Paper-ID: VGI_192217

Ein Dreipunkte-Problem

Franz Aubell [1]

[1] *o. ö. Professor der Montan. Hochschule in Leoben*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **20** (6), S. 84–85

1922

BibTEX:

```
@ARTICLE{Aubell_VGI_192217,
Title = {Ein Dreipunkte-Problem},
Author = {Aubell, Franz},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {84--85},
Number = {6},
Year = {1922},
Volume = {20}
}
```

Nach Formel I erhält man

$$h = 14{\cdot}24_1 + 54{\cdot}83_5\,(0{\cdot}01686 + 0{\cdot}00219 + 0{\cdot}00036)$$
$$= 14{\cdot}24_1 + 1{\cdot}06_4 = 15{\cdot}31 \text{ (nach Jordan-Eggert } 15{\cdot}31).$$

Unter Anwendung von Formel II ergibt sich:

$$h = 14{\cdot}24_1 + \underbrace{\tfrac{1}{2}\cdot\frac{14{\cdot}24_1^{\,2}}{109{\cdot}67 - 14{\cdot}24}}_{1{\cdot}06_3} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\cdot\frac{1{\cdot}06_3^{\,2}}{109{\cdot}67-(14{\cdot}24+1{\cdot}06)}}_{0{\cdot}00_6}$$

$= 14{\cdot}24_1 + 1{\cdot}06_9 = 15{\cdot}31$. Hier ist die Auswertung des dritten Zuschlagsgliedes wegen der rascheren Konvergenz der Reihe erspart.

Anmerkung: Mit dieser Aufgabe und hieher gehörigen Fragen beschäftigten sich u. a.: Ehrhardt, Zeitschr. f. V. 1902, S. 317, „Über die Verwendung einer Tafel von Achtelquadraten zur Flächenberechnung und -Teilung"; Fenner, Zeitschr. f. V. 1884, S. 528, „Die Parallelteilung eines Trapezes"; Fretwurst, Zeitschr. f. V. 1893, S. 371, „Teilung des Trapezes"; Haselmayr, Zeitschr. f. V. 1882, S. 552, „Hilfstabellen zum praktischen Gebrauche bei der Teilung trapezförmiger Grundstücke"; Hintze, Zeitschr. f. V. 1889, S. 468, „Die Teilung der Grundstücke"; Jordan, Zeitschr. f. V. 1884, S. 90, „Über Parallelteilung"; Kroll, Zeitschr. f. V. 1916, S. 227, 1917, S. 57, „Über Teilungen von Paralleltrapezen und Dreiecken"; Vogler, Zeitschr. f. V. 1884, S. 227, „Über Proportionalteilung an polygonal begrenzten Grundstücken", Wildt, Zeitschr. f. V. 1902, S. 477, „Über die Proportionalteilung an polygonal begrenzten Grundstücken"; Forts. 1904, S. 665; Wilski, Zeitschr. f. V. 1885, S. 289, „Die Flächeninhaltsberechnung und Flächenteilung des Vierecks nach der Koordinatenmethode"; Zimmermann, Zeitschr. f. V. 1894, S. 321, „Hilfsmittel zum praktischen Gebrauch bei der Teilung der Grundstücke."

Ein Dreipunkte-Problem.

Von Dr. Fr. Aubell, o. ö. Professor der Montan. Hochschule in Leoben.

Drei Punkte, die starr zueinander festgelegt sind und von denen je ein Triangulierungspunkt sichtbar ist, sollen in das Koordinatensystem der letzteren eingeschaltet werden. Die Lösung dieser Aufgabe wurde in verschiedener Weise durchgeführt; man vergleiche hiezu: Laska, Ztschr. f. Vermw. 1900, S. 565; Löschner, ebenda 1901, S. 485; Puller, ebenda 1902, S. 456; Klingatsch, Österr. Ztschr. f. Vermw. 1911, S. 212. Die in folgendem gegebene Lösung benüzt die Heranziehung eines Hilfspunktes.

Die Entfernungen zwischen den drei einzuschaltenden Punkten P, Q, S sowie die in der Darstellung bezeichneten Winkel nach den drei gegebenen Punkten L, M, R seien durch unmittelbare oder mittelbare Messung erhalten worden. Aus diesen Angaben sind bekanntlich die Dreiecke PQr, QlS und somit auch das Dreieck lmr mit den Seiten a und b bestimmt. Der Hilfspunkt H ergibt sich durch Rückwärtseinschneiden mit den Winkeln α und β aus den Punkten L, M, R. Das Viereck $Hrml$ vermittelt nun die weitere Berechnung. Es ist

$$\varkappa + \lambda = 180 - (\varphi + \psi),$$

ferner

$$\frac{\sin\varkappa}{\sin\lambda} = \frac{\sin(\varphi+\alpha).a}{\sin(\psi+\beta).b} = \operatorname{tg}\mu,$$

daher $$\operatorname{tg}\frac{\lambda-\varkappa}{2}=\operatorname{tg}\frac{\lambda+\varkappa}{2}\operatorname{ctg}(45+\mu),$$

so daß die Winkel $\varkappa$ und λ und die Seiten Hr, Hm und Hl gerechnet werden können. Es folgt weiters:

$$\begin{aligned}\sin\delta &= \sin(\varphi+\alpha)\cdot\frac{Hr}{LH}=\sin\varphi\cdot\frac{Hr}{MH}\\ &= \sin\psi\cdot\frac{Hl}{MH}=\sin(\psi+\beta)\cdot\frac{Hl}{RH}\\ &= \sin(\varphi+\alpha+\varkappa)\cdot\frac{Hm}{LH}=\sin(\varphi+\varkappa-\beta)\cdot\frac{Hm}{RH}\end{aligned}$$

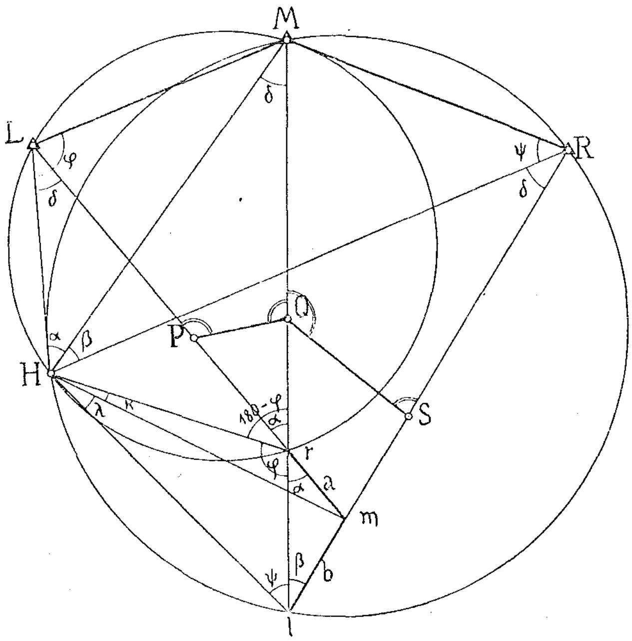
(Rechenproben), ferner

$$(LP)=(LH)-\delta$$

$$Lr=Hr\cdot\frac{\sin(\alpha+\varphi-\delta)}{\sin\delta}=LH\cdot\frac{\sin(\alpha+\varphi-\delta)}{\sin(\varphi+\alpha)}$$

$$LP=Lr-Pr.$$

Ebenso ergeben sich (MQ) und Mr bzw. MQ sowie (RS) und Rl bzw. RS, so daß die Berechnung der Koordinaten von P, Q und S durchgeführt werden kann.



Die behandelte Aufgabe kann außer bei Punkteinschaltungen praktische Verwendung finden bei der Einordnung eines Polygonzuges in eine bestehende Aufnahme, wenn für eine anderweitige Einschaltung der Stützpunkte des Polygonzuges nicht die erforderlichen Angaben vorliegen.