Paper-ID: VGI_192210

Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen

Eduard Doležal [1]

[1] *Hofrat, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **20** (3, 4, 5, 6), S. 33–35, 53–58, 68–75, 86–88

1922

BibTEX:

```
@ARTICLE{Dolezal_VGI_192210,
Title = {Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen},
Author = {Dole{\v z}al, Eduard},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {33--35, 53--58, 68--75, 86--88},
Number = {3, 4, 5, 6},
Year = {1922},
Volume = {20}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion: Hofrat Prof. Dr. Ing. h. c. E. Doležal und Baurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 3. **Wien, im Juni 1922.** **XX. Jahrgang.**

Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen.

Von Hofrat Prof. Dr. E. Doležal.

Die nachstehende Abhandlung wolle als Kommentar zum § 21 der Instruktion für Meßtischaufnahmen, Wien 1907, betrachtet werden.

Die östlichen und westlichen Randlinien der Katastersektionen, die einem und demselben Koordinatensysteme angehören, verlaufen parallel zum Meridian des Anfangspunktes des betreffenden Systems. Falls die eine oder die andere Randlinie nicht zufällig mit dem Hauptmeridiane zusammenfällt, müssen sie, in natura umgesetzt, eine Abweichung von der Nord-Süd-Richtung zeigen, eine Folge der Meridiankonvergenz, worunter bekanntlich der Winkel verstanden wird, den der astronomische Meridian eines Punktes mit der zum Ursprungsmeridian gezogenen Parallelen bildet. Die Meridiankonvergenz ändert sich naturgemäß von Punkt zu Punkt.

Die erwähnte österreichische «Instruktion für Meßtischaufnahmen», § 21, Seite 39, bezeichnet die Größe der Meridiankonvergenz abhängig:

a) von den Koordinaten des Punktes, für welchen die Konvergenz bestimmt werden soll. Die Konvergenz wächst nämlich mit der Größe der Ordinate (y) und wird für Punkte mit gleicher Ordinate umso größer sein, je nördlicher der Punkt liegt.

b) Von der geographischen Breite des Koordinatenanfangspunktes. Die Konvergenz wird daher für Punkte mit ganz gleichen, jedoch auf verschiedene Systeme bezogenen Koordinaten in jedem Koordinatensysteme eine andere sein.

Da laut Punkt 3, § 21, in den Mappenblättern (Katastersektionen) die wahre Nord-Süd-Richtung darzustellen ist, sind in der angeführten Instruktion in der Beilage 2 zu § 21 Formeln mit Erläuterungen angegeben, zu dem Zwecke, um die lineare Abweichung der östlichen oder westlichen Randlinie des betreffenden Blattrechteckes von der wahren Nord-Süd-Richtung — die lineare Meridiankonvergenz — berechnen zu können.

Der Schöpfer der Meßtischinstruktion und der Verfasser der vorgenannten Formeln Hofrat A. Broch hat dem Autor dieses Aufsatzes, der sich einer väterlichen Freundschaft dieses ausgezeichneten Fachmannes und selten wohlwollenden und herzensguten Menschen erfreute, einige schriftliche Aufzeichnungen übergeben, aus welchen die im ersten Teile der folgenden Ausführungen gegebenen Ableitungen der Formeln für die lineare Meridiankonvergenz rekonstruiert wurden.

Der zweite Teil dieser Abhandlung bringt eine von Broch abweichende Entwicklung derselben Formeln, die einiges Interesse erwecken dürfte.

I. Teil.

Angenommen, das Rechteck $ABCD$ stelle die Umrahmung eines Kronlandes vor, in welchem sich bei O der Ursprung des rechtwinkeligen Koordinatensystems befindet; der Ursprungsmeridian schneide die Umrahmung in den Punkten S und N, deren lineare Abstände vom Ursprung x_1 und x_2 seien und φ_1 und

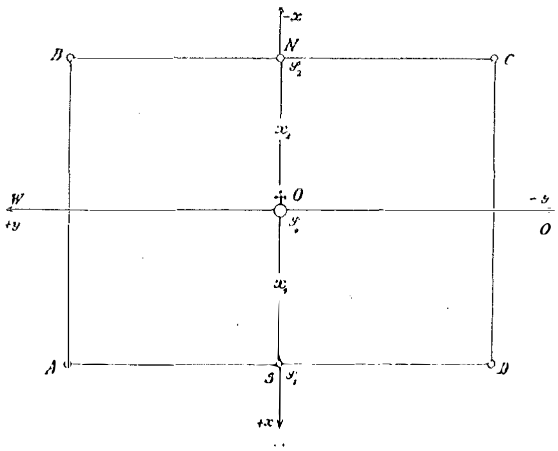

Fig. 1.

φ_2 die geographischen Breiten dieser Punkte bedeuten; φ_0 sei die geographische Breite des Ursprunges und M_1 und M_2 stellen die Meridiankrümmungshalbmesser in dem Bereiche $\overline{OS}$ bzw. $\overline{ON}$ vor.

Mit den Argumenten $\frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2}$ bzw. $\frac{\varphi_0 + \varphi_2}{2}$ kann man aus bekannten Tafelwerken die Meridiankrümmungskoeffizienten $\frac{\varrho''}{M_1}$, $\frac{\varrho''}{M_2}$ entnehmen. Die geographischen Breiten der Punkte S und N sind dann:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 - \frac{\varrho}{M_1} x_1 \\ \varphi_2 &= \varphi_0 + \frac{\varrho}{M_2} x_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Die Berechnung der Meridiankonvergenz für die westliche Randlinie AB im Punkte E erfolgt in nachstehender Weise.

Wenn φ_1, φ_0, φ_2 sowie γ_1, γ_0, γ_2 die geographischen Breiten und die Meridiankonvergenzen der drei Punkte A, E, B des Kronlandrechteckes sind, wenn N den Querkrümmungshalbmesser und $\frac{\varrho''}{N}$ den Querkrümmungskoeffizienten

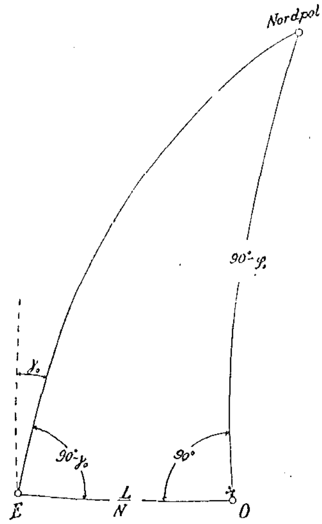

Fig. 2.

im Ursprung O bedeuten, so läßt sich aus dem rechtwinkeligen sphärischen Dreiecke E—Nordpol—O nach der Napierschen Regel die Formel anschreiben:

$$\cos\left(90^0 - \frac{L}{N}\right) = \operatorname{cotg}\,(90^0 - \gamma_0)\ \operatorname{cotg}\,(90^0 - \varphi_0)$$

oder

$$\sin\frac{L}{N} = \operatorname{tang}\gamma_0\ \operatorname{cotg}\varphi_0\,,$$

woraus folgt:

$$\operatorname{tang}\gamma_0 = \sin\frac{L}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ 2)$$

(Fortsetzung folgt.)

Rückwärtseinschneiden im Raum bei Aufnahmen aus Luftfahrzeugen.

Von **Dr. P. Werkmeister,** Professor in Eßlingen-Württemberg.

(Schluß.)

Das von Fischer als «räumlicher Rückwärtseinschnitt durch Zerlegen in Grundriß und Aufriß» bezeichnete Verfahren besteht darin, daß man unter Zugrundelegung der von der Aufnahme her genähert bekannten Werte der Neigung und der Kantung die Bildplatte im Bildmeßtheodolit einspannt und für diese Bildstellung die Horizontal- und die Vertikalwinkel nach den Festpunkten P_1, P_2 und P_3 mißt. Mit Hilfe dieser Winkel lassen sich Verbesserungen bestimmen, dehnungen nach vier Richtungen hin: Länge, Breite, Tiefe und Dauer. «In der Welt haben wir unendlich viele Räume, analog wie es im drei-dimensionalen Raume unendlich viele Ebenen gibt.» (Minkowski.) Und wie jede Ebene einen «Querschnitt» des gewöhnlichen Raumes darstellt, so darf man diese Räume als «Querräume» der vier-dimensionalen Welt bezeichnen. «Die Zeit aber erscheint wie ein Strom, der durch alle diese Querräume in senkrechter Richtung hindurchfließt.» (Palágyi.) An dieses symbolische Bild muß man festhalten, wenn man den drei Achsen des gewöhnlichen, rechtwinkligen Koordinatensystems noch eine vierte Achse, die Zeitachse, so angliedert, daß sie auf den drei Raumachsen gleichzeitig senkrecht steht.

Die mathematische Gleichwertigkeit der Zeit mit den drei Richtungen im Raume erkannt zu haben, ist das Verdienst des Göttinger Mathematikers Professor Dr. Hermann Minkowski. Er fand, daß der «Abstand» zweier unendlich nah benachbarter Punkte im Raum-Zeit-Gebiete oder zweier physikalischer Ereignisse für alle Galilei-Systeme durch einen quadratischen Differentialausdruck von konstanter Größe bestimmt ist, worin die Zeitkoordinate genau dieselbe Rolle spielt, wie die drei Raumkoordinaten, und kein Unterschied mehr gemacht wird zwischen einer Raumstrecke und einer Zeitstrecke. Die Welt aber kann demzufolge als ein vier-dimensionales Gebilde aufgefaßt und formal ebenso behandelt werden, wie der drei-dimensionale Raum der Euklidischen Geometrie. —

Wenn unser großer Richard Wagner den Gurnemanz zu Parzival sagen läßt: «Du siehst, mein Sohn, zum Raum wird hier die Zeit», so gewinnen diese ahnend ausgesprochenen Dichterworte im Minkowskischen Denkgebilde ihre mathematisch-physikalische Bedeutung.

Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen.

Von Hofrat Prof. Dr. E. Doležal.

(Fortsetzung.)

Da die Größen γ_0 und $\frac{L}{N}$ klein sind, so kann man nach Reihen entwickeln, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{L}{N} &= \frac{L}{N} - \frac{1}{6}\frac{L^3}{N^3} + \ldots \\ \gamma_0 &= \operatorname{tang}\gamma_0 - \frac{1}{3}\operatorname{tang}^3\gamma_0 + \frac{1}{5}\operatorname{tang}^5\gamma_0 - \ldots \end{aligned}\right\},$$

so daß für die Meridiankonvergenz vorerst erhalten wird:

$$\gamma_0 = \left(\frac{L}{N} - \frac{1}{6}\frac{L^3}{N^3} + \ldots\right)\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{3}\left(\frac{L}{N} - \frac{1}{6}\frac{L^3}{N^3} + \ldots\right)^3\operatorname{tang}^3\varphi_0 + \ldots$$

Nach Vernachlässigung der nur geringen Einfluß übenden Glieder höherer Ordnung wird erhalten:

$$\gamma_0 = \frac{L}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 - \frac{1}{6}\left(\frac{L}{N}\right)^3 (1 + 2 \operatorname{tang}^2 \varphi_0) \operatorname{tang} \varphi_0$$

$$\gamma_0'' = L \frac{\varrho''}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 - \frac{\left(\frac{\varrho''}{N} L\right)^3}{6 \varrho''^2} (1 + 2 \operatorname{tang}^2 \varphi_0) \operatorname{tang} \varphi_0 \quad . \; . \; . \; 3)$$

Setzt man:

$$\left(L \frac{\varrho''}{N}\right) \operatorname{tang} \varphi_0 = p_0 ,$$

$$\left.\begin{aligned} \left(L \frac{\varrho''}{N}\right)^3 \operatorname{tang}^3 \varphi_0 &= p_0^3 \\ \left(L \frac{\varrho''}{N}\right)^3 \operatorname{tang} \varphi_0 &= \frac{p_0^3}{\operatorname{tang}^2 \varphi_0} \end{aligned}\right\} \quad q_0 = \frac{p_0^3}{3 \varrho^2} + \frac{p_0^3}{6 \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0} ,$$

so wird

$$\gamma_0'' = p_0 - q_0 \text{ oder } = p_0 - \frac{p_0^3}{3 \varrho^2} - \frac{p_0^3}{3 \varrho^2} \frac{1}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

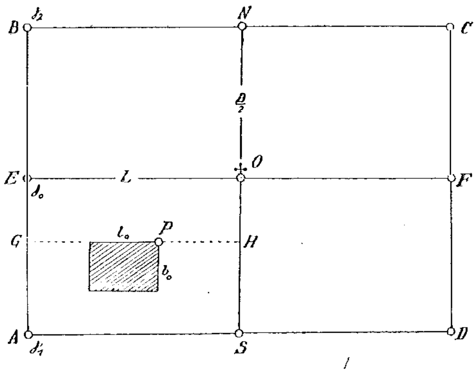

Fig. 3.

Die gesuchten Meridiankonvergenzen in den drei charakteristischen Punkten des westlichen Kronlands-Grenzmeridianes werden sein:

$$\left.\begin{aligned} &\text{im Punkte } E \quad \gamma_0 = p_0 - q_0 \; . \; . \; p_0 = L \frac{\varrho}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 \; . \; . \; q_0 = \frac{p_0^3}{3 \varrho^2} + \frac{p_0^3}{6 \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \\ &\text{»} \quad \text{»} \quad A \quad \gamma_1 = p_1 - q_1 \; . \; . \; p_1 = L \frac{\varrho}{N} \operatorname{tang} \varphi_1 \; . \; . \; q_1 = \frac{p_1^3}{3 \varrho^2} + \frac{p_1^3}{6 \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_1} \\ &\text{»} \quad \text{»} \quad B \quad \gamma_2 = p_2 - q_2 \; . \; . \; p_2 = L \frac{\varrho}{N} \operatorname{tang} \varphi_2 \; . \; . \; q_2 = \frac{p_2^3}{3 \varrho^2} + \frac{p_2^3}{6 \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \varrho_2} \end{aligned}\right\} . \; 5)$$

Für die weitere Behandlung der Aufgabe empfiehlt es sich, mit Rücksicht auf die Lage des Koordinatenursprunges und des Kronlandes zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Der Ursprung liege innerhalb der Kronlands-Umrahmung,
2. Der Ursprung befinde sich außerhalb derselben,

wobei vorerst die richtig orientierte Lage des Koordinatensystems angenommen wird, dem sich dann die Betrachtung bei Verschwenkung des Koordinatensystems anschließen wird.

1. Fall: Der Koordinatenursprung O liegt innerhalb des Kronlandes und es sei die lineare Meridiankonvergenz für den Eckpunkt P einer beliebigen Katastersektion zu finden. (Fig. 3.)

Der Punkt P soll der jeweilige Nullpunkt, Eckpunkt der Katastersektion von den Dimensionen l_0 und b_0 sein.

Die Dimensionen der Kronlandsumrahmung, vom Ursprung nach West und Ost gleich lang gedacht, seien L und B, und der Einfachheit halber mögen sie als Vielfache der Katastersektionsdimensionen angenommen sein, also:

$$\left.\begin{aligned} L &= l_0 \cdot s_y \\ B &= b_0 \cdot s_x \end{aligned}\right\},$$

wobei s_y, s_x die Anzahl der Sektionslängen bezw. -breiten bedeuten, die auf das halbe Kronland entfallen.

Legt man durch den Punkt P eine Parallele zum Perpendikel, so erhält man die Punkte G und H; da die Meridiankonvergenzen auf kurze Strecken proportional den Längen angenommen werden können, läßt sich, wenn

$$\left.\begin{aligned} \overline{OH} = \overline{EG} &= b_0 \cdot S_x \\ \overline{HP} \qquad &= l_0 \cdot S_y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

vielfache der Katastersektionsdimensionen sind, vorerst die Aenderung der Meridiankonvergenz zwischen E und G bestimmen, unter Beachtung, daß $\Delta\gamma_s = \gamma_0 - \gamma_1$ ist, nämlich:

$$\frac{\Delta\gamma_s}{B} \cdot \overline{EG} = \frac{\Delta\gamma_s}{b_0 \cdot s_x} b_0 S_x = \frac{S_x}{s_x} \Delta\gamma_s, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

so daß die Meridiankonvergenz im Punkte G kleiner als γ_0 wird, also:

$$\gamma_G = \gamma_0 - \frac{S_x}{s_x} \Delta\gamma_s = \gamma_0 - \frac{S_x}{s_x}(\gamma_0 - \gamma_1) = \left(1 - \frac{S_x}{s_x}\right)\gamma_0 + \frac{S_x}{s_x}\gamma_1 \quad . \ 8)$$

Nun schreitet man an die Bestimmung von γ_P im Punkte P. Der Punkt P liegt um $\overline{GP} = L - l_0 \cdot S_y$ östlich von G, daher ist $\gamma_P < \gamma_G$; die Aenderung für die Einheit der Länge West-Ost im Parallel GH ist:

$$\frac{\gamma_G}{L} = \frac{\gamma_G}{l_0 \cdot s_y} = \frac{\gamma_0 - \frac{S_x}{s_x}\Delta\gamma_s}{l_0 \cdot s_y},$$

daher

$$\gamma_P = \gamma_G - \frac{\gamma_G}{L}\overline{GP} = \gamma_G - \frac{\gamma_G}{L}(L - l_0 \cdot S_y) = \frac{S_y}{s_y}\gamma_G$$

oder nach Einführung des Wertes für γ_G:

$$\gamma_P = \left(\gamma_0 - \frac{S_x}{s_x}\Delta\gamma_s\right)\frac{S_y}{s_y} = \frac{\gamma_0}{s_y} S_y - \frac{\Delta\gamma_s}{s_x s_y} S_x S_y \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

Die Quotienten:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\gamma_0}{s_y} &= a \\ \frac{\Delta\gamma_s}{s_x s_y} &= b \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

sind für ein und dasselbe Kronland bekannte, konstante Größen, so daß die Meridiankonvergenz für den Endpunkt P einer Aufnahmesektion wird:

$$\gamma_P = a\,S_y - b\,S_x\,S_y\,, \qquad \text{I}$$

wenn der Sektionsursprung südlich des Perpendikels, hingegen

$$\gamma_P = a\,S_y + b\,S_x\,S_y\,, \qquad \text{I}'$$

wenn er nördlich des Perpendikels sich befindet.

Die lineare Meridiankonvergenz selbst wird sein:

$$m = b_0 \cdot \gamma_P. \qquad \text{I}''$$

2. Fall: Der Koordinatenursprung O liege außerhalb des Kronlandes und es sei die lineare Meridiankonvergenz zu ermitteln. (Fig. 4.)

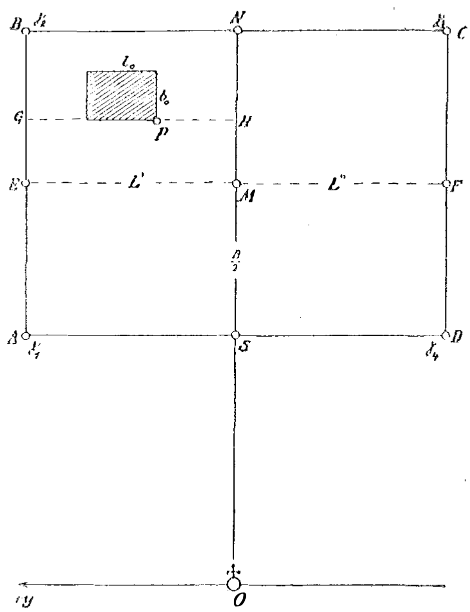

Fig. 4.

Vorerst werden in der eingangs geschilderten Weise die geographischen Breiten φ_1, φ_2 in S und N des Hauptmeridianes, ferner die Anzahl der Sektionen $s_ö$, s_w östlich und westlich vom Ursprungsmeridian sowie jene s_x in der Nord-Südausdehnung des Kronlandes festgestellt, weiters die Meridiankonvergenzen in der westlichen und östlichen Randlinie in den Punkten A, B, C, D mit γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 bestimmt, worauf dann die Meridiankonvergenz-Differenzen, und zwar

$\gamma_2 - \gamma_1 = \triangle\gamma_w$ in der westlichen Randlinie,

$\gamma_3 - \gamma_4 = \triangle\gamma_ö$ » » östlichen »

berechnet werden.

Führt man ein:

für das Kronland: $\begin{cases} B = b_0 s_x \\ L' = l_0 s'_y \\ L'' = l_0 s''_y \end{cases}$

für die Katastersektion: $\overline{PH} = l_0 S_y$

$$\overline{BG} = \overline{NH} = b_0 S_x,$$

so erhält man, um vorerst zur Meridiankonvergenz im Punkte G, d. i. γ_G zu gelangen, die Aenderung der Meridiankonvergenz für die Längeneinheit im westlichen Meridian:

$$\frac{\triangle\gamma_w}{B} = \frac{\triangle\gamma_w}{b_0 \cdot s_x},$$

daher, da $\gamma_G < \gamma_2$ sein muß:

$$\gamma_G = \gamma_2 - \frac{\triangle\gamma_w}{b_0 \cdot s_x} \cdot b_0 S_x = \gamma_2 - \frac{S_x}{s_x} \triangle\gamma_w \quad \ldots \ldots 12)$$

oder auch nach Einführung des Wertes für $\triangle\gamma_w$:

$$\gamma_G = \gamma_2 - \frac{S_x}{s_x}(\gamma_2 - \gamma_1) = \left(1 - \frac{S_x}{s_x}\right)\gamma_2 + \frac{S_x}{s_x}\gamma_1 \quad \ldots \ldots 13)$$

Um von G auf P zu kommen, hat man um die Strecke

$$\overline{GP} = L' - \overline{PH} = L' - l_0 S_y = l_0 s'_y - l_0 S_y = l_0 (s'_y - S_y)$$

östlich zu gehen; es wird also $\gamma_P < \gamma_G$ sein müssen, und zwar, wenn die west-östliche Aenderung für die Längeneinheit

$$\frac{\gamma_G}{L'} = \frac{\gamma_G}{l_0 s'_y}$$

ist, wird erhalten:

$$\gamma_P = \gamma_G - \frac{\gamma_G}{L'}(L' - \overline{PH}) = \gamma_G - \frac{\gamma_G}{l_0 s'_y} l_0 (s'_y - S_y) = \gamma_G - \frac{s'_y - S_y}{s'_y}\gamma_G$$

oder nach Einführung von γ_G und einiger Umformung:

$$\gamma_P = \frac{\gamma_2}{s'_y} S_y - \frac{\triangle\gamma_w}{s_x s'_y} S_x S_y. \quad \ldots \ldots \ldots 14)$$

Da nun

$$\frac{\gamma_2}{s'_y} = a' \ \ldots \ \frac{\triangle\gamma_w}{s_x s'_y} = b' \quad \ldots \ldots \ldots 15)$$

für den westlichen Teil des Kronlandes als konstant anzusehen sind, so nimmt die Gleichung 14) die Form an:

$$\gamma'_P = a' S_y - b' S_x S_y \quad \ldots \ldots \ldots \mathrm{II}$$

In analoger Weise würde man für den östlichen Teil des Kronlandes vorgehen und schließlich erhalten:

$$\frac{\gamma_3}{s''_y} = a'', \ \ldots \ \frac{\triangle\gamma_ö''}{s_x s_y''} = b'', \quad \ldots \ldots \ldots 16)$$

und

$$\gamma_P'' = a'' S_y - b'' S_x S_y \quad \ldots \ldots \ldots \mathrm{II}'$$

Die lineare Meridiankonvergenz wird wie im früheren Falle aus

$$m' = b_0 \gamma' \; . \; . \; . \; m'' = b_0 \gamma'' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{II}''$$

berechnet.

Wir sehen, daß die Grundformeln für die Lage des Kronlandes außerhalb des Koordinatenursprunges einen ähnlichen Bau aufweisen wie für die Lage des Koordinatenursprunges im Innern der Kronlandsgrenzen.

(Fortsetzung folgt.)

Bundesverfassungsgesetz

vom 3. März 1922 über die Regelung der finanziellen Beziehungen zwischen dem Bund und den Ländern (Gemeinden) (Finanz-Verfassungsgesetz).

B.-G.-Bl. 124 vom 9. März 1922 (31. Stück). — Auszug.

Der Nationalrat hat beschlossen:

I. Abgaben.

Arten der Abgaben.

§ 1.

Die öffentlichen Abgaben, die im Bundesgebiete zur Erfüllung der Aufgaben des Bundes sowie der Länder und Gemeinden erhoben werden, sind entweder ausschließliche Bundesabgaben oder zwischen Bund und Ländern (Gemeinden) geteilte Abgaben oder endlich ausschließliche Landes(Gemeinde)abgaben. Die in diesem Gesetze enthaltenen Grundsätze über die Abgaben der Gemeinden gelten, soweit nicht ausdrücklich Abweichendes verfügt ist, auch für die Abgaben der Bezirksverbände (Bezirke) einschließlich jener für bestimmte Zwecke (Straßen-, Armen-, Schul-, Konkurrenzbezirke u. dgl.)

1. Ausschließliche Bundesabgaben.

§ 2.

Ausschließliche Bundesabgaben sind jene, die vom Bunde nur für Bundeszwecke erhoben werden und neben denen gleichartige Abgaben und Zuschläge der Länder und Gemeinden nicht ausgeschrieben werden dürfen.

2. Zwischen Bund und Ländern (Gemeinden) geteilte Abgaben.

§ 3.

Die zwischen dem Bund und den Ländern (Gemeinden) geteilten Abgaben dienen zu einem Teile den Bundeszwecken, zum anderen den Zwecken der Länder (Gemeinden).

3. Ausschließliche Landes(Gemeinde)abgaben.

§ 4.

Alle übrigen Abgaben, die für die Länder (Gemeinden) eingehoben werden, sind ausschließliche Landes(Gemeinde)abgaben.

Abgabengesetzgebung.

§ 5.

Oeffentliche Abgaben können vorbehaltlich der Bestimmungen des § 7 grundsätzlich nur auf Grund eines Gesetzes eingeführt, geändert, in ihrer gesetzlichen Dauer verlännicht mehr verwendbar ist. Nach dessen Berechnung ist z. B. für eine seigere Länge von 1 *m* der Kürzungswert $\triangle l = 375$ *mm* angegeben, während er 1000 *mm* sein sollte. Gerechnet wurde: $\frac{1}{2}\frac{h^2}{s} = 500$ *mm*, $\frac{1}{8}\frac{h^4}{s^3} = 125$ *mm*, $\triangle l = 375$ *mm*.

Es ist die angegebene Hilfstafel von folgenden Werten an unrichtig:

bei $l =$	1 *m*,	2 *m*,	3 *m*,	4 *m*,	5 *m*,	6 *m*,	7 *m*
für h	22 *cm*,	41 *cm*,	54 *cm*,	69 *cm*,	81 *cm*,	96 *cm*,	99 *cm*.

Die letzte Zeile der Tafel sollte beispielsweise lauten:

h in *cm*	Geneigt gemessene Strecke in Metern						
	1	2	3	4	5	6	7
100	1000	268	172	127	101	84	72 *mm*
	(statt 375	234	162	123	99	82	71 *mm*)

Glücklicherweise dürfte die erwähnte Unrichtigkeit kaum irgend ein Unheil angerichtet haben, da die starken Neigungen, für welche die Werte merklich unrichtig sind, über Tag selten vorkommen.

Die in Folgendem angegebene Hilfstafel setzt eine schiefe Länge von 10 *m* voraus und ist für Höhenunterschiede von 0·01 bis 2·00 *m* gerechnet. Um für beliebige Seitenlängen die «Ebenkürzung» $\triangle l$ auszumitteln, ist mit einem logarithmischen Rechenschieber der auf 10 *m* Länge entfallende Höhenunterschied zu bestimmen, für welchen aus der Tafel der Kürzungswert zu entnehmen ist, der wieder auf die Länge l umzurechnen ist. Die Glieder $\triangle l$ sind auf 0·1 *mm* angegeben, damit die Tafel auch für die Umrechnung von Triangulierungsbasen auf die Wagrechte geeignet ist. Die äußerste zu befürchtende Unrichtigkeit von $\triangle l$ ist, da die Abrundung der Werte auf 0·1 *mm* höchstens eine Vernachlässigung von 0·05 *mm* bedeutet, $\frac{1}{200.000}$ der gemessenen Länge. Für Stahlbandmessungen bei der Polygonisierung sind die Werte abzurunden. Außerdem ist der allfälligen Neigungsangabe in Graden oder Prozenten Rechnung getragen. Die der Tafel angefügten Beispiele erläutern zur Genüge den sehr einfachen Rechenvorgang.

Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen.

Von Hofrat Prof. Dr. E. Doležal.

(Fortsetzung.)

3. Fall: Das Koordinatensystem sei um den kleinen Winkel α verschwenkt und der Koordinatenursprung liege außerhalb der Kronlandsgrenzen. (Fig. 5.)

Man rechne die Meridiankonvergenzen in den Endpunkten A, B, C, D und im Mittelmeridian E, F, nämlich:

$$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$$

und bestimme die Aenderungen der Meridiankonvergenzen in den drei charakteristischen Linien:

$$\left.\begin{array}{rl} \text{Westliche Randlinie:} & \gamma_2 - \gamma_1 = \triangle\gamma_W \\ \text{Mittelmeridian:} & \gamma_3 - \gamma_4 = \triangle\gamma_M \\ \text{Oestliche Randlinie:} & \gamma_5 - \gamma_6 = \triangle\gamma_ö \end{array}\right\}$$

Bedeuten s_x, s_y', s_y'' die Anzahl der Sektionen für das Begrenzungsrechteck (westlich und östlich), seien S_x, S_y die Zahl der Sektionen bis zum Sektionseckpunkte P, so erhält man nach dem Vorhergehenden die Meridiankonvergenzen für die Punkte G und H wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_G = \gamma_2 - \dfrac{S_x}{s_x} \triangle\gamma_W \\ \gamma_H = \gamma_3 - \dfrac{S_x}{s_x} \triangle\gamma_M \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 17)$$

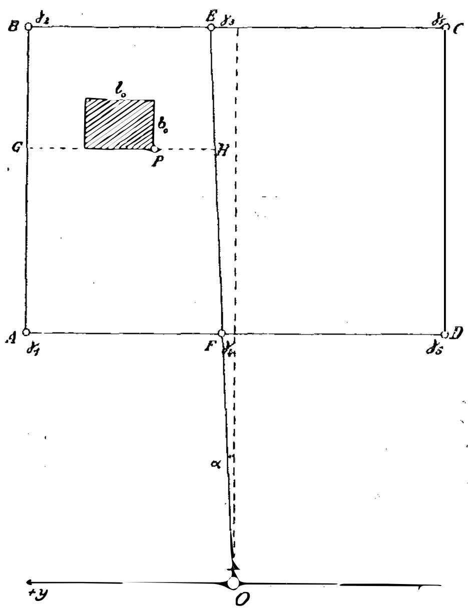

Fig. 5.

Die Meridiankonvergenz im Punkte P kann nun doppelt erhalten werden, und zwar:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{über } G \qquad & \gamma_P = \gamma_G - \dfrac{\gamma_G - \gamma_H}{l_0 s'_y} l_0 (s'_y - S_y) \\ \text{über } H \qquad & \gamma_P = \gamma_H + \dfrac{\gamma_G - \gamma_H}{l_0 s'_y} l_0 S_y \end{array}\right\}$$

Verwenden wir die untere Gleichung, so folgt:

$$\gamma_P = \gamma_H - \frac{S_y}{s'_y}\gamma_H + \frac{S_y}{s'_y}\gamma_G$$

$$\gamma_P = \gamma_3 - \frac{S_x}{s_x}\triangle\gamma_M + (\gamma_2 - \gamma_3)\frac{S_y}{s'_y} + (\triangle\gamma_M - \triangle\gamma_W)\frac{S_x S_y}{s_x s'_y} \quad . . \; 18)$$

Da in Gleichung 18) konstante Quotienten vorkommen, nämlich:

$$\left.\begin{array}{r}\gamma_3 = k' \\ -\dfrac{\triangle\gamma_M}{s_x} = a' \\ \dfrac{\gamma_2 - \gamma_3}{s'_y} = b' \\ \dfrac{\triangle\gamma_M - \triangle\gamma_W}{s_x s'_y} = c'\end{array}\right\}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ 19)$$

so folgt schließlich:

$$\gamma'_P = k' + a' S_x + b' S_y + c' S_x S_y \ldots \ldots \ldots \ \mathrm{III}$$

für den westlichen Kronlandsteil.

Ein analog gebauter Ausdruck wird für den östlichen Teil des Kronlandes erhalten:

$$\gamma''_P = k'' + a'' S_x + b'' S_y + c'' S_x S_y \ldots \ldots \ldots \ \mathrm{III}'$$

Liegt keine Verschwenkung vor, so ist $\gamma_3 = 0$, $\triangle\gamma_M = 0$, also $k' = 0$, $a' = 0$ und III geht in II über, ferner wird auch $k'' = 0$, $a'' = 0$, so daß III' ident mit II' wird.

II. Teil.

Hier sollen nur zwei charakteristische Fälle einer näheren Betrachtung unterzogen werden, und zwar wann das Achsensystem orientiert ist oder in verschwenkter Lage sich befindet.

1. Fall: Orientierte Lage des Achsensystems.

Stellen x und y die linearen Koordinaten des Ursprunges P einer Katastersektion dar (Fig. 6), so werden die Bogen der entsprechenden sphärischen Winkel sein:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{M} = \dfrac{b_0}{M} S_x \\ \dfrac{y}{N} = \dfrac{l_0}{N} S_y\end{array}\right\}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ 1)$$

wenn x und y ein Vielfaches der Breite und Länge der Katastersektion bedeuten.

Durch P einen Kreisbogen parallel zum Meridian des Ursprunges O gelegt und außerdem den Meridian selbst, so erhält man in P die Meridiankonvergenz γ; aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreiecke APN ergibt sich nach Anwendung der Napierschen Regel auf die drei Stücke: $\dfrac{y}{N}$, $90^0 - \gamma$, $90^0 - \varphi_0 + \dfrac{x}{M}$ die Gleichung:

$$\cos\left(90^0 - \frac{y}{N}\right) = \operatorname{cotg}(90^0 - \gamma)\operatorname{cotg}\left[90^0 - \left(90^0 - \varphi_0 + \frac{x}{M}\right)\right]$$

oder

$$\sin\frac{y}{N} = \operatorname{tang}\gamma \operatorname{cotg}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right),$$

woraus folgt:

$$\operatorname{tang}\gamma = \sin\frac{y}{N}\operatorname{tang}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ 2)$$

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{y}{N} &= \frac{y}{N} - \tfrac{1}{6}\left(\frac{y}{N}\right)^3 + \ldots . \\
\operatorname{tang}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right) &= \frac{\operatorname{tang}\varphi_0 - \operatorname{tang}\dfrac{x}{M}}{1 + \operatorname{tang}\varphi_0 \operatorname{tang}\dfrac{x}{M}} = \left(\operatorname{tang}\varphi_0 - \operatorname{tang}\frac{x}{M}\right)\left(1 - \operatorname{tang}\varphi_0 \operatorname{tang}\frac{x}{M}\right) \\
&= \operatorname{tang}\varphi_0 - (1 + \operatorname{tang}^2\varphi_0)\operatorname{tang}\frac{x}{M} = \operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\operatorname{tang}\frac{x}{M}
\end{aligned}\right\}, \quad 3)$$

so wird die Gleichung 2) die Form annehmen:

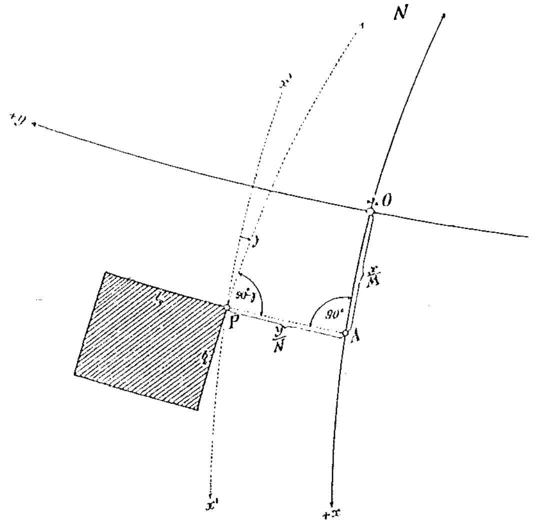

Fig. 6.

$$\operatorname{tang}\gamma = \left[\frac{y}{N} - \tfrac{1}{6}\left(\frac{y}{N}\right)^3 + .\right]\left(\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\operatorname{tang}\frac{x}{M}\right)$$

$$= \frac{y}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\cdot\frac{y}{N}\operatorname{tang}\frac{x}{M}$$

und, hierin die Werte aus Gleichung 1) eingeführt und den Bogen statt der Tangente verwendet, folgt:

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{l_0 S_y}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\frac{b_0 l_0}{MN} S_x S_y \quad . \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

Wird berücksichtigt, daß

$$\gamma = \operatorname{tang}\gamma - \tfrac{1}{3}\operatorname{tang}^3\gamma + \tfrac{1}{5}\operatorname{tang}^5\gamma - . = \operatorname{tang}\gamma$$

gesetzt werden kann, so resultiert:

$$\gamma = \frac{l_0}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 \; S_y - \frac{b_0 l_0}{MN\cos^2\varphi_0} S_x S_y, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 5)$$

worin

$$\left.\begin{aligned}
\frac{l_0}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 &= a \\
\frac{b_0 l_0}{MN\cos^2\varphi_0} &= b
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 6)$$

konstante Werte darstellen und, wenn γ noch mit dem Index xy versehen wird, geht die Gleichung 5) über in:

$$\gamma_{x,y} = a\, S_y - b\, S_x\, S_y\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{I}$$

der Form nach übereinstimmend mit Gleichung II des I. Teiles dieser Arbeit.

Die lineare Meridiankonvergenz wird lauten:

$$m = b_0\, \gamma_{xy} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Die Identität der Koeffizienten a, b in der Gleichung II des I. Teiles dieser Studie und der vorstehenden Gleichung I läßt sich unschwer nachweisen; nach den genannten Gleichungen muß

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\gamma_0}{S_y} \\ b &= \frac{\gamma_0 - \gamma_1}{S_x\, S_y} \end{aligned}\right\} \quad \text{in} \quad \left\{\begin{aligned} a &= \frac{l_0}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 \\ b &= \frac{b_0\, l_0}{M\, N} \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} \end{aligned}\right\}$$

überführt werden können.

Da nun

$$\left.\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{L}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 \\ \gamma_1 &= \frac{L}{N} \operatorname{tang} \varphi_1 \end{aligned}\right\}, \quad \gamma_0 - \gamma_1 = \frac{L}{N} (\operatorname{tang} \varphi_1 - \operatorname{tang} \varphi_0) \quad \text{und}$$

$$\operatorname{tang} \varphi_1 - \operatorname{tang} \varphi_0 = \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_0} \quad \text{ist und näherungsweise}$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang} \varphi_1 - \operatorname{tang} \varphi_0 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_0} \\ \varphi_1 - \varphi_0 &= \frac{B}{M} \\ \cos \varphi_1 &= \cos \varphi_0 \end{aligned}\right\} \quad \text{gesetzt werden können,}$$

folgt zunächst:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang} \varphi_1 - \operatorname{tang} \varphi_0 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} = \frac{B}{M} \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} \\ \gamma_1 - \gamma_0 &= \frac{B\, L}{M\, N} \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} \end{aligned}\right\}$$

und dann kann mit Berücksichtigung von

$$B = b_0\, s_x$$
$$L = l_0\, s_y$$

die folgende Ueberführung der Koeffizienten a, b erfolgen:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\gamma_0}{S_y} = \frac{L\, l_0}{N\, L} \operatorname{tang} \varphi_0 = \frac{l_0}{N} \operatorname{tang} \varphi_0 \\ b &= \frac{\gamma_0 - \gamma_1}{S_x\, S_y} = \frac{B\, L}{B\, L} \frac{b_0\, l_0}{M\, N} \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} = \frac{b_0\, l_0}{M\, N} \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} \end{aligned}\right\},$$

die genau die in Gleichung I gewonnenen Ausdrücke für a, b liefert, wodurch die Identität dieser Koeffizienten erwiesen erscheint.

Bedeutung der Konstanten a, b. Setzt man in der Gleichung I für

$$\left.\begin{array}{ll} S_x = 0,\ S_y = 1, \text{ so folgt: } & \gamma_{0,1} = a \\ S_x = 1,\ S_y = 1, \text{ so folgt: } & \gamma_{1,1} = a - b \\ \text{also: } & b = a - \gamma_{1,1} = \gamma_{0,1} - \gamma_{1,1} \end{array}\right\} \quad \ldots 8)$$

Man kann leicht zu den Meridiankonvergenzen kommen, die in einem Parallelkreise oder Meridiane Gültigkeit haben. So erhält man für den Parallelkreis $S_x = 2$ und die aufeinanderfolgenden Meridiane $S_y = 1, 2, 3, 4 \ldots n$ die Meridiankonvergenzen:

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_{2,1} = a - 2 \cdot 1\, b \\ \gamma_{2,2} = 2\,a - 2 \cdot 2\, b = 2\,(a - 2\,b) = 2\,\gamma_{2,1} \\ \gamma_{2,3} = 3\,a - 2 \cdot 3\, b = 3\,(a - 2\,b) = 3\,\gamma_{2,1} \\ \gamma_{2,n} = n\,a - 2 \cdot n\, b = n\,(a - 2\,b) = n\,\gamma_{2,1} \end{array}\right\}; \quad \ldots\ldots 9)$$

wenn hingegen die Werte der Meridiankonvergenzen für denselben Meridian $S_y = 2$ und die Parallelkreise $S_x = 1, 2, 3, n$ bestimmt werden, wird erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_{1,2} = 2\,a - 1 \cdot 2\,b = 2\,(a - b) \\ \gamma_{2,2} = 2\,a - 2 \cdot 2\,b = 2\,(a - 2\,b) \\ \gamma_{3,2} = 2\,a - 3 \cdot 2\,b = 2\,(a - 3\,b) \\ \gamma_{n,2} = 2\,a - n \cdot 2\,b = 2\,(a - n\,b) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots 10)$$

Anmerkung: Natürlich kann n in vorstehenden Ausdrücken nicht beliebig groß angenommen werden, da es von der Approximation des abgeleiteten Ausdruckes für die Meridiankonvergenz (Vernachlässigung in der Reihenentwicklung) bezw. von der Ausdehnung des Kronlandes abhängt, für welche die Konstanten a, b aufgestellt worden sind.

Bestimmung der Konstanten a, b. Kennt man die Meridiankonvergenzen eines Systems von wenigstens zwei Katastralsektionen, z. B. $\gamma_{2,6}$ und $\gamma_{3,4}$, so lassen sich die Konstanten a, b berechnen. Der Gleichung 10) zufolge kann man schreiben:

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_{2,6} = 6\,a - 2 \cdot 6\,b = 6\,(a - 2\,b) \\ \gamma_{3,4} = 4\,a - 3 \cdot 4\,b = 4\,(a - 3\,b) \end{array}\right\}, \quad \ldots\ldots\ldots 11)$$

woraus a und b gefunden werden mit:

$$\left.\begin{array}{l} a = \frac{1}{2}(\gamma_{2,6} - \gamma_{3,4}) \\ b = \frac{1}{12}(2\,\gamma_{2,6} - 3\,\gamma_{3,4}) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

Anmerkung: Ist eine größere Anzahl von Meridiankonvergenzen gegeben, so lassen sich die Werte a, b kontrollieren und noch andere nicht uninteressante theoretische Betrachtungen anstellen.

2. Fall: Verschwenkte Lage des Koordinatensystems um den Winkel α.

Unter der Annahme, daß das Koordinatensystem im Ursprunge O um den Winkel α verschwenkt ist, gestaltet sich die Bestimmung der Meridiankonvergenz wie folgt (Fig. 7):

Legt man durch den Ursprung P der Katastersektion Parallelbogen zur fehlerfreien und verschwenkten Abszissenachse, so werden bei P die Winkel α

und γ auftreten; im rechtwinkligen sphärischen Dreiecke APN mit den Stücken: $\frac{y}{N}$, $90^0 - (\gamma + \alpha)$, $90^0 - \varphi_0 + \frac{x}{M}$ erhält man nach der Napierschen Regel:

$$\operatorname{tang}(\gamma + \alpha) = \sin\frac{y}{N}\operatorname{tang}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right) \quad \ldots\ldots \quad 13)$$

Da wegen der Kleinheit der Winkel γ und α näherungsweise ist:

$$\operatorname{tang}(\gamma + \alpha) = \operatorname{tang}\gamma + \operatorname{tang}\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

und zufolge der Gleichungen 3):

$$\sin\frac{y}{N} = \frac{y}{N} - \tfrac{1}{6}\left(\frac{y}{N}\right)^3 + \ldots = \frac{y}{N}$$

$$\operatorname{tang}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right) = \operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\operatorname{tang}\frac{x}{M}$$

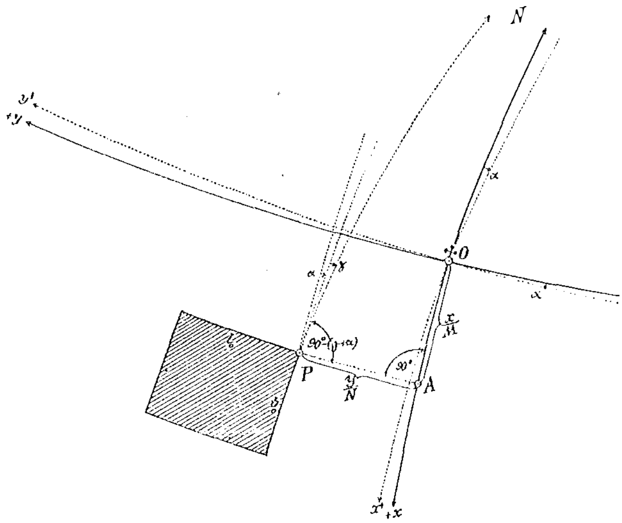

Fig. 7.

oder, weil $\frac{x}{M}$ klein ist, man stets statt der Tangente den Bogen einführen kann:

$$\operatorname{tang}\left(\varphi_0 - \frac{x}{M}\right) = \operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\frac{x}{M},$$

so wird vorerst erhalten aus Gleichung 13) und 14):

$$\operatorname{tang}(\gamma + \alpha) = \operatorname{tang}\gamma + \operatorname{tang}\alpha = \left(\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{1}{\cos^2\varphi_0}\frac{x}{M}\right)\frac{y}{N}$$

oder

$$\operatorname{tang}\gamma = -\operatorname{tang}\alpha + \frac{y}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{xy}{MN}\frac{1}{\cos^2\varphi_0} \quad \ldots\ldots \quad 15)$$

Zwischen den richtigen Koordinaten x, y des Punktes P und den auf das um den Winkel α verschwenkte Achsensystem bezogenen Koordinaten x', y' besteht die Beziehung:

$$\left.\begin{aligned} x &= x'\cos\alpha - y'\sin\alpha \\ y &= x'\sin\alpha + y'\cos\alpha \end{aligned}\right\}$$

Das Produkt xy in der Gleichung 15) bestimmt sich mit:

$$xy = x'y'(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + (x'^2 - y'^2)\sin\alpha\cos\alpha$$
$$= x'y'\cos 2\alpha + \tfrac{1}{2}(x'^2 - y'^2)\sin 2\alpha$$

und die Gleichung für tang γ nimmt die Form an:

$$\operatorname{tang}\gamma = -\operatorname{tang}\alpha + \frac{x'\sin\alpha + y'\cos\alpha}{N}\operatorname{tang}\varphi_0 - \frac{x'y'\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(x'^2 - y'^2)\sin 2\alpha}{MN\cos^2\varphi_0}$$

oder

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tang}\gamma = -\operatorname{tang}\alpha &+ \frac{\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}x' + \frac{\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}y'\\ &- \frac{\cos 2\alpha}{MN\cos^2\varphi_0}x'y' - \frac{\sin 2\alpha}{2MN\cos^2\varphi_0}(x'^2 - y'^2)\end{aligned}\right\}$$

und wird das Glied mit der Differenz $\frac{1}{2}(x'^2 - y'^2)$ vernachlässigt, so hat man:

$$\operatorname{tang}\gamma = -\operatorname{tang}\alpha + \frac{\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}x' + \frac{\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}y' - \frac{\cos 2\alpha}{MN\cos^2\varphi_0}x'y' \quad .\;.\; 16)$$

Wird für

$$\left.\begin{aligned}x' &= b_0\, S_x\\ y' &= l_0\, S_y\end{aligned}\right\}$$

eingeführt und statt der tang γ der Bogen γ gesetzt, so ergibt sich:

$$\gamma = -\operatorname{tang}\alpha + \frac{b_0\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}S_x + \frac{l_0\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}S_y - \frac{b_0 l_0\cos 2\alpha}{MN\cos^2\varphi_0}S_x S_y \quad .\; 17)$$

worin die folgenden Konstanten:

$$\left.\begin{aligned}k_1 &= -\operatorname{tang}\alpha\\ k_2 &= \frac{b_0\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}\\ a &= \frac{l_0\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}\\ b &= \frac{b_0 l_0\cos 2\alpha}{MN\cos^2\varphi_0}\end{aligned}\right\} \quad .\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 18)$$

eingesetzt, die Gleichung 17) übergeht in:

$$\gamma = k_1 + k_2\, S_x + a\, S_y - b\, S_x\, S_y \quad .\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \mathrm{II}$$

Die lineare Meridiankonvergenz berechnet sich wie früher mit:

$$m = b_0\,\gamma \quad .\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 19)$$

Literaturbericht.

1. Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen nur Bücher, welche der Redaktion der Oesterr. Zeitschrift für Vermessungswesen zugesendet werden.

Bibliotheks-Nr. 649. A. Berroth: „Die gebräuchlichen Ellipsoide und die Lotabweichungen". Veröffentlichung des preuß. geod. Institutes. Neue Folge Nr. 86. 23 Seiten. Berlin 1922. P. Stankiewicz' Buchdruckerei G. m. b. H.

Lineare Meridiankonvergenz der Randlinien der Katastersektionen.

Von Hofrat Prof. Dr. E. Doležal.

(Schluß.)

Die Schichten der Katastersektionen werden von der nördlichen Randlinie des Kronlandes zum Nullperpendikel gezählt (Fig. 8); nennen wir ihre Anzahl S_0, so kann die Gleichung II, für den Bogen γ in nachstehender Weise umgeformt werden:

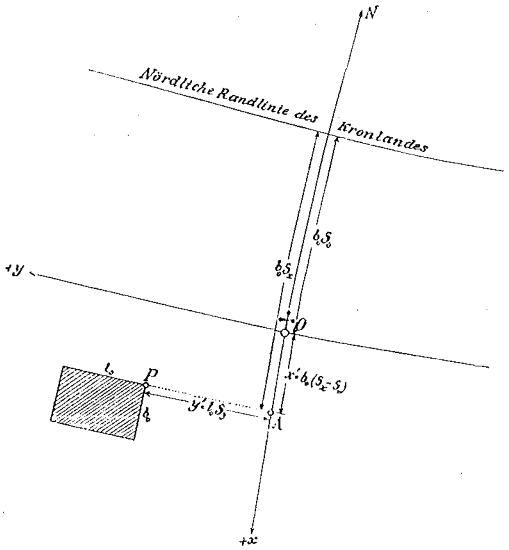

Fig. 8.

Die Koordinaten von P sind dann:

$$\left.\begin{aligned} x' &= b_0\,(S_x - S_0) \\ y' &= l_0\,S_y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

und in Gleichung 16) eingeführt, wird erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang}\gamma = -\operatorname{tang}\alpha &+ \frac{\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{M}\,b_0\,(S_x - S_0) \\ &+ \frac{\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N}\,l_0\,S_y \\ &- \frac{\cos 2\alpha}{M N \cos^2\varphi_0}\,b_0\,l_0\,(S_x - S_0)\,S_y \end{aligned}\right\};$$

entwickelt, reduziert und statt tang γ den Bogen gesetzt, folgt:

$$\left.\begin{aligned} \gamma = -\left(\operatorname{tang}\alpha + \frac{\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{M}\,b_0 S_0\right) &+ \frac{b_0\sin\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{M}\,S_x \\ + \left(\frac{l_0\cos\alpha\operatorname{tang}\varphi_0}{N} + \frac{b_0\,l_0\,S_0\cos 2\alpha}{M N\cos^2\varphi_0}\right) S_y & \\ - \frac{b_0\,l_0\cos 2\alpha}{M N \cos^2\varphi_0}\,S_x\,S_y & \end{aligned}\right\}, \quad \ldots \quad 21)$$

worin die konstanten Koeffizienten symbolisch bezeichnet werden mit:

$$\left.\begin{aligned} -\left(\tan\alpha + \frac{b_0 S_0 \sin\alpha \tan\varphi_0}{M}\right) &= k_1' \\ + \frac{b_0 \sin\alpha \tan\varphi_0}{M} &= k_2' \\ \frac{l_0 \cos\alpha \tan\varphi_0}{N} + \frac{b_0 l_0 S_0 \cos 2\alpha}{M N \cos^2\varphi_0} &= a' \\ + \frac{b_0 l_0 \cos 2\alpha}{M N \cos^2\varphi_0} &= b' \end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots \quad 22)$$

so daß resultiert werden:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= k_1' + k_2' S_x + a' S_y - b' S_x S_y \\ m &= b_0 \gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{III}$$

Die Verschwenkung α ist allgemein klein; bekanntlich sind die Verschwenkungswinkel der Koordinatensysteme am Gusterberg in Oberösterreich 4·5′, am westlichen Basisendpunkte bei Radautz 9·2′ und nur am Tignarossa in Dalmatien besteht der größere Betrag $2^0\,8'$.

Setzt man für die ersten beiden Fälle:

$$\tan\alpha = \sin\alpha = \alpha, \; \cos\alpha = 1 \text{ und } \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - \alpha^2,$$

so nehmen die Konstanten Gleichungen 22) die Form an:

$$\left.\begin{aligned} k_1' &= \alpha\left(1 + \frac{b_0 S_0 \tan\varphi_0}{M}\right) \\ k_2' &= -\frac{b_0 \alpha \tan\varphi_0}{M} \\ a' &= \frac{b_0 \tan\varphi_0}{M} + \frac{b_0 l_0 S_0 (1-\alpha^2)}{M N \cos^2\varphi_0} \\ b' &= \frac{b_0 l_0 S_0 (1-\alpha^2)}{M N \cos^2\varphi_0} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

Anmerkung: Liegt keine Verschwenkung des Koordinatensystems vor, ist also $\alpha = 0$, so gehen die Gleichungen 22) bzw. 23) für die Konstanten über in:

$$\text{und} \quad \left.\begin{aligned} k_1' &= k_2' = 0 \\ a' &= \frac{b_0 l_0}{M N \cos^2\varphi_0} S_0 + \frac{l_0 \tan\varphi_0}{N} \\ b' &= \frac{b_0 l_0}{M N \cos^2\varphi_0} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

und die Gleichung III nimmt dann die Form an:

$$\gamma = a' S_y - b' S_x S_y, \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{I}'$$

welcher Ausdruck mit der Gleichung I) der Form nach übereinstimmt.

Wenn die Zählung der Schichten nicht vom Nullpunkt-Perpendikel, sondern von der nördlichen Randlinie des Kronlandes erfolgt, so muß statt S_x in Gleichung I) gesetzt werden: $S_x - S_0$, so daß nach Einführung dieses Wertes die Gleichung I) übergeht in:

$$\gamma = a S_y - b(S_x - S_0) S_y = (a + b S_0) S_y - b S_x S_y, \quad \ldots\ldots \quad \mathrm{IV}$$

welche mit I′ ident sein muß und die Beziehungen liefert:

$$\left.\begin{array}{l} a' = a + b\,S_0 \\ b' = b \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 25)$$

Wären die Konstanten, bezogen auf das Perpendikel des Ursprunges, a, b, so ließe sich S_0 ausdrücken nach Gleichung 25) durch:

$$S_0 = \frac{a' - a}{b} = \frac{a' - a}{b'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

Die „Instruktion zur Ausführung der Vermessungen mit Anwendung des Meßtisches behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters, Wien 1905'' enthält auf Seite 93 als Beilage Tabelle A die Formeln zur näherungsweisen Berechnung der linearen Meridiankonvergenz für die einzelnen im ehemaligen Transleithanien vereinigten Königreiche und Länder.

Die besonderen Werte der Koeffizienten a, b, k_1, k_2 in den abgeleiteten allgemeinen Gleichungen sind dort enthalten für die beiden Maßverhältnisse 1 : 2.880 und 1 : 2.500.

Es muß ausdrücklich betont werden, daß die in vorstehender Abhandlung gegebenen Entwicklungen allgemeine Gültigkeit haben und naturgemäß unabhängig sind von dem Maßstabe, nur ist es erforderlich, daß in der allgemeinen Formel

$$m = k + a\,S_x + b\,S_y + c\,S_x\,S_y$$

strenge eingehalten wird, daß hierin bedeuten:

1. S_x die Anzahl der Katastersektionen bzw. Sektionshöhen, und zwar:
   a) für Mappen im Maßverhältnis 1 : 2.880 jene Anzahl, die zwischen der nördlichen Begrenzungslinie der mit 1 bezeichneten Quadratmeilenschichte und der nordöstlichen Sektionsecke des vorliegenden Sektionsblattes liegt; S_x immer positiv;
   b) für Mappen im Maßverhältnis 1 : 2.500 jene Anzahl, die zwischen dem Perpendikel (Ordinatenachse) und der nordöstlichen Katasterecke liegt; S_x ist südlich positiv und nördlich negativ einzuführen.
2. S_y die Anzahl der Katastersektionen bzw. Katasterlängen, die zwischen dem Nullpunkt-Meridian (Abszissenachse) und der nordwestlichen Sektionsecke liegen; S_y ist, wie üblich, westlich positiv und östlich negativ zu zählen.

Instruktive Beispiele befinden sich auf den Seiten 94, 95, 96 der genannten Instruktion.