße Betrachtung der Dezimalen ohne jede Hilfsrechnung sofort Aufschluß gibt, wie zur Genüge etwa an dem Zahlenbeispiel:

$$u = 1{\cdot}000, \quad m = 1{\cdot}473, \quad o = 1{\cdot}947$$

ersichtlich ist.

Nicht immer werden diese Kontrollen mathematisch genaue Übereinstimmung der beiden Teilabschnitte erkennen lassen. Vorkommende Abweichungen können folgende vier Ursachen haben:

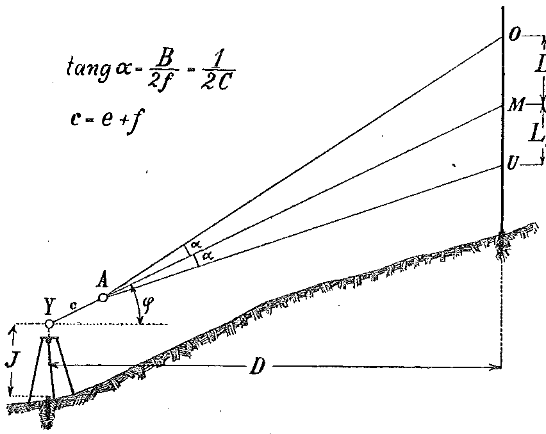
a) Ablese- beziehungsweise Schätzungsfehler, deren Aufdeckung die Kontrolle eben bezweckt;

b) Instrumentalfehler — ungleiche Fadenabstände;

c) die sogenannte Differentialrefraktion — bei langen Zielweiten, wenn die tiefste Visur irgendwo nahe dem Gelände streift;

d) außerdem ist bei größeren Vertikalwinkeln die Möglichkeit ungleicher Teilabschnitte aus geometrischen Gründen gegeben.

Da sich über diesen letzten Punkt in der gangbaren Fachliteratur keine detaillierten Angaben vorfinden, gegebenenfalls bei größeren Zielweiten und Vertikalwinkeln aber Zweifel einstellen, ob eine bestimmte Differenz (etwa 3—4 *mm*) wenigstens zum Teil auf dieses Konto zu setzen ist, sei diesem Punkt eine eingehende Betrachtung gewidmet. Wir setzen ein nichtanallaktisches Fernrohr voraus; die Additionskonstante sei $\overline{YA} = c = e + f$



und die Multiplikationskonstante mit C bezeichnet. Es ist dann der obere Teilabschnitt:

$$L_o = O - M = (D - c\,.\cos\varphi).[\mathrm{tg}(\varphi + \alpha) - \mathrm{tg}\,\varphi]$$

und der untere Teilabschnitt:

$$L_u = M - U = (D - c.\cos\varphi).[\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}(\varphi - \alpha)],$$ somit

$$\triangle L = L_o - L_u = (D - c.\cos\varphi).[\mathrm{tg}(\varphi + \alpha) + \mathrm{tg}(\varphi - \alpha) - 2\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi]$$

$$\triangle L = (D - c\,.\cos\varphi).\left[\frac{\mathrm{tg}\,\varphi + \mathrm{tg}\,\alpha}{1 - \mathrm{tg}\,\varphi.\mathrm{tg}\,\alpha} + \frac{\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\alpha}{1 + \mathrm{tg}\,\varphi.\mathrm{tg}\,\alpha} - 2\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi\right]$$

$$\triangle L = (D - c\,.\cos\varphi).\left[\frac{2\,\mathrm{tg}\,\varphi + 2\,\mathrm{tg}\,\varphi.\mathrm{tg}^2\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\varphi.\mathrm{tg}^2\alpha} - 2\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi\right]$$

$$\triangle L = 2.(D - c.\cos\varphi)\frac{\mathrm{tg}\,\varphi.\mathrm{tg}^2\alpha + \mathrm{tg}^3\varphi.\mathrm{tg}^2\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\varphi\,.\,\mathrm{tg}^2\alpha} = 2.(D - c.\cos\varphi)\frac{\mathrm{tg}\,\varphi.\mathrm{tg}^2\alpha(1 + \mathrm{tg}^2\varphi)}{1 - \mathrm{tg}^2\varphi\,.\,\mathrm{tg}^2\alpha}$$

$$\triangle L = 2\frac{D - c.\cos\varphi}{\cos^2\varphi}.\frac{\mathrm{tg}\,\varphi\,.\,\mathrm{tg}^2\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\varphi\,.\,\mathrm{tg}^2\alpha};$$ nun ist: $\frac{D - c.\cos\varphi}{\cos^2\varphi} = C\,.\,L$, daher:

$$\triangle L = 2\,C.L\frac{\mathrm{tg}\,\varphi}{\mathrm{cotg}^2\alpha - \mathrm{tg}^2\varphi};$$ da nun $\mathrm{cotg}\,\alpha = 2C$ ist, folgt:

$$\triangle L = 2\,C.L\,\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4\,C^2 - \operatorname{tg}^2\varphi} \qquad \text{.............. Glchg (1}$$

Diskussion: Für $\varphi = 0$ wird auch $\triangle L = 0$, für negative Werte von φ nimmt der Nenner den gleichen Wert wie für positive φ an, während der Zähler sein Vorzeichen ändert; $\triangle L$ ist somit eine sogenannte ungerade Funktion von φ, bei welcher $f(-\varphi) = -f(\varphi)$ ist, wie nach der symmetrischen Anordnung bei den älteren Tachymetern zu erwarten war. Bei Tiefenwinkeln wird eben L_u der größere Teilabschnitt, der absolute Zahlenbetrag von $\blacktriangle L$ ist aber für gleichgroße Elevations- und Depressionswinkel gleich. Wird: $4\,C^2 - \operatorname{tg}^2\varphi = 0$ oder $\operatorname{tg}\varphi = 2\,C = \operatorname{cotg}\alpha$ oder $\varphi = 90^0 - \alpha$, dann wird $\triangle L = \infty$, da dann die Visur des Oberfaden vertikal und somit $L_o = \infty$ werden würde; dieser Fall kommt natürlich praktisch gar nicht in Betracht und wurde lediglich der strengen Diskussion wegen herangezogen. Nun wollen wir $\triangle L$ möglichst groß werden lassen und wählen ziemlich extrem $L = 2{\cdot}000$ Meter und den Vertikalwinkel gleichfalls ganz extrem mit $\varphi = 45^0$. (Bei den meisten Instrumenten stößt bei $\varphi = 40^0$ bis 42^0 das Okular bereits am Instrumententeller an!) Zunächst erkennt man, daß man bei praktisch ausreichender Genauigkeit stets $\operatorname{tg}^2\varphi$ gegenüber dem Betrag $4\,C^2$ vernachlässigen kann, der selbst für $C = 50$ bereits den Wert 10.000 annimmt; hiemit vereinfacht sich die Gleichung (1 zu:

$$\triangle L = L.\frac{\operatorname{tg}\varphi}{2\,C} \qquad \text{.............. Glchg (2}$$

Mit den obigen Werten ergibt sich dann für

$C = 50$	$C = 100$	$C = 200$
$\triangle L_{max} = 20\,mm$	$\triangle L_{max} = 10\,mm$	$\triangle L_{max} = 5\,mm$

Für $C = 100$ gilt die folgende Tabelle der $\triangle L$-Werte:

L in Metern / $\triangle L$ in Millimetern / φ	0·5	1·0	1·5	2·0	2·5
10^0	0·4	0·9	1·3	1·8	2·2
20^0	0·9	1·8	2·7	3·6	4·5
30^0	1·4	2·9	4·3	5·8	7·2
40^0	2·1	4·2	6·3	8·4	10·5

Bildet man noch die Verhältniszahl für die „relative Ungleichheit“ $\frac{\triangle L}{L} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2C}$ und drückt sie in Prozenten aus, so ergibt sich für $C = 100$ die einfache Beziehung:

$$\frac{\triangle L}{L}\,{}^0\!/\!_0 = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2} \qquad \text{.............. Glchg (2')}$$

die sich dem Gedächtnis leicht einprägt.

Bisher war vorausgesetzt, daß das Instrument frei von dem sub *b)* genannten Fehler ist, also die drei Fäden in mathematisch genau gleichen Abständen liegen. Inwieweit diese Voraussetzung zutrifft, läßt sich — soweit es sich nicht um grobe Differenzen handelt — aus bloß einem Ablesungstrippel *O, M, U* schwer beurteilen. Will man ein Instrument diesbezüglich untersuchen, so verfährt man am besten so, daß man in günstigem Gelände mit horizontaler Mittelvisur (Einstellung eines Fadens auf den nächsten ganzen Zentimeter, eventuell sogar Dezimeter, ist ohneweiters zulässig!) auf verschiedene Distanzen die drei Lattenlesungen macht und hierauf diese Beobachtungen mit durchgeschlagenem Fernrohr wiederholt. Hiedurch wird der Einfluß einer allfälligen Differentialrefraktion eliminiert. Weichen alle Quotienten $L_u : L_o$ in der ersten Kreislage und alle $L_o : L_u$ in der zweiten Lage von der Einheit im selben Sinne und um etwa den gleichen Betrag ab, so ist das Vorhandensein und die Größe eines Instrumentalfehlers nach Punkt *b)* festgestellt.

Zeigen aber die Werte der ersten Kreislage gegenüber jenen der zweiten Abweichungen, so kann die Ursache entweder in der Differentialrefraktion liegen, wobei die Abweichungen, wenn nicht augenfällige Ursachen vorhanden, nur klein sind. Sind die Abweichungen aber bedeutend, dann kann ein Schlappwerden eines oder mehrerer Fäden der Grund sein, ein Fehler, der ein präzises Arbeiten mit dem Instrumente ausschließt, im übrigen aber recht selten ist; der Verfasser hatte nur einmal Gelegenheit mit einem solchen Instrumente zu arbeiten. Bei den neueren „Faden"-kreuzen mit geritzten oder photographischen Linien ist dieser Fehler naturgemäß ausgeschlossen.

Bedenkt man, daß an den modernen, kurzen Fernrohren die Objektivbrennweite *f* nur etwa 20 *cm* oder noch weniger, die ganze Bildgröße *B* also nur etwa 2 *mm* beträgt, so erkennt man, daß die Forderung nach Gleichheit der beiden Teilstrecken bis auf $1^0/_{00}$ eine Montage der Fäden bis auf 1 Mikron genau erfordern würde. Unter diesen Umständen ist es bei den noch immer häufigen Spinnfadenkreuzen im höchsten Maße erstaunlich, daß man nie ein Instrument mit augenfälligen diesbezüglichen Ungleichheiten oder offensichtlichen Abweichungen von der Parallelität der Fäden antrifft.

Nochmals die Schnittmethode.

Von Hofrat Ing. Hubert Profeld.

In der „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen" Nr. 3 und 4 vom Jahre 1925 hat Hofrat Ing. Morpurgo einen Artikel unter dem Titel „Die Fluchtmethode" veröffentlicht und dabei die von mir in der Nummer 1 und 2 der genannten Zeitschrift vom Jahre 1923 publizierte „Schnittmethode" einer Kritik unterzogen, die ich nicht unbeantwortet lassen kann.