

Paper-ID: VGI_191512



Kombiniertes Rückwärtseinchneiden

Anton Tranquillini ¹

¹ *k. k. Agrar-Geometer in Gmunden*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **13** (9, 10), S. 133–136, 152–157

1915

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Tranquillini_VGI_191512,  
Title = {Kombiniertes R{"u}ckw{"a}rtseinchneiden},  
Author = {Tranquillini, Anton},  
Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {133--136, 152--157},  
Number = {9, 10},  
Year = {1915},  
Volume = {13}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 9.

Wien, 1. September 1915.

XIII. Jahrgang.

Kombiniertes Rückwärtseinschneiden.

Von Anton Tranquillini, k. k. Agrar-Geometer in Gmunden.

In dem Bestreben, bei einer ungünstigen Situation im trigonometrischen Netze des Gebietes Steinhaus — welches anlässlich der Zusammenlegung der landwirtschaftlichen Grundstücke neu aufgenommen wurde — mehr Kontrollen zur Erhöhung der Sicherheit des betreffenden Punktes zu erhalten, wurde ich durch den »Beitrag zur rechnerischen Lösung des Pothenot'schen Problems« von Herrn Obergeometer Gabrielli im Heft Nr. 10 des Jahrganges IX der Öst. Zeitschrift für Vermessungswesen auf einen Weg gebracht, der mir ganz überraschende Resultate brachte. Wie aus Fig. 2 ersichtlich, handelte es sich in meiner Berechnung um den Punkt ${}_2P_0$, von dem ich nur den gegebenen Punkt P_3 und den neuen Netzpunkt ${}_1P_0$ beobachten konnte. Ich hatte daher nur die $\angle \gamma$ und δ zur Verfügung, mit welchen ich nur durch ungünstiges Seitwärtseinschneiden den Punkt ${}_2P_0$ rechnen konnte.

In der Folge sei nun allgemein der Weg gezeigt, auf dem ich, anschließend an die Ausführung des Herrn O. G. Gabrielli, ein ganz vorzügliches Resultat, durch eine Art kombiniertes Rückwärtseinschneiden erzielte.

In Fig. 1 sind die Punkte P_1, P_2, P_3 durch ihre rechtwinkligen Koordinaten gegeben. Gemessen wurden die Winkel $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Aus den Koordinaten der gegebenen Punkte lassen sich die Seiten $s_{1,2}$ und $s_{2,3}$ berechnen; ebenso der Winkel σ aus den Richtungswinkeln $\tau_{1,2}$ und $\tau_{2,3}$.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \tau_{1,2} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; & \operatorname{tg} \tau_{2,3} &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\ s_{1,2} &= \frac{y_2 - y_1}{\sin \tau_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{\cos \tau_{1,2}} \\ s_{2,3} &= \frac{y_3 - y_2}{\sin \tau_{2,3}} = \frac{x_3 - x_2}{\cos \tau_{2,3}} \\ \sigma &= \tau_{2,1} - \tau_{2,3} \end{aligned}$$

Nun rechnet man die Radien R_1 und R_2 der beiden umschriebenen Kreise M_1 und M_2 aus den gleichschenkeligen Dreiecken $P_1 M_1 P_2$ und $P_2 M_2 P_3$.

$$R_1 = \frac{s_{1,2}}{2 \cdot \cos(90^\circ - \alpha)}; \quad R_2 = \frac{s_{2,3}}{2 \cdot \cos(90^\circ - \beta)}$$

$$\text{mithin } 2 R_1 = \frac{s_{1,2}}{\sin \alpha} \dots \dots \dots 1)$$

$$2 R_2 = \frac{s_{2,3}}{\sin \beta} \dots \dots \dots 2)$$

In dem Dreieck $M_1 P_2 M_2$ ist der Winkel α bekannt. Es ist nämlich der Zentriwinkel $P_1 M_1 P_2$ gleich dem doppelten Peripheriewinkel $P_1, P_0, P_2 (= \alpha)$, daher ist die Summe der beiden Basiswinkel in dem gleichschenkeligen Dreieck $P_1 P_2 M_1$ gleich $180^\circ - 2\alpha$ und jeder einzelne $90^\circ - \alpha$. Ebenso ist im $\triangle P_2 P_3 M_2$ der Winkel bei $M_2 = 2\beta$ als Zentriwinkel und jeder Basiswinkel $90^\circ - \beta$.

$$\text{Somit } \sphericalangle \alpha = \sigma - [180^\circ - (\alpha + \beta)] \dots \dots \dots 3)$$

Da wir nun in dem Dreieck $M_1 M_2 P_2$ auch

$$\sphericalangle \frac{b+c}{2} = 90^\circ - \frac{a}{2} \dots \dots \dots 4)$$

kennen, so brauchen wir noch die Differenz $\frac{b-c}{2}$, um die Winkel b und c zu erhalten. Nach Nepper ist

$$\text{tg } \frac{b-c}{2} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \cdot \text{cotg } \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots 5),$$

somit sind durch Addition bzw. Subtraktion der ausgeführten Gleichungen 4) und 5) die Winkel b und c gegeben. Da nun bei M_2 auch der Winkel d

$$\sphericalangle 2d = 360^\circ - 2(\beta + c) \dots \dots \dots 6)$$

und somit die Basiswinkel des Dreieckes P_3, P_0, M_2 d. i. $\beta + c - 90^\circ$ gegeben sind, so läßt sich auch der Radius R_3 des dritten umschriebenen Kreises berechnen. Aus $\triangle M_2 M_3 P_3$ gibt der Sinussatz:

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{\sin [180 - (\beta + c)]}{\sin \delta}, \text{ woraus}$$

$$R_3 = \frac{\sin (\beta + c)}{\sin \delta} \cdot R_2 \dots \dots \dots 7)$$

(wobei δ den halben Zentriwinkel des dazugehörigen Peripheriewinkels P_0, P_2, P_3 darstellt). Es lassen sich nun der Reihe nach sämtliche Leitstrahlen

$$1r_{10} = 2 R_1 \cdot \sin (\alpha + b) \dots \dots \dots 8)$$

$$1r_{20} = 2 R_1 \cdot \sin b = 2 R_2 \cdot \sin c \dots \dots \dots 9)$$

$$1r_{30} = 2 R_2 \cdot \sin (\beta + c) = 2 R_3 \cdot \sin \delta \dots \dots \dots 10)$$

$$2r_{30} = 2 R_3 \cdot \sin \gamma \dots \dots \dots 11)$$

$$12r_{00} = 2 R_3 \cdot \sin (\gamma + \delta) \dots \dots \dots 12)$$

und sämtliche Richtungswinkel

$$\left. \begin{aligned}
 1\rho_{10} &= \omega_{12} + b \\
 1\rho_{20} &= \omega_{23} + 180^\circ - (\beta + c) = 1\rho_{10} + \alpha \\
 1\rho_{30} &= \omega_{32} - c = 1\rho_{20} + \beta \\
 2\rho_{30} &= \omega_{32} + (270^\circ + \delta - c + \gamma) \\
 12\rho_{00} &= 1\rho_{30} + \gamma = 2\rho_{03} - \delta
 \end{aligned} \right\} 13)$$

berechnen und man hat bereits den Vorteil, in Gleichung 10) bei Berechnung des Leitstrahles $1r_{30}$ den Winkel δ in Rechnung gezogen zu haben.

Nun lassen sich aber aus der Kenntnis der Winkel ξ und η (siehe Fig. 1) in umgekehrter Folge wie beim gewöhnlichen Rückwärtseinschneiden die Winkel

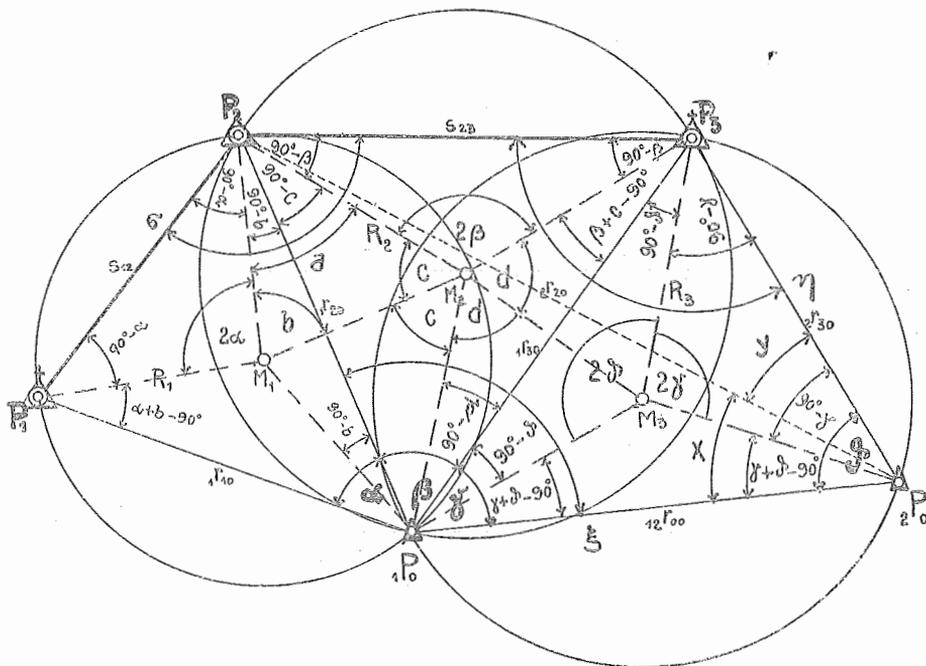


Fig. 1.

x und y berechnen, man erhält daher die Leitstrahlen $2r_{31}$ und $12r_{00}$ und außerdem den Leitstrahl $2r_{20}$ — ohne die Visur $2P_0, P_2$ beobachtet zu haben. Aus $\triangle 1P_0, P_2, 2P_0$ und $\triangle P_2, P_3, 2P_0$ erhalten wir

$$2r_{20} = \frac{\sin \eta}{\sin y} \cdot s_{2,3} = \frac{\sin \xi}{\sin x} \cdot 1r_{2,0},$$

damaus ist
$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\sin \xi \cdot 1r_{20}}{\sin \eta \cdot s_{2,3}} \dots = \frac{1}{\text{tg } \psi} \dots \dots \dots 14)$$

und nach bekannter Umformung von 14)

$$\text{tg } \frac{x-y}{2} = \text{tg } \frac{x+y}{2} \cdot \text{cotg } (\psi + 45^\circ), \dots \dots \dots 15)$$

und da
$$\frac{x+y}{2} = \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots 16)$$

so läßt sich x und y rechnen.

Die Leitstrahlen und Polarwinkel für den Punkt ${}_2P_0$ lassen sich nun in der bekannten Weise des Pothenot'schen Problems rechnen.

Ein numerisches Beispiel aus dem trigonometrischen Netz im Gebiete Steinhaus möge den Rechnungsgang klarer veranschaulichen.

Gegeben:

$$\begin{aligned} \dagger P_1 \dots (\gamma_1 = + 8724 \cdot 73, & \quad x_1 = - 8622 \cdot 94) \\ \triangle P_2 \dots (\gamma_2 = + 7665 \cdot 47, & \quad x_2 = - 6715 \cdot 25) \\ \triangle P_3 \dots (\gamma_3 = + 7745 \cdot 49, & \quad x_3 = - 5796 \cdot 26) \end{aligned}$$

$$\alpha = 60^\circ 46' 03''$$

$$\beta = 45^\circ 41' 54''$$

$$\gamma = 12^\circ 08' 02''$$

$$\delta = 17^\circ 45' 30''$$

(Fortsetzung folgt.)

Korrekturtafel für das neue Normalbarometer „Marek“.

Von Wilhelm Schmidt.

Da das neue Normalbarometer „Marek“ der k. k. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik einige Besonderheiten in der Bestimmung und Anbringung der Korrektur zeigt, wird hier auf Wunsch von Herrn Direktor Prof. W. Trabert die Korrekturtafel in extenso angeführt.

Wie aus dem vorhergehenden Aufsatz von Herrn Ing. R. F. Pozděna *) zu ersehen ist, kann die Basiskorrektur jederzeit am Instrument in sich bestimmt werden; dazu ist ja die eigenartige Anordnung von Kathetometer, Mikrometerschraube und Schlitten bestimmt. Da die Teilkreisscheibe, an welcher die ganzen Millimeter abgelesen werden, für sich einstellbar ist, hat man die Möglichkeit, den Zahlenwert der Ablesung als bloße Rechnungsgröße um beliebig viele Einheiten zu verstellen. Die Basiskorrektur wird erst nachher ermittelt, weshalb jene Veränderung der Ablesungen durch eine additive Konstante bei allen Korrekturwerten zum Ausdruck kommt. Man stellt nun jene Scheibe absichtlich so, daß sie im ganzen in Betracht kommenden Bereich von Temperatur und Luftdruck noch niedrigere Zahlen liefert, als die reduzierten Barometerstände betragen. Dann ist die Korrektur durchwegs positiv, **) also einfacher anzubringen.

Nun hängt die Größe der additiven Konstante der Korrektur nicht etwa bloß von der Einstellung der Teilkreisscheibe ab, sondern auch vom Stand des Schlittens gegenüber der Marke („mouche“) am Bett, welcher an der feinen $\frac{1}{20} \text{ mm}$ -Teilung abzulesen ist. Da der Schlitten nicht nach jeder Nullpunktbestimmung wieder in genau dieselbe Lage gebracht werden kann — es ist das ja auch nicht notwendig — so wird dadurch jedesmal die additive Konstante

*) Siehe Heft Nr. 5 bis 8 dieses Jahrganges.

**) Im Gegensatz zu jener bei den gewöhnlichen Barometern für Temperaturen über 0° .

Die Orientierungen der Ballonaufnahmen wurden von vielen in der Literatur der Photogrammetrie wohl bekannten Persönlichkeiten, wie von Hofrat Prof. E. Doležal, Prof. Finsterwalder, Hauptmann Th. Scheimpflug, Hauptmann E. R. v. Orel, J. Th. Saconney, R. J. Thiele und im k. u. k. Militärgeographischen Institut vom Oberoffizial J. Tschamler und anderen behandelt. Es ist auch deshalb nicht der Zweck der vorliegenden Abhandlung, die einzelnen Methoden der Orientierungen zu besprechen; die von mir angeführten Erwägungen sollen nur darüber Klärung bringen, wann die Lösung — bei keiner speziellen Lage oder Annahme über die Höhe der identifizierten Punkte — eindeutig durchzuführen sei und wann bei ihr ein Ausgleichungsproblem vorliege.

Zuletzt will ich noch einen speziellen Fall besprechen, nämlich die Orientierung einer Ballonaufnahme bei zwei in der Karte identifizierten Punkten, wenn noch dazu ihr Höhenunterschied bekannt ist.

Nach den früheren Bemerkungen ist die Lösung dieser Aufgabe nur dann möglich, wenn eine Ballonaufnahme der Kategorie 3) vorliegt; in diesem Falle muß sowohl der Grundriß, als auch der Aufriß des betreffenden Strahlenbündels bekannt sein.

Dieser Fall ist insofern interessant, als er uns auch bei nur genäherter Orientierung des Aufnahmeapparates nach 3) die genäherte Lage des Aufnahmeortes zu bestimmen gestattet, was bei allen Orientierungsaufgaben die Lösung wesentlich erleichtert.

Die nächstfolgende rechnerische Lösung der gestellten Aufgabe liefert einfache Formeln, die sämtlich mit Hilfe der Logarithmen bestimmt werden können.

Zuerst will ich die Aufgabe durch die Annahme, daß beide Punkte in gleicher Höhe liegen, vereinfachen, weil sich dann die Rechnung besonders einfach gestaltet. Der Fall mit verschiedenen Höhen der beiden Punkte, dessen rechnerische Behandlung sich eng an den ersten anschließt, wird als zweiter Fall berücksichtigt.

(Schluß folgt.)

Kombiniertes Rückwärtseinschneiden.

Von Anton Tranquillini, k. k. Agrar-Geometer in Gmunden.

(Fortsetzung.)

Gesucht: ${}_1P_0 ({}_1y_0, {}_1x_0)$, ${}_2P_0 ({}_2y_0, {}_2x_0)$

$$y_2 - y_1 = - 1059 \cdot 26 \text{ m} \quad , \quad x_2 - x_1 = + 1907 \cdot 69 \text{ m}$$

$$y_3 - y_2 = + 80 \cdot 02 \text{ m} \quad , \quad x_3 - x_2 = + 918 \cdot 99 \text{ m}$$

$$\begin{array}{ll} \lg (y_2 - y_1) = 3 \cdot 025 \cdot 0026 & \lg (y_3 - y_2) = 1 \cdot 903 \cdot 1985 \\ - \lg (x_2 - x_1) = 3 \cdot 280 \cdot 5078 & - \lg (x_3 - x_2) = 2 \cdot 963 \cdot 3108 \end{array}$$

$$\lg \operatorname{tg} \omega_{1,2} = 9 \cdot 744 \cdot 4948 \text{ (IV)} \quad \lg \operatorname{tg} \omega_{2,3} = 8 \cdot 939 \cdot 8877 \text{ (I)}$$

$$\omega_{1,2} = 330^\circ 57' 30'' \quad \omega_{2,3} = 4^\circ 58' 35''$$

$$\omega_{2,1} = 150^\circ 57' 30'' \quad \omega_{3,2} = 184^\circ 58' 35''$$

$$\begin{array}{r}
 \lg (y_2 - y_1) = 3.025.0026 \\
 - \lg \sin \omega_{1,2} = 9.686.1405 \\
 \hline
 3.338.8621 = \lg s_{1,2} = 3.338.8629 \\
 \lg (y_3 - y_2) = 1.903.1985 \\
 - \lg \sin \omega_{2,3} = 8.938.2455 \\
 \hline
 2.964.9530 = \lg s_{2,3} = 2.964.9510 \\
 \sigma = \omega_{2,1} - \omega_{2,3} = 145^\circ 58' 55''
 \end{array}$$

Berechnung der Radien R_1 und R_2

$$\begin{array}{r}
 2 R_1 = \frac{s_{1,2}}{\sin \alpha} \\
 \lg s_{1,2} = 3.338.8625 \\
 - \lg \sin \alpha = 9.940.8377 \\
 \hline
 \lg 2 R_1 = 3.398.0248 \\
 2 R_1 = 2500.49 \text{ m} \\
 R_1 = 1250.24 \text{ m}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2 R_2 = \frac{s_{2,3}}{\sin \beta} \\
 \lg s_{2,3} = 2.964.9520 \\
 - \lg \sin \beta = 9.854.7143 \\
 \hline
 \lg 2 R_2 = 3.110.2377 \\
 2 R_2 = 1288.95 \text{ m} \\
 R_2 = 644.48 \text{ m}
 \end{array}$$

Berechnung der Winkel α, β, ϵ aus $\triangle M_1, M_2, P_2$.

$$\sphericalangle \alpha = \sigma - [180^\circ - (\alpha + \beta)]$$

$$\sphericalangle \alpha = 145^\circ 58' 55'' - 73^\circ 32' 03'' = 72^\circ 26' 52''; \quad \frac{\alpha}{2} = 36^\circ 13' 26''$$

$$\sphericalangle \frac{\beta + \epsilon}{2} = 90^\circ - 36^\circ 13' 26'' = 53^\circ 46' 34''$$

$$\operatorname{tg} \frac{\beta - \epsilon}{2} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 R_1 - R_2 = 605.76 \text{ m} \\
 \lg (R_1 - R_2) = 2.782.3006 \\
 - \lg (R_1 + R_2) = 3.277.5451 \\
 \hline
 9.504.7555 \\
 + \lg \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = 0.135.1747 \\
 \hline
 \lg \operatorname{tg} \frac{\beta - \epsilon}{2} = 9.639.9302
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 R_1 + R_2 = 1894.72 \text{ m} \\
 \sphericalangle \frac{\beta - \epsilon}{2} = 23^\circ 34' 43'' \\
 \sphericalangle \frac{\beta + \epsilon}{2} = 53^\circ 46' 34'' \\
 \hline
 \sphericalangle \beta = 30^\circ 11' 51'' \\
 \sphericalangle \epsilon = 77^\circ 21' 17''
 \end{array}$$

Berechnung des Radius $R_3 = \frac{\sin(\beta + \epsilon)}{\sin \delta} \cdot R_2$

$$\begin{array}{r}
 \lg \sin(\beta + \epsilon) = 9.923.3300 \\
 - \lg \sin \delta = 9.484.3038 \\
 \hline
 0.439.0262 \\
 + \lg R_2 = 2.809.2094 \\
 \hline
 \lg R_3 = 3.248.2356
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 R_3 = 1771.07 \text{ m} \\
 2 R_3 = 3542.14 \text{ m}
 \end{array}$$

Berechnung der Leitstrahlen nach ${}_1P_0$.

$${}_1r'_{10} = 2 R_1 \cdot \sin(\alpha + \delta)$$

$$\lg 2 R_1 = 3.398.0248$$

$$+ \lg \sin(\cdot) = 9.999.9348$$

$$\lg {}_1r'_{10} = 3.397.9632$$

$${}_1r'_{20} = 2 R_1 \cdot \sin \delta = 2 R_2 \cdot \sin c$$

$$\lg 2 R_1 = 3.398.0248$$

$$+ \lg \sin \delta = 9.701.5526$$

$$\lg {}_1r'_{20} = 3.099.5774$$

$$\lg 2 R_2 = 3.110.2377$$

$$+ \lg \sin c = 9.989.3326$$

$$\lg {}_1r'_{20} = 3.099.5703$$

$${}_1r'_{30} = 2 R_2 \cdot \sin(\beta + c) = 2 R_3 \cdot \sin \delta$$

$$\lg 2 R_2 = 3.110.2377$$

$$+ \lg \sin(\beta + c) = 9.923.3300$$

$$\lg {}_1r'_{30} = 3.033.5677$$

$$\lg 2 R_3 = 3.549.2657$$

$$+ \lg \sin \delta = 9.484.3038$$

$$\lg {}_1r'_{30} = 3.033.5695$$

Berechnung der Polarwinkel ϱ nach ${}_1P_0$

$${}_1\varrho_{10} = \omega_{11} + \delta$$

$$\omega_{12} = 330^\circ 57' 30''$$

$$+ \delta = 30^\circ 11' 51''$$

$$\underline{{}_1\varrho_{10} = 1^\circ 09' 21''}$$

$${}_1\varrho_{20} = \omega_{22} + 180^\circ - (\beta + c) = {}_1\varrho_{10} + \alpha$$

$$184^\circ 58' 35''$$

$$123^\circ 03' 11''$$

$$\underline{{}_1\varrho_{20} = 61^\circ 55' 24''}$$

$$1^\circ 09' 21''$$

$$60^\circ 46' 03''$$

$$\underline{{}_1\varrho_{20} = 61^\circ 55' 24''}$$

$${}_1\varrho_{30} = \omega_{32} - c = {}_1\varrho_{20} + \beta$$

$$184^\circ 58' 35''$$

$$- 77^\circ 21' 17''$$

$$\underline{{}_1\varrho_{30} = 107^\circ 37' 18''}$$

$$61^\circ 55' 24''$$

$$+ 45^\circ 41' 54''$$

$$\underline{{}_1\varrho_{30} = 107^\circ 37' 18''}$$

Berechnung der Winkel x und y .

$$s'_{20} = {}_1r'_{20} \cdot \frac{\sin \xi}{\sin x} = s_{213} \frac{\sin \eta}{\sin y}$$

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\sin \xi \cdot {}_1r'_{20}}{\sin \eta \cdot s_{213}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \psi}$$

Nun ist die Summe $x + y$ zu bilden, da $x - y = \delta$ bekannt ist.

$$\operatorname{tg} \frac{x + y}{2} = \operatorname{tg} \frac{x - y}{2} \cdot \operatorname{tg}(\psi + 45^\circ)$$

$$\xi = \beta + \gamma = 57^\circ 49' 56''; \quad \eta = 180^\circ + c - (\delta + \gamma) = 227^\circ 27' 45''$$

(Berechnung des Hilfswinkels ψ .)

$$\lg \sin s_{213} = 2.964.9520$$

$$+ \lg \sin \eta = 9.867.3703$$

$$2.832.3223$$

$$- 3.027.1971$$

$$\lg \operatorname{tg} \psi = 9.805.1252$$

$$\lg \operatorname{tg} \frac{x - y}{2} = 9.193.7458$$

$$\lg {}_1r'_{20} = 3.099.5738$$

$$+ \lg \sin \xi = 9.927.6233$$

$$3.027.1971$$

$$\psi = 32^\circ 33' 22''$$

$$\psi + 45^\circ = 77^\circ 33' 22''$$

$$\underline{\frac{x + y}{2} = 35^\circ 17' 49''}$$

$$+ \lg \operatorname{tg} (\psi + 45^\circ) = 0.656.2618$$

$$\frac{x - y}{2} = 8^\circ 52' 45''$$

$$\lg \operatorname{tg} \frac{\psi + y}{2} = 9.850.0076$$

$$x = 44^\circ 10' 34''$$

$$y = 26^\circ 25' 04''$$

Berechnung der Leitstrahlen nach ${}_2P_0$.

$${}_{12}r_{00} = {}_1r_{20} \cdot \frac{\sin [\eta - (c + \beta + \gamma)]}{\sin x} = {}_1r_{10} \cdot \frac{\sin (\gamma + \delta)}{\sin \delta}$$

$$\lg {}_1r_{20} = 3.099.5738$$

$$\lg {}_1r_{30} = 3.033.5686$$

$$+ \lg \sin [\eta - (c + \beta + \gamma)] = 9.990.3910 \quad + \lg \sin (\gamma + \delta) = 9.697.5519$$

$$3.089.9648$$

$$2.731.1205$$

$$- \lg \sin x = 9.843.1494$$

$$- \lg \sin \delta = 9.484.3038$$

$$\lg {}_{12}r_{00} = 3.246.8154$$

$$\lg {}_{12}r_{00} = 3.246.8167$$

$${}_2r_{20} = {}_1r_{20} \cdot \frac{\sin \xi}{\sin x} = {}_{23}r_{23} \cdot \frac{\sin \eta}{\sin y}$$

$$\lg {}_1r_{20} = 3.099.5738$$

$$\lg {}_{23}r_{23} = 2.964.9520$$

$$+ \lg \sin \xi = 9.927.6233$$

$$+ \lg \sin \eta = 9.867.3703$$

$$3.027.1971$$

$$2.832.3223$$

$$- \lg \sin x = 9.843.1494$$

$$- \lg \sin y = 9.648.2752$$

$$\lg {}_2r_{20} = 3.184.0477$$

$$\lg {}_2r_{20} = 3.184.0471$$

$${}_2r_{30} = {}_1r_{30} \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = {}_{23}r_{23} \frac{\sin (\eta - y)}{\sin y}$$

$$\lg {}_1r_{30} = 3.033.5686$$

$$\lg {}_{23}r_{23} = 2.964.9520$$

$$+ \lg \sin \gamma = 9.322.6262$$

$$+ \lg \sin (\eta - y) = 9.555.2113$$

$$2.356.1948$$

$$2.520.1633$$

$$- \lg \sin \delta = 9.484.3038$$

$$- \lg \sin y = 9.648.2752$$

$$\lg {}_2r_{30} = 2.871.8910$$

$$\lg {}_2r_{30} = 2.871.8881$$

und aus Radius R_3

$${}_2r_{30} = 2 R_3 \cdot \sin \gamma$$

$${}_{12}r_{00} = 2 R_3 \cdot \sin (\gamma + \delta)$$

$$\lg 2 R_3 = 3.549.2657$$

$$\lg 2 R_3 = 3.549.2657$$

$$+ \lg \sin \gamma = 9.322.6262$$

$$+ \lg \sin (\gamma + \delta) = 9.697.5519$$

$$\lg {}_2r_{30} = 2.871.8919$$

$$\lg {}_{12}r_{00} = 3.246.8176$$

Berechnung der Polarwinkel ϱ nach ${}_2P_0$.

$${}_{12}\varrho_{00} = {}_1\varrho_{03} + \gamma = {}_2\varrho_{03} - \delta + 180^\circ$$

$${}_1\varrho_{30} = 287^\circ 37' 18''$$

$${}_2\varrho_{03} = 137^\circ 30' 50''$$

$$+ \gamma = 12^\circ 08' 02''$$

$$- \delta = 17^\circ 45' 30''$$

$${}_{12}\varrho_{00} = 299^\circ 45' 20''$$

$$119^\circ 45' 20''$$

$$+ 180^\circ$$

$${}_{12}\varrho_{00} = 299^\circ 45' 20''$$

$$\begin{array}{r}
 {}_2\rho_{20} = \omega_{23} + 540^\circ - \eta + \gamma = \omega_{21} + \alpha + b + x + \xi \\
 \omega_{23} + 540^\circ = 544^\circ 58' 35'' \qquad \qquad \qquad \omega_{21} = 150^\circ 57' 30'' \\
 + (\gamma - \eta) = -201^\circ 02' 41'' \qquad + (\alpha + b + x + \xi) = 192^\circ 58' 24'' \\
 \hline
 {}_2\rho_0 = 343^\circ 55' 54'' \qquad \qquad \qquad {}_2\rho_{20} = 343^\circ 55' 54'' \\
 {}_2\rho_{30} = {}_1\rho_{30} + 180^\circ + \delta + \gamma = \omega_{33} - \eta \\
 {}_1\rho_{30} + 180^\circ = 287^\circ 37' 18'' \qquad \qquad \qquad \omega_{33} = 184^\circ 58' 35'' \\
 + \delta + \gamma = 29^\circ 53' 32'' \qquad \qquad \qquad - \eta = 227^\circ 27' 45'' \\
 \hline
 {}_1\rho_{30} = 317^\circ 30' 50'' \qquad \qquad \qquad {}_2\rho_{30} = 317^\circ 30' 50''
 \end{array}$$

Berechnung der Projektionsgleichungen:

$$\begin{array}{l}
 \Delta y_1 = {}_1r_{10} \cdot \sin {}_1\rho_{10}; \quad \Delta y_1 = {}_1r_{20} \cdot \sin {}_1\rho_{20}; \quad \Delta y_3 = {}_1r_{30} \cdot \sin {}_1\rho_{30} \\
 \lg {}_1r_{10} = 3.397.9632; \quad \lg {}_1r_{20} = 3.099.5738; \quad \lg {}_1r_{30} = 3.033.5686 \\
 \lg \sin {}_1\rho_{10} = 8.304.7433; \quad \lg \sin {}_1\rho_{20} = 9.945.6254; \quad \lg \sin {}_1\rho_{30} = 9.979.1276 \\
 \lg \Delta y_1 = 1.702.7065 \quad \lg \Delta y_2 = 3.045.1992 \quad \lg \Delta y_3 = 3.012.6962 \\
 \Delta x_1 = {}_1r_{10} \cdot \cos {}_1\rho_{10}; \quad \Delta x_2 = {}_1r_{20} \cdot \cos {}_1\rho_{20}; \quad \Delta x_3 = {}_1r_{30} \cdot \cos {}_1\rho_{30} \\
 \lg {}_1r_{10} = 3.397.9632; \quad \lg {}_1r_{20} = 3.099.5738; \quad \lg {}_1r_{30} = 3.033.5686 \\
 \lg \cos {}_1\rho_{10} = 9.999.9116; \quad \lg \cos {}_1\rho_{20} = 9.672.7005; \quad \lg \cos {}_1\rho_{30} = 9.481.0559 \\
 \lg \Delta x_1 = 3.397.8748 \quad \lg \Delta x_2 = 2.772.2743 \quad \lg \Delta x_3 = 2.514.6245 \\
 \hline
 \Delta y_4 = {}_2r_{00} \cdot \sin {}_2\rho_{00}; \quad \Delta y_5 = {}_2r_{20} \cdot \sin {}_2\rho_{20}; \quad \Delta y_6 = {}_2r_{30} \cdot \sin {}_2\rho_{30} \\
 \lg {}_2r_{00} = 3.246.8166; \quad \lg {}_2r_{20} = 3.184.0474; \quad \lg {}_2r_{30} = 2.871.8903 \\
 \lg \sin {}_2\rho_{00} = 9.938.5951; \quad \lg \sin {}_2\rho_{20} = 9.442.1404; \quad \lg \sin {}_2\rho_{30} = 9.829.5684 \\
 \lg \Delta y_4 = 3.185.4117 \quad \lg \Delta y_5 = 2.626.1878 \quad \lg \Delta y_6 = 2.701.5587 \\
 \Delta x_4 = {}_2r_{00} \cdot \cos {}_2\rho_{00}; \quad \Delta x_5 = {}_2r_{20} \cdot \cos {}_2\rho_{20}; \quad \Delta x_6 = {}_2r_{30} \cdot \cos {}_2\rho_{30} \\
 \lg {}_2r_{00} = 3.246.8166; \quad \lg {}_2r_{20} = 3.184.0474; \quad \lg {}_2r_{30} = 2.871.8903 \\
 \lg \cos {}_2\rho_{00} = 9.695.7449; \quad \lg \cos {}_2\rho_{20} = 9.982.6928; \quad \lg \cos {}_2\rho_{30} = 9.867.7273 \\
 \lg \Delta x_4 = 2.942.5615 \quad \lg \Delta x_5 = 3.166.7402 \quad \lg \Delta x_6 = 2.739.6176
 \end{array}$$

Berechnung der Koordinaten des Punktes ${}_1P_0$.

$$\begin{array}{r}
 y_1 = + 8724.73 \text{ m} \qquad \qquad \qquad x_1 = - 8622.94 \text{ m} \\
 \Delta y_1 = + 50.43 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \Delta x_1 = + 2499.62 \text{ m} \\
 \hline
 {}_1y_0 = + 8775.16 \text{ m} \qquad \qquad \qquad {}_1x_0 = - 6123.32 \text{ m} \\
 y_2 = + 7665.47 \text{ m} \qquad \qquad \qquad x_2 = - 6715.25 \text{ m} \\
 \Delta y_2 = + 1109.69 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \Delta x_2 = + 591.93 \text{ m} \\
 \hline
 {}_1y_0 = + 8775.16 \text{ m} \qquad \qquad \qquad {}_1x_0 = - 6123.32 \text{ m} \\
 y_3 = + 7745.49 \text{ m} \qquad \qquad \qquad x_3 = - 5796.26 \text{ m} \\
 \Delta y_3 = + 1029.67 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \Delta x_3 = - 327.06 \text{ m} \\
 \hline
 {}_1y_0 = + 8775.16 \text{ m} \qquad \qquad \qquad {}_1x_0 = - 6123.32 \text{ m}
 \end{array}$$

Berechnung der Koordinaten des Punktes ${}_2P_0$.

$$\begin{array}{r}
 {}_1y_0 = + 8775.16 \text{ m} \qquad \qquad \qquad {}_1x_0 = - 6123.32 \text{ m} \\
 \Delta y_4 = - 1532.54 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \Delta x_4 = - 876.12 \text{ m} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 {}_2y_0 = + 7242 \cdot 62 \text{ m} \\
 y_2 = + 7665 \cdot 47 \text{ m} \\
 \Delta y_5 = - 422 \cdot 85 \text{ m} \\
 \hline
 {}_2y_0 = + 7242 \cdot 62 \text{ m} \\
 y_3 = + 7745 \cdot 49 \text{ m} \\
 \Delta y_6 = - 502 \cdot 87 \text{ m} \\
 \hline
 {}_2y_0 = + 7242 \cdot 62 \text{ m} \\
 \left\{ \begin{array}{l} {}_1P_0 \dots \dots \dots {}_1y_0 = + 8775 \cdot 16 \text{ m}, \quad {}_1x_0 = - 6123 \cdot 32 \text{ m}; \\ {}_2P_0 \dots \dots \dots {}_2y_0 = + 7242 \cdot 62 \text{ m}, \quad {}_2x_0 = - 5247 \cdot 20 \text{ m}. \end{array} \right.
 \end{array}$$

Untersuchungen über die Genauigkeit des Zielens mit Fernröhren.

Von Alfred Noetzli, Dipl. Ing. aus Hönegg (Zürich).

(Schluß)

Die Pyramiden, die drei- und vierseitigen, werden gegenwärtig meistens weiß gehalten, oft sind sie aber mit einer schwarzen Spitze versehen, die das Signal gegen hellen Hintergrund sichtbar machen sollen. Für gewisse Fälle ist diese Anordnung genügend, ja sogar sehr vorteilhaft; sobald aber in Folge greller Sonnenbestrahlung die weißen Flächen sehr hell erscheinen, oder wenn der Hintergrund auch dunkel ist, wird die schwarze Spitze unsichtbar, und, wie sich leicht einsehen läßt, werden sich die Beleuchtungsphasen in viel stärkerem Maße ergeben, als wenn die beleuchtete Pyramidenseite ein nach oben mit einer scharfen weißen Spitze versehenes Dreieck bildet. Eine bessere Lösung wäre, die Basis jeder Pyramidenfläche in einem durchgehenden, etwa 20 bis 100 *cm* breiten Streifen schwarz zu halten und bei Pyramiden, die sich für alle Sichten gegen den Himmel abheben, überhaupt nur die oberste Spitze auf etwa 20 bis 50 *cm* weiß zu lassen, indem ganz schwarze Pyramiden, wie sie gegenwärtig hier und da in der Schweiz angewendet werden, sich gegen dunkle Wolken eben auch nicht abheben. Ganz werden sich aber Phasenerscheinungen und daher entsprechende Auffassungsfehler bei Pyramiden nie vermeiden lassen; vom Standpunkt der Beleuchtungsphasen aus ist daher diese Signalform unbedingt zu verwerfen.

Ein zweckmäßiger Ersatz würde sich ergeben durch die Anordnung nach Fig. 15.

Das große Stangensignal zeigt in Bezug auf Phasenwirkungen ähnliche Verhältnisse wie die Pyramiden, indem bei bestimmter Richtung der Sonnenstrahlen die eine Hälfte des Bretterkreuzes gut beleuchtet, die andere beschattet und daher fast unsichtbar sein kann.¹⁾ Dieser große Fehler, der dieser Form des Signals daher anhaftet, kann sofort gehoben werden dadurch, daß man die

¹⁾ Vergl. Fig. 11.