

Paper-ID: VGI_191611



Lösung des mehrfachen Rückwärtseinschneidens nach der Methode der bedingten Beobachtungen

Theodor Dokulil ¹

¹ a. o. Professor an der k. k. Technischen Hochschule in Wien

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **14** (7, 8), S. 97–102, 113–120

1916

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Dokulil_VGI_191611,  
  Title = {Lösung des mehrfachen Rückwärtseinschneidens nach der  
    Methode der bedingten Beobachtungen},  
  Author = {Dokulil, Theodor},  
  Journal = {{Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen},  
  Pages = {97--102, 113--120},  
  Number = {7, 8},  
  Year = {1916},  
  Volume = {14}  
}
```



$$\sin \varphi : \sin (\varphi + \gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) = a : s_{12},$$

woraus sich der Wert

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a \cdot \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})}{s_{12} - a \cdot \cos (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})}$$

ergibt. Da weiters

$$a = s_{13} \cdot \frac{\sin \gamma_{12}}{\sin (\gamma_{12} + \gamma_{23})}$$

ist; erhält man die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{s_{13} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})}{s_{12} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{23}) - s_{13} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \cos (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})} \dots 1)$$

Ist nun der Punkt P_0 nicht durch drei, sondern durch n innere Richtungen (Fig. 2) bestimmt und wurden die Winkel $\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{34}, \dots, \gamma_{n-1, n}$ gemessen, so liegen $(n-1)$ Beobachtungen vor, von denen $(n-3)$ überschüssig sind. Es muß daher möglich sein, $(n-3)$ Bedingungsgleichungen zwischen den beobachteten Größen aufzustellen und mit Hilfe derselben die wahrscheinlichsten Werte der gemessenen Winkel abzuleiten.

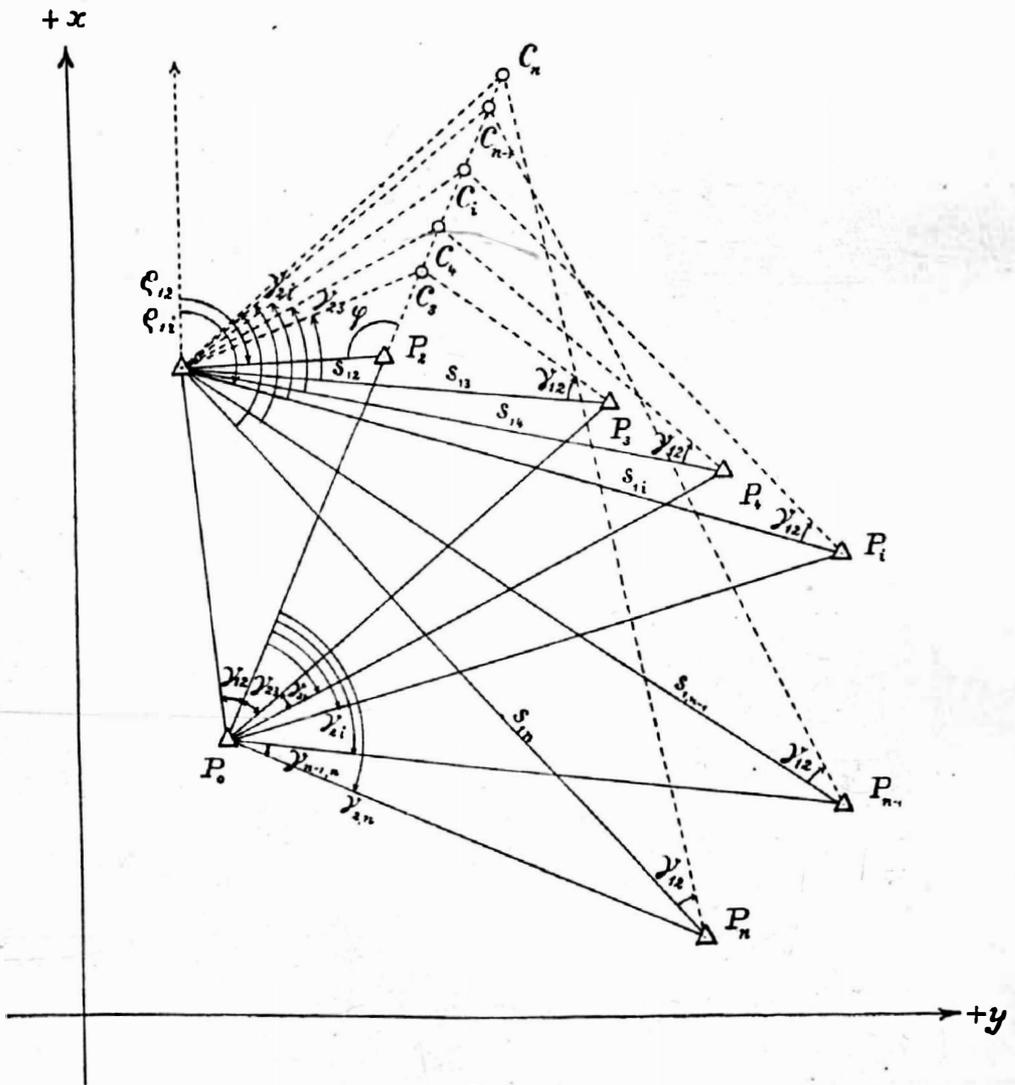


Fig. 2.

Die mehrfache Bestimmung des Punktes P_0 kann dadurch erfolgen, daß man die beiden ersten Punkte P_1 und P_2 mit jedem der anderen gegebenen Punkte kombiniert und mit Hilfe der bezüglichen gemessenen Winkel den Punkt P_0 durch einfaches Rückwärtseinschneiden $(n-2)$ mal festlegt. Hierbei muß, wie ohne weiters einzusehen ist, die Orientierungslinie konstant bleiben, d. h. es müssen die Collin'schen Hilfspunkte C_3, C_4, \dots, C_n auf einer durch den Punkt P_2 gehenden Geraden liegen, so daß der Winkel φ eine unveränderliche Größe ist. Bei Verwendung eines beliebigen Punktes P_i erhält man, wenn man

$$\gamma_{23} + \gamma_{34} + \dots + \gamma_{1-1, 1} = \gamma_{21}$$

setzt, für die Tangente des Winkels φ den Wert

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{s_{11} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11})}{s_{12} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{21}) - s_{11} \sin \gamma_{12} \cdot \cos (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11})} \dots \dots \dots 2.$$

Da der Winkel φ bei Verwendung des Punktes P_i derselbe sein muß wie bei der Benützung des Punktes P_3 , ergibt sich durch Gleichsetzung der durch die Gleichungen 1) und 2) gegebenen Werte eine Beziehung zwischen den bezüglichen Beobachtungsgrößen. Es ist daher

$$\frac{s_{13} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})}{s_{12} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{23}) - s_{13} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \cos (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13})} = \frac{s_{11} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11})}{s_{12} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{21}) - s_{11} \sin \gamma_{12} \cdot \cos (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11})}$$

Nach entsprechender Transformation und Reduktion erhält man die Gleichung

$$s_{12} \cdot s_{13} \sin \gamma_{11} \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) - s_{12} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma_{13} \sin (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}) + s_{13} \cdot s_{11} \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{31} + \varrho_{13} - \varrho_{11}) = 0, \dots \dots \dots I.$$

wobei

$$\gamma_{13} = \gamma_{12} + \gamma_{23} \quad \text{und} \\ \gamma_{31} = \gamma_{34} + \gamma_{45} + \dots + \gamma_{1-1, 1}$$

ist. Die Gleichung I) stellt eine Bedingung vor, welcher die Winkel $\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{34}, \dots, \gamma_{1-1, 1}$ genügen müssen. Führt man in diese Gleichung anstatt der wahren Werte γ die beobachteten Winkel γ' ein, so erhält man die zur Bedingungsgleichung I) gehörige Widerspruchsgleichung:

$$s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma'_{11} \cdot \sin (\gamma'_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) - s_{12} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma'_{13} \cdot \sin (\gamma'_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}) + s_{13} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma'_{12} \cdot \sin (\gamma'_{31} + \varrho_{13} - \varrho_{11}) = \omega_{31} \dots \dots \dots II.)$$

Indem man nach einander $i = 4, 5, 6, \dots, (n-1), n$ setzt, erhält man die $(n-3)$ Bedingungs- beziehungsweise Widerspruchsgleichungen.

Zur Ableitung der Fehlergleichungen werden zunächst folgende Vereinfachungen eingeführt:

$$a_{31} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma_{11} \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}); \\ b_{31} = - s_{12} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma_{13} \cdot \sin (\gamma_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}); \\ c_{31} = + s_{13} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{31} + \varrho_{13} - \varrho_{11}); \\ a'_{31} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma'_{11} \cdot \sin (\gamma'_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) \\ b'_{31} = - s_{12} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma'_{13} \cdot \sin (\gamma'_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}) \\ c'_{31} = + s_{13} \cdot s_{11} \cdot \sin \gamma'_{12} \cdot \sin (\gamma'_{31} + \varrho_{13} - \varrho_{11})$$

womit die Bedingungs- und die Widerspruchsgleichung die Form

$$a_{3i} + b_{3i} + c_{3i} = 0 \dots \dots \dots I')$$

$$a'_{3i} + b'_{3i} + c'_{3i} = \omega_{3i} \dots \dots \dots II')$$

erhalten. Bezeichnet man die durch die Verbesserungen v der gemessenen Winkel γ' bedingten Änderungen der Größen a , b und c mit $\Delta a'$, $\Delta b'$ und $\Delta c'$, so ist

$$\left. \begin{aligned} a_{3i} &= a'_{3i} + \Delta a'_{3i} \\ b_{3i} &= b'_{3i} + \Delta b'_{3i} \\ c_{3i} &= c'_{3i} + \Delta c'_{3i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3.)$$

Verwendet man zur Berechnung der Änderungen $\Delta a'$, $\Delta b'$ und $\Delta c'$ die Methode der logarithmischen Differenzen, so erhält man nach bekanntem Vorgange

$$\Delta a'_{3i} = + \frac{d(\log \sin \gamma'_{1i}) \cdot v_{1i} + d(\log \sin [\gamma'_{2i} + \varrho_{12} - \varrho_{13}]) \cdot v_{23}}{d(\log a'_{3i})}$$

$$\Delta b'_{3i} = - \frac{d(\log \sin \gamma'_{13}) \cdot v_{13} + d(\log \sin [\gamma'_{2i} + \varrho_{12} - \varrho_{11}]) \cdot v_{2i}}{d(\log b'_{3i})}$$

$$\Delta c'_{3i} = + \frac{d(\log \sin \gamma'_{12}) \cdot v_{12} + d(\log \sin [\gamma'_{3i} + \varrho_{13} - \varrho_{11}]) \cdot v_{3i}}{d(\log c'_{3i})}$$

Die in diesen Beziehungen als Koeffizienten der Verbesserungen v erscheinenden Symbole $d(\log \sin \gamma'_{1i})$, $d(\log \sin [\gamma'_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}])$, \dots bezeichnen die logarithmischen Änderungen des Sinus der bezüglichen Winkel bei einer Winkeländerung von 1 Sekunde, während die in den Nennern stehenden Symbole die auf die Einheit der bezüglichen Werte bezogenen logarithmischen Änderungen der Ausdrücke a'_{3i} , b'_{3i} und c'_{3i} bedeuten.

Setzt man die für $\Delta a'_{3i}$, $\Delta b'_{3i}$ und $\Delta c'_{3i}$ erhaltenen Relationen in die Gleichungen 3.) ein, so folgt nach Addition dieser Gleichungen unter Berücksichtigung der Beziehungen I.) und II.):

$$0 = \omega_{3i} + \frac{d(\log \sin \gamma'_{1i}) \cdot v_{1i} + d(\log \sin [\gamma'_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}]) \cdot v_{23}}{d(\log a'_{3i})} - \frac{d(\log \sin \gamma'_{13}) \cdot v_{13} + d(\log \sin [\gamma'_{2i} + \varrho_{12} - \varrho_{11}]) \cdot v_{2i}}{d(\log b'_{3i})} + \frac{d(\log \sin \gamma'_{12}) \cdot v_{12} + d(\log \sin [\gamma'_{3i} + \varrho_{13} - \varrho_{11}]) \cdot v_{3i}}{d(\log c'_{3i})}$$

Da man beabsichtigt, die Verbesserungen v_{12} , v_{23} , v_{34} , \dots , $v_{(n-1)n}$ der gemessenen Winkel γ'_{12} , γ'_{23} , γ'_{34} , \dots , $\gamma'_{(n-1)n}$ zu bestimmen, so müssen in der vorstehenden Gleichung die Verbesserungen v_{1i} , v_{13} , v_{2i} und v_{3i} durch diese zu ermittelnden Verbesserungen ersetzt werden.

Da nun

$$v_{13} = v_{12} + v_{23},$$

$$v_{2i} = v_{12} + v_{23} + v_{34} + \dots + v_{(i-1)i},$$

$$v_{3i} = v_{23} + v_{34} + \dots + v_{(i-1)i},$$

$$v_{3i} = v_{34} + \dots + v_{(i-1)i},$$

ist, ergibt sich nach entsprechender Reduktion die lineare Fehlergleichung

$$I_{13} \cdot v_{13} + I_{23} \cdot v_{23} + I_{34} \cdot v_{34} + I_{45} \cdot v_{45} + \dots + I_{(i-1)i} \cdot v_{(i-1)i} + \omega_{3i} = 0 \dots III.)$$

Die Koeffizienten der zu bestimmenden Verbesserungen haben die folgenden Werte:

$$I_{12} = + \frac{d(\log \sin \gamma'_{11})}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin \gamma'_{12})}{d(\log b'_{31})} + \frac{d(\log \sin \gamma'_{12})}{d(\log c'_{31})}$$

$$I_{23} = + \frac{d(\log \sin \gamma'_{21}) + d(\log \sin [\gamma'_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{11}])}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin \gamma'_{12}) + d(\log \sin [\gamma'_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}])}{d(\log b'_{31})}$$

$$I_{34} = I_{45} = \dots = I_{(i-1)i} = + \frac{d(\log \sin \gamma'_{i1})}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin [\gamma'_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}])}{d(\log b'_{31})} + \frac{d(\log \sin [\gamma'_{21} + \varrho_{12} - \varrho_{11}])}{d(\log c'_{31})}$$

Die bei der Ausgleichung von bedingten Beobachtungen aufzustellenden Fehlergleichungen haben daher beim mehrfachen Rückwärtseinschneiden die durch die Gleichung III.) gegebene Form; sie werden erhalten, indem man in dieser Gleichung für das allgemeine Symbol i nach einander die Werte $i = 4, 5, 6, \dots, n$ einsetzt. Jede dieser $(n - 3)$ Gleichungen enthält alle Winkelverbesserungen von $v_{1,2}$ bis inklusive $v_{(i-1)i}$. Der Koeffizient einer beliebigen Verbesserung $v_{(k-1)k}$ ist durch die Summe der partiellen Änderungen gegeben, welche die bezüglichen Werte für a'_{3i} , b'_{3i} und c'_{3i} durch die Änderung des gemessenen Winkels $\gamma'_{(k-1)k}$ um eine Sekunde erfahren. Die Koeffizienten der Winkelverbesserungen v_{34} bis inklusive $v_{(i-1)i}$ sind in einer Fehlergleichung einander gleich, in verschiedenen Fehlergleichungen aber von einander verschieden.

Indem man die nach diesen Regeln erhaltenen Fehlergleichungen in der gewöhnlichen Art und Weise weiter verwertet, bekommt man $(n - 3)$ Korrelaten und mit Hilfe dieser die Verbesserungen der gemessenen Winkel.

Wurden zur Bestimmung des Neupunktes Richtungsbeobachtungen gemacht, und bezeichnet man diese auf eine beliebige Nullrichtung reduzierten Beobachtungen mit $R'_1, R'_2, R'_3, \dots, R'_n$, so ergeben sich die für die Berechnung der Widersprüche und der Koeffizienten der Fehlergleichungen notwendigen Winkel aus den Beziehungen

$$\begin{aligned} \gamma'_{12} &= R'_2 - R'_1 \\ \gamma'_{13} &= R'_3 - R'_1 & \gamma'_{23} &= R'_3 - R'_2 \\ \gamma'_{1i} &= R'_i - R'_1 & \gamma'_{2i} &= R'_i - R'_2 & \gamma'_{3i} &= R'_i - R'_3 \end{aligned}$$

Bezeichnet man ferner die zu bestimmenden Verbesserungen der beobachteten Richtungen $R'_1, R'_2, R'_3, \dots, R'_n$ mit $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$, so ist bekanntlich

$$v_{12} = v_2 - v_1, \quad v_{23} = v_3 - v_2, \quad v_{34} = v_4 - v_3, \quad \dots, \quad v_{(i-1)i} = v_i - v_{i-1}.$$

Unter Berücksichtigung dieser Beziehungen erhält die Verbesserungsgleichung III.) die Form

$$I_1 \cdot v_1 + I_2 \cdot v_2 + I_3 \cdot v_3 + I_4 \cdot v_4 + \dots + I_{i-1} \cdot v_{i-1} + I_i \cdot v + \omega_{3i} = 0. \quad IV.),$$

wobei die Koeffizienten der Richtungsverbesserungen durch folgende Gleichungen gegeben sind:

$$I_1 = - \left\{ \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_1])}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin [R'_3 - R'_1])}{d(\log b'_{31})} + \frac{d(\log \sin [R'_2 - R'_1])}{d(\log c'_{31})} \right\}$$

$$I_2 = + \frac{d(\log \sin [R'_2 - R'_1])}{d(\log c'_{31})} - \frac{d(\log \sin [R'_3 - R'_2 + \varrho_{12} - \varrho_{13}])}{d(\log a'_{31})} + \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_2 + \varrho_{12} - \varrho_{11}])}{d(\log b'_{31})}$$

$$I_3 = + \frac{d(\log \sin [R'_3 - R'_2 + \varrho_{12} - \varrho_{13}])}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin [R'_3 - R'_1])}{d(\log b'_{31})} - \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_3 + \varrho_{13} - \varrho_{11}])}{d(\log c'_{31})}$$

$$I_4 = I_5 = \dots = I_{i-2} = I_{i-1} = 0$$

$$I_i = + \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_1])}{d(\log a'_{31})} - \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_i + \varrho_{12} - \varrho_{1i}])}{d(\log b'_{31})} + \frac{d(\log \sin [R'_1 - R'_3 + \varrho_{13} - \varrho_{1i}])}{d(\log c'_{31})}$$

Der Koeffizient I_k einer beliebigen Verbesserung v_k entspricht daher ebenso wie früher der Summe der partiellen Änderungen der Ausdrücke a'_{3i} , b'_{3i} und c'_{3i} bei einer Änderung der Richtung R'_k um eine Sekunde. Da diese Werte durch die Beziehungen

$$a'_{3i} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin (R'_1 - R'_1) \cdot \sin (R'_3 - R'_2 + \varrho_{12} - \varrho_{13})$$

$$b'_{3i} = - s_{12} \cdot s_{11} \cdot \sin (R'_3 - R'_1) \cdot \sin (R'_1 - R'_2 + \varrho_{12} - \varrho_{13})$$

$$c'_{3i} = + s_{13} \cdot s_{11} \cdot \sin (R'_2 - R'_1) \cdot \sin (R'_1 - R'_3 + \varrho_{13} - \varrho_{11})$$

gegeben sind, und daher zu ihrer Berechnung nur die Richtungen R'_1 , R'_2 , R'_3 und R'_i Verwendung finden, so treten in jeder Verbesserungsgleichung nur die vier Richtungsverbesserungen v_1 , v_2 , v_3 und v_i auf.

Die Berechnung der Richtungsverbesserungen selbst wird nach Aufstellung der $(n - 3)$ Verbesserungsgleichungen in der bekannten Weise nach vorheriger Berechnung der $(n - 3)$ Korrelaten ausgeführt.

Sind die Winkelverbesserungen v_{12} , v_{23} , v_{34} , . . . $v_{(n-1)n}$ beziehungsweise die Richtungsverbesserungen v_1 , v_2 , v_3 , . . . v_n bekannt, so ergeben sich die ausgeglichenen Werte der Winkel oder der Richtungen nach den Gleichungen

$$\gamma_{12} = \gamma'_{12} + v_{12}$$

$$\gamma_{23} = \gamma'_{23} + v_{23}$$

$$\gamma_{34} = \gamma'_{34} + v_{34}$$

⋮

⋮

⋮

$$\gamma_{(n-1)n} = \gamma'_{(n-1)n} + v_{(n-1)n}$$

beziehungsweise $R_1 = R'_1 + v_1$

$$R_2 = R'_2 + v_2$$

$$R_3 = R'_3 + v_3$$

⋮

⋮

⋮

$$R_n = R'_n + v_n$$

und es kann die Lage des Neupunktes P_0 durch einfaches Rückwärtseinschneiden ermittelt werden,

(Schluß folgt)

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat S. Wellisch.

Nr. 8.

Wien, 1. August 1916.

XIV. Jahrgang.

Lösung des mehrfachen Rückwärtseinschneidens nach der Methode der bedingten Beobachtungen.

Von Dr. Theodor Dokull, a. o. Professor an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

(Schluß.)

Numerische Beispiele.

I. Gelegentlich der im Jahre 1915 in der Gemeinde Tulbing in Nieder-Österreich abgehaltenen Vermessungsübungen wurde ein Neupunkt durch mehrfaches Rückwärtseinschneiden aus den in dem folgendem Koordinatenverzeichnisse gegebenen Punkten der Katastralvermessung festgelegt.

Koordinatenverzeichnis.

Allgem. Bezeich.	Topographie	Koordinaten in m bezogen auf das Landes-Koordinatensystem	
		y	x
P_1	Kirche in Frauenhofen	+ 21.670·55	— 11.139·57
P_2	» » Tulln	+ 23.465·77	— 13.732·06
P_3	» » St. Helena	+ 18.992·72	— 13.381·21
P_4	» » Zeiselmauer	+ 14.509·05	— 13.444·56
P_5	» » Königstetten	+ 16.843·81	— 10.299·61
P_6	» » Tulbing	+ 18.515·76	— 9.125·31

In dem Neupunkte wurden die für das mehrfache Rückwärtseinschneiden erforderlichen Winkel γ' gemessen und folgende Beobachtungswerte erhalten:

$$\begin{aligned}\gamma'_{12} &= 23^\circ 47' 04'' \\ \gamma'_{23} &= 55^\circ 45' 45'' \\ \gamma'_{34} &= 56^\circ 57' 39'' \\ \gamma'_{45} &= 40^\circ 01' 39'' \\ \gamma'_{56} &= 62^\circ 31' 06'' ,\end{aligned}$$

aus welchen sich die weiteren für die Rechnung notwendigen Winkel durch entsprechende Addition ergeben. Man erhält

$$\begin{aligned} \gamma'_{13} &= 79^\circ 32'49'' \\ \gamma'_{14} &= 136^\circ 30'29'' & \gamma'_{24} &= 112^\circ 43'24'' \\ \gamma'_{15} &= 176^\circ 32'08'' & \gamma'_{25} &= 152^\circ 45'04'' & \gamma'_{35} &= 96^\circ 59'19'' \\ \gamma'_{16} &= 239^\circ 03'15'' & \gamma'_{26} &= 215^\circ 16'11'' & \gamma'_{36} &= 159^\circ 30'26'' \end{aligned}$$

1. Berechnung der Richtungswinkel und der Längen der für die Berechnung notwendigen Seiten. Nach dem gewöhnlichen Berechnungsverfahren ergeben sich die folgenden Werte:

Richtungswinkel				Seitenlänge		
Name	Wert			Name	Wert	Logarithmus
	o	'	''		m	
ρ_{13}	145	17	54 ^o	s_{12}	3153·381	3·498 7765
ρ_{13}	230	04	01 ^o	s_{13}	3492·237	3·543 1037
ρ_{14}	252	09	31 ^o	s_{14}	7523·300	3·876 4084
ρ_{15}	279	52	18 ^o	s_{15}	4899·278	3·690 1320
ρ_{16}	302	33	26 ^o	s_{16}	3742·985	3·573 2182

2. Berechnung der Widersprüche. Da 5 Winkel gemessen wurden, so bestehen 3 Bedingungsgleichungen, denen ebensoviele Widerspruchsgleichungen entsprechen. Man erhält dieselben, indem man in der allgemeinen Ableitung für das Symbol i nacheinander $i = 4, 5$ und 6 setzt.

$$i = 4 .$$

$$\begin{aligned} \gamma'_{23} &= 55^\circ 45'45'' & \gamma'_{21} &= 112^\circ 43'24'' \\ \rho_{13} - \rho_{12} &= 84^\circ 46'06'' & \rho_{14} - \rho_{12} &= 106^\circ 51'36'' \\ \hline \gamma'_{23} + \rho_{12} - \rho_{13} &= -29^\circ 00'21'' & \gamma'_{24} + \rho_{12} - \rho_{14} &= 5^\circ 51'47'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma'_{34} &= 56^\circ 57'39'' \\ \rho_{14} - \rho_{13} &= 22^\circ 05'30'' \\ \hline \gamma'_{34} + \rho_{13} - \rho_{14} &= 34^\circ 52'08'' \end{aligned}$$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log a')}$	Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log b')}$
s_{12}	3·498 7765			s_{12}	3·498 7765		
s_{13}	3·543 1037			s_{14}	3·876 4084		
$\sin \gamma'_{14}$	9·837 7478	- 22 ^o	+ 18 ^o	$\sin \gamma'_{13}$	9·992 7320	+ 3 ^o	+ 2 ^o
$\sin (\gamma'_{23} + \rho_{12} - \rho_{13})$	9·685 6514 n	- 38 ^o	+ 32 ^o	$\sin (\gamma'_{24} + \rho_{12} - \rho_{14})$	9·009 2575	+ 205 ^o	+ 112 ^o
a'_{34}	6·565 2794 n	- 1 ^o		b'_{34}	6·377 1744	+ 1 ^o	

$$a'_{34} = - 3675.186'$$

$$b'_{34} = - 2383.276'$$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log c')}$
s_{13}	3.543 1037		
s_{14}	3.876 4084		
$\sin \gamma'_{12}$	9.605 6277	+ 47 ^s	+ 66 ^s
$\sin(\gamma'_{34} + \varrho_{12} - \varrho_{14})$	9.757 1710	+ 30 ^s	+ 41 ^s
c_{34}	6.782 3108	+ 0.72	

$c'_{34} = + 6057.742_3$

$a'_{34} = - 3675.186_4$

$b'_{34} = - 2383.276_4$

$c'_{34} = + 6057.742_3$

$\omega_{34} = a'_{34} + b'_{34} + c'_{34} = - 720_5$

$i = 5.$

$\gamma'_{15} = 152^\circ 45' 04_3''$

$\gamma'_{35} = 96^\circ 59' 19_3''$

$\varrho_{15} - \varrho_{12} = 134^\circ 34' 23_9''$

$\varrho_{15} - \varrho_{13} = 49^\circ 48' 17_8''$

$\gamma'_{25} + \varrho_{12} - \varrho_{15} = 18^\circ 10' 40_4''$

$\gamma'_{35} + \varrho_{13} - \varrho_{15} = 47^\circ 11' 01_5''$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log a')}$	Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log b')}$
s_{12}	3.498 7765			s_{12}	3.498 7765		
s_{13}	3.543 1037			s_{15}	3.690 1320		
$\sin \gamma'_{15}$	8.781 2150	- 347 ^r	+ 25 ^s	$\sin \gamma'_{13}$	9.992 7320	+ 3 ^s	+ 4 ^s
$\sin(\gamma'_{15} + \varrho_{12} - \varrho_{13})$	9.685 6514 ₂₂	- 38 ^s	+ 2 ^s	$\sin(\gamma'_{15} + \varrho_{12} - \varrho_{13})$	9.494 1105	+ 64 ^s	+ 70 ^s
a_{35}	5.508 7466 ₂₂	- 13 ^s		b_{35}	6.675 7510	+ 0.9 ^s	

$a'_{35} = - 322.661_1$

$b'_{35} = - 4739.701_1$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log c')}$
s_{13}	3.543 1037		
s_{15}	3.690 1320		
$\sin \gamma'_{12}$	9.605 6277	+ 47 ^s	+ 55 ^s
$\sin(\gamma'_{35} + \varrho_{12} - \varrho_{15})$	9.865 4221	+ 19 ^s	+ 23 ^r
c'_{35}	6.704 2855	+ 0.86	

$c'_{35} = + 5061.573_3$

$a'_{35} = - 322.661_1$

$b'_{35} = - 4739.701_1$

$c'_{35} = + 5061.573_3$

$\omega_{35} = a'_{35} + b'_{35} + c'_{35} = - 788_9$

$i = 6.$

$\gamma'_{26} = 215^\circ 16' 11_1''$

$\gamma'_{36} = 159^\circ 30' 26_1''$

$\varrho_{16} - \varrho_{12} = 157^\circ 15' 31_4''$

$\varrho_{16} - \varrho_{13} = 72^\circ 29' 25_3''$

$\gamma'_{26} + \varrho_{12} - \varrho_{16} = 58^\circ 00' 39_7''$

$\gamma'_{36} + \varrho_{13} - \varrho_{16} = 87^\circ 01' 00_6''$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log a')}$	Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log b')}$
s_{12}	3.498 7765			s_{12}	3.498 7765		
s_{13}	3.543 1037			s_{16}	3.573 2182		
$\sin \gamma'_{16}$	9.933 3129 ₂₂	+ 12 ^s	+ 13 ^s	$\sin \gamma'_{13}$	9.992 7320	+ 3 ^s	+ 8 ^s
$\sin(\gamma'_{26} + \varrho_{12} - \varrho_{16})$	9.685 6514 ₂₂	38 ^s	- 40 ^s	$\sin(\gamma'_{26} + \varrho_{12} - \varrho_{16})$	9.928 4727	+ 13 ^s	+ 30 ^s
a_{36}	6.660 8445	+ 0.9 ^s		b_{36}	6.993 1994	+ 0.44	

$a'_{36} = + 4 579.779_0$

$b'_{36} = - 9 844.629_1$

Argument	log	d	$\frac{d(\log \sin)}{d(\log c')}$
s_{13}	3.543 1037		
s_{18}	3.573 2182		
$\sin \gamma'_{12}$	9.605 6277	+ 47.8	+ 57.6
$\sin(\gamma'_{38} + \varrho_{13} - \varrho_{16})$	9.999 4111	+ 1.1	+ 1.3
c'_{36}	6.721 3607	+ 0.8 ₃	

$$a'_{36} = + 4579.779_6$$

$$b'_{36} = - 9844.629_5$$

$$c'_{36} = + 5264.543_1$$

$$\omega_{36} = a'_{36} + b'_{36} + c'_{36} = - 307_4$$

$$c'_{36} = + 5264.543_1$$

3. Aufstellung der Verbesserungsgleichungen.

a) Berechnung der Koeffizienten.

γ	$i = 4$				$i = 5$				$i = 6$			
	$\Delta a'_{24}$	$\Delta b'_{34}$	$\Delta c'_{34}$	A	$\Delta a'_{25}$	$\Delta b'_{35}$	$\Delta c'_{35}$	B	$\Delta a'_{26}$	$\Delta b'_{36}$	$\Delta c'_{36}$	C
	für $\Delta \gamma' = 1''$				für $\Delta \gamma' = 1''$				für $\Delta \gamma' = 1''$			
γ'_{12}	+18.9	-- 2.1	+66.4	+83.2	+25.8	- 4.3	+55.9	+77.1	+13.3	- 8.3	+57.6	+62.0
γ'_{23}	+51.3	- 114.8		-63.7	+28.8	- 74.3		-45.7	-26.7	-38.9		-65.9
γ'_{34}	+18.9	-112.7	+41.9	-51.9	+25.8	- 70.0	+22.7	-21.3	+13.3	- 30.0	+ 1.3	-15.4
γ'_{45}	+25.8	-70.0	+22.7	-21.3	+13.3	-30.0	+ 1.3	-15.4
γ'_{56}	+13.3	-30.0	+ 1.3	-15.4

b) Verbesserungsgleichungen.

$$+ 83_2 \cdot v_{12} - 63_7 \cdot v_{23} - 51_9 \cdot v_{34} - 720_5 = 0$$

$$+ 77_1 \cdot v_{12} - 45_7 \cdot v_{23} - 21_3 \cdot v_{34} - 21_5 \cdot v_{45} - 788_9 = 0$$

$$+ 62_0 \cdot v_{12} - 65_6 \cdot v_{23} - 15_4 \cdot v_{34} - 15_4 \cdot v_{45} - 15_4 \cdot v_{56} - 307_4 = 0$$

4. Berechnung der Verbesserungen und der ausgeglichenen Werte der gemessenen Winkel. Nach dem gewöhnlichen Verfahren erhält man auf Grund der vorstehenden Verbesserungsgleichungen:

$$v_{12} = + 12.05'', \quad \gamma_{12} = \gamma'_{12} + v_{12} = 23^{\circ} 47' 16.65''$$

$$v_{23} = + 6.94'', \quad \gamma_{23} = \gamma'_{23} + v_{23} = 55^{\circ} 45' 51.94''$$

$$v_{34} = - 3.10'', \quad \gamma_{34} = \gamma'_{34} + v_{34} = 56^{\circ} 57' 36.30''$$

$$v_{45} = - 5.16'', \quad \gamma_{45} = \gamma'_{45} + v_{45} = 40^{\circ} 01' 34.74''$$

$$v_{56} = + 7.20'', \quad \gamma_{56} = \gamma'_{56} + v_{56} = 62^{\circ} 31' 14.00''$$

5. Kontrolle der ausgeglichenen Werte der gemessenen Winkel.

Wenn man die erhaltenen Werte der Winkel γ in die drei Bedingungsgleichungen einsetzt und die unter 2.) durchgeführte Berechnung mit diesen ausgeglichenen Werten wiederholt, so ergeben sich die folgenden Resultate.

$$a_{36} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin(\gamma_{23} + \varrho_{13} - \varrho_{16}) = - 3674.665_3$$

$$b_{36} = - s_{12} \cdot s_{14} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin(\gamma_{24} + \varrho_{13} - \varrho_{14}) = - 2383.749_5$$

$$c_{36} = + s_{13} \cdot s_{14} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin(\gamma_{34} + \varrho_{13} - \varrho_{14}) = + 6058.415_3$$

$$a_{36} + b_{36} + c_{36} = + 0_5$$

$$a_{35} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma_{13} \cdot \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) = - 322.364^{\circ}_8$$

$$b_{35} = - s_{12} \cdot s_{15} \cdot \sin \gamma_{13} \cdot \sin (\gamma_{25} + \varrho_{12} - \varrho_{15}) = - 4739.691^{\circ}_3$$

$$c_{35} = + s_{13} \cdot s_{15} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{35} + \varrho_{13} - \varrho_{15}) = + 5062.057^{\circ}_0$$

$$a_{35} + b_{35} + c_{35} = + 1^{\circ}_1$$

$$a_{36} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin \gamma_{16} \cdot \sin (\gamma_{23} + \varrho_{12} - \varrho_{13}) = + 4579.737^{\circ}_9$$

$$b_{36} = - s_{12} \cdot s_{16} \cdot \sin \gamma_{13} \cdot \sin (\gamma_{76} + \varrho_{12} - \varrho_{16}) = - 9844.977^{\circ}_3$$

$$c_{36} = + s_{13} \cdot s_{16} \cdot \sin \gamma_{12} \cdot \sin (\gamma_{36} + \varrho_{13} - \varrho_{16}) = + 5265.240^{\circ}_2$$

$$a_{36} + b_{36} + c_{36} = + 0^{\circ}_8$$

Die durch die Ausgleichung erhaltenen Werte der Winkel entsprechen daher den drei theoretischen Bedingungsgleichungen, d. h. die fünf Winkel bestimmen nur einen Punkt P_0 .

6. Berechnung der Koordinaten des Neupunktes. Diese Berechnung kann durch einfaches Rückwärtseinschneiden mit Verwendung dreier beliebiger Punkte erfolgen, wobei die entsprechenden ausgeglichenen Winkel zu verwenden sind. Benützt man die Punkte P_1 , P_2 und P_3 , so ist diese Berechnung mit den Winkeln

$$\gamma_{12} = 23^{\circ}47'16^{\circ}_{85}'' \text{ und } \gamma_{23} = 55^{\circ}45'51^{\circ}_{94}''$$

auszuführen. Mit diesen Werten erhält man nach bekanntem Rechnungsverfahren:

$$P_0 \begin{cases} y_0 = + 19.040^{\circ}68; \\ x_0 = - 10.607^{\circ}46_8. \end{cases}$$

7. Kontrolle des Ausgleichungsverfahrens. Mit Hilfe der berechneten Koordinaten des Neupunktes können die Richtungswinkel der den Neupunkt mit den einzelnen gegebenen Punkten verbindenden Strahlen berechnet werden. Man erhält:

$$\varrho_{01} = 101^{\circ}26'17^{\circ}_{97}''$$

$$\varrho_{02} = 125^{\circ}13'34^{\circ}_{63}''$$

$$\varrho_{03} = 180^{\circ}59'26^{\circ}_{63}''$$

$$\varrho_{04} = 237^{\circ}57'02^{\circ}_{91}''$$

$$\varrho_{05} = 277^{\circ}58'37^{\circ}_{60}''$$

$$\varrho_{06} = 340^{\circ}29'51^{\circ}_{60}''$$

$$\varrho_{02} - \varrho_{01} = 23^{\circ}47'16^{\circ}_{85}''$$

$$\varrho_{03} - \varrho_{02} = 55^{\circ}45'52^{\circ}_{91}''$$

$$\varrho_{04} - \varrho_{03} = 56^{\circ}57'36^{\circ}_{28}''$$

$$\varrho_{05} - \varrho_{04} = 40^{\circ}01'34^{\circ}_{60}''$$

$$\varrho_{06} - \varrho_{05} = 62^{\circ}31'14^{\circ}_{90}''$$

Vergleicht man die Differenz je zweier aufeinander folgender Richtungswinkel mit den durch die Ausgleichung erhaltenen Werten der gemessenen Winkel, so zeigt sich, daß diese Größen bis auf einige Hundertel-Sekunden vollkommen miteinander übereinstimmen, wodurch der Beweis erbracht ist, daß man bei Verwendung dreier beliebiger Punkte stets dieselbe Lage des Neupunktes erhält. Die kleinen Abweichungen rühren von den unvermeidlichen Abrundungsfehlern bei der logarithmischen Berechnung her.

II. Die dem vorhergehenden Beispiele zu Grunde liegenden gemessenen Winkel wurden aus Richtungsbeobachtungen erhalten, welche die folgenden Mittel der beobachteten Richtungen ergaben:

$$\begin{aligned}
 R'_1 &= 49^\circ 59' 34''. \\
 R'_2 &= 73^\circ 46' 39''. \\
 R'_3 &= 129^\circ 32' 24''. \\
 R'_4 &= 186^\circ 30' 03''. \\
 R'_5 &= 226^\circ 31' 43''. \\
 R'_6 &= 289^\circ 02' 50''.
 \end{aligned}$$

Zwischen diesen Beobachtungen bestehen ebenfalls drei Bedingungsgleichungen, denen ebenso viele Widerspruchsgleichungen zugeordnet sind. Da die Winkel γ' des früheren Beispiels den Differenzen der entsprechenden Richtungen gleich sind, erhält man auch die gleichen Werte der Widersprüche; es ist somit

$$\omega_{34} = -720''_5, \omega_{35} = -788''_9, \omega_{36} = -307''_4.$$

Berechnung der Koeffizienten der Verbesserungsgleichungen.

R'	$i = 4$				$i = 5$				$i = 6$			
	$\Delta a'_{34}$	$\Delta b'_{34}$	$\Delta c'_{34}$	A	$\Delta a'_{35}$	$\Delta b'_{35}$	$\Delta c'_{35}$	B	$\Delta a'_{36}$	$\Delta b'_{36}$	$\Delta c'_{36}$	C
	für $\Delta R' = 1''$				für $\Delta R' = 1''$				für $\Delta R' = 1''$			
R'_1	-18'.	+ 2'.	-66'.	- 83'.	-25'.	+ 4'.	-55'.	- 77'.	-13'.	+ 8'.	-57'.	- 62'.
R'_2	-32'.	+112'.	+66'.	+146'.	- 2'.	+70'.	+55'.	+122'.	+40'.	+30'.	+57'.	+127'.
R'_3	+32'.	- 2'.	-41'.	- 11'.	+ 2'.	- 4'.	-22'.	- 24'.	-40'.	- 8'.	- 1'.	- 50'.
R'_4	+18'.	-112'.	+41'.	- 51'.
R'_5	+25'.	-70'.	+22'.	- 21'.
R'_6	+13'.	-30'.	+ 1'.	- 15'.

Die Änderungen $\Delta a'_{si}$, $\Delta b'_{si}$ und $\Delta c'_{si}$ für $\Delta R' = 1''$ können ebenfalls aus der im ersten Beispiele durchgeführten Berechnung der Widersprüche entnommen werden.

Man erhält mithin die folgenden drei Verbesserungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 - 83'_5 \cdot v_1 + 146'_9 \cdot v_2 - 11'_8 \cdot v_3 - 51'_9 v_4 & & & - 720'_5 = 0 \\
 - 77'_1 \cdot v_1 + 122'_8 \cdot v_2 - 24'_3 \cdot v_3 & & - 21'_5 \cdot v_5 & & - 788'_9 = 0 \\
 - 62'_0 \cdot v_1 + 127'_6 \cdot v_2 - 50'_3 \cdot v_3 & & & & - 15'_4 \cdot v_6 - 307'_4 = 0
 \end{aligned}$$

Mit diesen Verbesserungsgleichungen ergeben sich, indem man die Regeln der Ausgleichsrechnung in gewöhnlicher Weise anwendet, die nachstehenden Resultate.

$$\begin{aligned}
 v_1 &= -6'_{16}'' , R_1 = R'_1 + v_1 = 49^\circ 59' 28'_{16}'' \\
 v_2 &= +2'_{13}'' , R_2 = R'_2 + v_2 = 73^\circ 46' 41'_{63}'' \\
 v_3 &= +6'_{33}'' , R_3 = R'_3 + v_3 = 129^\circ 32' 30'_{73}'' \\
 v_4 &= +1'_{48}'' , R_4 = R'_4 + v_4 = 186^\circ 30' 05'_{38}'' \\
 v_5 &= -7'_{48}'' , R_5 = R'_5 + v_5 = 226^\circ 31' 36'_{34}'' \\
 v_6 &= +4'_{38}'' , R_6 = R'_6 + v_6 = 289^\circ 02' 54'_{38}''
 \end{aligned}$$

Mit diesen ausgeglichenen Richtungen erhält man weiters:

$$a_{24} = + s_{12} \cdot s_{13} \cdot \sin(R_4 - R_1) \sin(R_3 + R_2 - \varrho_{13} - \varrho_{12}) = - 3674.900^{\circ}_8$$

$$b_{24} = - s_{12} \cdot s_{14} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_4 + R_2 - \varrho_{13} - \varrho_{14}) = - 2383.233^{\circ}_0$$

$$c_{24} = + s_{13} \cdot s_{14} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_4 + R_3 + \varrho_{13} - \varrho_{14}) = + 6058.132^{\circ}_0$$

$$a_{24} + b_{24} + c_{24} = \quad \quad \quad - \quad \quad \quad 1^{\circ}_8$$

$$a_{35} = + s_{13} \cdot s_{15} \cdot \sin(R_5 - R_1) \sin(R_3 - R_2 + \varrho_{13} - \varrho_{15}) = - 322.668^{\circ}_1$$

$$b_{35} = - s_{13} \cdot s_{15} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_5 - R_2 + \varrho_{13} - \varrho_{15}) = - 4739.087^{\circ}_0$$

$$c_{35} = + s_{13} \cdot s_{15} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_5 - R_3 + \varrho_{13} - \varrho_{15}) = + 5061.754^{\circ}_7$$

$$a_{35} + b_{35} + c_{35} = \quad \quad \quad - \quad \quad \quad 0^{\circ}_6$$

$$a_{36} = + s_{13} \cdot s_{16} \cdot \sin(R_6 - R_1) \sin(R_3 - R_2 + \varrho_{13} - \varrho_{16}) = + 4579.762^{\circ}_1$$

$$b_{36} = - s_{13} \cdot s_{16} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_6 - R_2 + \varrho_{13} - \varrho_{16}) = - 9844.815^{\circ}_9$$

$$c_{36} = + s_{13} \cdot s_{16} \cdot \sin(R_3 - R_1) \sin(R_6 - R_3 + \varrho_{13} - \varrho_{16}) = + 5265.053^{\circ}_7$$

$$a_{36} + b_{36} + c_{36} = \quad \quad \quad - \quad \quad \quad 0^{\circ}_1$$

Aus dieser Berechnung folgt, daß die ausgeglichenen Richtungen die drei Bedingungsgleichungen erfüllen. Mit den Winkeln

$$R_2 - R_1 = 23^{\circ} 47' 13^{\circ}_{46}'' \text{ und } R_3 - R_2 = 55^{\circ} 45' 49^{\circ}_{11}''$$

können die wahrscheinlichsten Werte der Koordinaten des Neupunktes durch einfaches Rückwärtseinschneiden berechnet werden. Man erhält:

$$P_0 \begin{cases} y_0 = + 19.040 \cdot 67_6 \\ x_0 = - 10.607 \cdot 39_6 \end{cases}$$

Die endgültige Überprüfung der berechneten Koordinaten kann dadurch erfolgen, daß man mit Hilfe derselben die Richtungswinkel der Verbindungsstrahlen des Neupunktes mit den gegebenen Punkten berechnet und die Unterschiede je zweier aufeinander folgender Richtungswinkel mit den Differenzen der bezüglichen ausgeglichenen Richtungen vergleicht. Man erhält:

$$\varrho_{01} = 101^{\circ} 26' 23^{\circ}_{12}''$$

$$\varrho_{02} = 125^{\circ} 13' 36^{\circ}_{62}'' \quad \varrho_{02} - \varrho_{01} = 23^{\circ} 47' 13^{\circ}_{50}''$$

$$\varrho_{03} = 180^{\circ} 59' 25^{\circ}_{73}'' \quad \varrho_{03} - \varrho_{02} = 55^{\circ} 45' 49^{\circ}_{10}''$$

$$\varrho_{04} = 237^{\circ} 57' 00^{\circ}_{36}'' \quad \varrho_{04} - \varrho_{03} = 56^{\circ} 57' 34^{\circ}_{84}''$$

$$\varrho_{05} = 277^{\circ} 58' 31^{\circ}_{22}'' \quad \varrho_{05} - \varrho_{04} = 40^{\circ} 01' 30^{\circ}_{86}''$$

$$\varrho_{06} = 340^{\circ} 29' 49^{\circ}_{84}'' \quad \varrho_{06} - \varrho_{05} = 62^{\circ} 31' 18^{\circ}_{82}''$$

Da diese aus den Koordinaten des Neupunktes berechneten Winkel mit den aus den ausgeglichenen Beobachtungswerten sich ergebenden Differenzen

$$R_2 - R_1 = 23^{\circ} 47' 13^{\circ}_{40}''$$

$$R_3 - R_2 = 55^{\circ} 45' 49^{\circ}_{11}''$$

$$R_4 - R_3 = 56^{\circ} 57' 34^{\circ}_{65}''$$

$$R_5 - R_4 = 40^{\circ} 01' 30^{\circ}_{98}''$$

$$R_6 - R_5 = 62^{\circ} 31' 18^{\circ}_{64}''$$

bis auf Größen übereinstimmen, welche in der logarithmischen Berechnung der Koordinaten begründet sind, ist es für die Lagebestimmung des Punktes gleich-

gültig, welche ausgeglichenen Richtungen bei dem einfachen Rückwärtseinschneidens verwendet werden. Die erhaltenen Koordinaten entsprechen mithin gleichzeitig den Endresultaten der Richtungsausgleichung.

Vergleicht man die hier besprochene Lösung des mehrfachen Rückwärtseinschneiden nach der Methode der bedingten Beobachtungen mit dem bis jetzt ausschließlich in Verwendung stehenden Ausgleichungsverfahren nach vermittelnden Beobachtungen, so zeigt sich, daß der Umfang der Rechnungsarbeiten bei beiden Verfahren ungefähr der gleiche ist, so daß diesbezüglich keiner der Methoden der Vorrang zugesprochen werden kann. Da sich jedoch häufig die Notwendigkeit ergibt, Triangulierungsnetze nach bedingten Beobachtungen auszugleichen und in diesem Falle die durch mehrfaches Rückwärtseinschneiden bestimmten Punkte von der Gesamtausgleichung ausgeschlossen und erst nachher in das ausgeglichene Netz eingeschaltet werden, erscheint es im Interesse der Gleichförmigkeit des Rechnungsverfahrens vielleicht manchmal wünschenswert, diese nachträgliche Einschaltung ebenfalls nach bedingten Beobachtungen auszuführen. Wenn man weiters die in der vorstehenden Behandlung als bekannt angenommenen Seiten $s_{12}, s_{13}, \dots, s_{1n}$ durch die sie bestimmenden Größen in dem Triangulierungsnetze ausdrückt, so kann die Ausgleichung des mehrfach rückwärts eingeschnittenen Punktes auch gleichzeitig mit der Ausgleichung des übrigen Netzes erfolgen und man erhält dadurch eine zwanglosere Einfügung des betreffenden Punktes als durch die nachträgliche Einschaltung nach vermittelnden Beobachtungen. Auch für die Einschaltung des Neupunktes in ein schon vorhandenes trigonometrisches Netz muß sehr häufig das mehrfache Rückwärtseinschneiden verwendet werden und es wird hiebei sich manches Mal empfehlen, die Beobachtungsergebnisse vor Berechnung der Punktlage nach der Methode der bedingten Beobachtungen auszugleichen.

Sondier-Tachygraph System Reich-Ganser.

Von Ing. Karl Linsbauer, Oberingenieur des n.-ö. Staatsbaudienstes.

(Fortsetzung.)

Theorie und Handhabung des Instrumentes.

Ist in Abbildung 5 und 6

Z_1 = der Ort der Zille

P = der Aufstellungspunkt des Instrumentes

X = die Kippachse des Fernrohres

$L_1 L_2$ = die in Figur 3 besprochenen Latten, längs welcher zwei fix miteinander verbundene Zielscheiben mit den Marken M_1 und M_2 (Distanzmarken) derart verschoben werden, daß

M_1 einer horizontalen Visur des Fernrohres entspricht und dabei

M_2 in der für jeden Instrumentenstand konstanten Höhe H unterhalb M_1 liegt, so wird die Distanz

D_1 das ist die auf den Horizont reduzierte Entfernung der Zille vom Instrumentenstande, welche im Situationsplan im Maßstabverhältnis $1 : m$ der Natur