Über den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung

Siegmund Wellisch [1]

[1] *Oberstadtbaurat, Abt.-Leiter des Wiener Magistrates*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **21** (3), S. 47–48

1923

BibTEX:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_192306,
Title = {{\"U}ber den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung},
Author = {Wellisch, Siegmund},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {47--48},
Number = {3},
Year = {1923},
Volume = {21}
}
```

Die gegebene Untersuchung möge als Würdigung der dem Láskaschen Instrumente zugrundeliegenden Idee aufgefaßt werden, das, in den Werkstätten von R. & A. Rost-Wien hergestellt, ein höchst beachtenswertes Stück Feinmechanik auf dem Gebiete der tachymetrischen Selbstrechner vorstellt, also jener Gruppe von Tachymetern, welche die Auswertung der Ebenweite und des Höhenunterschiedes ohne jede Rechnung und alle anderen Hilfsmittel ermöglichen. Die vorgeschlagene Abänderung bedeutet sowohl eine Vereinfachung des Meßvorganges als auch eine solche des Baues des Instrumentes. Es wäre zu wünschen, daß sowohl der Erfinder als auch die erzeugende Anstalt bei einer Neuherstellung des Instrumentes den erwähnten Umständen Rechnung tragen würden.

Über den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung.

Von Oberstadtbaurat Ing. S. WELLISCH.

Für einen Nivellementzug oder ein Nivellementpolygon, bestehend aus n Strecken von den Längen $D_1, D_2, \ldots D_n$, dient bekanntlich zur Berechnung der Korrelate k, wenn w den Schlußfehler bezeichnet und die Gewichte umgekehrt proportional den nivellierten Strecken angenommen werden, die Normalgleichung (vergl. „Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung", 1. Band, S. 219):

$$[D]\,k + w = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die an den gemessenen Höhenunterschieden h_i der einzelnen Strecken D_i anzubringenden Verbesserungen v_i sind dann ausgedrückt durch

$$v_i = k\,D_i, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

wobei $[v] = -w$ sein muß. Werden die Entfernungen D in Kilometern angegeben, so stellt der mittlere Fehler der Gewichtseinheit

$$\mu_0 = \sqrt{\left[\frac{vv}{D}\right]} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung, d. i. den mittleren Nivellementfehler auf einer Strecke von 1 *km* Länge dar.

Die numerische Berechnung dieses Fehlermaßes ist, weil die Quotienten $\frac{vv}{D}$ von der Anzahl n zu bilden sind, ziemlich umständlich; doch läßt sich durch Umgestaltung dieser Formel die Berechnung von μ_0 wesentlich erleichtern. Aus den Gleichungen (1) und (2) ist

$$k = \frac{v_i}{D_i} = -\frac{w}{[D]};$$

durch Multiplikation mit $\sqrt{D_i}$ entsteht

$$k\sqrt{D_i} = \frac{v_i}{\sqrt{D_i}} = -\frac{w\sqrt{D_i}}{[D]}.$$

Werden diese Gleichungen für $i = 1, 2, \ldots n$ quadriert und dann addiert, so erhält man

$$k^2\,[D] = \left[\frac{vv}{D}\right] = \frac{w^2}{[D]} = -\,k w = \mu_0^2$$

also
$$\mu_0 = \frac{w}{\sqrt{[D]}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$
d. i. das Quadratwurzelgesetz der Nivellierung.

B e i s p i e l (aus dem oben erwähnten Buche, 1. Band, S. 219 u. 220). Es seien in einem vierseitigen Polygon:

$$\begin{array}{ll} D_1 = 0{\cdot}436\ km & h_1 = -\ 25{\cdot}173\ m \\ D_2 = 0{\cdot}372\ \text{,,} & h_2 = -\ 33{\cdot}762\ \text{,,} \\ D_3 = 1{\cdot}074\ \text{,,} & h_3 = +\ 16{\cdot}405\ \text{,,} \\ D_4 = 0{\cdot}898\ \text{,,} & h_4 = +\ 42{\cdot}598\ \text{,,} \\ \hline [D] = 2{\cdot}780\ km & w = +\ 0{\cdot}068\ m = +\ 68\ mm. \end{array}$$

$$k = -\frac{w}{[D]} = \frac{-68}{2{\cdot}780} = -\ 24{\cdot}46 \text{ (rund } -\ 24{\cdot}5)$$

v	vv	$\frac{vv}{D}$
$-\ 10{\cdot}6$	$112{\cdot}36$	$257{\cdot}79$
$-\ 9{\cdot}1$	$82{\cdot}81$	$222{\cdot}61$
$-\ 26{\cdot}3$	$691{\cdot}69$	$644{\cdot}03$
$-\ 22{\cdot}0$	$484{\cdot}00$	$538{\cdot}98$
$[v] = -\ 68{\cdot}0$		$\left[\frac{vv}{D}\right] = 1663{\cdot}41$
		$-\ k\,w = 1663{\cdot}28$

Damit ergibt sich nach der Formel (3):
$$\mu_0 = \sqrt{\left[\frac{vv}{D}\right]} = \sqrt{1663{\cdot}41} = \pm\ 40{\cdot}8\ mm.$$
Nach der Formel (4) ist aber sofort:
$$\mu_0 = \frac{w}{\sqrt{[D]}} = \frac{68}{\sqrt{2{\cdot}780}} = \pm\ 40{\cdot}8\ mm.$$
Die Anwendung der zweiten Formel ist daher einfacher und bequemer, aber auch sicherer, wie aus folgendem zu ersehen ist. Da nämlich $-\ w = [v]$, so besteht für Nivellierungen und ähnliche das Quadratwurzelgesetz befolgende Messungen die merkwürdige Beziehung
$$\left[\frac{v^2}{D}\right] = \frac{[v]^2}{[D]}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$
die sonst nicht zutrifft. — Hätte man z. B. im obigen Beispiel v_2 mit v_3 irrtümlich verwechselt, so würde man nach der zweiten Formel (4) zwar wieder richtig $\mu_0 = \pm\ 40{\cdot}8\ mm$ erhalten, die Formel (3) würde aber unrichtig geben:

vv	$\frac{vv}{D}$
$112{\cdot}36$	$257{\cdot}79$
$691{\cdot}69$	$1859{\cdot}38$
$82{\cdot}81$	$77{\cdot}10$
$484{\cdot}00$	$538{\cdot}98$

$$\mu_0' = \sqrt{2733{\cdot}25} = \pm\ 52{\cdot}3\ mm.$$
Die Formel (4) kann daher auch zur Probe für die Berechnung der Verbesserungen v gute Dienste leisten.