Paper-ID: VGI_191514

Theoretische Betrachtungen über die Orientierung photographischer Ballonaufnahmen nebst der Behandlung eines speziellen Falles

Kaspar Weigel [1]

[1] *Professor an der k. k. technischen Hochschule in Lemberg*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **13** (10, 11), S. 149–152, 171–174

1915

BibTEX:


```
@ARTICLE{Weigel_VGI_191514,
Title = {Theoretische Betrachtungen {\"u}ber die Orientierung photographischer
    Ballonaufnahmen nebst der Behandlung eines speziellen Falles},
Author = {Weigel, Kaspar},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {149--152, 171--174},
Number = {10, 11},
Year = {1915},
Volume = {13}
}
```

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.
ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.
Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 10. **Wien, 1. Oktober 1915.** **XIII. Jahrgang.**

Theoretische Betrachtungen über die Orientierung photographischer Ballonaufnahmen nebst der Behandlung eines speziellen Falles.

Von **Dr. K. Weigel**, Professor an der k. k. technischen Hochschule in Lemberg.

Die Orientierung einer photographischen Aufnahme ist identisch mit der Orientierung eines Strahlenbüschels in Bezug auf die im Raume gegebenen Punkte. Durch die Lösung dieses Problems entsteht ein Strahlenbüschelgebilde, das bei n gegebenen Punkten einen Polyeder mit $n+1$ Ecken, $3(n-1)$ Kanten und $2(n-1)$ Flächen (Begrenzungsebenen) darstellt.

Die Ecken bilden die n gegebenen Punkte und der Scheitel des Büschels, ihre Anzahl ist somit $E = n + 1$, die Anzahl der Kanten ergibt sich aus n Strahlen des Büschels und $2n - 3$ Verbindungsstrahlen der n gegebenen Punkte, zusammen $K = 3(n-1)$ und endlich ist die Anzahl der Flächen nach Euler $F = K + 2 - E = 2(n-1)$.

Ein Strahlenbündelgebilde mit zwei Strahlen bedingt als ein ebenes Dreieck zu seiner Konstruierung drei unabhängige Bestimmungsstücke, jeder hinzutretende Strahl — drei neue, so daß ein Strahlenbüschelgebilde mit n Strahlen, das mit einem $(n+1)$ kantigen Polyeder identisch ist, durch $3 + 3(n-2) = 3(n-1)$ unabh. Bestimmungsstücke gegeben ist.

Handelt es sich dagegen um die Orientierung eines Strahlenbüschelgebildes in Bezug auf eine durch einen seiner Eckpunkte gelegte Horizontalebene, so müssen noch zwei weitere unabh. Bestimmungsstücke hinzugefügt werden.

Die Anzahl der unabh. Bestimmungsstücke ist dann somit: $\underline{3n - 1}$. Soll in der Horizontalebene noch die azimutale Orientierung stattfinden, so muß noch ein unabh. Bestimmungsstück hinzugefügt werden; die Anzahl derselben wäre dann $\underline{3n}$.

Diese Betrachtungen sind von großer Wichtigkeit für die Orientierungen der phot. Ballonaufnahmen von einem Standpunkte.

Da diese Orientierungen nach Karten durchgeführt werden, bedürfen sie keiner azimutaler Orientierung (dieselbe ist nämlich schon vorhanden) und es genügen deshalb zur Orientierung einer Aufnahme, bei der n Punkte mit entsprechenden Terrainpunkten identifiziert wurden, $3n - 1$ unabh. Besimmungsstücke.

Einen Teil derselben liefert uns das Photogramm, die übrigen müssen der Karte entnommen, resp. gemessen werden.

Bevor wir die Frage, wie viele unabh. Bestimmungsstücke uns ein Ballonphotogramm liefert, beantworten, müssen wir etwas näher auf die photogr. Ballonaufnahmen eingehen.

Dieselben können wir in folgende drei Kategorien einteilen:

1. Aufnahmen ohne irgend welche Orientierung,

2. Aufnahmen mit der Orientierung in Bezug auf die durch den Hauptstrahl der Aufnahme gelegte Vertikalebene, oder — wie man sie oft bezeichnet — Aufnahmen mit bekannter seitlicher Verdrehung des Photogrammes von seiner normalen Lage*),

3. Aufnahmen mit der Orientierung in Bezug auf die erwähnte Vertikalebene und auf den Horizont, oder Aufnahmen bei denen sowohl die seitliche Verdrehung des Photogrammes, als auch die Neigung des Hauptstrahles (der Platte) gegen den Horizont bestimmt wurde**).

Unter der Voraussetzung, daß die photogrammetrischen Konstanten bei der Aufnahme bekannt waren, liefert uns ein Ballonphotogramm
der ersten Kategorie . . . . $2n - 3$,
„ zweiten „ . . . . $2n - 2$,
„ dritten „ . . . . $2n - 1$ unabh. Bestimmungsstücke, wenn n die Anzahl der am Photogramm identifizierten Punkte bedeutet.

Bei der Kenntnis der photogr. Konstanten kann man nämlich auf Grund eines Photogrammes ein Strahlenbüschel konstruieren, welches — wie bekannt — bei n Strahlen $2n - 3$ unabh. Bestimmungsstücke liefert; die Orientierung nach 2) gibt noch ein Bestimmungsstück, die nach 3) noch zwei neue Bestimmungsstücke hinzu.

Nun können wir auch leicht ermitteln, wie viele Bestimmungsstücke für jede Aufnahmekategorie der Karte entnommen, resp. gemessen werden müssen.

Nehmen wir zuerst an, daß uns die Karte nur den Grundriß der n auf dem Photogramm identifizierten Punkte liefert, ihre Höhenunterschiede dagegen uns bekannt seien. n Punkte im Grundrisse geben $2n - 3$ unabh. Bestimmungsstücke; es muß daher bei der Orientierung der

Aufnahmekategorie 1: $2n - 3 \geqq n + 2$*), oder $n \geqq 5$,
„ 2: $2n - 3 \geqq n + 1$, „ $n \geqq 4$,
„ 3: $2n - 3 \geqq n$, „ $n \geqq 3$ sein.

Unter der Voraussetzung, daß die Lage der in der Karte gegebenen Punkte keine spezielle sei, müssen bei der Lösung des Orientierungsproblems

bei Aufnahmen ohne irgend welche Orientierung mindestens . . . . . 5 Punkte
„ „ mit bekannter seitl. Verdr. d. Aufnahme-Apparates mindestens 4 „
„ „ bei denen noch außerdem die Neigung des Hauptstrahles (der Platte) gegen den Horizont bekannt ist, mindestens . . . . 3 „

im Grundrisse gegeben werden.

---

*) Bei diesen Aufnahmen wird eine selbsttätig wirkende Vorrichtung — Niveau-Jardinet genannt — gebraucht. S. Intern. Archiv f. Photogrammetrie J. 1911. Conseils pratiques de Photo-topographie aérienne par J. Th. Saconney. Seite 207.

**) In derselben Abhandlung S. 210 beschreibt Saconney eine Vorrichtung, die selbsttätig wirkend außer der unter 2) angeführten Orientierung, auch die Neigung des Hauptstrahles (der Platte) gegen den Horizont angibt. Auf die diesbezüglichen, jetzt in Oesterreich-Ungarn und Deutschland gebrauchten Vorrichtungen, kann derzeit nicht eingegangen werden.

Sind dagegen auch die Höhenunterschiede der in der Karte gegebenen Punkte bekannt, so vermehrt sich — bei n gegebenen Punkten — die Anzahl der unabh. Bestimmungsstücke noch um $n - 1$; n Punkte geben dann $3n - 4$ unabh. Bestimmungsstücke.

Bei der Orientierung der Ballonaufnahmen muß daher unter Voraussetzung, daß die Lage der Punkte im Grundrisse keine spezielle sei,

bei der Aufnahmekategorie 1: $3n - 4 \geqq n + 2$ oder $n \geqq 3$,
" " " 2: $3n - 4 \geqq n + 1$ " $n \geqq 2$,
" " " 3: $3n - 4 \geqq n$ " $n \geqq 2$ sein.

Wenn also die Lage der n Punkte im Grundrisse und auch ihre Höhenunterschiede bekannt sind, so genügen zur eindeutigen Lösung des Orientierungsproblems:

bei der Aufnahmekategorie 1. 3 Punkte im Grundriß und 2 Höhenunterschiede,
" " " 3. 2 " " " 1 Höhenunterschied,

während bei Aufnahmekategorien 2) zwei Punkte im Grundrisse und ihr Höhenunterschied nicht ausreichen, sondern es muß noch ein unabh. Bestimmungsstück — z. B. der Höhenunterschied des Aufnahmeortes und eines der gegebenen Punkte — bekannt sein. Dagegen ist die Lösung bei 3 im Grundrisse gegebenen Punkten und bekannten Höhenunterschieden schon überbestimmt.

Nachstehend sind die Ergebnisse unserer Betrachtungen tabellarisch zusammengestellt.

Kategorie der Ballonaufnahme	Nähere Bezeichnung der Orientierung des Apparates bei der Aufnahme	Anzahl der unabh. Bestimmungsstücke, die der Karte entnommen resp. gemessen werden müssen.	Die kleinste Anzahl der zur Orientierung der Aufnahme in der Karte zu identifizierenden Punkte	
			wenn nur ihr Grundriß zur Verfügung steht.	wenn ausser dem Grundrisse noch ihre Höhenunterschiede bekannt sind.
1.	keine	$n + 2$	5	3
2.	orientiert in Bezug auf die durch den Hauptstrahl der Aufnahme gelegte Vertikalebene.	$n + 1$	4	2, wenn jedoch noch ein unabh. Bestimmungsstück zur Verfügung steht, oder 3 mit nur einem Höhenunterschiede, (da bei zwei H. U. überbestimmt).
3.	orientiert, wie die Kat. 2, und noch in Bezug auf den Horizont. [Die Neigung d. Hauptstrahles (der Platte) gegen den Horizont bekannt].	n	3	2

Die Orientierungen der Ballonaufnahmen wurden von vielen in der Literatur der Photogrammetrie wohl bekannten Persönlichkeiten, wie von Hofrat Prof. E. Doležal, Prof. Finsterwalder, Hauptmann Th. Scheimpflug, Hauptmann E. R. v. Orel, J. Th. Saconney, R. J. Thiele und im k. u. k. Militärgeographischen Institut vom Oberoffizial J. Tschamler und anderen behandelt. Es ist auch deshalb nicht der Zweck der vorliegenden Abhandlung, die einzelnen Methoden der Orientierungen zu besprechen; die von mir angeführten Erwägungen sollen nur darüber Klärung bringen, wann die Lösung — bei keiner speziellen Lage oder Annahme über die Höhe der identifizierten Punkte — eindeutig durchzuführen sei und wann bei ihr ein Ausgleichungsproblem vorliege.

Zuletzt will ich noch einen speziellen Fall besprechen, nämlich die Orientierung einer Ballonaufnahme bei zwei in der Karte identifizierten Punkten, wenn noch dazu ihr Höhenunterschied bekannt ist.

Nach den früheren Bermerkungen ist die Lösung dieser Aufgabe nur dann möglich, wenn eine Ballonaufnahme der Kategorie 3) vorliegt; in diesem Falle muß sowohl der Grundriß, als auch der Aufriß des betreffenden Strahlenbündels bekannt sein.

Dieser Fall ist insofern interessant, als er uns auch bei nur genäherter Orientierung des Aufnahmeapparates nach 3) die genäherte Lage des Aufnahmeortes zu bestimmen gestattet, was bei allen Orientierungsaufgaben die Lösung wesentlich erleichtert.

Die nächstfolgende rechnerische Lösung der gestellten Aufgabe liefert einfache Formeln, die sämtlich mit Hilfe der Logarithmen bestimmt werden können.

Zuerst will ich die Aufgabe durch die Annahme, daß beide Punkte in gleicher Höhe liegen, vereinfachen, weil sich dann die Rechnung besonders einfach gestaltet. Der Fall mit verschiedenen Höhen der beiden Punkte, dessen rechnerische Behandlung sich eng an den ersten anschließt, wird als zweiter Fall berücksichtigt.

(Schluß folgt.)

Kombiniertes Rückwärtseinschneiden.

Von **Anton Tranquillini**, k. k. Agrar-Geometer in Gmunden.

(Fortsetzung.)

Gesucht: ${}_1P_0\,({}_1y_0, {}_1x_0)$, ${}_2P_0\,({}_2y_0, {}_2x_0)$

$$y_2 - y_1 = -\ 1059{\cdot}26\ m \quad , \quad x_2 - x_1 = +\ 1907{\cdot}69\ m$$
$$y_3 - y_2 = +\ \ 80{\cdot}02\ m \quad , \quad x_3 - x_2 = +\ 918{\cdot}99\ m$$

$$\lg (y_2 - y_1) = 3{\cdot}025.0026 \qquad \lg (y_3 - y_2) = 1{\cdot}903.1985$$
$$-\lg (x_2 - x_1) = 3{\cdot}280.5078 \qquad -\lg (x_3 - x_2) = 2{\cdot}963.3108$$

$$\lg \operatorname{tg} \omega_{1,2} = 9{\cdot}744.4948\ (IV) \qquad \lg \operatorname{tg} \omega_{2,3} = 8{\cdot}939.8877\ (I)$$
$$\omega_{1,2} = 330^0\ 57'\ 30'' \qquad \omega_{2,3} = 4^0\ 58'\ 35''$$
$$\omega_{2,1} = 150^0\ 57'\ 30'' \qquad \omega_{3,2} = 184^0\ 58'\ 35''$$

Faßt man diese Werte in der durch die Gleichungen (2) bestimmten Weise zusammen, so findet man

$$\mu_x = \pm 3{,}3\ cm \qquad \mu_y = \pm 4{,}0\ cm$$

Sowohl beim Vorwärtseinschneiden als auch beim Rückwärtseinschneiden kann man die zur Berechnung der Fehler μ_x und μ_y graphisch ermittelten Einzelfehler $\triangle x_i'$, $\triangle y_i'$ und $\triangle x_i''$, $\triangle y_i''$ in einfacher Weise einer Probe unterwerfen; man entnimmt zu diesem Zwecke der Figur die Koordinaten der Punkte P_i' und P_i'' und berechnet aus ihnen und den um μ_i' bezw. μ_i'' veränderten Koordinaten der Festpunkte mit Hilfe der betreffenden Richtungswinkel die den gemessenen Winkeln α und β entsprechenden Winkel, die dann mit jenen übereinstimmen müssen.

Theoretische Betrachtungen über die Orientierung photographischer Ballonaufnahmen nebst der Behandlung eines speziellen Falles.

Von **Dr. K. Weigel**, Professor an der k. k. Technischen Hochschule in Lemberg.

(Schluß.)

a). $H_1 = H_2$

Die Orientierung der dritten Aufnahmekategorie bedingt bei zwei identifizierten Kartenpunkten — außer der im Strahlenbüschel vorhandenen — noch zwei unabh. Bestimmungsstücke. Diese sind hier die horizontale Entfernung der beiden Punkte d und ihr Höhenunterschied $\triangle H = 0$. Um die Formeln in möglichst einfacher Form erhalten zu können, wurde folgende Lage des Koordinatensystems (siehe Fig. 1.) angenommen.

Der Koordinatenursprung befindet sich im Aufnahmepunkte (Ballonorte), die X-Achse ergibt sich als Schnitt der durch den Hauptstrahl der Aufnahme gelegten vertikalen und der durch den Ursprung gelegten Horizontalebene (die $+$ Richtung gegen die aufgenommenen Punkte gerichtet), die Y-Achse befindet sich in der oberwähnten Horizontalebene senkrecht zur X-Achse (die $+$ Richtung rechts vom Aufnahmeapparate), die h-Achse geht lotrecht vom Aufnahmepunkte (die $+$ Richtung nach unten).

Aus der Figur ist weiter ersichtlich:

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ und } h = (x_2 - x_1)\frac{\sin\beta_1 \sin\beta_2}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} = (y_2 - y_1)\frac{\sin\gamma_1 \sin\gamma_2}{\sin(\gamma_1 - \gamma_2)},$$

$$\text{foglich } \operatorname{tg} \sigma = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\sin\beta_1 \sin\beta_2 \sin(\gamma_1 - \gamma_2)}{\sin(\beta_1 - \beta_2)\sin\gamma_1 \sin\gamma_2}$$

Alle in dieser Formel vorkommenden Winkelwerte sind bekannt, da ω der Neigungswinkel des Hauptstrahles gegen den Horizont bekannt ist.

Es ist nämlich $\beta_1 = \omega - \varphi_1$, $\beta_2 = \omega - \varphi_2$, $\operatorname{tg}\gamma_1 = \operatorname{tg}\beta_1 \operatorname{ctg}\alpha_1$, $\operatorname{tg}\gamma_2 = \operatorname{tg}\beta_2 \operatorname{ctg}\alpha_2$. Ist σ bekannt, so kann die Bestimmung der gesuchten Winkel μ und ν, der Entfernungen r_1, r_2 und des Höhenunterschiedes h erfolgen.

$$\mu = \sigma - \alpha_2,\quad \nu = 180^0 - (\sigma - \alpha_1)$$

$$r_1 = d\frac{\sin\mu}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = d\frac{\sin(\sigma - \alpha_2)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)},\qquad r_2 = d\frac{\sin\nu}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{\sin(\sigma - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$h = r_2 \cos\alpha_2 \operatorname{tg}\beta_2 = r_2 \sin\alpha_2 \operatorname{tg}\gamma_2 = d\frac{\sin(\sigma - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}\cos\alpha_2 \operatorname{tg}\beta_2 =$$

$$= d\frac{\sin(\sigma - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}\sin\alpha_2 \operatorname{tg}\gamma_2.$$

$$H_0 = H_1 + h = H_2 + h.$$

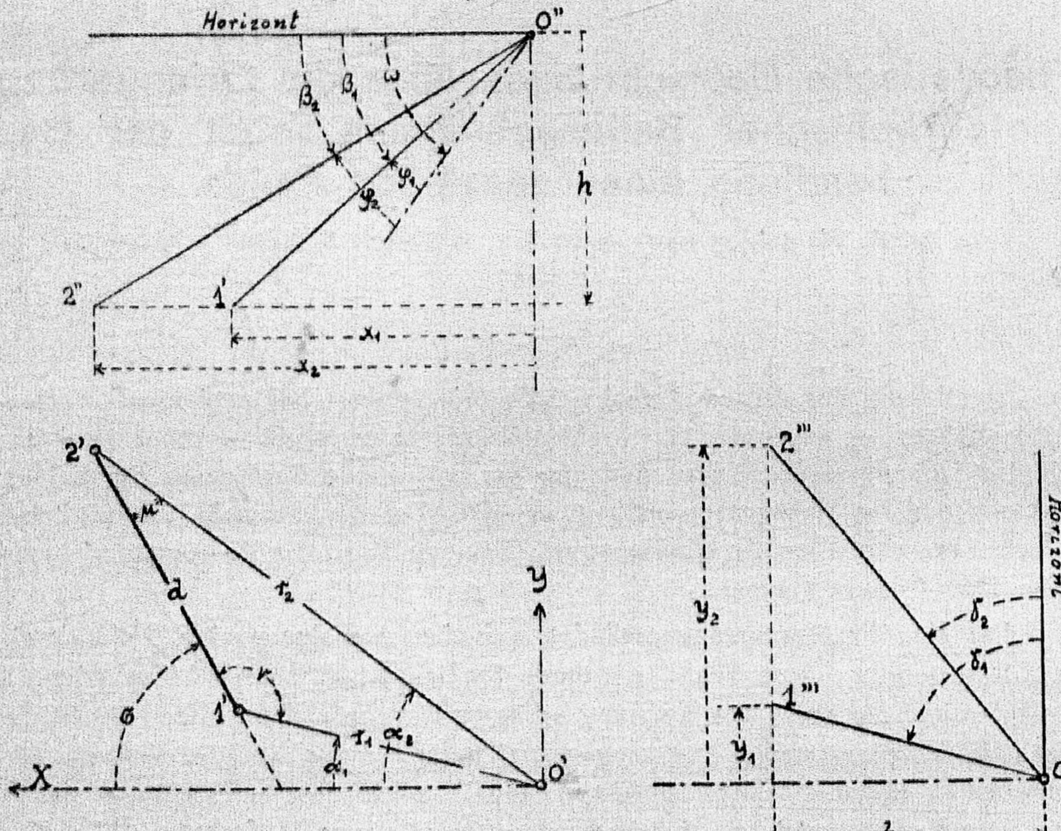

Fig. 1.

b). $H_1 \gtrless H_2$

Sind die Höhen der beiden aufgenommenen Punkte verschieden, so ist es am einfachsten, zuerst den Winkel (σ), der uns den Richtungswinkel von (1) 2 angibt, zu bestimmen, um dann nach der Ermittelung von $\triangle\sigma$ den Wert des eigentlichen Richtungwinkels σ in der Horizontalebene zu erhalten.

Wie aus der Figur 2 zu ersehen ist, ist (1) der Durchschnittspunkt des Strahles 1 mit der durch den Punkt 2 gelegten Horizontalebene. Der weitere

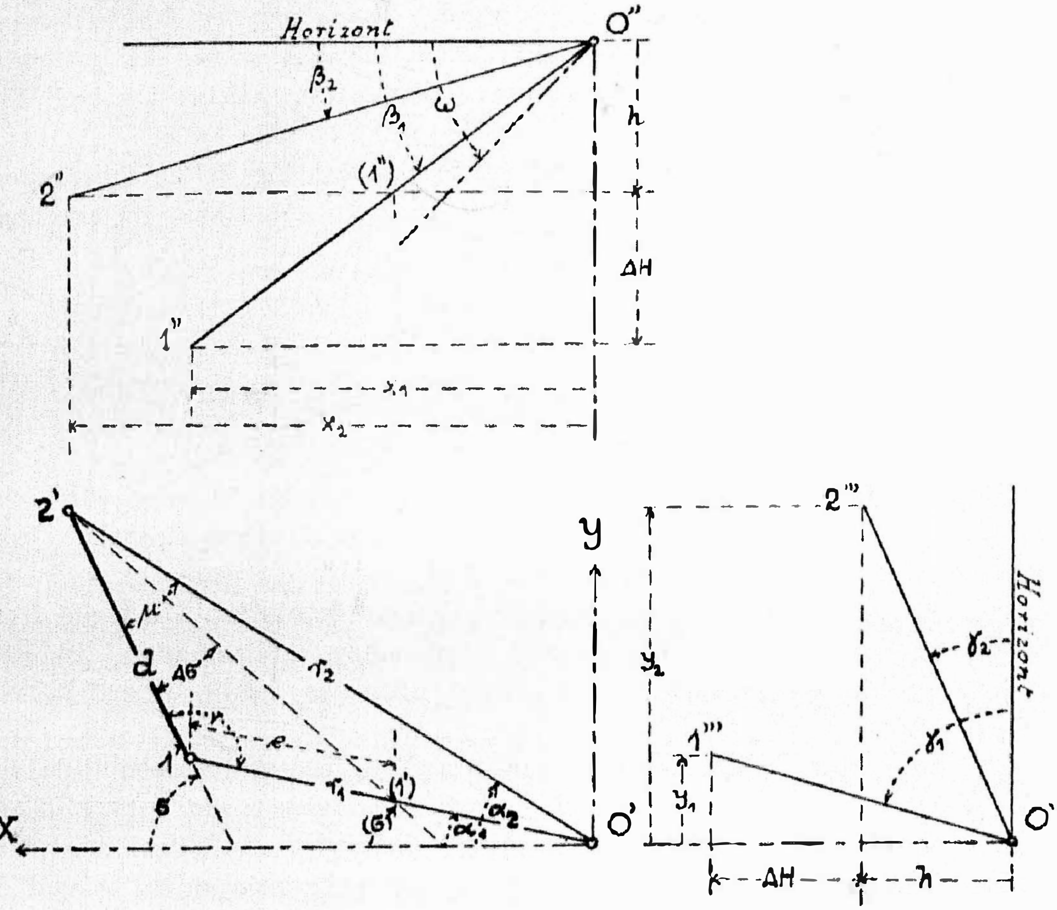

Fig. 2.

Rechnungsgang ist bis auf die Bestimmung von $\triangle\sigma$ dem früheren identisch.

$$\operatorname{tang}(\sigma) = \frac{\sin\beta_1 \sin\beta_2 \sin(\gamma_1 - \gamma_2)}{\sin(\beta_1 - \beta_2) \sin\gamma_1 \sin\gamma_2}$$

$$\triangle\sigma = \sigma - (\sigma), \quad H_2 - H_1 = \triangle H_1$$

$$\sin\triangle\sigma = \frac{e}{d}\sin[(\sigma) - \alpha_1], \quad e = \triangle H \frac{\operatorname{ctg}\beta_1}{\cos\alpha_1},$$

$$\sin\triangle\sigma = \frac{\triangle H \operatorname{ctg}\beta_1 \sin[(\sigma) - \alpha_1]}{d\cos\alpha_1}$$

$$\mu = \sigma - \alpha_2 = (\sigma) + \triangle\sigma - \alpha_2, \quad \nu = 180^\circ - (\sigma - \alpha_1) = 180^\circ - [(\sigma) + \triangle\sigma - \alpha_1]$$

$$r_1 = d\frac{\sin\mu}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = d\frac{\sin[(\sigma) + \triangle\sigma - \alpha_2]}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)},$$

$$r_2 = d\frac{\sin\nu}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = d\frac{\sin[(\sigma) + \triangle\sigma - \alpha_1]}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

$$h = r_2\cos\alpha_2 \operatorname{tg}\beta_2 = r_2\sin\alpha_2 \operatorname{tg}\gamma_2; \quad H_0 = H_1 + \triangle H + h = H_2 + h.$$

Sehr häufig kommt es auch vor, daß bei Aufnahmen mit genügender Anzahl von Orientierungspunkten auch die Orientierung des Aufnahmeapparates nach 3) jedoch nur annähernd erfolgt sei.

In diesen Fällen und auch in solchen mit der Anwendung der Ausgleichungsrechnung liefert uns die oben angegebene Lösung ziemlich schnell die genäherte relative Lage und Höhe des Aufnahmeortes (Ballonortes), welcher Umstand für die endgültige Lösung der gestellten Aufgabe große Vorteile bietet.

Die zweckmäßige Anwendung der Ausgleichungsrechnung bei Orientierungen der Ballonaufnahmen beabsichtige ich in einer separaten Abhandlung darzustellen.

Ueber das alte böhmische Maß.

Von **Adolf Winkler**, k. k. Geometer in Aussig.

Der Landmesser Andres Bernhardt Klauser verfaßte im Jahre 1705 ein Buch «Ausführliche Beschreibung der Landmaß des Königreichs Boehaimb, wie solche in dieses Königreich erstlich eingeführt, nachmals gebraucht und verändert worden; endlich auch wie sie anjetzo gebraucht werde». Die darin festgelegten Ausführungen dürften wohl von allgemeinem Interesse sein. Ich will daher im Folgenden versuchen, den hauptsächlichsten Inhalt dieses Buches wiederzugeben.

Klauser sagt in der Vorrede zu seinem Werkchen, daß Simeon Podolsky von Podol im Jahre 1617 ein Büchlein vom Landmessen geschrieben habe, welches im Jahre 1683 durch Samuel Globitz von Butzina neu aufgelegt wurde. Dieses Büchlein sei jedoch (1705) schwer oder gar nicht mehr zu haben und er wolle, damit die Landmesser, Bauleute und Landstände eigentlich und gewiß wissen, wie groß das eine oder das andere Maß sei, ein Buch verfassen. Das was in anderen Büchern niedergeschrieben wurde, sei vielfach falsch und irrig. Es sei auch nirgends eine schriftliche Urkunde oder legaler Aufsatz, weder in der königlichen verneuerten Landesordnung, noch in den Stadtrechten über das Landesmaß zu finden.*)

Die Worte Klausers, daß über das Landmaß vielfach falsch und irrig geschrieben wurde, finden darin eine Erklärung, daß damals in verschiedenen Gegenden einer und derselben Maßeinheit eine verschiedene Länge zukam; so war z. B. die Prager Elle in ihrer Länge verschieden von der Egerer. Auch die Flächenmaße waren dann naturgemäß andere.

Im Jahre 1022 wurde unter dem Landesfürsten Udalrico und dem Prager Bischofe Helicardo das Landesmaß das erstemal eingeführt. Hiebei mußte von jeder Hube Landes den Geistlichen ein Strich Weitzen oder Hafer anstatt des ihnen gebührenden Zehends gegeben werden. Es wurde gleichzeitig bestimmt, was unter einem Strich zu verstehen sei. Über die damaligen Maße, ihre Größe und Einteilung fehlen jedoch nähere Aufzeichnungen.

*) Die diesbezüglichen Urkunden sind beim Brande der Landtafel (1541) vernichtet worden.