

Paper-ID: VGI\_192111



## Untersuchung ber Genauigkeit von stereophotogrammetrisch bestimmten Höhenschichtlinien

Paul Werkmeister <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Eßlingen am Neckar*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **19** (5–6), S. 65–70

1921

Bib<sub>T</sub><sub>E</sub>X:

```
@ARTICLE{Werkmeister_VGI_192111,  
Title = {Untersuchung ber Genauigkeit von stereophotogrammetrisch bestimmten H  
        {"o}henschichtlinien},  
Author = {Werkmeister, Paul},  
Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {65--70},  
Number = {5--6},  
Year = {1921},  
Volume = {19}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion: Hofrat Prof. Dr. Ing. h. c. E. Doležal und Baurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 5/6.

Wien, im Dezember 1921.

XIX. Jahrgang.

## Untersuchung der Genauigkeit von stereophotogrammetrisch bestimmten Höhenschichtlinien.

Von Prof. Dr.-Ing. P. Werkmeister in Eßlingen a. N.

### 1. Einleitung.

Zwecks Herstellung einer topographischen Karte wurde im Sommer 1915 ein Teil des oberen Maastales von der Vermessungsabteilung 15 (Bayerische) stereophotogrammetrisch bearbeitet. Für die Aufnahmen wurde ein Zeißscher Phototheodolit mit 19 cm Brennweite und 13 auf 18 cm Plattengröße benützt, die Auswertung der Aufnahmen erfolgte mit Hilfe des Stereoautographen in Jena; das Ergebnis der ganzen Arbeit war eine Karte mit 5 m-Höhenschichtlinien im Maßstab 1:10000 von den photogrammetrisch zugänglichen Gebietsteilen. Die Aufnahmen und deren Auswertung wurden von Herrn Dr. v. Gruber durchgeführt. Das in Frage kommende Gelände ist für die stereophotogrammetrische Aufnahme besonders geeignet.

Um zu einem Urteil über die bei der Aufnahme erreichte Genauigkeit zu gelangen, ließ der Führer der Vermessungsabteilung 15 Herr Major Fried einzelne, beliebig herausgewählte Teile durch unmittelbare Messungen auf ihre Genauigkeit untersuchen. Die Untersuchung der Genauigkeit der Höhenschichtlinien wurde dem Verfasser übertragen; die Ausführung und das Ergebnis dieser Untersuchung sollen im folgenden beschrieben und mitgeteilt werden.

In der Hauptsache wurde die Untersuchung auf zwei verschiedene Arten vorgenommen, indem die Genauigkeit einerseits mit Hilfe eines beiläufig normal zu den Schichtlinien verlaufenden Vertikalschnittes und andererseits durch unmittelbares Aufsuchen einer Schichtlinie im Gelände bestimmt wurde. Die erforderlichen Messungen wurden im Grundgedanken derart ausgeführt, daß die Unterschiede zwischen ihnen und den Ergebnissen der stereophotogrammetrischen Aufnahme als wahre Fehler der letzteren betrachtet werden dürfen.

Zu den Messungen wurde ein Tachymetertheodolit von C. Sickler in Karlsruhe i. B. benützt; das mit einem Fadenentfernungsmesser versehene Fernrohr dieses Instrumentes hat eine 20fache Vergrößerung; die Konstanten des Fernrohres sind 34 cm und 99,1; die Ablesungen am Horizontal- und am Vertikal-

kreis geschehen mit Hilfe von Strichmikroskopen durch Schätzung zwischen den 10 Minuten-Strichen der Teilungen auf eine Minute genau. Für die optisch auszuführenden Entfernungsmessungen standen zwei drei Meter lange, je mit einer Dosenlibelle versehene Latten mit 2 *cm*-Felderteilung zur Verfügung; die ruhige Haltung der Latten während der auf Millimeter genau ausgeführten Ablesungen wurde durch Verstreben mit Hilfe eines Stockes erreicht.

## 2. Genauigkeitsbestimmung mit Hilfe von normal zu den Höhengschichtlinien verlaufenden Vertikalschnitten.

Es wurden zwei solche Schnitte aufgenommen; der eine durchschneidet nur den einen Talhang, der andere, ungefähr senkrecht zum Maastale verlaufend, durchschneidet beide Talhänge. Beide Schnitte wurden so angeordnet, daß je sämtliche Punkte in derselben Vertikalebene liegen; die Endpunkte der beiden Schnitte fallen entweder unmittelbar mit trigonometrisch festgelegten, also ihren Koordinaten nach bekannten Punkten oder mit in der Nähe von solchen Punkten gelegenen Hilfspunkten zusammen, deren Koordinaten nach einem der bekannten Verfahren einwandfrei bestimmt werden konnten. Die Lage der einzelnen in Bezug auf ihre Höhe festzulegenden Punkte der beiden Schnitte wurde nach Einweisen in die durch die Endpunkte der Schnitte bestimmten Geraden durch optische Messung der Entfernungen von Punkt zu Punkt ermittelt.

Die Auswahl der einzelnen Punkte erfolgte in der Weise, daß zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Punkten das Gelände in der Hauptsache geradlinig verläuft.

a) Bei dem ersten Vertikalschnitt beträgt die Entfernung der Endpunkte rund 890 *m*, die Anzahl der aufgenommenen Punkte ist 18, so daß diese im Durchschnitt nicht ganz 50 *m* voneinander entfernt sind. Die Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Punkten wurden in bekannter Weise durch Höhenwinkelmessung und mit Benützung der tachymetrischen Höhenformel ermittelt. Auf Grund des aufgetretenen Anschlußunterschiedes<sup>1</sup> kann angenommen werden, daß die Lage der aufgenommenen Höhenpunkte sich im Maßstab 1:10000 — dem Maßstab der Ausarbeitung der stereophotogrammetrischen Aufnahme — fehlerfrei angeben läßt. Die aus den Messungen hervorgegangenen Höhen der einzelnen Punkte sind mit einem mittleren Fehler behaftet, der kleiner als 1 *dm* anzunehmen ist<sup>2</sup>; die mit ihrer Hilfe zu ermittelnden Fehler der photogrammetrischen Aufnahme dürfen somit als wahre Fehler angesprochen werden.

Trägt man die in dem Vertikalschnitt aufgenommenen Punkte in die aus der photogrammetrischen Aufnahme hervorgegangene Karte ein und bestimmt man für die zwischen ihnen liegenden photogrammetrisch festgelegten Schichtlinien durch lineare Interpolation zwischen den gemessenen Höhen die Höhen, so findet man die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Werte:

<sup>1</sup> Der Unterschied zwischen der aus den Koordinaten berechneten Entfernung und der als Summe aus den gemessenen Punktentfernungen berechneten Entfernung betrug 1,7 *m*.

<sup>2</sup> Der auf Grund der gegebenen Höhen der beiden Anschlußpunkte sich ergebende Höhenanschlußfehler betrug 0,15 *m*.

Schichtlinie	Zwischen den aufgenommenen Punkten interpolierte Höhe	$\varepsilon$	$\varepsilon\varepsilon$	$\text{tg } \alpha$
<i>m</i>	<i>m</i>	<i>dm</i>		
240	240,1	+ 1	1	0,12
235	234,9	- 1	1	0,17
230	230,7	+ 7	49	0,18
225	226,0	+ 10	100	0,16
220	220,1	+ 1	1	0,16
215	214,7	- 3	9	0,23
210	210,9	+ 9	81	0,20
205	204,2	- 8	64	0,20
200	199,0	- 10	100	0,20
195	195,4	+ 4	16	0,17
195	195,7	+ 7	49	0,11
200	199,8	- 2	4	0,17
205	203,8	- 12	144	0,12
210	209,1	- 9	81	0,12
215	214,3	- 7	49	0,17
220	219,6	- 4	16	0,18
225	224,9	- 1	1	0,13
230	230,3	+ 3	9	0,13
235	235,6	+ 6	36	0,12
240	240,7	+ 7	49	0,14
245	245,2	+ 2	4	0,14
250	249,9	- 1	1	0,14
255	254,0	- 10	100	0,12
260	259,6	- 6	36	0,15
265	263,7	- 13	169	0,15

Die Zusammenstellung enthält außer den beiden Höhenwerten die wahre Fehler der photogrammetrisch bestimmten Schichtlinienpunkte vorstellenden Unterschiede  $\varepsilon$  zwischen den Schichtlinienhöhen und den zwischen den aufgenommenen Punkten interpolierten Höhen für die Schichtlinienpunkte, ferner die Quadrate der Fehler  $\varepsilon$ , und zur Beurteilung der Geländeverhältnisse die Werte von  $\text{tg } \alpha$ , wobei  $\alpha$  der Neigungswinkel des Geländes ist.

Die Verteilung der Vorzeichen der Fehler  $\varepsilon$  ist derart, daß man sie in der Hauptsache als zufällige Fehler ansprechen wird; jedenfalls wird man trotz des Vorherrschens der negativen Werte nicht mit Bestimmtheit auf einseitig wirkende Fehler schließen können. Eine Abhängigkeit der Fehler  $\varepsilon$  von  $\text{tg } \alpha$  ist nicht zu erkennen; mit Rücksicht auf die geringen Unterschiede im Neigungswinkel des Geländes ist dies verständlich.

Berechnet man auf Grund der wahren Fehler  $\varepsilon$  den mittleren Höhenfehler  $\mu$  eines stereophotogrammetrisch bestimmten Schichtlinienpunktes, so findet man

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \sqrt{\frac{1170}{25}} = \pm 6,8 \text{ dm.}$$

Der durchschnittliche Wert von  $\text{tg } \alpha$  ist 0,16.

b) Bei dem zweiten Vertikalschnitt sind die Endpunkte rund 1760 *m* voneinander entfernt; aufgenommen wurden — wenn man von dem im Maastale verlaufenden Teile absieht — 27 Punkte, die im Durchschnitt 40 *m* auseinander liegen. In Bezug auf die Einmessung der Punkte nach Lage und Höhe gilt das oben Gesagte. Auch hier sind die Anschlußfehler in horizontalem<sup>3</sup> und vertikalem<sup>4</sup> Sinn derart, daß die zu ermittelnden Fehler der photogrammetrischen Aufnahme als deren wahre Fehler aufgefaßt werden dürfen.

Trägt man die 27 Punkte in die photogrammetrisch aufgenommene Karte ein, und ermittelt man zwischen ihnen durch lineare Interpolation die Höhen der in Frage kommenden Schichtlinien der photogrammetrischen Aufnahme, so findet man die folgenden Werte:

Schichtlinie	Zwischen den aufgenommenen Punkten interpolierte Höhe	$\varepsilon$	$\varepsilon\varepsilon$	$\text{tg } \alpha$
<i>m</i>	<i>m</i>	<i>dm</i>		
245	244,6	— 4	16	0,10
240	239,5	— 5	25	0,13
235	235,9	+ 9	81	0,08
230	229,8	— 2	4	0,13
225	225,1	+ 1	1	0,14
220	220,6	+ 6	36	0,13
215	215,6	+ 6	36	0,14
210	211,1	+ 11	121	0,21
205	207,1	+ 21	441	0,13
200	200,8	+ 8	64	0,20
195	195,3	+ 3	9	0,38
190	190,8	+ 8	64	0,38
185	186,6	+ 16	256	0,38
180	181,7	+ 17	289	0,35
180	179,6	— 4	16	0,25
185	184,8	— 2	4	0,19
190	190,3	+ 3	9	0,15
195	195,3	+ 3	9	0,14
200	200,0	± 0	0	0,09
205	204,9	— 1	1	0,10

<sup>3</sup> Der Unterschied zwischen der aus den Koordinaten der Endpunkte berechneten Entfernung und der abgesetzt gemessenen Entfernung beträgt 0,9 *m*.

<sup>4</sup> Der Unterschied beim Höhenanschluß war 0,28 *m*, wobei aber zu beachten ist, daß die gegebenen Höhen der Anschlußpunkte selbst mit einem mittleren Fehler von etwa ± 5 *cm* behaftet sind.

210	209,9	— 1	1	0,11
215	214,8	— 2	4	0,13
220	219,5	— 5	25	0,13
225	224,1	— 9	81	0,09
230	229,6	— 4	16	0,08
235	235,0	± 0	0	0,08

Bei den Fehlern  $\varepsilon$  herrschen — besonders in Bezug auf die Summe der absoluten Werte — die positiven Fehler vor<sup>5</sup>; zum Teil möchte man auf einseitig wirkende Fehlerquellen schließen. Eine Beziehung zwischen der Größe der Fehler und den Werten von  $\operatorname{tg} \alpha$  läßt sich auch hier nicht mit Sicherheit feststellen. Betrachtet man die Fehler  $\varepsilon$  wieder als zufällige Fehler, so findet man für den einem durchschnittlichen Wert von  $\operatorname{tg} \alpha = 0,17$  entsprechenden mittleren Höhenfehler  $\mu$  eines stereophotogrammetrisch bestimmten Schichtlinienpunktes

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \sqrt{\frac{1609}{26}} = \pm 7,9 \text{ dm.}$$

Zum Vergleich der beiden gefundenen Werte für den mittleren Höhenfehler mit den bei anderen Messungen festgestellten möge z. B. auf drei badische Blätter hingewiesen werden, die ebenfalls im Maßstab 1:10000, aber mit dem Tachymetertheodolit und mit im Durchschnitt 190 Punkten auf einem Quadratkilometer aufgenommen wurden; die bei diesen ausgeführten Genauigkeitsbestimmungen<sup>6</sup> ergaben für den mittleren Höhenfehler  $\mu = \pm (0,6 + 4,5 \operatorname{tg} \alpha) m$ , also für  $\operatorname{tg} \alpha = 0,17$  den Wert  $\mu = \pm 13,6 \text{ dm}$ . Als Maximalfehler wurde bei den drei badischen Blättern für das Gelände mit  $\operatorname{tg} \alpha = 0,17$  der Wert  $\pm 38 \text{ dm}$  gefunden<sup>7</sup>; dem gegenüber beträgt der größte Fehler eines stereophotogrammetrisch bestimmten Schichtlinienpunktes nur 21 dm.

### 3. Genauigkeitsbestimmung auf Grund einer im Gelände abgesteckten Höhenschichtlinie.

Das im Gelände unmittelbar aufgesuchte Schichtlinienstück ist rund 1800 m lang und verläuft ungefähr zwischen zwei trigonometrisch festgelegten Punkten; die Zahl der abgesteckten Punkte beträgt 20, so daß deren mittlere Entfernung rund 100 m ist. Die Aufsuchung bezw. Absteckung der einzelnen Punkte geschah auf Grund einer der Schichtlinie entlang geführten Nivellements. Die Festlegung der Lage der abgesteckten Punkte erfolgte mit Hilfe eines von dem einen trigonometrischen Punkt zu dem anderen trigonometrischen Punkt führenden Polygonzuges, der mit dem oben beschriebenen Instrument gemessen wurde. Die Anschlußdifferenzen bei den Koordinaten betragen 1,5 bezw. 1,6 m, so daß die Fehler

<sup>5</sup> Die beiden großen Werte von  $\pm 11 \text{ dm}$  und  $\pm 21 \text{ dm}$  bei den Schichtlinien 210 und 205 der ersten Hälfte dürften dadurch zu erklären sein, daß die betreffenden Schichtlinien je in der Nähe einer mit einer Hecke bedeckten Böschung verlaufen.

<sup>6</sup> Vgl. Heinrich Müller: Ueber den zweckmäßigsten Maßstab topographischer Karten. Stuttgart 1913. Seite 100.

<sup>7</sup> Vgl. H. Müller a. a. Ort Seite 108.

in der Lage der abgesteckten Schichtlinienpunkte für den Maßstab 1:10000 als verschwindend klein angesehen werden dürfen. Trägt man die einzelnen Punkte auf Grund ihrer Koordinaten in die aus der photogrammetrischen Aufnahme entstandene Karte ein, und bestimmt man dann für jeden Punkt durch Interpolation die Höhe zwischen den beiden nächstgelegenen Schichtlinien, so erhält man die folgenden als wahre Fehler der stereophotogrammetrisch bestimmten Punkthöhen anzusprechenden Fehler  $\varepsilon$

$$\begin{array}{cccc|cccc} -4 & \pm 0 & \pm 0 & +7 & -4 & -5 & -4 & -6 & -14 & -4 & dm \\ +5 & +14 & +16 & +9 & +10 & +4 & +9 & +14 & +14 & +17 & dm \end{array}$$

Bei diesen Fehlern überwiegen — besonders hinsichtlich der Summe ihrer absoluten Werte — die positiven Fehler; trotzdem kann man die Fehler als zufällige betrachten<sup>8</sup>. Berechnet man einen mittleren Höhenfehler  $\mu$  in der üblichen Weise, so erhält man

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \sqrt{\frac{1806}{20}} = \pm 9,5 \text{ dm.}$$

Das untersuchte Höhenschichtlinienstück verläuft in einem Gelände, bei dem im Mittel  $\text{tg } \alpha = 0,10$  ist.

Bei den oben erwähnten badischen Blättern beträgt der mittlere Höhenfehler in dem entsprechenden Gelände  $\pm 10,5 \text{ dm}$ ; als größter Fehler wurde bei diesen Blättern  $\pm 39 \text{ dm}$  bestimmt.

Wenn auch die im vorstehenden mitgeteilte Untersuchung einer stereophotogrammetrisch durchgeführten Geländeaufnahme sich auf ein verhältnismäßig nur kleines Gebiet einer solchen erstreckt, so gestattet sie doch — besonders mit Rücksicht auf die beliebige Wahl der beiden Vertikalschnitte und des Schichtlinienstückes — ein Urteil über die Genauigkeit, mit der man solche Aufnahmen durchführen kann. Auf jeden Fall zeigt die Untersuchung, daß bei einem für die photogrammetrische Aufnahme geeigneten Gelände die Darstellung des Geländes in Höhenschichtlinien stereophotogrammetrisch mit Benützung des Stereoautographen unter Umständen mindestens ebenso genau durchgeführt werden kann als nach dem Verfahren der Theodolittachymetrie.

## Bestimmung des kürzesten Abstandes zweier sich kreuzender Geraden.

### Markscheideraufgabe.

Von Prof. Dr. F. Aubell, o. ö. Professor der Mont. Hochschule in Leoben.

In Nr. 4 des Jahrganges 1920 der «Oesterr. Zeitschrift für Vermessungswesen» erscheint von Prof. A. Klingatsch-Graz auf raumanalytischem Wege die Lösung der Aufgabe durchgeführt, die Länge und Lage der kürzesten Verbindungsstrecke zwischen zwei sich im Raume kreuzenden Geraden anzugeben.

<sup>8</sup> Zur Zeit der photogrammetrischen Aufnahme trug das in Frage stehende Geländestück kurzen Graswuchs, so daß nicht mit einer Verschiebung der Schichtlinie infolge verschieden hoher Bodenbedeckung zu rechnen ist.